بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين

حل تمارين المقرر 140 ريض precalculus

Chapter 1

إعداد د. عبد الله بن عثمان المغيره (أستاذ مشارك بجامعة الملك سعود سابقاً والآن متقاعد)

أعزائي طلاب وطالبات السنة التحضيرية ؛ إن رأيتم أن هذا العمل مفيد فالرجاء إخبار زملائكم فالدال على الخير كفاعله

أرحب بآرائكم ومقترحاتكم وللتواصل بريد الكتروني elmo1502@hotmail.com

حل تمارين (1.1) EXERCISES صفحة 10 و 11 في الكتاب

In Exercises 1-3 , list all elements in the following sets using set notation .

في التمارين 1- 3 أكتب كل العناصر في المجموعات الآتية مستخدماً رمز المجموعة

1. Vowels in the English alphabet

الحروف المتحركة في الأبجدية الانجليزية

Vowels in the English alphabet = $\{a, e, i, o, u\}$

2.First seven prime numbers

أول سبعة أعداد أولية

العدد الأولي هو عدد طبيعي natural أكبر من العدد 1 ولا يقبل القسمة على أي عدد آخر ما عدى العدد نفسه والعدد واحد

First seven prime numbers = $\{2,3,5,7,11,13,17\}$

3. Even integers between 50 and 63

الأعداد الصحيحة الزوجية التي بين 50 و 63

Even integers between 50 and 63 = $\{52,54,56,58,60,62\}$

In Exercises 4 – 13 answer by True or False

في التمارين 4 – 13 أجب بصح (T)أو خطأ (F)

4. $0 \in N$ F 5. $Q \subset R$ T 6. $I \in R$ F 7. $Q \subseteq Z$ F

التمرين رقم 4 خطأ لأن العدد صفر ليس عنصراً من عناصر مجموعة الأعداد الطبيعية N

التمرين رقم 5 صح لأن مجموعة الأعداد النسبية Q هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية R

التمرين رقم 6 خطأ لأن مجموعة الأعداد غير النسبية I (Irrational) ليست عنصراً من عناصر R بل هي مجموعة جزئية من R

التمرين رقم 7 خطأ لأن مجموعة الأعداد النسبية Q ليست مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الصحيحة Z بل العكس هو الصحيح

8. $\{2,2,2\} = \{2\}$ T 9. $\{1,2,3\} = \{3,1,2\}$ T 10. $1 = \{1\}$ F

11. $1 \subseteq \{1,2\}$ F

التمرين رقم 8 صح لأن كل من المجموعتين تحوي عنصر واحد فقط وهو العدد 2 لذلك فهما متساويتين

التمرين رقم 9 صح لأن كل من المجموعتين تحوي نفس العناصر وترتيب العناصر لا يهم

التمرين رقم 10 خطأ لأن العدد 1 لا يساوي المجموعة التي تحوي العدد 1

التمرين رقم 11 خطأ لأن العدد 1 ليس مجموعة والعلاقة $\subseteq$ (مجموعة جزئية من) تكون بين المجموعات sets

12 . $\{1\} \in \{1,2\}$ F 13 . $\{1\} \subseteq \{1,2\}$ T

التمرين رقم 12 خطأ لأن العلاقة $\in$ لا تكون بين مجموعتين بل تكون بين عنصر ومجموعة

التمرين رقم 13 صح لأن المجموعة $\{1\}$ هي مجموعة جزئية subset من المجموعة $\{1,2\}$

In exercises 14 – 22 identify the elements in each set . assuming

A = $\{w, x, y, z\}$, B = $\{x, y\}$, C = $\{x, y, z\}$ And D = $\{z\}$

في التمارين 14 – 22 حدد العناصر في كل مجموعة . بفرض أن

A = $\{w, x, y, z\}$, B = $\{x, y\}$, C = $\{x, y, z\}$ و D = $\{z\}$

14 . $A \cup B = \{w, x, y, z\}$ 15 . $A \cap B = \{x, y\}$ 16 . $B \cap C = \{x, y\}$

17 . . $B \cap D = \{\ \} = \Phi$ 18 . $B \cup D = \{x, y, z\}$

19 . $B \cap (C \cup D) = B \cap \{x, y, z\} = \{x, y\}$

20 . $(A \cap C) \cup D = \{x, y, z\} \cup \{z\} = \{x, y, z\}$

21 . $B \cup \Phi = B = \{x, y\}$ 22 . $C \cap \Phi = \Phi$

لاحظ أن $A \cup B$ تعني مجموعة جميع العناصر التي في المجموعة A أو في المجموعة B أو فيهما معاً ولكن بدون تكرار للعناصر

وأن $A \cap B$ تعني مجموعة جميع العناصر التي في المجموعة A وفي نفس الوقت في المجموعة B أي العناصر المشتركة بين A و B

لاحظ أن Φ أو { } تعني المجموعة الخالية أي التي لا تحوي أي عنصر

23. Put a check mark in each box if the number is an element of that set

ضع علامة صح في كل صندوق (مربع) إذا كان العدد عنصراً في تلك المجموعة

العدد أو الرمز	Natural	Integer	Rational	Irrational	Real
2	√	√	√		√
$\frac{3}{5}$			√		√
$\sqrt{10}$				√	√

$\sqrt{2}$				√	√
0.35			√		√
0		√	√		√
$\frac{6}{0}$					
– 2		√	√		√
0.25481931…				√	√
$0.\overline{26}2626\ldots$			√		√
$\frac{0}{0}$					
$\sqrt{16}$	√	√	√		√
$\sqrt{-1}$					

24 . Determine if the statement is True or False

حدد إذا كانت العبارة صحيحة (T) أو خاطئة (F)

a) Any natural number is an integer T

b) Any integer is a rational number T

c) A real number can be only irrational F

d) A terminating decimal is an irrational number F

e) $\frac{0}{5} = 0$ T

f) A rational number can be either a terminating decimal or non-terminating decimal with a repeating pattern T

25. List the elements of the set of even integers between -4 and 8.

the set of even integers between -4 and 8 = { -2,0,2,4,6 }

26. List the elements of the set of all natural numbers that are multiples of 5.

the set of all natural numbers that are multiples of 5 = { 5,10,15,20,… }

27. Write the set of the even natural numbers .

the set of the even natural numbers = { 2,4,6,… }

28. Determine if $\sqrt{-9}$ is a real number or not.

$\sqrt{-9}$ is not a real number

In exercises 29 – 35 perform the indicated operations.

في التمارين 29 – 35 أجري العمليات المحددة (هنا النقطة تعني عملية الضرب)

29. $\frac{4}{7} + \frac{2}{5} = \frac{4.5}{7.5} + \frac{2.7}{5.7} = \frac{20}{35} + \frac{14}{35} = \frac{20+14}{35} = \frac{34}{35}$

30. $2.\frac{1}{3} - \frac{3}{5} = \frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{2.5}{3.5} - \frac{3.3}{5.3} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{10-9}{15} = \frac{1}{15}$

31. $\frac{\frac{4}{11}}{\frac{7}{33}} = \frac{4}{11} . \frac{33}{7} = \frac{4.33}{11.7} = \frac{132}{77}$

32. $[\frac{(8+7)}{5}].2 - 9 = \frac{15}{5}.2 - 9 = 3.2 - 9 = 6 - 9 = -3$

33. $-6\frac{1}{4} . \frac{3}{5} = -\frac{25}{4} . \frac{3}{5} = -\frac{5}{4} . \frac{3}{1} = -\frac{15}{4}$

34. 5[(6+3.2)-2(8-5)]= 5[6+6-2(3)]=5[12-6]=5.6=30

35. $-(41-7.4) + \frac{30}{[6-(-4)]} - 12 = -(41-28) + \frac{30}{6+4} - 12 = -13 + \frac{30}{10} - 12 =$

$= -25 + 3 = -22$

حل تمارين (1.2) EXERCISES صفحة 20 في الكتاب

In Exercises 1 – 9 simplify and express answers using positive exponents only

في التمارين 1 – 9 بسط وعبر عن الأجوبة باستخدام الأسس الموجبة فقط

1. $x^5x^{-2} = x^{5-2}=x^3$

2. $(6x^3)(4x^7)(x^{-5})=24x^{3+7-5}= 24x^5$

3. $y^{1/5} . y^{4/5} =y^{1/5+4/5} = y^{5/5} = y^1 = y$

4. $(49 a^4 b^{-2})^{1/2} = (7.7)^{1/2}(a^4)^{1/2}(b^{-2})^{1/2} = 7a^{4/2} b^{-2/2} = 7a^2b^{-1} = \frac{7a^2}{b}$

5. $(2y)(3y^2)(5y^{-4}) = (2.3.5)\ y^{1+2-4} = 30y^{-1}= \frac{30}{y}$

6. $$\left(\frac{x^4y^{-1}}{x^{-2}y^3}\right)^2 = \frac{x^{4.2}y^{-1.2}}{x^{-2.2}\ y^{3.2}} = \frac{x^8\ y^{-2}}{x^{-4}\ y^6} = \frac{x^{12}}{y^8}$$

7. $$\left(\frac{4x^{-2}}{y^4}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{4^{-\frac{1}{2}}\,x^{-2.-\frac{1}{2}}}{y^{4.-\frac{1}{2}}} = \frac{4^{-\frac{1}{2}}\ x^{\frac{2}{2}}}{y^{-\frac{4}{2}}} = \frac{x\ y^2}{4^{\frac{1}{2}}} = \frac{xy^2}{2}$$
$$= \frac{1}{2}\ xy^2$$

8. $\left(\dfrac{25x^5y^{-1}}{16x^{-3}y^{-5}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\dfrac{25\,x^5\,x^3y^{-1}y^5}{16} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\dfrac{25x^8y^4}{16} \right)^{\frac{1}{2}}$

$$= \frac{25^{\frac{1}{2}}x^{\frac{8}{2}}y^{\frac{4}{2}}}{16^{\frac{1}{2}}} = \frac{5\,x^4y^2}{4} = \frac{5}{4}\,x^4y^2$$

9. $-3(x^2+3)^{-4}\,(3x^2) = \dfrac{-9\mathrm{x}^2}{(\mathrm{x}^2+3)^4}$

In Exercises 10- 13 .illustrate common errors involving rational exponent.

In each case ,find numerical example that show the left side is not equal to the right side.

10. $(\,x^3 + \,y^3)^{\frac{1}{3}} \neq x + y$

11. $\dfrac{(\,x^2 + \,y^2)^{\frac{1}{2}}}{x+y} \neq 1\,, x+y \neq 0$

12. $(\,x+y\,)^{\frac{1}{3}} \neq \dfrac{1}{(\,x+y\,)^3}\,, x+y \neq 0$

13. $\sqrt{x^2} \neq x$

في التمارين 10 – 13 وضح الأخطاء المشتركة والتي تحوي الأسس النسبية . وفي كل حالة أوجد مثال عددي يوضح أن الجانب الأيسر لا يساوي الجانب الأيمن

الأخطاء المشتركة للتمارين 10 و 11 و 12 هي ضرب الأسس التي على القوس بالأسس التي داخل القوس وهذا غير صحيح في حالة أن ما بداخل القوس عمليات جمع أو طرح

مثال للتمرين 10 : $x=1$, $y=1$ فيكون الجانب الأيسر $\sqrt[3]{2} = 2^{1/3} = (1 + 1)^{1/3}$ والأيمن $1+1=2$

مثال للتمرين 11 : $x=-3$, $y=4$ فيكون الجانب الأيسر (المقام يساوي واحد لذلك لم نكتبه) $(9 + 16)^{1/2} = 25^{1/2} = 5$ والأيمن $-3 + 4 = 1$

مثال للتمرين 12 : $x=1$, $y=1$ فيكون الجانب الأيسر $\sqrt[3]{2} = 2^{1/3} = (1 + 1)^{1/3}$ والأيمن $\frac{1}{8}$

الخطأ في التمرين 13 هو هل x عدد موجب أم سالب فإ ذا كانت عدد موجب فالعبارة صحيحة أما إذا كانت عدد سالب فالعبارة خاطئة

مثال $x=-3$ فيكون الجانب الأيسر $3 = \sqrt{9} = \sqrt{(-3)\,(-3)}$ والأيمن -3

In exercises 14 – 17 write in the simplest form.

في التمارين 14 – 17 أكتب في أبسط صورة

14. $x.\sqrt[5]{3^6x^7y^{11}} = x\ .\ \sqrt[5]{3^6}\ .\ \sqrt[5]{x^7}\ .\ \sqrt[5]{y^{11}} = x\ .\ \sqrt[5]{33^5}\ .\sqrt[5]{x^2x^5}\ .\sqrt[5]{yy^5y^5}$

$= x(3xyy)\sqrt[5]{3}\ .\sqrt[5]{x^2}\ .\sqrt[5]{y} = 3x^2\ y^2\ \sqrt[5]{3x^2y}$

15. $2a.\sqrt[3]{8a^9b^{12}} = 2a\ .\ [\ (2)^3(a^3)^3(b^4)^3]^{1/3} = 2a.(2a^3b^4) = 4a^4b^4$

16. $\frac{\sqrt[5]{32u^{12}v^8}}{u.v} = \frac{(\ 2^5u^{12}v^8\ )^{\frac{1}{5}}}{u.v} = \frac{2^{\frac{5}{5}}u^{\frac{12}{5}}v^{\frac{8}{5}}}{u.v} = \frac{2u^{\frac{5}{5}}u^{\frac{7}{5}}v^{\frac{5}{5}}v^{\frac{3}{5}}}{u.v} =$
$\frac{2uu^{\frac{7}{5}}v\ v^{\frac{3}{5}}}{u.v} = 2u^{\frac{7}{5}}v^{\frac{3}{5}} = 2u^{\frac{5}{5}}u^{\frac{2}{5}}\ v^{\frac{3}{5}} = 2u\sqrt[5]{u^2v^3}$

17. $\sqrt[3]{2x^2y^4} \;.\; \sqrt[3]{4x^5y} = \sqrt[3]{2x^2y^4 4x^5y} = \sqrt[3]{8x^7y^5}$

$= \sqrt[3]{2^3\, x^6\;\; x\, y^3\;\; y^2} = 2x^2y\,\sqrt[3]{x\, y^2}$

تمارين (1.3) صفحة 27 في الكتاب

In Exercises 1 – 7 reduce answer to the simplest form

في التما رين 1 – 7 خفض أو قلل (أي اختصر) الجواب إلى أبسط صورة

1. $\frac{7}{10} \div \frac{19}{25} = \frac{7}{10} . \frac{25}{19} = \frac{7}{2} . \frac{5}{19} = \frac{35}{38}$

لا تنسى في قسمة الكسور نشقلب المقسوم عليه ونحول القسمة إلى ضرب

2. $\frac{b^2}{2a} \div \left(\frac{b^2}{a^2} . \frac{a}{3b} \right) = \frac{b^2}{2a} \div \frac{b}{3a} = \frac{b^2}{2a} . \frac{3a}{b} = \frac{3}{2}\, b$

3. $\left(\frac{b^2}{2a} \div \frac{b^2}{a^2} \right) . \frac{a}{3b} = \left(\frac{b^2}{2a} . \frac{a^2}{b^2} \right) . \frac{a}{3b} = \frac{a}{2} . \frac{a}{3b} = \frac{a^2}{6b}$

4. $\frac{x^2-1}{x^2+2} \div \frac{x+1}{x^2-4} = \frac{x^2-1}{x^2+2} . \frac{x^2-4}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2+2} . \frac{(x-2)(x+2)}{x+1} =$
$\frac{(x-1)(x-2)(x+2)}{x^2+2}$

$1 = 1^2 \ , 4 = 2^2 \quad ,,, \qquad a^2 - \ b^2 = (a-b)(a+b)$ لا تنسى

5. $\frac{x+2}{x^2-1} - \ \frac{x-2}{(x-1)^2} \ = \ \frac{(x+2)(x-1)^2-(x-2)\left(x^2-1\right)}{(x^2-1)(x-1)^2}$

$= \frac{(x+2)(x-1)(x-1) \ -(x-2)(x-1)(x+1)}{(x^2-1)(x-1)(x-1)}$

$= \frac{(x+2)(x-1) \ \ -(x-2) \ (x+1)}{(x^2-1) \ (x-1)} \ = \ \frac{x^2+x-2-(x^2-x-2)}{(x^2-1) \ (x-1)}$

$= \ \frac{x^2+x-2-x^2+x+2}{(x^2-1) \ (x-1)}$

$= \frac{2x}{(x^2-1) \ (x-1)} \ = \ \frac{2x}{(x-1)(x+1)(x-1)} \ = \ \frac{2x}{(x-1)^2(x+1)}$

6.

$\frac{4x}{x^2- y^2} + \ \frac{3}{x+y} - \ \frac{2}{x-y} \ = \ \frac{4x+3(x-y)-2(x+y)}{x^2-y^2} = \ \frac{4x+3x-3y-2x-2y}{x^2-y^2}$

$= \ \frac{5x-5y}{x^2-y^2} \ = \ \frac{5(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \ \frac{5}{x+y}$

7. $\frac{\frac{x^2}{y^2}-1}{\frac{x}{y}+1} \ = \ \frac{\frac{x^2-y^2}{y^2}}{\frac{x+y}{y}} \ = \ \frac{x^2-y^2}{y^2} \ . \frac{y}{x+y} = \ \frac{(x-y)(x+y)}{y(x+y)} \ = \ \frac{x-y}{y}$

In exercises 8 – 15 reduce each fraction to the simplest form.

في التمارين 8 – 15 قلل أو إخفض (يعني إختصر) كل كسر إلى أبسط صورة

8. $\frac{6x^3\,(x^2+2)^2 - 2x(x^2+2)^3}{x^4} = \frac{2x(x^2+2)^2\{3x^2 - (x^2+2)\}}{x^4} = \frac{2(x^2+2)^2\{3x^2 - x^2 - 2\}}{x^3}$

$$= \frac{2(x^2+2)^2\{2x^2-2\}}{x^3} = \frac{4(x^2+2)^2(x^2-1)}{x^3}$$

9. $\frac{2x(1-3x)^3 + 9x^2(1-3x)^2}{(1-3x)^6} = \frac{x(1-3x)^2\,\{2(1-3x)+9x\}}{(1-3x)^6} = \frac{x\{2-6x+9x\}}{(1-3x)^4} = \frac{x(2+3x)}{(1-3x)^4}$

10.

$$\frac{1}{y^2+y} - \frac{1}{y^2-1} - \frac{1}{y} = \frac{(y^2-1)y}{(y^2+y)(y^2-1)y} - \frac{(y^2+y)y}{(y^2+y)(y^2-1)y} - \frac{(y^2+y)(y^2-1)}{(y^2+y)(y^2-1)y}$$

$$= \frac{y^3 - y - y^3 - y^2 - y^4 - y^3 + y^2 + y}{(y^2+y)(y^2-1)y} = \frac{-y^4 - y^3}{(y^2+y)(y^2-1)y}$$

$$= \frac{-y^2(y^2+y)}{(y^2+y)(y^2-1)y} = \frac{-y}{y^2-1}$$

11. $\frac{x+1}{x(1-x)} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x^2-1} = \frac{x+1}{-x(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = -\frac{1}{x}$

12. $\left(\frac{x^3-y^3}{y^3} \cdot \frac{y}{y-x}\right) \div \frac{x^2+xy+y^2}{y^2}$

$$= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{y^3} \cdot \frac{y}{y-x} \cdot \frac{y^2}{x^2+xy+y^2}$$

$$= \frac{x-y}{y-x} = \frac{-(y-x)}{y-x} = -1$$

$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2+xy+y^2)$ لا تنسى أن

13. $\left(\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{4}{x+4} = \frac{3(x+1)-(x-2)}{(x-2)(x+1)} \cdot \frac{(x+4)}{4}$

$$= \frac{3x+3-x+2}{(x-2)(x+1)} \cdot \frac{(x+4)}{4} = \frac{(2x+5)(x+4)}{4(x-2)(x+1)} = =$$

14. $$\frac{y-\frac{y^2}{y-x}}{1+\frac{x^2}{y^2-x^2}} = \frac{\frac{y(y-x)-y^2}{y-x}}{\frac{y^2-x^2+x^2}{y^2-x^2}} = \frac{y(y-x)-y^2}{y-x} \cdot \frac{y^2-x^2}{y^2}$$

$$= \frac{y^2-yx-y^2}{y-x} \cdot \frac{y^2-x^2}{y^2} = \frac{-xy(y-x)(y+x)}{y^2(y-x)}$$

$$= \frac{-xy(y+x)}{y^2}$$

$$= \frac{-x(y+x)}{y}$$

15. $$1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}} = 1-\frac{1}{1-\frac{1}{\frac{x-1}{x}}} = 1-\frac{1}{1-\frac{x}{x-1}}$$

$$= 1-\frac{1}{\frac{x-1-x}{x-1}} == 1-\frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = 1-\frac{x-1}{-1} = 1+x-1 = x$$

$$\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}} = 1 \cdot \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}} = \frac{1}{\frac{a}{b}}$$ لا تنسى

حل تمارين (1.4) EXERCISES صفحة 37 و 38 في الكتاب

In exercises 1-4 find the values of x and y , where x and y are real numbers , that satisfy the given equation.

في التمارين 1 – 4 أوجد قيم x و y حيث x و y أعداداً حقيقية والتي تحقق المعادلة المعطاة

1. 4+(2y)i = x – 2i , x=4, 2y=-2 , y=-2/2= -1

2. $2x - 16i = 10 + 4yi$, $2x = 10, x = \frac{10}{2} = 5$, $-16 = 4y\ , y = \frac{-16}{4} = -4$

3. $2yi = x + 12i$, $x = 0$, $2y = 12, y = \frac{12}{2} = 6$

4. $8 - yi = 2x - 4i$, $8 = 2x$, $x = \frac{8}{2} = 4$, $-y = -4$, $y = 4$

In Exercises 5 – 11 write each complex number in the standard form a+bi and clearly identify the values of a and b

في التمارين 5 – 11 أكتب كل عدد مركب في الصيغة القياسية a+bi وبوضوح حدد أو عرف قيم a و b

5. $\dfrac{2+\sqrt{-25}}{4} = \dfrac{2}{4}+\dfrac{\sqrt{25}}{4}i = \dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{4}i$,

$a=\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{5}{4}$

6. $\frac{12+\sqrt{-200}}{8} = \frac{12}{8}+\frac{\sqrt{100}\sqrt{2}}{8}i = \frac{3}{2}+\frac{10\sqrt{2}}{8}i = \frac{3}{2}+\frac{5\sqrt{2}}{4}i$, $a=\frac{3}{2}$, $b=\frac{5\sqrt{2}}{4}$

7. $\dfrac{6-\sqrt{-72}}{4} = \dfrac{6}{4}-\dfrac{\sqrt{72}}{4}i = \dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{2(36)}}{4}i$

$= \dfrac{3}{2}-\dfrac{6\sqrt{2}}{4}i = \dfrac{3}{2}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}i$,

$a=\dfrac{3}{2}$, $b=-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

8. $\dfrac{14+\sqrt{-98}}{8} = \dfrac{14+i\sqrt{2(49)}}{8} = \dfrac{14}{8}+\dfrac{7\sqrt{2}\,i}{8}$

$= \dfrac{7}{4}+\dfrac{7\sqrt{2}\,i}{8}$, $\mathrm{a}=\dfrac{7}{4}$, $\mathrm{b}=\dfrac{7\sqrt{2}}{8}$

$$9.\ \frac{8+\sqrt{-27}}{6} = \frac{8}{6} + \frac{\sqrt{27}}{6}i = \frac{4}{3} + \frac{\sqrt{9}\,\sqrt{3}}{6}i$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{3\sqrt{3}}{6}i = \frac{4}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad ,a = \frac{4}{3}\ ,$$

$$b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$10.\ \frac{\sqrt{-36}\ .\sqrt{-49}}{\sqrt{-16}} = \frac{6i\ .\ 7i}{4i} = \frac{42i}{4}$$

$$= 0 + \frac{21}{2}i \quad , \quad a = 0\ , \quad b = \frac{21}{2}$$

$$11.\ \frac{\sqrt{-25}}{\sqrt{-16}\sqrt{-81}} = \frac{5i}{4i\ .9i} = \frac{5i}{36i^2} = \frac{5i}{36(-1)}$$

$$= 0 - \frac{5}{36}i \quad ,a = 0\ ,b = -\frac{5}{36}$$

In exercises 12 – 29 perform each of the following operations and write your answer in standard form

في التمارين 12 – 29 قم بإجراء كل من العمليات الآتية واكتب جوابك في الصيغة القياسية

12. (2+3i)+(-5-i) = 2+3i-5-i = (2-5)+(3i-i) = -3 +2i

13. (3-2i)+(5+2i) = (3+5)+(-2i+2i) = 8+0i=8

14. (4-5i)-(2+3i) = 4-5i-2-3i = 2-8i

15. $8+\frac{3}{4}i-7+\frac{2}{3}i=8-7+\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\right)i$
$=1+\frac{9+8}{12}i=1+\frac{17}{12}i$

16. $3+\frac{3}{5}i+11-\frac{7}{15}i=3+11+\left(\frac{3}{5}-\frac{7}{15}\right)i$
$=14+\left(\frac{9}{15}-\frac{7}{15}\right)i=14+\frac{2}{15}i$

17. $(3i).(-5i)=-15i^2=-15(-1)=15=15+0i$

18. $(-5i).(-7i) = 35i^2 = 35(-1) = -35$
$= -35 + 0i$

19. $3(2 - 3i) = 6 - 9i$

20. $-3i(7 + 5i) = -21i - 15i^2 = -21i -$
$15(-1) = -21i + 15 = 15 - 21i$

$i^2 = -1$ لا تنسى

21. $(-3 + 2i)(2 + 3i) = -3(2 + 3i) + 2i(2 + 3i) =$
$-6 - 9i + 4i + 6i^2 = -6 - 5i - 6 = -12 - 5i$

22. $(5 + i)(-7 - 3i) = -35 - 15i - 7i - 3i^2$
$= -35 - 15i - 7i + 3 = -32 - 22i$

23. $\left(1 + \frac{1}{2}i\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}i\right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}i + \frac{1}{4}i + \frac{1}{3}i^2$
$= \frac{1}{2} + \frac{2}{3}i + \frac{1}{4}i - \frac{1}{3}$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) i = \frac{1}{6} + \frac{11}{12} i$$

24. $\left(3 - i\sqrt{2}\right)\left(3 + i\sqrt{2}\right) = 3^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 = 9 + 2$
$= 11$

$(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ conjugate لا تنسى
خاصية المرافق

25. $(2 -\sqrt{-4})\left(3 — \sqrt{-16}\right) = (2 - 2i)(3 - 4i)$
$= 6 - 8i - 6i + 8i^2 =$

$6 - 14i - 8 = -2 - 14i$

26. $\left(-3 + \sqrt{-25}\right)\left(8 - \sqrt{-36}\right)$
$= (-3 + 5i)(8 - 6i)$
$= -24 + 18i + 40i - 30i^2$
$= -24 + 58i + 30 = 6 + 58i$

27. $(2 + 3\mathrm{i})^2 = (2 + 3i)(2 + 3i) = 4 + 12i + 9i^2$
$= 4 + 12i - 9 = -5 + 12i$

28. $\left(3+\mathrm{i}\sqrt{2}\right)^2 = 3^2 + 6\sqrt{2}i + \left(i\sqrt{2}\right)^2$
$= 9 + 6\sqrt{2}i + 2i^2 = 9 + 6\sqrt{2}i - 2$
$= 7 + 6\sqrt{2}i$

29. $\mathrm{i}(2-\mathrm{i}^3) = 2\mathrm{i} - \mathrm{i}^4 = 2i - 1 = -1 + 2i$

$i^2 = -1 \ , i^2 \,.\, i^2 = (-1)(-1) = 1 \, , i^4 = 1 \, ,$
$i^{20} = (i^4)^5 = (1)^5 = 1,$

In Exercises 30 – 36 write in standard form

في التمارين 30 – 36 أكتب في الصيغة القياسية

30. $\frac{-3}{\sqrt{-64}} = \frac{-3}{i\sqrt{64}} = \frac{-3}{8i} = \frac{-3i}{8i^2} = \frac{-3i}{-8} = \frac{3}{8}i$
$= 0 + \frac{3}{8}i$

31. $$\frac{3}{1+3i} = \frac{3(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{3-9i}{1+9}$$
$$= \frac{3}{10} - \frac{9i}{10}$$

32. $$\frac{2+3i}{3i} = \frac{(2+3i)i}{3i^2} = \frac{2i-3}{-3} = \frac{2i}{-3} - \frac{3}{-3}$$
$$= 1 - \frac{2}{3}i$$

33. $$\frac{2}{1-\sqrt{-25}} = \frac{2}{1-5i} = \frac{2(1+5i)}{(1-5i)(1+5i)}$$
$$= \frac{2+10i}{1+25} = \frac{2}{26} + \frac{10}{26}i = \frac{1}{13} + \frac{5}{13}i$$

34. $$\frac{3-2i}{-6+4i} = \frac{(3-2i)(-6-4i)}{(-6+4i)(-6-4i)}$$
$$= \frac{-18-12i+12i+8i^2}{36+16} = \frac{-18-8}{52}$$
$$= -\frac{26}{52} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + 0$$

35. $$\frac{-4+8i}{2-4i}=\frac{(-4+8i)(2+4i)}{(2-4i)(2+4i)}$$
$$=\ \frac{-8+16i-16i+32i^2}{4+16}\ =\ \frac{-8-32}{20}$$
$$=\ \frac{-40}{20}=\ -2+0i$$

36. $$\frac{-4+6i}{2+7i}=\frac{(-4+6i)(2-7i)}{(2+7i)(2-7i)}$$
$$=\ \frac{-8+28i+12i-42i^2}{4+49}$$
$$=\ \frac{-8+40i+42}{53}\ =\ \frac{34}{53}+\frac{40}{53}i$$

In exercises 37 – 41 ,evaluate

في التمارين 37 – 41 إحسب

37. $$i^{79}=\ i^{76}.i^3=(i^4)^{19}.i^3=(1)^{19}.i^3=i^3$$
$$=i^2.i=-i$$

في مثل هذا النوع من التمارين إذا كان الأس أكبر من العدد 4 فاقسم الأس على 4 ويكون الجواب هو أس الباقي

38. $i^{-11} = \frac{1}{i^{11}} = \frac{1}{i^{8}.i^{3}} = \frac{1}{i^{3}} = \frac{1}{i^{2}.i} = \frac{1}{-i} = -i^{-1}$

39. $i^{14} = i^{12}.i^{2} = i^{2} = -1$

40. $i^{23} = i^{20}.i^{3} = i^{3} = -i$

41. $i^{-6} = \frac{1}{i^{6}} = \frac{1}{i^{4}.i^{2}} = \frac{1}{i^{2}} = \frac{1}{-1} = -1$

42. show that

وضح أن

a. $\overline{\overline{z} + 3i} = z - 3i$

أولاً لنوضح أن مرافق حاصل الجمع يساوي مرافق الأول + مرافق الثاني

Let z=a+bi , w=c+di

$\overline{Z+w} = \overline{a+bi+c+di} = \overline{(a+c)+(b+d)i} = (a+c)-(b+d)i = a+c-bi-di = a-bi + c-di$

$= \overline{a+bi} + \overline{c+di} = \overline{z} + \overline{w}$

$\overline{\overline{z} + 3i} = \overline{\overline{z}} + \overline{0 + 3i} = z + 0 - 3i = z - 3i$

لا تنسى مرافق المرافق هو العدد نفسه

b. $\overline{iz} = -i\,\overline{z}$

Let $z = a+bi$

$\overline{i(a+bi)} = \overline{ai+bi^2} = \overline{ai - b} = \overline{-b + ai} = -b - ai = (-1)b - ai = i^2 . b - ai$

$= i(ib - a) = -i(-ib + a) = -i(a - bi) = -i\,\overline{z}$

$i^2 = -1$ لا تنسى

c. $\overline{(2-i)^2} = \overline{(2-i)(2-i)} = \overline{4 - 4i + i^2} = \overline{4 - 4i - 1} = \overline{3 - 4i}$
$= 3 + 4i$

43. let $z_1 = 4-3i$, $z_2 = 5-3i$, $z_3 = -2i$, find

أوجد $z_1 = 4-3i$, $z_2 = 5-3i$, $z_3 = -2i$ لتكن

$$a.\ \ Re(z_1) = 4\,, Im(z_2) = -3\ ,$$
$$Re(z_1.z_2) = Re[\,(4-3i)(5-3i)]$$
$$= Re[\,20-15i-12i+9i^2]$$
$$= Re[20-27i-9] = Re[11-27i] = 11$$

$$b.\ z_1 - z_2 = (4-3i)-(5-3i) = 4-3i-5+3i$$
$$= -1 = -1+0i$$

$$c.\ \frac{z_1}{z_2} = \frac{4-3i}{5-3i} = \frac{(4-3i)(5+3i)}{(5-3i)(5+3i)}$$
$$= \frac{20-15i+12i-9i^2}{25+9} = \frac{20-3i+9}{34}$$
$$= \frac{29}{34} - \frac{3}{34}i =$$

$$d.(\,z_1\,)^{-1} = (-2i)^{-1} = \frac{1}{-2i} = \frac{1(-2i)}{-2i.-2i} = \frac{-2i}{4i^2} =$$
$$\frac{-2i}{-4} = \frac{1}{2}i = 0+\frac{1}{2}i$$

$e.\ 3i^{34} - (z_3)^3 = 3i^{32}.i^2 - (-2i)^3$
$= 3(1)i^2 — (-8i^3) = -3 + 8i^2 i$
$= -3 - (8i) = -3 - 8i$

f. $z_1.\overline{z_1} = (4 - 3i)(4 + 3i) = 16 + 9 = 25 + 0i$

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على
أشرف الأنبياء والمرسلين

حل تمارين المقرر 140 ريض
precalculus
Chapter 2

إعداد د. عبد الله بن عثمان المغيره (أستاذ مشارك بجامعة الملك سعود سابقاً والآن متقاعد)

أعزائي طلاب وطالبات السنة التحضيرية ؛ إن رأيتم أن هذا العمل مفيد فالرجاء إخبار زملائكم فالدال على الخير كفاعله

أرحب بآرائكم ومقترحاتكم وللتواصل بريد الكتروني
elmo1502@hotmail.com

حل تمارين (2.1) EXERCISES
صفحة 47 و 48 في الكتاب

حل المعادله الخطيه ذات المتغير الواحد يعني إيجاد عدد بحيث انه إذا عوضنا عن متغير المعادله بهذا العدد تصبح المعادله صحيحه

ولحل المعادلة الخطية التي متغيرها مثلاً x نحصر المتغير x في جهة واحدة من المعادلة أي تكون الجهة الثانية من المعادلة لاتحوي المتغير x ويتم ذلك

بتنفيذ بعض أو كل الخطوت التالية

1) إذا كان يوجد أقواس نفك جميع الأقواس

2) إذا كان يوجد مقامات فنضرب كل حد من حدود المعادلة بحاصل ضرب هذه المقامات ثم نختصر كل مايمكن إختصاره

3) نضع جميع الحدود التي تحوي المتغير في جهة واحدة من المساوات وذلك بنقل أي حد من اليمين إلى اليسار أو العكس مع تغيير إشارة الحد المنقول

4) نضع جميع الحدود التي لا تحوي المتغير في الجهة الأخرى من المساوات وذلك بنقل أي حد من اليمين إلى اليسار أو العكس مع تغيير إشارة الحد المنقول

5) نقوم بتجميع الحدود في الجهتين بحيث يصبح لدينا حد واحد فقط في كل جهة

6) نقسم هذين الحدين على العدد الذي بجانب المتغير ثم نختصر مايمكن إختصاره

الآن أصبح المتغير وحيداً في جهة وفي الجهة الأخرى عدد معين وهذا العدد هو الحل وللتأكد من الحل عوض عن كل x في المعادلة الأصلية بهذا العدد

فإن كان الطرفان متساويين فإن الحل صحيح وإلا راجع خطوات الحل

إنتبه مثلاً $-x = -3$ يكون الحل $x = 3$ و $-x = 3$ يكون الحل $x = -3$

In Exercises 1 – 11 solve each of the following equations and check your answer.

في التمارين 1 – 11 حل كل من المعادلات الآتية وتأكد (شيك) من جوابك .

1. $5x = 3x - (1 - 3x)$

أولاً نفك القوس

$5x = 3x - 1 + 3x$

خطأ شائع وهو عدم تغيير إشارات مابداخل القوس عندما تسبقه إشارة ناقص

ننقل الحدين 3x و 3x إلى الجهة اليسرى ونغير إشارتيهما من زائد إلى ناقص

$5x - 3x - 3x = -1$

نجمع جبرياً الحدود في كل جهة

$5x - 6x = -1$

$-x = -1$

الآن نريد x لوحدها وليس x– لذلك نقسم الطرفين على 1-

$$\frac{-x}{-1} = \frac{-1}{-1} \quad , \quad x = 1$$

إذاً الحل هو x=1 ولتأكد نعوض عن كل x في المعادلة الأصلية بالعدد 1

LHS= 5x =5(1) = 5 , RHS = 3x – (1 – 3x) = 3(1) – (1 – 3(1)) = 3 – (- 2) = 3 + 2 = 5

LHS = 5 = RHS

LHS إختصار للجمل Left Hand Side جانب اليد اليسرى

RHS إختصار للجمل Right Hand Side جانب اليد اليمنى

2. 4(2y – 17) + 5(3y – 8) = 0

المتغير هنا هو y وإسم المتغير لا يهم فيمكن أن يكون أي حرف

أولاً نفك الأقواس

8y – 68 + 15y – 40 = 0

ننقل الأعداد 68 – و 40 – من الجهة اليسرى إلى اليمنى ونغير إشارتيهما

8y + 15y = 0 +68 + 40

بالجمع

23y = 108

نقسم الطرفين على 23

$$\frac{23y}{23} = \frac{108}{23}$$

نختصر ويكون الحل هو

$$y = \frac{108}{23}$$

للتأكد نعوض في المعادلة الأصلية عن كل y بقيمتها

$$LHD = 4(2\mathrm{y} - 17) + 5(3\mathrm{y} - 8)$$

$$= 8\mathrm{y} - 68 + 15\mathrm{y} - 40$$

$$= 8\,.\frac{108}{23} - 68 + 15.\frac{108}{23} - 40$$

$$= \frac{108}{23}\,(8 + 15) - 108$$

$$= \frac{108}{23}\,(23) - 108 = 108 - 108 = 0$$

في المعادلة الأصلية RHS= 0 ووجدنا أن LHS = 0 أي أن الجانبين متساويان
لذلك الحل صحيح

3. $6[\,3y - 2\,(\,y - 1\,)] - 2 + 7y = 0$

نفك القوس الصغير

$$6[\,3y - 2y + 2\,] - 2 + 7y = 0$$

نفك القوس الكبير

$$18y - 12y + 12 - 2 + 7y = 0$$

بالتجميع

13y + 10 = 0

ننقل العدد 10+ إلى الجهة اليمنى مع تغيير إشارته ليصبح 10-

13y = -10

نقسم الطرفين على معامل المتغير وهو 13

$$\frac{13y}{13} = \frac{-10}{13}$$

نختصر ويكون الحل هو

$$y = \frac{-10}{13} = -\frac{10}{13} = \frac{10}{-13}$$

للتأكد نعوض في المعادلة الأصلية عن كل y بقيمتها

$$LHS = 6[3y - 2(y-1)] - 2 + 7y$$

$$= 18y - 12y + 12 - 2 + 7y$$

$$= 18\frac{-10}{13} - 12\frac{-10}{13} + 7\frac{-10}{13} + 10$$

$$= \frac{-10}{13}(18 - 12 + 7) + 10$$

$$= \frac{-10}{23}(23) + 10 = -10 + 10 = 0$$

إذاً LHS=RHS=0 إذاً الحل صحيح

خطأ شائع وهو عدم تغيير إشارة الحد المنقول من جهة إلى أخرى

4. $\frac{1}{2}x + 5 = \frac{1}{3}x + 7$

بضرب جميع الحدود بالعدد 6 والإختصار للتخلص من الكسور ينتج

$3x + 30 = 2x + 42$, $3x - 2x = 42 - 30$, $x = 12$

للتأكد

$$LHS = \frac{12}{2} + 5 = 6 + 5 = 11$$

$$RHS = \frac{12}{3} + 7 = 4 + 7 = 11 \quad , \quad LHS = RHS$$

5. $\frac{x}{2} - \frac{3}{4}x = 2 - \frac{x}{8}$

بضرب جميع الحدود بالعدد 8 والإختصار للتخلص من الكسور ينتج

$4x - 6x = 16 - x \quad , \quad 4x - 6x + x = 16\, , -x = 16\, ,$

$x = -16$

$$LHS = \frac{-16}{2} - \frac{3}{4}(-16) = -8 - 3(-4) = -8 + 12 = 4$$

$$RHS = 2 - \frac{-16}{8} = 2 + 2 = 4 \qquad , \qquad LHS = RHS$$

6. $2x + \frac{1}{3} = \frac{6x+1}{3} \quad , \quad 6x + 1 = 6x + 1$

لاحظ أن الطرف الأيسر هو نفسه الطرف الأيمن أي أن المعادلة هي متطابقة أي أن أي عدد هو حل أي يوجد مالا نهاية من الحلول

7. $7(x - 6) - 6(x + 3) = 5(x - 6) - 2(3 + 2x)$

$7x - 42 - 6x - 18 = 5x - 30 - 6 - 4x$

$x - 60 = x - 36 \quad , \quad x - x = 60 - 36 \; , \quad 0 = 24$

توصلنا إلى عبارة $0 = 24$ خاطئة وهذا يعني أن المعادلة ليس لها حل
أي أن الطرف الأيسر هو معادلة مستقيم والطرف الأيمن أيضاً معادلة مستقيم وهذين المستقيمين متوازيين

أي لا يوجد بينهما نقاط مشتركة

8. $\frac{x}{2} + \frac{2x - 1}{3} = \frac{3x + 4}{4}$

بضرب جميع الحدود بالعدد 12 والإختصار للتخلص من الكسور ينتج

$6x + 4(2x - 1) = 3(3x + 4) \quad , \quad 6x + 8x - 4 = 9x + 12$

$$6x + 8x - 9x = 12 + 4 \ , \quad 5x = 16 \ \ , \ \ x = \frac{16}{5}$$

$$LHS = \frac{\frac{16}{5}}{2} + \frac{2(\frac{16}{5}) - 1}{3} = \frac{16}{10} + \frac{(\frac{32-5}{5})}{3} = \frac{8}{5} + \frac{27}{15}$$
$$= \frac{8}{5} + \frac{9}{5} = \frac{17}{5}$$

$$RHS = \frac{3\left(\frac{16}{5}\right) + 4}{4} = \frac{\frac{48}{5} + 4}{4} = \frac{48+20}{20} = \frac{68}{20} = \frac{34}{10} = \frac{17}{5} \ ,$$
$$LHS = RHS$$

9. $\dfrac{3(\ x - 2\ )}{5} + \dfrac{2x + 3}{6} = \dfrac{4x + 1}{9} + 2$

بضرب جميع الحدود بالعدد 90 للتخلص من الكسور (أو بضرب جميع الحدود بحاصل ضرب كل المقامات)

$$3.18(x - 2\ ) + 15(2x + 3) = 10(4x + 1) + 180$$

$$54x - 108 + 30x + 45 = 40x + 10 + 180$$

$$54x + 30x - 40x = 10 + 180 + 108 - 45 \ ,$$

$$44x = 253 \quad , \qquad x = \frac{253}{44} = \frac{23.11}{4.11} = \frac{23}{4}$$

$$LHS = 54\frac{23}{4} - 108 + 30\ \frac{23}{4} + 45 = \frac{23}{4}\ (\ 54 + 30\ ) - 63$$

$$= \frac{23}{4}\ .84 - 63 = 23.21 - 63 = 483 - 63 = 420$$

$$RHS = 40\frac{23}{4} + 190 = 10.23 + 190 = 230 + 190 = 420$$

LHS = RHS

10. $\frac{2(\,x+3\,)}{3} - \frac{(\,x-3\,)}{4} = \frac{5x+2}{6} - \;4 =$

بضرب جميع الحدود بالعدد 12 للتخلص من الكسور (أو بضرب جميع الحدود بحاصل ضرب كل المقامات)

$$2.4\,(\,x+3\,)\text{–}\;3(\,x-3\,) = 2(\,5x+2\,)\text{–}\;48$$

$$8x+24-3x+9 = 10x+4-48$$

$$8x-3x-10x = 4-48-24-9\;,\qquad -5x = \;-77\;,$$

$$x = \;\frac{-77}{-5} \;=\; \frac{77}{5}$$

$$LHS = \frac{2(\frac{77}{5}+\;3\,)}{3} - \frac{\frac{77}{5}-\;3}{4} = \frac{2(\frac{77+15}{5})}{3} - \frac{\frac{77-15}{5}}{4}$$

$$= \frac{184}{15} - \frac{62}{20} = \frac{184}{15} - \frac{31}{10} = \frac{1840-465}{150} = \frac{1375}{150}$$
$$= \frac{55}{6}$$

$$RHs = \frac{5\frac{77}{5}+2}{6} - \;4 = \frac{79}{6} - \;4 = \frac{79-24}{6} = \;\frac{55}{6}$$

LHS = RHS

11. $\frac{1-x}{4} + \frac{5x+1}{2} = 3 - \frac{2(\,x+1\,)}{8}$

بضرب جميع الحدود بالعدد 8 للتخلص من الكسور

$$2(1-x)+4(5x+1)=24-2(x+1)\ ,$$
$$2-2x+20x+4=24-2x-2$$

$$-2x+20x+2x=24-2-2-4\ ,\quad 20x=16\ ,$$
$$x=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$$

$$LHS=\frac{1-\frac{4}{5}}{4}+\frac{5\frac{4}{5}+1}{2}=\frac{5-4}{20}+\frac{5}{2}=\frac{1}{20}+\frac{5}{2}=\frac{51}{20}$$

$$RHS=3-\frac{2(\frac{4}{5}+1)}{8}=3-\frac{\frac{4}{5}+1}{4}=3-\frac{4+5}{20}$$
$$=\frac{60-9}{20}=\frac{51}{20}$$

LHS = RHS

12. If an integer number is increased by 15 , the result is half the original number . what is the number ?

إذا زيد عدد صحيح بمقدار 15 فإن الناتج يساوي نصف العدد الأصلي , ماهو العدد؟

نفرض أن العدد هو x إذا زيد بمقدار 15 أي x+15 فإن الناتج يساوي نصف x أي أن

$$\frac{1}{2}x = x + 15 \quad , \quad -15 = x - \frac{1}{2}x \quad , -15 = \frac{1}{2}x \ ,$$
$$x = -30$$

13. Find two consecutive odd integers such that three times the smaller one exeeds two times the larger one by 7.

أوجد عددين فرديين متتابعين بحيث أن ثلاثة أمثال الأصغر يزيد عن ضعف الأكبر بمقدار 7 ,

نفرض أن العدد الفردي الأصغر هو x فيكون العدد الفردي التالي أي الأكبر هو x + 2 و ثلاثة أمثال الأصغر أي 3x يزيد عن ضعف الأكبر أي (2 + x)2 بمقدار 7 أي أن ثلاثة أمثال الأصغر يساوي ضعف الأكبر مضافاً إليه 7 أي أن

$$3x = 2(\,x + 2\,) + \ 7 \ , \qquad 3x = 2x + 4 + 7 \,,$$
$$3x - 2x = 11 \quad , \qquad x = 11$$

إذاً العدد الفردي الأصغر هو 11 فيكون العدد الفردي الذي بعده هو = 2 + 11
13

في الأعداد الفردية المتتابعة كل عدد يزيد عن سابقه بمقدار 2 وكذلك بالنسبة للأعداد الزوجية المتتابعة

14. If the width of rectangle is 5 cm more than one-half its length and the perimeter is 46 cm . what are the dimensions of the rectangle ?

إذا كان عرض مستطيل يزيد عن نصف طوله بمقدار 5 سم ومحيطه يساوي 46 سم . ماهي أبعاد المستطيل (أي الطول والعرض) ؟

لاحظ لو فرضنا أن العرض هو x لما إستطعنا إيجاد الطول بدلالة العرض ولكن العكس صحيح

نفرض أن الطول هو x فيكون نصف الطول x/2 ويكون نصف الطول زائد 5 يساوي عرض المستطيل أي أن العرض يساوي x/2 + 5 ويكون ضعف الطول زائد ضعف العرض يساوي المحيط أي أن

$$2x + 2\left(\frac{1}{2}x + 5\right) = 46 \quad , \quad 2x + x + 10 = 46 \quad , \quad 3x = 36 \quad , \quad x = 12$$

إذاً الطول يساوي 12 ونصف الطول يساوي 6 والعرض يساوي نصف الطول زائد 5 أي أن العرض يساوي 11=6+5

15. A father is three times as old as his son now , but 15 years from now he will be only twice as old as his son now at the same time . How old are they now ?

أب عمره الآن ثلاثة أمثال عمر إبنه وبعد 15 سنة من الآن يصبح عمر الأب ضعف عمر إبنه . ما عمر كل منهما الآن ؟

نفرض أن عمر الإبن الآن x فيكون غمر الأب الآن 3x و بعد 15 سنة يكون عمر الإبن x + 15 ويكون عمر الأب 3x + 15 ويكون عمر الأب ضعف عمر إبنه أي

$$3x + 15 = 2(x + 15) \quad , \quad 3x + 15 = 2x + 30 \quad ,$$

$$3x - 2x = 30 - 15 \quad , \quad x = 15$$

إذاً عمر الإبن الآن 15 سنة وعمر الأب الآن 45 = 3.15

16. Find a number such that 10 less than two – third the number is one – fourth the number .

أوجد عدد بحيث أن ثلثي العدد ناقص 10 يساوي ربع العدد

نفرض العدد يساوي x فيكون

$$\frac{2}{3}x - 10 = \frac{1}{4}x \quad , \quad \frac{2x}{3} - \frac{x}{4} = 10 \, , \quad \frac{8x}{12} - \frac{3x}{12} = 10 \quad ,$$

$$\frac{5x}{12} = 10 \; , \qquad 5x = 120 \; , \; x = \frac{120}{5} = \; 24$$

17. Find four consecutive odd integers so that the sum of the first three is one more than twice the fourth .

أوجد أربعة أعداد صحيحة و متتابعة وفردية بحيث أن مجموع الثلاثة الأول يزيد عن ضعف الرابع بمقدار العدد 1

نفرض أن العدد الأول هو x فيكون الثاني x + 2 ويكون الثالث x + 4 ويكون الرابع x + 6 ويكون مجموع الثلاثة الأول هو

x + x + 2 + x + 4 = 3x + 6 ويكون ضعف الرابع هو 2(x + 6) = 2x + 12 ويكون

$$3x + 6 - 1 = 2x + 12 \;\; , \quad 3x - 2x = 12 - 6 + 1 \, ,$$

$$x = \;\; 7 \quad , \qquad 7,9,11,13$$

18. Find the dimensions of a rectangle with perimeter of 54 meters , if its length is 3 meters less than twice its width.

أوجد أبعاد المستطيل الذي محيطه 54 متر , إذا كان طوله يقل عن ضعف عرضه بمقدار 3 أمتار .

نفرض أن عرضه x ويكون ضعف عرضه 2x ويكون طوله يساوي 2x - 3 ومنه

$$2(\, 2x - \; 3 \,) + \; 2x = 54 \;\; , \quad 4x - 6 + 2x = 54 \;\; ,$$

$$6x \; = 54 + 6 \;\; , \qquad 6x = 60 \, , \quad x = 10$$

ويكون طوله 17 = 3 – 20 = 3 – 2.10

19. The sale price of camera after a 20% discount is SR 72 . What was the price before the discount ?

السعر المخفض لآلة تصوير بعد خصم 20% من قيمتها هو 72 ريال . ماذا كان سعرها قبل التخفيض ؟

نفرض أن سعرها قبل التخفيض هو x ويكون سعرها بعد التخفيض هو x – 20% x أي أن x – 20% x = 72 ومنه

$$x - 20\%\, x = 72 \ , \qquad x - \frac{20}{100}x = 72 \ , \qquad \frac{80}{100}x = 72 \ ,$$

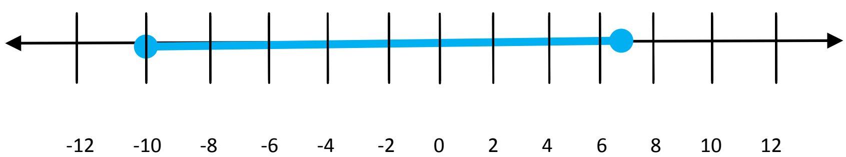
$$x = \frac{720}{8} = 90$$

تمارين (2.2) صفحة 58 في الكتاب

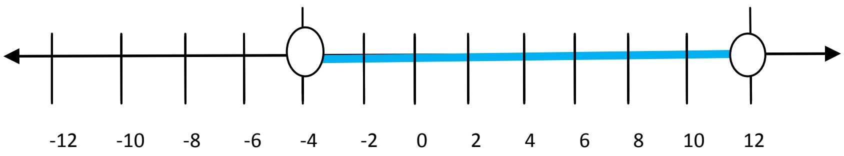
In Exercises 1 – 4 , rewrite the following intervals in inequality notation and graph it on real number line .

في التمارين 1 – 4 أعد كتابة الفترات الآتية بصيغة المتباينات وارسمها على خط الأعداد الحقيقية

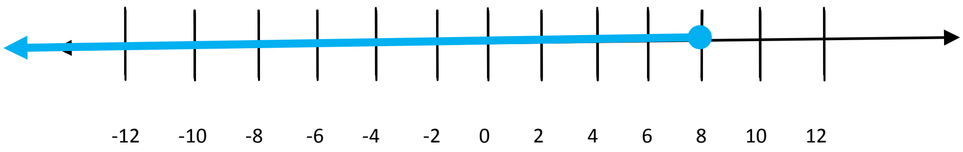
1. $[-10 , 7\,] = \ -10 \ \le x \ \le 7$



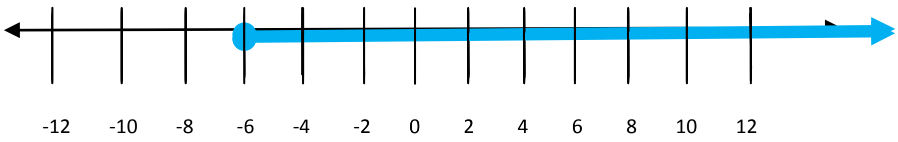
2. $(\,-4 , 12\,) = \ -4 \ < x \ < 12$



3. $(-\infty , 8] \; = \; x \leq 8$



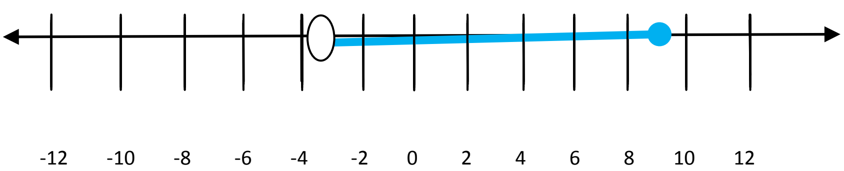
4. $[-6 , \infty) = \; -6 \leq x$



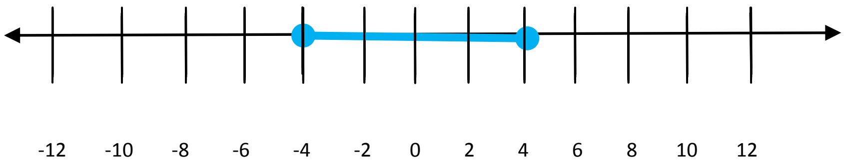
In exercises 5 – 8 rewrite in interval notation and graph it on real number line .

في التمارين 5 – 8 أعد الكتابة في صيغة الفترة وارسمها على خط الأعداد الحقيقية

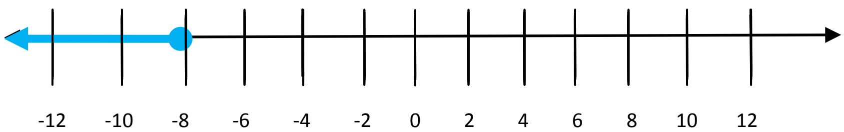
5. $-3 < x \leq 9 = (-3 , 9]$



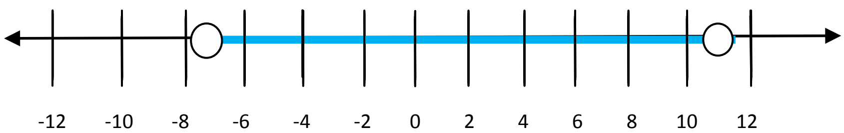
6. $-4 \leq x \leq 4 = [\,-4\,, 4\,]$



7. $x \leq -8 \;= (\,-\infty\,, -8]$



8. $-7 < x < 11 = (\,-7, 11\,)$



In exercises 9 – 14 graph the indicated sets and write it as a single interval , if possible.

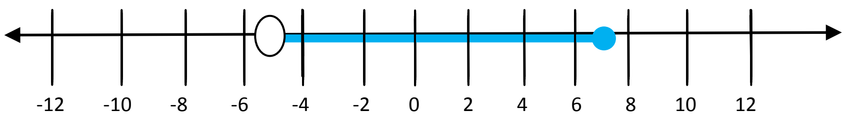
في التمارين 9 – 14 ارسم المجموعات المعينة واكتبها كفترة واحدة إن أمكن ذلك .

9. $(-5 , 5) \cup [4 , 7] = (-5 , 7]$

في الاتحاد إذا كان يوجد عناصر مشتركة بين الفترتين فإن حاصل إتحادهما هي الفترة التي بدايتها العدد الأكبر بين عددي بداية الفترتين

هنا العدد الأكبر بين 7 و 5 هو 7 ونهايتها العدد الأصغر بين عددي نهاية الفترتين هنا العدد الأصغر بين 4 و 5- هو 5-

(خذ الأعداد مع أقواسها) أما إذا كان لا يوجد بينهما عناصر مشتركة فإنه لا يمكن كتابة الاتحاد كفترة واحدة

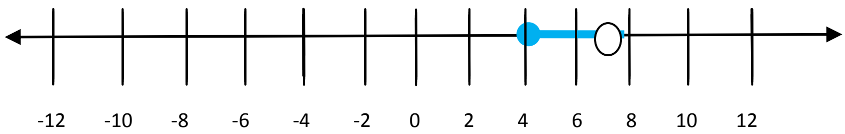


10. $(-5 , 5) \cap [4 , 7] = [4 , 5)$

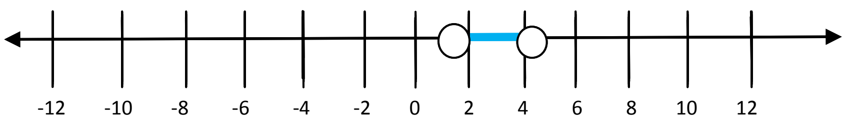
في التقاطع إذا كان يوجد عناصر مشتركة بين الفترتين فإن حاصل تقاطعهما هي الفترة التي بدايتها العدد الأصغر بين عددي بداية الفترتين

هنا العدد الأصغر بين 7 و 5 هو 5 ونهايتها العدد الأكبر بين عددي نهاية الفترتين هنا العدد الأكبر بين 4 و 5- هو 4

(خذ الأعداد مع أقواسها) أما إذا كان لا يوجد بينهما عناصر مشتركة فإن تقاطعهما هو المجموعة الخالية



11. $[-1 , 4) \cap (2 , 6] = (2 , 4)$

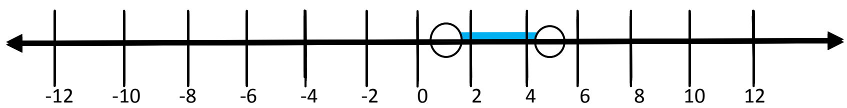


تقاطع أنظر التمرين السابق 10

12. $(-\infty , -1) \cup [3 , 8)$

لا يوجد بينهما عناصر مشتركة لا يمكن كتابة الاتحاد كفترة واحدة , أنظر التمرين رقم 9

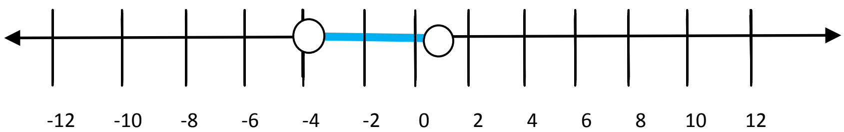
13. $[\,2\,,3\,] \cup (\,1\,,5\,) = (\,1\,,5\,)$



اتحاد لذلك العدد الأكبر بين البدايتين هو 5 والعدد الأصغر بين النهايتين هو 1
أنظر التمرين 9 لاحظ أن [2 , 3] هي مجموعة جزئية من (1 , 5)

14. $(\,-\infty\,,1\,) \cap (\,-4\,,\infty\,) = (\,-4\,,1)$

تقاطع أنظر التمرين السابق رقم 10



In Exercises 15 – 26 solve and graph the following inequalities .

في التمارين 15 – 26 حل وارسم المتباينات الآتية

حل المتباينات مثل حل المعادلات فقط الاختلاف أنه عند الضرب أو القسمة على عدد سالب نغير إتجاه إشارة المتباينة

15. $7x - 9 < 3x + 12$

ننقل 3x إلى الجهة اليسرى ونغير إشارتها وننقل العدد 9- إلى الجهة اليمنى ونغير إشارته

$7x - 3x < 12 + 9 \ , \ \ 4x < 21 \quad , \quad x < \dfrac{21}{4}$

$x < \frac{21}{4} = \left(-\infty \ , \ \frac{21}{4} \right)$

الآن ارسم على خط الأعداد هذه الفترة , عند رسم بداية الفترة نضع دائرة مفرغة إذا كان القوس (بجانبها ونضع دائرة مصمتة إذا كان القوس [بجانبها

وبالمثل عند رسم نهاية الفترة هل هو القوس) أو القوس] أما عندما تكون البداية هي رمز المالانهاية فتكون نهاية الرسم عبارة عن مستقيم يمتد إلى اليمين وتكون نهايته سهم يشير إلى اليمين وعندما تكون النهاية هي رمز ناقص المالانهاية فتكون نهاية الرسم عبارة عن مستقيم يمتد إلى اليسار وتكون نهايته سهم يشير إلى اليسار , أنظر الرسومات السابقة

16. $4x + 8 \ \geq x - 2 \ , \ \ 4x - x \ \geq \ -2 - 8 \quad , \qquad 3x \ \geq \ -10 \, , \qquad x \ \geq \ -\dfrac{10}{3}$

$x \geq \ -\dfrac{10}{3} \ = [-\dfrac{10}{3} \ , \infty \ )$

الآن ارسم هذه الفترة على خط الأعداد

17. $2(\ x - 3\ ) + \ 6 \ \geq 5 + 2x \quad , \quad 2x - 6 + 6 \ \geq 5 + 2x \ ,$
$2x \geq 5 + 2x \ , 2x - 2x \geq 5 \, , 0 \geq 5$

لاحظ أن الحل إنتهى بأن صفر أكبر من 5 وهذه عبارة غير صحيحة وهذا يعني أنه لا يوجد حل no solution

18. $-4 < 3x + 6 \leq 4x - 5$

لا حظ أن هنا الآن وسط وطرفين في المتباينة وبما أنه يوجد المتغير x في الطرف الأيمن والوسط لذلك نحل أولاً المتباينة المكونة من الطرف الأيمن والوسط ثم نحل المتباينة المكونة من الوسط والطرف الأيسر ثم نجمع الحلين في فترة واحدة

$3x + 6 \leq 4x - 5 \quad , \quad 6 + 5 \ \leq 4x - 3x \, , \quad 11 \ \leq x \, ,$

$x \geq 11$

$-4 < 3x + 6\,, \quad -6 - 4 < 3x\,, \qquad -10 < 3x\,, \quad -\dfrac{10}{3} < x\ ,\ \ x > -\dfrac{10}{3}$

إذاً الحل هو

$$x \geq 11\ \ and\ \ x > -\frac{10}{3} = [\,11\,,\infty\,) \cap \left(-\ \frac{10}{3}\,,\infty\right) = [\,11\,,\infty\,)$$

والآن ارسم هذه الفترة على خط الأعداد

19. $-2\ \leq 3m - 7 < 15\ , \qquad -2 + 7\ \leq 3m\ < 15 + 7\,, \quad 5 \leq 3m < 22\,,$

$\dfrac{5}{3} \leq m < \dfrac{22}{3}$

إنتبه هنا ننقل العدد 7 - إلى الطرفين بعد أن نغير إشارته

$$\frac{5}{3} \leq m < \frac{22}{3}\ =\ \left[\frac{5}{3}\,,\frac{22}{3}\right)$$

والآن ارسم هذه الفترة على خط الأعداد

20. $\dfrac{y-3}{4} - \ 2\ > \dfrac{y}{3} + 2$

بضرب جميع الحدود بالعدد 12 للتخلص من الكسور ينتج

$3(\,y - 3\,) - \ 2.12\ >\ 4y + 2.12\ ,$

$3y - 9 - 24\ > 4y + 24\ , \qquad -9 - 24 - 24\ > 4y - 3y$

$, \qquad -57\ > y\ ,\ \ y\ <\ -57\ =\ \ (\,-\infty\,, -57\,)$

21. $\dfrac{m}{7} - \ 4\ > \dfrac{m+4}{3} + \ 2$

بضرب جميع الحدود بالعدد 21 للتخلص من الكسور ينتج

$3m - 84\ > 7m + 28 + \ 42\ ,$

$-84 - 28 - 42\ > 7m - 3m$

$, \qquad -154\ > 4m\ \ , \qquad \dfrac{-\,154}{4}\ > m\ ,\ \ m < -\dfrac{77}{2}$

$$m < -\frac{77}{2} = (-\infty, -\frac{77}{2})$$

22. $-12 < \frac{3}{4}(2-x) \le 24$,

$-48 < 6-3x \le 96$, $-48-6 < -3x \le 96-6$

بضرب جميع الحدود بالعدد 4 للتخلص من الكسور

, $-54 < -3x \le 90$, $\frac{-54}{-3} > x \ge \frac{90}{-3}$,

$18 > x \ge -30$

إنتبه قسمنا على العدد السالب -3 لذلك غيرنا إتجاه إشارات المتباينات

, $-30 \le x < 18 = [-30, 18)$

23. $24 \le \frac{2}{3}(x-5) < 36$,

بضرب جميع الحدود بالعدد 3 للتخلص من الكسور ينتج

$72 \le 2x-10 < 108$, $72+10 \le 2x < 108+10$

, $82 \le 2x < 118$, $41 \le x < 59 = [41, 59)$

24. $15 \le 7 - \frac{2}{5}x \le 21$, $75 \le 35-2x \le 105$,

$75-35 \le -2x \le 105-35$

بضرب جميع الحدود بالعدد 5 للتخلص من الكسور

, $40 \le -2x \le 70$, $-20 \ge x \ge -35$,

$-35 \le x \le -20 = [-35, -20]$

إنتبه قسمنا على العدد السالب -2 لذلك غيرنا إتجاه إشارات المتباينات

25. $\frac{2x}{5} - \frac{1}{2}(x-3) \le \frac{2x}{3} - \frac{3}{10}(x+2)$, $12x-15x+45 \le 20x-9x-18$

بضرب جميع الحدود بالعدد 30 للتخلص من الكسور

$-3x + 45 \leq 11x - 18$, $-3x - 11x \leq -18 - 45$

, $-14x \leq -63$

, $-2x \leq -9$, $2x \geq 9$, $x \geq \frac{9}{2} = \left[\frac{9}{2}, \infty\right)$

ضربنا جميع الحدود بالعدد السالب 1- لذلك غيرنا اتجاه المتباينة

26. $\frac{2}{3}(x + 7) - \frac{x}{4} > \frac{1}{2}(3 - x) + \frac{x}{6}$

بضرب جميع الحدود بالعدد 12 للتخلص من الكسور

$8x + 56 - 3x > 18 - 6x + 2x$,

$8x - 3x + 6x - 2x > 18 - 56$, $9x > -38$

$x > -\frac{38}{9} = \left(-\frac{38}{9}, \infty\right)$

حل تمارين (2.3) صفحة 68 في الكتاب
EXERCISES (2.3) page 68

In Exercises 1 – 10 solve the given equation.

في التمارين 1 – 10 حل المعادلة المعطاة.

1. $|2x+6| = 10$

$2x+6 = 10 \quad or \;\; 2x+6 = -10$

$2x = 10-6 \quad 0r \;\; 2x = -10-6$

$2x = 4 \quad 0r \; 2x = -16$

$x = \frac{4}{2} \quad 0r \; x = -\frac{16}{2}$

X = 2 or x= -8

The solution set is { 2 , - 8 }

2. $-3|x+5\,| + 6 = -15\,, \quad -3|x+5| = -15-6 = -21 \;\;, |x+5| = \frac{-21}{-3}$

$|x+5| = \frac{21}{3} = 7$

X+5 = 7 or x+5 = - 7

X=7 – 5 = 2 or x = -7 – 5 = -12

The solution set is { - 12 , 2 }

3. $-2\left|3-\frac{k}{3}\right| + 1 = -5 \;, \quad -2\left|3-\frac{k}{3}\right| = -5-1 = -6\,, \left|3-\frac{k}{3}\right| = \frac{-6}{-2} = 3$

$3-\frac{k}{3} = 3 \quad or \;\; 3-\frac{k}{3} = -\,3$

$9-k = 9 \quad or \;\; 9-k = -9$

$-k = 9-9 = 0 \quad or \;\; -k =$ -9 – 9 = -18

K = 0 or k = 18

The solution set is { 0 , 18 }

4. $|7-3x| = 2x+5 \;\;, \;\; 2x+5 \geq 0\,, x \geq -\frac{5}{2} = -2.5$

شرط الحل هو أن تكون قيمة x أكبر من أو تساوي 2.5 -

7 – 3x = 2x + 5 or 7 – 3x = -2x-5

7 – 5 = 2x +3x or 7 + 5 = -2x +3x

2 = 5x or 12 =x

$x = \frac{2}{5} > -\frac{5}{2} \quad or \quad x = 12 > -\frac{5}{2}$

إذاً شرط الحل محقق لقيمتي x

$the\ solution\ set\ is\ \left\{\frac{2}{5}, 12\right\}$

5. $|2x + 3| = x - 1\ ,\ x - 1 \geq 0\ ,\quad x \geq 1$

شرط الحل هو أن تكون قيمة x أكبر من أو تساوي العدد 1

2x+3 = x-1 or 2x+3 = -x +1

2x –x = -1- 3 or 2x+x=1-3

$x = -4 < 1 \quad or\ \ 3x = -2\ ,\ x = -\frac{2}{3} < 1$

الشرط غير محقق لهاتين القيمتين إذاً لا يوجد حل no solution

6. $|3x + 5| = 2x + 6\ ,\quad 2x + 6 \geq 0\ ,\ 2x \geq -6\ ,\ x \geq \frac{-6}{2} = -3$

3x + 5 = 2x + 6 or 3x +5 = - 2x - 6

3x – 2x = 6 – 5 or 3x +2x = -6 – 5

x = 1 or 5x = - 11

$x = 1 \geq -3 \quad or\ x = -\frac{11}{5} = -2.2 \geq -3$

$the\ solution\ set\ is\ \left\{-\frac{11}{5}, 1\right\}$

7. $\left|\frac{1}{3}y + \frac{5}{6}\right| = 1$

$$\frac{1}{3}y+\frac{5}{6}=1 \quad or \quad \frac{1}{3}y+\frac{5}{6}= -1$$

يضرب جميع الحدود بالعدد 6

$$2y+5=6 \quad or \quad 2y+5= -6$$

2y = 6 – 5 = 1 or 2y = - 6 – 5 = - 11

$$y=\frac{1}{2} \quad or \quad y= -\frac{11}{2}$$

$the\ solution\ set\ is\ \left\{\frac{1}{2}, -\frac{11}{2}\right\}$

8. $|-3\,(2x+5)| = \frac{2}{3}x-4 \quad , \quad \frac{2}{3}x-4 \ \geq 0 \ , \ 2x \ \geq 12 \ , \quad x \ \geq 6$

$$-3(\,2x+5\,) = \frac{2}{3}x-4 \quad or \quad -3(\,2x+5\,) = -\frac{2}{3}x+4$$

-9(2x + 5) =2x - 12 or -9(2x + 5) = - 2x + 12

-18x – 45 = 2x – 12 or -18x – 45 = - 2x + 12
-18x – 2x = 45 – 12 or -18x + 2x = 45 + 12
-20x = 33 or - 16x = 57

لاحظ أن قيم x ستكون بالسالب بينما الشرط للحل هو أن تكون x أكبر من 6 لذلك لا يوجد حل

9. $\left|\frac{x-4}{2}\right| = 8$

$$\frac{x-4}{2}=8 \quad or \quad \frac{x-4}{2}= -8$$

X – 4 = 16 or x – 4 = - 16

X= 20 or x = - 12

The solution set is { - 12 , 20 }

10. $3.|\,x-5\,| - 16 = 2 \ , \quad 3.|\,x-5\,| = 2+16 = 18 \ , \quad |\,x-5\,| = 6$

X – 5 = 6 or x – 5 = - 6

X = 11 or x = - 1

The solution set is { - 1 , 11 }

In exercises 11 – 20 , write the solution set of the given inequalities in interval notation

في التمارين 11 - 20 أكتب مجموعة الحل للمتباينات المعطاة في صيغة الفترة

11. $|\,3x-11\,|+\ 6\ \leq 9\,,\quad |\,3x-11\,|\ \leq 9-6=3$

$-3\leq 3x-11\ \leq 3\,,\quad -3+11\leq 3x\leq 3+11$

$8\leq 3x\leq 14\ ,\qquad \frac{8}{3}\leq x\leq\frac{14}{3}\ =\left[\ \frac{8}{3}\,,\frac{14}{3}\right]$

12. $\left|\frac{4y+5}{3}-\ \frac{1}{2}\right|\ \leq\ \frac{7}{6}$

$-\ \frac{7}{6}\leq\ \frac{4y+5}{3}-\ \frac{1}{2}\ \leq\frac{7}{6}$

$-7\leq 2(4y+5)-3\leq 7$

$-7\leq 8y+10-3\leq 7$

$-14\leq 8y\leq 7-7$

$-\ \frac{7}{4}\leq y\leq 0\ \ =\left[-\ \frac{7}{4}\,,0\right]$

13. $\sqrt{(\,3m+2\,)^2}\quad <5\ ,\quad |\,3m+2|\ <5$

$-5<3m+2<5\ ,\qquad -5-2<3m\ <5-2$

$-\ \frac{7}{3}\ <m<\frac{3}{3}\ \ =\ \left(-\ \frac{7}{3}\ ,1\right)$

$\sqrt{x^2}\ =|x|$ لا تنسى

14. $\sqrt{(3-2x)^2} \le 4$, $|3-2x| \le 4$

$-4 \le 3-2x \le 4$, $-4-3 \le -2x \le 4-3$

$-7 \le -2x \le 1$, $\frac{-7}{-2} \ge x \ge \frac{1}{-2}$

$\frac{7}{2} \ge x \ge -\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2} \le x \le \frac{7}{2} = \left[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$

حل آخر

$|3-2x| = |2x-3|$

$|2x-3| \le 4$, $-4 \le 2x-3 \le 4$

$-4+3 \le 2x \le 4+3$, $-1 \le 2x \le 7$

$-\frac{1}{2} \le x \le \frac{7}{2} = \left[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$

15. $\sqrt{(2-7)^2} > 11$, $|2-7t| > 11$, $|7t-2| > 11$

$7t-2 > 11$ or $7t-2 < -11$

$7t > 13$ or $7t < -9$

$t > \frac{13}{7}$ or $t < -\frac{9}{7}$

$\left(\frac{13}{7}, \infty\right)$ or $\left(-\infty, -\frac{9}{7}\right)$

$\left(-\infty, -\frac{9}{7}\right)$ or $\left(\frac{13}{7}, \infty\right)$

$\left(-\infty, -\frac{9}{7}\right) \cup \left(\frac{13}{7}, \infty\right)$

لا تنسى or إتحاد و and تقاطع

16. $\frac{|x|}{5} + \frac{3}{2} \ge \frac{9}{4}$

بالضرب بالعدد 20

$4|x| + 30 \ge 45$, $4|x| \ge 15$, $|x| \ge \frac{15}{4}$

$x \ge \frac{15}{4}$ or $x \le -\frac{15}{4}$

$$\left[\frac{15}{4}\ ,\infty\right)\cup\left(-\infty,-\ \frac{15}{4}\right]=\left(-\infty,-\ \frac{15}{4}\right]\cup\left[\frac{15}{4}\ ,\infty\right)$$

17. $\left|\frac{5}{9}(F-32)\right|<40$

$-40<\frac{5}{9}(F-32)<40\ ,-360<5F-160<360$

$-200<5F<520\ ,\qquad -40\ <F<104=(-40\,,104)$

18. $0<|\frac{9}{5}\ y+32\ |<31$

$\frac{9}{5}y+32=0\,,\qquad y=\ -32.\frac{5}{9}=\ -\ \frac{160}{9}$

إذاً تصبح المسألة

$|\frac{9}{5}\ y+32\ |<31\ ,\quad y\neq-\ \frac{160}{9}$

$-31<\frac{9}{5}\ y+32<31\,,\qquad -31-32<\frac{9}{5}\ y<31-32$

$-63<\frac{9}{5}y<-1\quad,\qquad \frac{5}{9}(\,-63)<y<\frac{5}{9}(-1)$

$-35<y<-\ \frac{5}{9}\ =\ \left(-35\,,-\ \frac{160}{9}\right)\cup\left(-\ \frac{160}{9}\ ,-\ \frac{5}{9}\right)$

$-\ \frac{160}{9}\ \cong\ -17\,.778$

19. $-2|x|-2>4\ ,\qquad -2|x|>6\quad,\qquad |x|<\ -3$

لا يوجد حل لأن

$|x|\geq 0$

20. $\frac{|x|}{5}+\frac{3}{2}\geq\ \frac{4}{9}$

بضرب جميع الحدود بالعدد 90

$18|x| + 45.3 \geq 40$, $18|x| + 135 \geq 40$, $18|x| \geq 40 - 135 = -95$

$|x| \geq -\frac{95}{18}$, $|x| \geq 0 > -\frac{95}{18}$

أي أن المتباينة صحيحة لأي عدد حقيقي أي أن

$|x| \geq -\frac{95}{18} = (-\infty, \infty)$

21. Inequalities of the form $\left|\frac{\mathrm{x}-\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right| < n$ *occur* frequently in statistics if m $= 45.5$, s $= 3.2$ and n $= 1$, solve for x .

المتباينات من الشكل $\left|\frac{\mathrm{x}-\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right| < n$ توجد باستمرار في الاحصاء فإذا كانت m = 45.5 , s=3.2 و n=1 فحل المتباينة بالنسبة ل x

$$\left|\frac{x - 45.5}{3.2}\right| < 1$$

$$-1 < \frac{x - 45.5}{3.2} < 1 \ , \quad -3.2 < x - 45.5 < 3.2$$

$$-3.2 + 45.5 < x < 3.2 + 45.5$$

$$42.3 < x < 48.7 = (42.3 \ , 48.7)$$

22. The daily production p in an automobile assembly plant is within 20 units of 500 units . Express the daily production as an absolute value inequality

الانتاج اليومي p لمصنع تجميع عربات هو في مدى 20 وحدة لكل 500 وحدة منتجة . عبر عن الانتاج اليومي كمتباينة في القيمة المطلقة .

أي أن الانتاج اليومي p يتراوح بين 20+500 و 20 – 500

أي أن

$$500 - 20 \leq p \leq 500 + 20$$

بإضافة 500 - للطرفين والوسط (عكس حل المتباينة) ينتج

$$-20 \leq p - 500 \leq 20 \ , | \ p - 500 \ | \leq 20$$

تمارين (2.4) صفحة 86 و 87 في الكتاب

EXERCISES (2.4) page 86 , 87

لحل معادلة الدرجة الثانية بالتحليل نقوم بما يلي

1- نكتب المعادلة في الصورة القياسية أي

$ax^2 + bx + c = 0$

2- نبحث عن عددين حاصل ضربهما يساوي حاصل ضرب العددين a و c وحاصل جمعهما يساوي العدد b (الأعداد بإشاراتها)

3- نفرض أن العددين اللذين وجدناهما هما n و m

4- نعيد كتابة المعادلة بدلالة هذين العددين أي بدل bx نضع mx +nx أي

$ax^2 + mx \quad + nx + c = 0$

$ax^2 + nx \quad + mx + c = 0$ أو

الترتيب هنا لا يهم كلا الحالتين ستعملان في الخطوات اللاحقة

5- خذ أكبر عامل مشترك بين الحدين ax^2 , mx وأكبر عامل مشترك بين الحدين nx , c أو بين الحدين ax^2 , nx وبين الحدين mx , c

6- من الخطوة السابقة ستجد أنه يمكن أخذ عامل مشترك بحيث تتحول المعادلة إلى حاصل ضرب عاملين

مثال : سنحل المثال المحلول في الكتاب صفحة 72

$6x^2 - 19x - 7 = 0$

المعادلة في الصورة القياسية لذلك a=6 و b= - 19 و c= - 7

a.c= 6(- 7) = - 42

نريد عددين حاصل ضربهما 42 - وحاصل جمعهما 19 –

حاصل الضرب سالب إذاً أحدهما موجب والآخر سالب

حاصل الجمع سالب إذاً القيمة المطلقة للعدد السالب أكبر من العدد الموجب

من الواضح أن العددين بهذه الخصائص هما 21 - و 2

إذاً

$6x^2 - 21x \quad + 2x - 7 = 0$

$2.3.x.x - 3.7.x + (1)(2x - 7) = 0$

$3x(2x - 7) + (1)(2x - 7) = 0$

لاحظ أن (2x – 7) أصبح عامل مشترك أي

$(2x - 7)(3x + 1) = 0$

الآن (2x – 7) عدد و (3x + 1) أيضاً عدد إذاً عددان حاصل ضربهما يساوي صفر إذا على الأقل أحدهما يساوي صفر أي

$2x - 7 = 0 \quad or \quad 3x + 1 = 0$

$2x = 7 \quad or \quad 3x = -1$

$x = \frac{7}{2} \quad or \quad x = -\frac{1}{3}$

$the\ solution\ set\ is\ \left\{\frac{7}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$

مثال : سنحل المعادلة related problem(2) صفحة 73 في الكتاب أي

$2y^2 = -5y + 3$

المعادلة ليست في الصيغة القياسية لذلك نعيد كتابتها في الصيغة القياسية وذلك بنقل الحدين 5y - و +3 للجهة اليسرى مع تغيير إشا رتيهما

$2y^2 + 5y - 3 = 0$

a=2 , b=5 , c= - 3 , a.c= - 6

عددان حاصل ضربهما 6 - وحاصل جمعهما 5

حاصل الضرب سالب إذاً أحدهما موجب والآخر سالب

حاصل الجمع موجب إذاً العدد الموجب أكبر من القيمة المطلقة للعدد السالب

من الواضح أن العددين هما 6 و 1 –

$2y^2 - y \quad + 6y - 3 = 0$

$y(2y - 1) + 3(2y - 1) = 0$

$(2y - 1)(y + 3) = 0$

$2y - 1 = 0 \quad or \quad y + 3 = 0$

$2y = 1 , y = \frac{1}{2} \qquad or \quad y = -3$

$the\ solution\ set\ is\ \left\{ \frac{1}{2} , -3 \right\}$

In Exercises 1 – 4 , solve the following equations by factoring.

في التمارين 1 – 4 حل المعادلات الآتية بالتحليل

1. $x^2 - 2x - 3 = 0$

a=1 , b= - 2 , c= - 3 , a.c = - 3

من الواضح أن العددين هما -3 و 1

$x^2 + x - 3x - 3 = 0$

$x(x + 1) - 3(x + 1) = 0$

$(x + 1)(x - 3) = 0$

X +1 =0 or x-3 = 0

X= - 1 or x = 3 , the solution set is { - 1 , 3 }

للتأكد

$(-1)^2 - 2(-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$

$(3)^2 - 2 (3) - 3 = 9 - 6 - 3 = 0$

2. $2x^2 = 8x$, $\quad 2x^2 - 8x = 0$, $2x(x - 4) = 0$

$2x = 0 \quad or\ x - 4 = 0 \quad , x = 0 \quad or \quad x = 4$

The solution set is { 0 , 4 }

3. $3w^2 + 13w = 0$, $w(3w + 13) = 0$

$w = 0 \ \ or \ \ 3w + 13 = 0 , w = -\frac{13}{3}$

$the\ solution\ set\ is\ \left\{ 0 , -\frac{13}{3} \right\}$

4. $m^2 - 25 = 0$, $m^2 - 5^2 = 0$, $(m-5)(m+5) = 0$,

$m - 5 = 0$ or $m + 5 = 0$, $m = 5$ or $m = -5$

The solution set is { 5 , - 5 }

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ لا تنسى

In Exercises 5 – 8 , solve the following equations by completing the square.

في التمارين 5 – 8 حل المعادلات الآتية بإكمال المربع

5. $y^2 + 4y - 3 = 0$, $y^2 + 4y = 3$

الآن نضيف إلى الطرفين مربع نصف معامل y أي 4

$y^2 + 4y + 4 = 3 + 4$, $y^2 + 4y + 2^2 = 7$

الآن أصبح الطرف الأيمن مربع كامل أي من الشكل

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$, $a = y, b = 2$

$(y+2)^2 = 7$, $\sqrt{(y+2)^2} = \pm\sqrt{7}$

$y + 2 = \pm\sqrt{7}$, $y = \pm\sqrt{7} - 2$

$y = \sqrt{7} - 2$ or $y = -\sqrt{7} - 2 = -(\sqrt{7} + 2)$

The solution set is $\{\sqrt{7} - 2 , \quad -(\sqrt{7} + 2)\}$

6. $y^2 - 4y + 1 = 0$, $y^2 - 4y = -1$

الآن نضيف إلى الطرفين مربع نصف معامل y أي 4

$y^2 - 4y + 4 = -1 + 4$, $y^2 - 4y + 2^2 = 3$

الآن أصبح الطرف الأيمن مربع كامل أي من الشكل

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$, $a = y, b = 2$

$(y-2)^2 = 3$, $\sqrt{(y-2)^2} = \pm\sqrt{3}$

$y - 2 = \pm\sqrt{3}$, $y = \pm\sqrt{3} + 2$

$y = \sqrt{3} + 2 \quad or \;\; y = -\sqrt{3} + 2 =$

The solution set is $\{ \sqrt{3} + 2 \; , -\sqrt{3} + 2 \}$

7. $16x^2 + 9 = 24x \;,\; 16x^2 - 24x = -9 \,,\; x^2 - \frac{24}{16}x = \frac{-9}{16}$

$x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{-9}{16} \;,\; x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{-9}{16} + \frac{9}{16}$

$x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 0 \;, \qquad \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0$

$\left(x - \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right) = 0 \;,\; \left(x - \frac{3}{4}\right) = 0 \;\; 0r \;\; \left(x - \frac{3}{4}\right) = 0$

$x = \frac{3}{4} \quad or \; x = \frac{3}{4}$ جذر مكرر

The solution set is $\left\{\frac{3}{4}\right\}$

8. $3z^2 - 8z + 1 = 0 \;,\; . \; 3z^2 - 8z = -1 \;, \qquad z^2 - \frac{8}{3}z = -\frac{1}{3}$

$z^2 - \frac{8}{3}z + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = -\frac{1}{3} + \frac{16}{9}$

$\left(z - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{-3}{9} + \frac{16}{9} = \frac{13}{9} \;,\; z - \frac{4}{3} = \pm\sqrt{\frac{13}{9}}$

$z = \pm\frac{\sqrt{13}}{3} + \frac{4}{3} = \pm\frac{\sqrt{13} + 4}{3}$

$z = \frac{\sqrt{13} + 4}{3} \qquad or \;\; z = -\frac{\sqrt{13} + 4}{3}$

The solution set is $\left\{\frac{\sqrt{13} + 4}{3} \;, \quad -\frac{\sqrt{13} + 4}{3}\right\}$

In Exercises 9 - 12 , solve the following equations by quadratic formula.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ في التمارين 9 – 12 حل المعادلات الآتية بالقانون

إنتبه عند تعويض قيم a , b , c في القانون لا تنس إشارة الناقص إذا كان العدد سالب

تسمى الكمية $b^2 - 4ac$ بالمميز discriminant ويرمز لها بالرمز Δ

أي أن

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

إذا كانت $\Delta > 0$ فإن للمعادلة جذرين حقيقيين مختلفين هما

$$x = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad and \quad x = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

إذا كانت $\Delta = 0$ فإن للمعادلة جذر حقيقي واحد ومكرر وهو

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{b}{2a}$$

إذا كانت $\Delta < 0$ فإن للمعادلة جذرين مركبين كل منهما مرافق للآخر و هما

$$x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{-\Delta}}{2a} i \quad and \quad x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{-\Delta}}{2a} i$$

دائما إبدأ بحساب Δ حتى يسهل الحساب وتتضح الصورة

9. $9s^2 + 2 = 12s$

$9s^2 - 12s + 2 = 0$, $a = 9$, $b = -12$, $c = 2$

$$\Delta = (-12)^2 - 4(9)(2) = 144 - 72 = 72 > 0$$

جذرين حقيقيين مختلفين هما

$$x = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad and \quad x = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-12) + \sqrt{72}}{2(9)} \quad and \quad x = \frac{-(-12) - \sqrt{72}}{2(9)}$$

$$x = \frac{12 + \sqrt{2(36)}}{18} \quad and \quad x = \frac{12 - \sqrt{2(36)}}{18}$$

$$x = \frac{12 + 6\sqrt{2}}{18} \quad and \quad x = \frac{12 - 6\sqrt{2}}{18}$$

$$x = \frac{2 + \sqrt{2}}{3} \quad and \quad x = \frac{2 - \sqrt{2}}{3}$$

$$the\ solution\ set\ is\ \left\{ \frac{2 + \sqrt{2}}{3} \quad , \quad \frac{2 - \sqrt{2}}{3} \right\}$$

10. $x^2 - 4x - 1 = 0$, $a = 1$, $b = -4$, $c = -1$

$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(-1) = 16 + 4 = 20 > 0$

جذرين حقيقيين مختلفين هما

$x = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ and $x = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{-(-4)+\sqrt{20}}{2(1)}$ and $x = \frac{-(-4)-\sqrt{20}}{2(1)}$

$x = \frac{4+2\sqrt{5}}{2}$ and $x = \frac{4-2\sqrt{5}}{2}$

$x = 2 + \sqrt{5}$ and $x = 2 - \sqrt{5}$

the solution set is $\{ 2+\sqrt{5} \ . \ 2-\sqrt{5} \}$

11. $n^2 + 16 = 0$, $a = 1$, $b = 0$, $c = 16$

$\Delta = 0 - 4(1)(16) = -64 < 0$

جذرين مركبين مترافقين

$x = \frac{\sqrt{-64}}{2}$, $x = -\frac{\sqrt{-64}}{2}$

$x = \frac{8i}{2} = 4i$, $x = -4i$

the solution set is $\{ 4i , -4i \}$

12. $2x^2 + 10x + 11 = 0$, $a = 2$, $b = 10$, $c = 11$

$\Delta = 100 - 4(2)(11) = 100 - 88 = 12 > 0$

$x = \frac{-10+\sqrt{12}}{4}$, $x = \frac{-10-\sqrt{12}}{4}$

$$x = \frac{-10 + 2\sqrt{3}}{4} \quad , \quad x = \frac{-10 - 2\sqrt{3}}{4}$$

$$x = \frac{-5 + \sqrt{3}}{2} \quad , \quad x = \frac{-5 - \sqrt{3}}{2}$$

$$the\ solution\ set\ is \{ \frac{-5 + \sqrt{3}}{2} , \frac{-5 - \sqrt{3}}{2}$$

In Exercises 13 – 21 solve the following equations by any method

في التمارين 13 - 21 حل المعادلات الآتية بأي طريقة

13. $(m + 4)^2 = 4\ ,\ m + 4 = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

$m = \pm 2 - 4 \quad , m = -2 \ \ or\ \ m = -6$

$the\ solution\ set\ is \{ -2\ , -6 \}$

14. $4u^2 + 8u + 15 = 0 \quad , \quad u^2 + 2u + 1 = -\frac{15}{4} + 1$

$(u + 1)^2 = -\frac{11}{4} \quad , \quad u + 1 = \pm \frac{\sqrt{11}}{2}$ i

$u = -1 + i\,\frac{\sqrt{11}}{2} \quad , \quad u = -1 - i\,\frac{\sqrt{11}}{2}$ I

$the\ solution\ set\ is\ \{ -1 + i\,\frac{\sqrt{11}}{2} \ , \ -1 - i\,\frac{\sqrt{11}}{2} \}$

15. $7x^2 = -4x \ , \quad 7x^2 + 4x = 0 \ , \ x(7x + 4) = 0$

$x = 0 \quad , \ 7x + 4 = 0 \ , \ x = -\frac{4}{7}$

$the\ solution\ set\ is\ \left\{ 0 , -\frac{4}{7} \right\}$

16. $8u^2 + 3u = 0\ ,\ u(8u + 3) = 0 \ , u = 0 \ , \quad u = -\frac{3}{8}$

$the\ solution\ set\ is\ \left\{ 0 , -\frac{3}{8} \right\}$

17. $1+\frac{8}{x^2}=\frac{4}{x}$, $x^2+8=4x$, $x^2-4x+8=0$

a=1 , b = -4 , c= 8

$\Delta = 16-4(1)(8) = 16-32 = -16 < 0$

$x=\frac{4\pm\sqrt{-16}}{2}$, $x=\frac{4\pm 4i}{2} = 2\pm 2i$

$the\ solution\ set\ is\ \{ 2+2i , 2-2i \}$

18. $\frac{24}{10+x}+1=\frac{24}{10-x}$

$24(10-x)+(10-x)(10+x) = 24(10+x)$

$240-24x+100-x^2 = 240+24x$

$-x^2-48x+100=0$, $x^2+48x-100=0$

A= 1 , b = 48 , c = - 100

عددان حاصل ضربهما 100 - ومجموعهما 48

واضح أنهما 50 و 2 −

$x^2+50x-2x-100=0$, $x(x+50)-2(x+50)=0$

$(x+50)(x-2)=0$, $x=2$ or $x=-50$

$the\ solution\ set\ \{ 2 , -50 \}$

19. $\frac{2}{x-2}=\frac{4}{x-3}-\frac{1}{x+1}$

$2(x-3)(x+1)=4(x-2)(x+1)-(x-2)(x-3)$

$2(x^2-2x-3)=4(x^2-x-2)-(x^2-5x+6)$

$2x^2 - 4x - 6 = 4x^2 - 4x - 8 - x^2 + 5x - 6$

$-6 + 8 + 6 = x^2 \ + 5x$

$x^2 + 5x - 8 = 0 \quad , \ a = 1 \ , \ b = 5 \ , \ c = \ -8$

$\Delta = 25 - 4(1)(-8) = 25 + 32 = 57 > 0$

$$x = \ \frac{-5 \pm \sqrt{57}}{2}$$

$\textit{the solution set is} \left\{ \frac{-5+\sqrt{57}}{2} \ \ , \frac{-5-\sqrt{57}}{2} \right\}$

20. $\dfrac{x+2}{x+3} - \ \dfrac{x\text{^}2}{x^2 - \ 9} \ = 1 - \ \dfrac{x-1}{3-x}$

$\dfrac{x+2}{x+3} - \ \dfrac{x^2}{x^2 - \ 9} \ = 1 + \dfrac{x-1}{x-3} \quad , \ \ x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$

$(x-3)(x+2) - x^2 = x^2 - 9 + (x+3)(x-1)$

$x^2 - x - 6 - x^2 = x^2 - \ 9 + x^2 + 2x - 3$

$-x - 6 = 2x^2 + 2x - 12$

$2x^2 + 3x - 6 = 0 \quad , \quad a = 2 \ , \quad b = 3 \ , c = \ -6$

$\Delta = 9 - 4(2)(-6) = 9 + 48 = 57$

$$x = \ \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$$

$\textit{the solution set is} \left\{ \dfrac{-3+\sqrt{57}}{4} \ \ , \dfrac{-3-\sqrt{57}}{4} \right\}$

21. $|12 + 7x| = x^2$

$12 + 7x = x^2 \quad or \quad 12 + 7x = -x^2$

$x^2 - 7x - 12 = 0 \quad or \quad x^2 + 7x + 12 = 0$

$x^2 - 7x - 12 = 0 \ , a = 1 , b = -7 , c = -12$

$\Delta = 49 - 4(1)(-12) = 49 + 48 = 9\ 7$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{97}}{2}$$

$or \ \ x^2 + 7x + 12 = 0$

$x^2 + 3x + 4x + 12 = 0 , \qquad x(x+3) + 4(x+3) = 0$

$(x+3)(x+4) = 0, \ \ x = -3 \ , \qquad x = -4$

$$the\ solution\ set\ is \left\{ \frac{7+\sqrt{97}}{2} \ , \qquad \frac{7-\sqrt{97}}{2} \ , -3 , -4 \right\}$$

22. Consider the quadratic equation

$x^2 - 2x + c = 0$

Where c is a real number . Discuss the relationship between the value of c and the three types of roots .

إعتبر معادلة الدرجة الثانية

$x^2 - 2x + c = 0$

حيث c عدد حقيقي . ناقش العلاقة بين قيمة c وأنواع الجذور الثلاثة

$\Delta = b^2 - 4(a)(c) = 4 - 4c \ , \ \ a = 1$

4 – 4c =0 , 4 = 4c , c=1

إذاً عندما c = 1 تكون Δ=0 ويكون للمعادلة جذر حقيقي واحد مكرر أي

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$$

4 – 4c > 0 , 4 > 4c , 1 > c , c<1

عندما c<1 تكون Δ>0 ويكون للمعادلة جذرين حقيقيين مختلفين هما

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4c}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4(1-c)}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{1-c}}{2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{1-c} \ , \ x = 1 + \sqrt{1-c} \ , \ x = 1 - \sqrt{1-c}$$

4 – 4c < 0 , 4 < 4c , 1 < c , c>1

عندما c>1 تكون Δ<0 ويكون للمعادلة جذرين مركبين مترافقين هما

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4(c-1)}}{2} i = \frac{2 \pm 2\sqrt{c-1}}{2} i$$

$$x = 1 \pm \sqrt{c-1} i \quad , \quad x = 1 + i\sqrt{c-1} \quad , \quad x = 1 - i\sqrt{c-1}$$

23. Show that if x_1 *and* x_2 *are the two roots of* $ax^2 + bx + c = 0$

then $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ *and* $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ $, a \neq 0$

وضح أنه إذا كانت x_1 و x_2 جذرين للمعادلة

$$ax^2 + bx + c = 0$$

فإن

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} \quad and \quad x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

بما أن x_1 و x_2 جذرين للمعادلة إذاً

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ab}}{2a} = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ab}}{2a} = \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

بالجمع ينتج

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{2a} - \frac{b}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

بالضرب ينتج

$$x_1 x_2 = \left(\frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \right)\left(\frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \right)$$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ لا تنسى

$$x_1 x_2 = \left(\frac{-b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \right)^2$$

$$x_1 x_2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2-4ac}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

لا تنسى أن

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2} \quad , \quad \left(\sqrt{x}\right)^2 = x$$

24. Find the two numbers such that their sum is 21 and their product is 104.

أوجد عددين بحيث أن مجموعهما 21 وحاصل ضربهما 104

نفرض أن العددين هما x و y

Y + x = 21 , y= 21 – x , xy = 104 , x(21 – x) = 104

$21x - x^2 = 104 \quad , \quad x^2 - 21x + 104 = 0$

$\Delta = 441 - 416 = 25$, $\sqrt{25} = 5$

$x = \frac{21}{2} \pm \frac{5}{2} = 13 \quad 0r \ x = 8$

8+13=21 , 8(13)=105

25. Find two consecutive positive even integers whose product is 168.

أوجد عددين متتابغين وموجببن وزوجيين وصحيحين وحاصل ضربهما 168

نفرض العدد ألأول x فيكون العدد الثاني x + 2 ومنه

$x(x+2) = 168$, $x^2 + 2x - 168 = 0$

$\Delta = 4 - 4(-168) = 4 + 672 = 676, \sqrt{676} = 26$

$x = \frac{-2}{2} \pm \frac{26}{2} = -1 \pm 13$, $x = -1 + 13 = 12, x = -14$

العدد 14 - غير مقبول لأنه ليس موجب والحل هو 12 و 14 = 2 + 12

26. Find the base b and the height h of a triangle with an area of 8 square feet if its base equal its height and the formula of the area

$is \ A = \frac{1}{2} bh$

أوجد القاعدة b والارتفاع h لمثلث مساحته 8 أقدام مربعة إذا كانت قاعدته تساوي إرتقاعه وقانون المساحة هو

$$A = \frac{1}{2} bh$$

بما أن القاعدة تساوي الارتفاع إذاً

$\frac{1}{2} b^2 = 8$, $b^2 = 16$, $b = \pm 4$ $, b = 4$

27. If a projectile is shot vertically into the air (from the ground) with an initial velocity of 176 feet per second , its distance y (in feet) above the ground t second after it is shot is given by

$y = 176\, t - 16\, t^2 \quad (neglecting \;\; air\; resistance)$

a. Find the time when y = 0 and interpret the results physically.

b. Find the times when the projectile is 16 feet off the ground .

(compute answers to two decimal places.

إذا أطلقت قذيفة في الهواء عمودياً (من الأرض) بسرعة إبتدائية قدرها 176 قدم في الثانية ومسافتها y (بالقدم) فوق الأرض بعد أطلاقها بمقدار t ثانية تعطى بالمعادلة

$$y = 176\, t - 16t\text{^}2$$

بإهمال مقاومة الهواء

أ. أوجد الزمن عندما y=0 وفسر النتائج فيزيائياً.

ب. أوجد الأوقات عندما تكون القذيفة 16 قدم فوق الأرض. (إحسب الأجوبة مقربة خانتين).

$a.\;\; 0 = 176\, t - 16\, t^2 \,, \qquad 0 = 16\, t\, (11 - t), t = 0 \; or \; t = 11$

لحظة إنطلاق القذيفة من الأرض كان الزمن صفر وعند العودة إلى الأرض بعد الانطلاق كان الزمن 11 ثانية أي أنها ظلت في الهواء 11 ثانية

$b.\; 16 = 176t - 16t^2 \;\; , \qquad 1 = 11t - t^2 \,, \qquad t^2 - \; 11t + 1 = 0$

$$t = \frac{11}{2} \pm \frac{\sqrt{121 - 4(1)(1)}}{2} = \frac{11}{2} \pm \frac{\sqrt{117}}{2} \cong \frac{11}{2} \pm \frac{10.82}{2}$$

$$t = \frac{21.82}{2} = 10.91 \quad or \;\; t = \frac{11 - 10.82}{2} = 0.09$$