الإشتقاق

مشتقة الدالة: هي ميل المماس للمنحنى عند اي نقطه عليه

بعض قواعد الاشتقاق:

إذا كانت الدالة f(x)....

1 $x^n=$

- فإن مشتقتها f'(x):

$$nx^{n-1}=$$

- **مثال: ما مشتقة الدالة $f(x)=x^5$؟**
  الجواب: $f'(x)=5x^{5-1}=5x^4$

2 $C=$ (عدد ثابت)

- فإن مشتقتها f'(x):

$$0=$$

- **مثال: مامشتقة الدالة $f(x)=8$؟**
  الجواب: $f'(x)=0$

3 $\sqrt{\ }=$ (جذر)

- فإن مشتقتها f'(x):

$$\frac{\text{مشتقة ماتحت الجذر}}{2\sqrt{\ }}=$$

- **مثال: مامشتقة الدالة $f(x)=\sqrt{6x^4}$؟**
  الجواب: $f'(x)=\frac{6(4)x^{4-1}}{2\sqrt{6x^4}}=\frac{24x^3}{2\sqrt{6x^4}}$

ملاحظات!:

- إذا كانت الدالة f(x) تساوي x فإن مشتقتها $f'(x)=1$
- عند الاشتقاق نحول الصيغة الجذرية الى أسية:

$$6^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{6^2}$$

خطوات إيجاد القيمة العظمى والصغرى في الفترة [a,b]:

1. نشتق الدالة ونساوي المشتقة بصفر لتعيين النقاط الحرجة
2. نعوض بالدالة الأم بطرفي الفترة، والنقاط الحرجة إذا كانت تنتمي للفترة
3. أكبر قيمة من ناتج التعويض هي القيمة العظمى وأصغر قيمة هي القيمة الصغرى

قيمه المشتقه عند نقطه: لايجاد قيمه المشتقه عند نقطه، نشتقها ثم نعوض

مثال: مسار جسم متحرك يعطى عند:

$s(t)=t^3-2t^2+2t-2$، ما السرعة المتجهة له عند $t=0$؟

A) 2 B) 4 C) 6 D) 1

الحل: السرعة هي مشتقة s(t)

السرعة: $v(t)=3t^2-4t+2$

$v(0)=3(0)^2-4(0)+2=2$

الخيار A

منصة مراس التعليمية
منصة غير ربحية

الإشتقاق

العمليات في الاشتقاق:

4 مشتقة المجموع والفرق

$$[f(x)\pm g(x)]'=f'(x)\pm g'(x)$$

- **مثال:**

اذا كانت $f(x)=x^2+3x$, $g(x)=5x+4$
فإن$(f+g)'(x)$=؟

1- نحسب المشتقة لكل دالة:
$f'(x)=2x+3 \quad g'(x)=5$

2- نطبق القاعدة:
$(f+g)'(x)=(2x+3)+5=2x+8$

5 مشتقة الضرب

$$[f(x)\ g(x)]'=f'(x)\ g(x)+f(x)\ g'(x)$$

- **مثال:**

اذا كانت $f(x)=x^2$ و $g(x)=3x+2$
فإن $(fg)'(x)$=؟

1-نحسب المشتقات لكل دالة:
$f'(x)=2x, \quad g'(x)=3$

2- نطبق القاعدة:
$(fg)'=(2x)(3x+2)+(x^2)(3)$

3- نوزع الضرب:
$6x^2+4x+3x^2=9x^2+4x$

6 مشتقة القسمة

$$\frac{d}{d(x)}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

- **مثال: اذا كانت $f(x)=x^2+1$ و $g(x)=x+3$**
فإن $(\frac{f}{g})'(x)$=؟

1-نحسب مشتقة كل دالة:
$f'(x)=2x \ , \ g'(x)=1$

2-نطبق القاعدة:

$$(\tfrac{f}{g})'(x)=\frac{(2x)(x+3)-(x^2+1)(1)}{(x+3)^2}$$

3-نوزع الضرب:

$$=\frac{2x^2+6x-x^2-1}{(x+3)^2}$$

4-نبسط البسط:

$$(\tfrac{f}{g})'(x)=\frac{x^2+6x-1}{(x+3)^2}$$

7 المشتقات العليا

- للحصول على المشتقة الثانية $f''(x)$ للدالة نشتق المشتقة الأولى
- وللحصول على المشتقة الثالثة$f'''(x)$ نشتق المشتقة الثانية للدالة
- **مثال: اذا كانت $f(x)=x^3-6x^2+9x+2$**
فإن المشتقة الثانية $f''(x)$=؟

1-نحسب المشتقة الأولى:
$f'(x)= 3x^2-12x+9$
2-نحسب المشتقة الثانية :
$f''(x) =6x-12$

منصة مراس التعليمية
منصة غير ربحية

أهم قواعد التكامل

قواعد التكامل الأساسية:

1

$$\int a\,dx = ax + C$$

- **مثال:**

$$\int 3\,dx = 3x + C$$

2

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad ,n \neq -1$$

- **مثال:**

$$\int 3x^2 dx = \frac{3x^{2+1}}{2+1} + C = \frac{3x^3}{3} + C$$

3

$$\int [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

شرح للقاعدة: تكامل الأول f(x) ± تكامل الثاني g(x)

- **مثال:**

$$\int (3x+5x^3)\,dx = \int (3x)dx + \int (5x^3)dx$$

$$\frac{3x^{1+1}}{1+1} + \frac{5x^{3+1}}{3+1} + C = \frac{3x^2}{2} + \frac{5x^4}{4} + C$$

أهم قواعد التكامل

التكامل المحدد

- **صيغة قانون التكامل المحدد:**

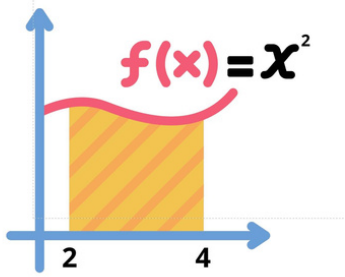
$$\int_a^b f(x)dx = f(b)-f(a)$$

- **مثال:**

$$\int_2^3 5x^2dx = \frac{5x^3}{3} = \frac{5(3)^3}{3} - \frac{5(2)^3}{3} = \frac{135}{3} - \frac{40}{3} = \frac{95}{3}$$

استخدامات التكامل المحدد:

يمكن ايجاد المساحة تحت المنحنى باستخدام التكامل المحدد، حيث يعطينا التكامل قيمة المساحة بين منحنى الدالة f(x) ومحور x ضمن فترة معينة [a,b]



الفترة من [2,4]:

$$\int_4^2 x^2dx = \frac{x^3}{3} = \frac{(2)^3}{3} - \frac{(4)^3}{3} = \frac{56}{3} m^2$$

منصة مراس التعليمية
منصة غير ربحية

أسئلة تدريبية على الدرس

١

إذا كانت $f(x) = 6x^2 - x^3$ في الفترة $[0,3]$ فما القيمة العظمى للدالة $f(x)$ ؟

أ) 64
ب) 32
ج) 27
د) 21

٢

أوجد السرعة المتجهه اللحظية لـ $f(t)=1+55-3t^3$

أ) $55-27t^2$
ب) $55-9t^2$
ج) $56-3t^2$
د) $55-6t^2$

٣

أوجد الدالة الأصلية للقيمة $x^2 - 13$

أ) $x^3 -x+c$
ب) $\frac{x^3}{3}-13x+c$
ج) $x^3 -x$
د) $\frac{x^3}{3}-13x$

3	2	1
ب	ب	ج

أسئلة تدريبية على الدرس

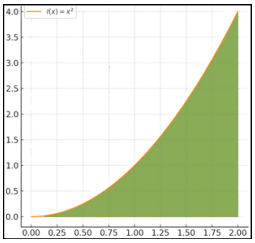
٤

إذا كان $f'(2)=10$, $f(2)=5$, $g(X)=x^2-2$ فما قيمة $\left(\frac{f'}{g}\right)(2)$

أ) 36
ب) 10
ج) 0
د) -2

٥

في الشكل المجاور : المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $f(X)=x^2$ ومحور x في الفترة [0,2] تساوي ..... وحدة المساحة



أ) $\frac{1}{3}$
ب) 2
ج) $\frac{8}{3}$
د) 4

5	4
ج	ج