بسم الله الرحمن الرحيم

**الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على**

أشرف الأنبياء والمرسلين

# حل تمارين المقرر 140 ريض precalculus

# Chapter 3

# الجزء الأول

إعداد د. عبد الله بن عثمان المغيره ( أستاذ مشارك بجامعة الملك سعود سابقاً والآن متقاعد )

أعزائي طلاب وطالبات السنة التحضيرية ؛ إن رأيتم أن هذا العمل مفيد فالرجاء إخبار زملائكم فالدال على الخير كفاعله

أرحب بآرائكم ومقترحاتكم وللتواصل بريد الكتروني

elmo1502@hotmail.com

## حل تمارين ( 3.1) EXERCISES صفحة 110و111و112 في الكتاب

In Exercises 1 – 5 , Determine which of the following sets is a function . if it is a function ,what is its domain and range ? Explain your reason for any that do not define a function .

في التمارين 1 – 5 حدد أي من المجموعات الآتية تكون دالة ( function ) . وإذا كانت دالة فما هو مجالها ( domain ) وما هو مداها ( range ) وإن لم تكن دالة فما هو السبب؟

1. $f = \{\, (2,3), (3,3), (-2,3), (1,3), (0,3) \,\}$ دالة

Domain = { 2,3,- 2,1,0,} = { - 2,0,1,2,3 } , range ={ 3 }

جرت العادة على ترتيب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر ولكن الترتيب ليس ضرورياً في الاختبار لا ترتب إلا إذا كان لديك وقت كافي

2. g= { (5,1) ,(2,2),(- 1.5,2), (5,3) ,(1,7) }

ليست دالة لأن العنصر 5 الذي في المجال ليس مرتبط بعنصر وحيد من المدى بل مرتبط بعنصرين مختلفين من المدى هما 1 و 3

3. h= { (1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5) دالة

Domain = range = { 1,2,3,4,5 }

4. k= [ (4,0),(4,-1),(4,4),(4,2),(4,3) }

ليست دالة لأن العنصر الوحيد 4 الذي في المجال ليس مرتبط بعنصر وحيد من المدى بل مرتبط بعناصر كل المدى المختلفة

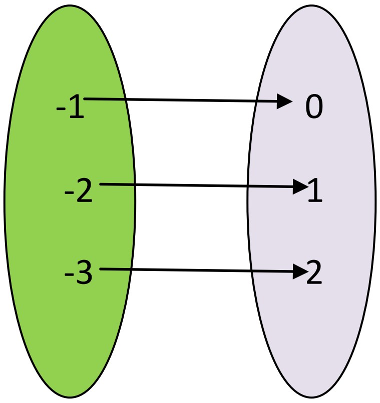
5. u={ (2,1),(1,2) } دالة

Domain = { 2,1 } = { 1,2 } = range

In Exercises 6 – 10 ,Determine which of the following diagrams represent a function . Explain your reason for any that do not define a function .

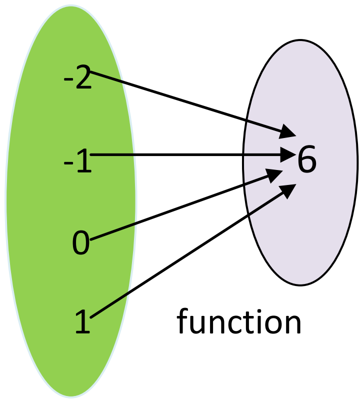
في التمارين 6 – 10 حدد أي من الرسوم البيانية الآتية تمثل دالة ( function ) . وإن لم تكن دالة فما هو السبب؟

6.



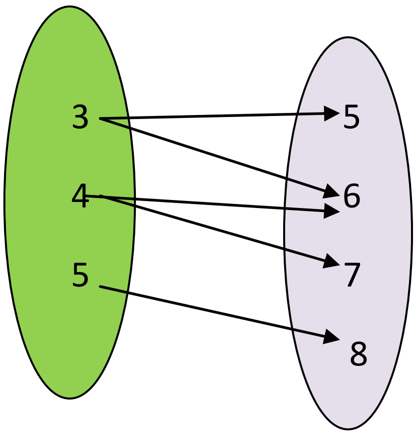

Function

7.




function

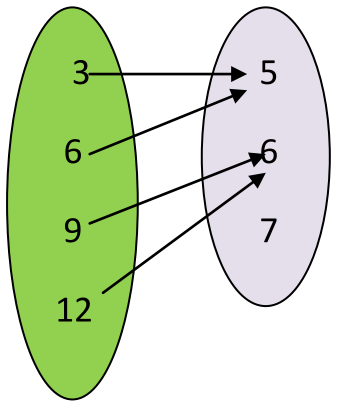
8.




Not function

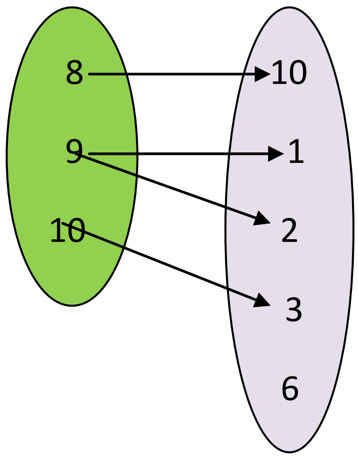
ليست دالة لأن العنصرين 3 و 4 كل منهما يرتبط بعنصرين مختلفين

9.




Function

10.




not function

ليست دالة لأن العنصر 9 الذي في المجال domain

مرتبط بعنصرين مختلفين في المدى range

In Exercises 11 – 18 , Determine which of the following define a function in terms of the independent variable x .. Explain your reason for any that do not define a function .

في التمارين 11 – 18 حدد أي مما يلي يعرف دالة بدلالة المتغير المستقل x

. وإن لم تكن دالة فما هو السبب؟

11. $4x-5y=20\ ,-5y=20-4x\ \ ,y=\frac{4}{5}x-4\ \ is\ function$

12. $3y-7x=21\ ,\qquad 3y=7x+21\ ,\qquad y=\frac{7}{3}x+7\ is\ function$

13. $x^2-y=1\ ,\ \ y=x^2-1\ \ ,\qquad is\ function$

14. $x-y^2=1\ ,\qquad y^2=x-1\ ,y=\pm\sqrt{x-1}\ \ not\ function$

Because , for example ,Two values are assigned to the number 5

عندما مثلاً

$x = 5, \qquad y = \pm\sqrt{5-1} = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

$5 - (2)^2 = 5 - 4 = 1 , \qquad 5 - (-2)^2 = 5 - 4 = 1$

أي أن العنصر 5 الذي في المجال domain يرتبط بعنصرين مختلفين من المدى هما 2 و 2 - أي ( 5,2) و(5 , - 2)

15. $x + y^2 = 10 , y^2 = 10 - x , \; y = \pm\sqrt{10 - x} \;\; not\ function$

Because , for example ,Two values are assigned to the number 6

$x = 6 \;, y = \pm\sqrt{10-6} = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \;\;, \; (6,2) and\ (6,-2)$

16. $xy - 4y = 1 , \qquad y(x-4) = 1 , \;\; y = \dfrac{1}{x-4}$

$is\ function\ if\ \; x \neq 4 \;, domain = (-\infty, 4) \cup (4, \infty)$

17. $xy + y - x = 7 , \qquad y(x+1) = x + 7 , y = \dfrac{x+7}{x+1}$

$is\ function\ if\ x \neq -1 \;\; , domain = (-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$

18. $x^2 + y^2 = 25 , \qquad y^2 = 25 - x^2 , \qquad y = \pm\sqrt{25 - x^2}$

$x = 0 , y = \pm 5 , (0,5) \;\; , \qquad (0 , -5)$

Not function. Because , for example ,Two values are assigned to the number 0

In Exercises 19 – 26 find the numerical value of the function at the given value of a .

في التمارين 19 – 26 أوجد القيمة العددية للدالة عند القيمة المعطاة للعدد a .

19. $f(x) = \sqrt{3} \;\; , a = \sqrt{5} , -2 \;\; , f\left(\sqrt{5}\right) = \sqrt{3} , f(-2) = \sqrt{3}$

20. $f(x) = 2x^3 - 3 , a = 1, -2 , f(1) = 2(1)^3 - 3 = 2 - 3 = -1$

$f(-2) = 2(-2)^3 - 3 = -16 - 3 = -19$

21. $f(x) = 1 - x + x^3\ , a = 0\ , -1\ \ , f(0) = 1 - 0 + 0 = 1$

$f(-1) = 1 - (-1) + (-1)^3 = 1 + 1 - 1 = 1$

22. $g(t) = |2 - t|\ , a = 2\ ,\qquad g(2) = |2 - 2| = 0$

23. $f(x) = \frac{1}{x}\ , a = 2\ , \frac{1}{2}\ ,\qquad f(2) = \frac{1}{2}\ \ , f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 \div \frac{1}{2} = 1.\frac{2}{1} = 2$

$\frac{c}{\frac{a}{b}} = c\frac{b}{a} = \frac{cb}{a}$ لا تنسى

24. $g(x) = \sqrt{x}\ , a = 4\ , \frac{1}{25}\ \ ,\qquad g(4) = \sqrt{4} = 2$

$g\left(\frac{1}{25}\right) = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ لا تنسى

25. $g(t) = \sqrt[3]{t}\ \ , a = 27\ , -\frac{1}{8}\ \ ,\qquad g(27) = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

$g\left(-\frac{1}{8}\right) = \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{2}\right)^3} = -\frac{1}{2}$

26. $g(x) = \frac{3x^2 - 4x - 1}{2x^2 + 5x - 3}\ \ , a = \ -1\ ,$

$$g(-1) = \frac{3(-1)^2 - 4(-1) - 1}{2(-1)^2 + 5(-1) - 3} = \frac{3 + 4 - 1}{2 - 5 - 3} = \frac{6}{-6} = \ -1$$

In exercises 27 – 41 find the domain of each function

في التمارين 27 – 41 أوجد مجال كل دالة

في مثل هذا النوع من المسائل إذا كان لا يوجد في الدالة جذور زوجية تحوي المتغير ولا يوجد مقامات تحوي المتغير والأسس أعداد صحيحة موجبة فإن المجال domain هو جميع الأعداد الحقيقية أي

$D_f = (-\infty, \infty) = \{x: x \ is \ real \ number\} = all \ real \ numbers$

27. $f(x) = x^3 - 4x + 1$ , $D_f = all \ real \ numbers$

28. $f(x) = x^6 - \sqrt{2}\,x^3 - 7x + 5$ , $D_f = all \ real \ numbers$

29. $k(x) = 1 + x^3$ , $for \ -2 \le x \le 8$ , $D_k = -2 \le x \le 8$

$D_k = [-2,8]$

هنا المجال معطى مع التمرين

30. $f(x) = 2x - 3x^5$ , $for \ x < 4$ , $D_f = (-\infty, 4)$

هنا المجال معطى مع التمرين

31. $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - 3x + 1}$ , $D_f = all \ real \ numbers$

32. $f(x) = \sqrt{1 - 7x}$ , $1 - 7x \ge 0$ , $1 \ge 7x$ , $\frac{1}{7} \ge x$

$x \le \frac{1}{7}$ , $D_f = \left(-\infty, \frac{1}{7}\right]$

33. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-5}}$ , $x - 5 > 0$ , $x > 5$ , $D_f = (\,5\,,\infty\,)$

34. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}-4}$ , $x \geq 0$ , $\sqrt{x} - 4 = 0$ , $\sqrt{x} = 4\,, x = 16$

$0 \leq x\,, x \neq 16\,, D_f = [0,16\,) \cup (16\,,\infty\,)$

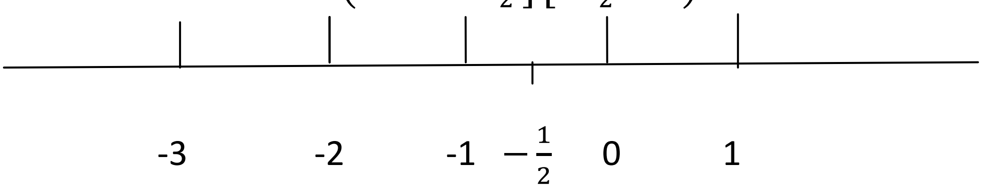
35. $f(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x+2}}$

الآن لدينا بسط ومقام داخل الجذر لذلك لدينا طريقتين للحل

الطريقة الأولى نساوي كل من البسط والمقام بالصفر ونجد عددين وهذين العددين يقسمان خط الأعداد الحقيقية إلى ثلاث فترات حيث نجرب كل فترة ونختار منها الذي يحقق أن ما تحت الجذر أكبر من أويساوي الصفر أي

$$2x + 1 = 0\,,\quad x = -\frac{1}{2} \qquad , \qquad x + 2 = 0, \qquad x = -2$$

$$(-\infty\,,-2\,)\left(-2\,,\,-\tfrac{1}{2}\right]\left[-\tfrac{1}{2}\,,\infty\right)$$




لنجرب الفترة

$$(\,-\infty\,,-2\,)$$

لنأخذ منها العدد 3 - ونعوضه فيما تحت الجذر أي

$$\frac{2x+1}{x+2} = \frac{2(-3)+1}{-3+2} = \frac{-6+1}{-1} = \frac{-5}{-1} = \frac{5}{1} = 5 > 0$$

هذه الفترة تحقق المطلوب لذلك هي ضمن المجال *domain*

لنجرب الفترة

$$\left(-2, -\frac{1}{2}\right]$$

لاحظ المساواة عند العدد ناقص نصف لأن البسط يمكن أن يساوي الصفر أما المقام فيجب أن لا يساوي الصفر لأن القسمة على الصفر لا تجوز

لنأخذ منها العدد 1 - ونعوضه فيما تحت الجذر أي

$$\frac{2x+1}{x+2} = \frac{2(-1)+1}{-1+2} = \frac{-2+1}{+1} = \frac{-1}{1} = -1 < 0$$

هذه الفترة لا تحقق المطلوب وهو أن ما تحت الجذر يجب أن يكون عدد غير سالب

إذاً هذه الفترة ليست ضمن المجال domain

لنجرب الفترة الأخيرة

$$\left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$$

لنأخذ منها العدد 1 ونعوضه فيما تحت الجذر أي

$$\frac{2x+1}{x+2} = \frac{2(1)+1}{1+2} = \frac{3}{3} = 1 > 0$$

هذه الفترة تحقق المطلوب لذلك هي ضمن المجال *domain*

إذاً لدينا الفترتين

$$(-\infty, -2) \ \ or \ \ \left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$$

وهما فترتين منفصلتين لذلك نأخذ إتحادهما أي أن مجال *domain* هذه الدالة هو

$$D_f = (-\infty, -2) \cup \left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$$

الطريقة الثانية بالتحليل أي البسط غير سالب والمقام موجب أو البسط غير موجب والمقام سالباً فيكون خارج القسمة موجباً أو صفر أي

$$2x+1 \geq 0 \ \ and \ \ x+2 > 0 \ \ or \ 2x+1 \leq 0 \ and \ \ x+2 < 0$$

$$2x+1 \geq 0\,,x \geq -\frac{1}{2} \quad and\; x+2>0, x>-2$$

$$-\frac{1}{2} \leq x = \left[-\frac{1}{2}\,,\infty\right) \; and -2\; < x = (-2\;\,,\infty\,)$$

$$(-2\;\,,\infty\,) \cap \left[-\frac{1}{2}\,,\infty\right) = \left[-\frac{1}{2}\,,\infty\right)$$

تذكر من الفصل السابق في التقاطع ؛ إذا كان يوجد عناصر مشتركة ؛ نأخذ العدد الأصغر بين البدايتين والأكبر بين النهايتين

هنا البدايتين نفسهما والعدد ناقص نصف أكبر من العدد 2-

Or

$$2x+1 \leq 0\,,x \leq -\frac{1}{2} \quad and\; x+2<0, x<-2$$

$$x \leq -\frac{1}{2} = \left(-\infty\,,-\frac{1}{2}\right] \; and\;\; x<-2 = (-\infty\,,-2\,)$$

$$(-\infty\,,-2\,) \cap \left(-\infty\,,-\frac{1}{2}\right] = (-\infty\,,-2\,)$$

هنا العدد الأصغر بين البدايتين أي بين ناقص نصف و 2- هو 2- والنهايتين نفسهما

إذاً المجال *domain* هو

$$D_f \;= \left[-\frac{1}{2}\,,\infty\right) \; or\;\; (-\infty\,,-2\,) = \left[-\frac{1}{2}\,,\infty\right) \cup (-\infty\,,-2\,)$$

$$= (-\infty\,,-2\,) \cup \left[-\frac{1}{2}\,,\infty\right)$$

جرت العادة على أن نبدأ من اليسار إلى اليمين وإلا $A \cup B = B \cup A$

36. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}+4x}{x^3-x}$

من البسط

$\sqrt{x}\ , \qquad x \geq 0$

من المقام

$x^3 - x = 0\ , \qquad x(x^2-1) = 0\ \ , x(x-1)(x+1) = 0$

$x = 0\ or\ x = 1\ or\ x = -1$

$x\ > 0\ , \qquad x \neq 1$

$0 < x\ \ and\ x\ \neq 1\ \ = (\ 0\ , 1\ ) \cup (1\ , \infty\ )$

$D_f\ = (\ 0\ , 1\ ) \cup (1\ , \infty\ )$

37. $f(t) = \sqrt{3 - \frac{1}{t^2}}\ \ = \sqrt{\frac{3t^2-1}{t^2}}\ \ , \qquad t \neq 0\ , t^2 > 0$

$3t^2 - 1 \geq 0\ \ , t^2 \geq \frac{1}{3}\ \ , \qquad t \geq \sqrt{\frac{1}{3}}\ \ \ or\ \ t \leq -\sqrt{\frac{1}{3}}$

$t \leq -\sqrt{\frac{1}{3}}\ \ \ or\ \ \sqrt{\frac{1}{3}} \leq t$

$D_f\ = \left(-\infty\ , -\sqrt{\frac{1}{3}}\ \right] \cup \left[\sqrt{\frac{1}{3}}\ \ ,\ \infty\right)$

38. $f(t) = \sqrt[3]{1-t^2}$

لا يوجد جذر زوجي ولا مقام ولا أس سالب , المجال جميع الأعداد الحقيقية

$D_f\ = (-\infty\ , \infty\ )$

39. $g(w) = \frac{2}{w-1}\ \ , w - 1 = 0\ , w = 1$

$D_g = (\ -\infty\ , 1\ ) \cup (\ 1\ , \infty\ ) = \{w\!: w\ is\ real\ and\ w \neq 1\ \}$

$$40.\ g(w) = \frac{2w-8}{w^2-16}\ , \qquad w^2 - 16 = 0\ , w^2 = 16\ , w = \pm 4$$

$$D_g = (-\infty\,, -4\,) \cup (\,-4\,, 4\,) \cup (\,4\,, \infty\,)$$

$$41.\ g(w) = \frac{w-1}{w^2-w-6}$$

$$w^2 - \ w - 6 = 0\ , \qquad (\,w-3)(w+2) = 0\ \ , w = 3\ or\ w = -2$$

عددان حاصل ضربهما -6 وحاصل جمعهما -1 واضح أنهما 2 و -3

$$D_g = (-\infty\,, -2\,) \cup (\,-2\,, 3\,) \cup (\,3\,, \infty\,) = R - \{-2{,}3\}$$

أي جميع الأعداد الحقيقية ما عدى العددين -2 و 3

42. Determine which of the following define a function . Explain your reason for any that do not define a function.

حدد أي من الآتي يعرف دالة . وإلا وضح السبب إن لم تكن دالة .

a. The domain consists of the number 2, which is assigned the number 4

المجال يتكون من العدد 2 , والذي عين له العدد 4

هذه دالة تتكون من الزوج المرتب ( 2 , 4 ) مجالها { 2 } ومداها { 4 }

b. The domain consists of the number 2, which is assigned the numbers 2 and 4.

المجال يتكون من العدد 2 , والذي عين له العددان 2 و 4.

هذه ليست دالة لأن العدد 2 الذي في المجال يرتبط مع عددين مختلفين

$c.\ f(x) = \pm\sqrt{x}\quad not\ function\ \ f(1) = \pm 1\ \ (1{,}1), (1, -1)$

$d.\ .\ f(x) = \pm\sqrt{x^2+1}\quad not\ function\ \ f(0) = \pm 1\ \ (0{,}1), (0, -1)$

e. $g(x) = \begin{cases} X - 1 & \text{for } x < 0 \\ 12x - 6 & \text{for } x > 0 \end{cases}$ *function*

f. $g(x) = \begin{cases} 2 - x^4 & \text{for } x < 0 \\ x^2 & \text{for } x > 0 \end{cases}$ *function*

g. $g(x) = \begin{cases} 4x + 1 & for\ \ x \ \leq 2 \\ 2\,x^3 - 7 & for\ \ x \ \geq 2 \end{cases}$ *function*

العدد 2 مشترك بين المجالين لذلك نعوضه في التعبيرين فإذا كان الجواب نفسه فهي دالة

$g(x) = 4x + 1\,,\ \ g(2) = 4(2) + 1 = 9$

$g(x) = 2\,x^3 - 7\,,\ \ g(2) = 2(2)^3 - 7 = 2(8) - 7 = 16 - 7 = 9$

الجواب نفسه لذلك هي دالة

h. $g(x) = \begin{cases} 2 - 3x^3 & for\ x \leq \ ,\ g(1) = -1 \\ & \qquad\qquad not\ \ function \\ 3x^4 - 3 & for\ x \geq \quad g(1) = 0 \end{cases}$

( 1 , - 1 ) , ( 1 , 0 )

$g(x) = 2 - 3x^3$ , $g(1) = 2 - 3\,(1)^3 = 2 - 3 = -1$

$g(x) = 3\,x^4 - 3$ , $g(1) = 3\,(1)^4 - 3 = 3 - 3 = 0$

i. $f(t) = \begin{cases} t^2 & for\ t\ \ rational \\ & \qquad\qquad function \\ t & for\ t\ \ irrational \end{cases}$

43. In each of the following , determine whether f and g are the same

في كل مما يلي حدد فيما إذا كانت f و g هما نفس الشيء ( أي نفس الدالة )

$a.\ f(x) = 1 - x^2\ : g(x) = 1 - x^2\ \ for\ -2 < x < 5$

$not\ the\ same \quad D_f = (-\infty, \infty)\ , \qquad D_g = (-2, 5) \quad D_f \neq D_g$

$b.\ f(x) = \sqrt{x^2}\ ; g(x) = |x|\ \ , the\ same\ \ \sqrt{x^2} = |x|$

$c.\ f(x) = \sqrt{x}\ \ for\ x \geq 0\ ;\ \ g(x) = \sqrt{x} \qquad the\ same$

$g(x) = \sqrt{x}$ $is\ defined\ if\ x \geq 0$

$$d.\ f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 4x}\ \ ;\ \ g(x) = 1 \quad not\ the\ same$$

$$f(0) = \frac{0-0}{0-0} = \frac{0}{0}\ \ not\ defined\ \ ;\ \ g(0) = 1\ \ ; f(0) \neq g(0)$$

$$e.\ f(x) = \frac{x-1}{x^2 - 1}\ \ ; g(x) = \frac{1}{x+1} \quad not\ \ the\ same$$

$$f(1) = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0}\ \ not\ defined\ ,\ \ g(1) = \frac{1}{2}$$

$$f.\ f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x+2}\ \ ;\ \ g(x) = x - 3\ \ for\ \ x \neq -2$$

$$not\ the\ same\ \ f(0) = \frac{0 - 0 + 6}{0+2} = \frac{6}{2} = 3\ \ ; g(0) = -3$$

44. Find a formula for the function f that assigns to each x greater than - 1 the number obtained by squaring x , then subtracting 2x and finally adding $\sqrt{2}$ .

أوجد معادلة للدالة f والتي تعين لكل x أكبر من -1 العدد الناتج من تربيع x , ثم طرح 2x وأخيراً إضافة $\sqrt{2}$

$$f(x) = x^2 - 2x + \sqrt{2}\ \ ,\ x > -1$$

45. Find a formula for the function f that assigns to each nonnegative x the number obtained by dividing x by 5 , then taking the cube root of the quotient , and then multiplying the result by product of $\frac{1}{2}$ $and\ x^2$ .

أوجد معادلة للدالة f والتي تعين لكل عدد غير سالب x العدد الناتج من قسمة x على 5 ثم أخذ الجذر الثالث للقسمة ثم ضرب الناتج بحاصل ضرب $\frac{1}{2}$ و $x^2$

$$f(x) = \frac{1}{2}\, x^2 \sqrt[3]{\frac{x}{5}} \qquad , x \geq 0$$

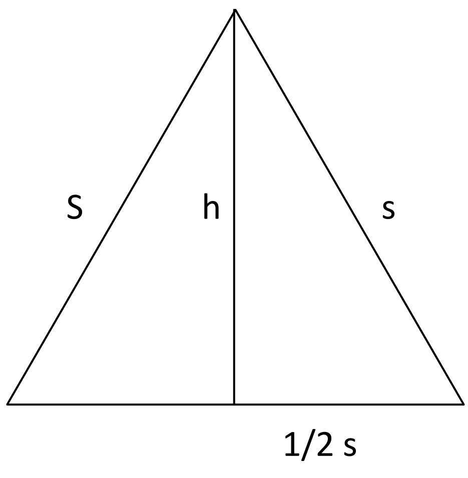
46. Find a formula for the function A that expresses the area of a circle in terms of the radius.

أوجد معادلة للدالة A والتي تعبر عن مساحة الدائرة بدلالة نصف القطر

$$A = \pi\, r^2$$

47. Find a formula for the function A that expresses the area of an equilateral triangle in terms of the length of one of its sides.

أوجد معادلة للدالة A والتي تعبر عن مساحة المثلث المتساوي الأضلاع بدلالة أحد أضلاعه




$$s^2 = h^2 + \left(\frac{1}{2}\, s\right)^2 = h^2 + \frac{s^2}{4} \quad , \qquad h^2 = s^2 - \frac{s^2}{4} = \frac{3s^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3s^2}{4} \; , \; h = \sqrt{\frac{3s^2}{4}} = \frac{s\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{sh}{2} = \left(\frac{s}{2}\right)\left(\frac{s\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{s^2\sqrt{3}}{4}$$

48. لم أفهم هذا التمرين ولكن أعتقد أن المطلوب هو إيجاد حجم المكعب بدلالة أحد أحرفه

$let\ x\ be\ the\ length\ \ of\ an\ edge\ \ then\ V = x^3$

49. A juice company produces 100,000 bottles daily and sells them for SR5, assume that the total cost of producing one bottle is SR2.find the company 's profit (in riyals) in terms of the number of working days.

شركة عصائر تنتج 100000 علبة يومياً وتبيع العلبة بسعر 5 ريالات , بفرض أن سعر التكلفة للعلبة الواحدة 2 ريال . أوجد ربح الشركة (بالريال) بدلالة عدد أيام العمل .

Let x be number of working days

P(x)=5(100000)x – 2(100000) x = 500000 x – 200000 x = 300000 x

50. In the study of the response to acetylcoline by a frog' heart the formula

$$R(x) = \frac{x}{c + dx}$$

Arises ,where x denotes the concentration of the drug and c and d are positive constants.

a. Find R(0) and R(2) . What is the physical significance of R(0)?

b. Find a formula that expresses the concentration x in terms of R(x).

في دراسة لمعرفة استجابة قلب ضفدع لمادة الأسيتال كولين برزت ( نتجت ) المعادلة

$$R(x) = \frac{x}{c + dx}$$

حيث $x$ تعني تركيز الدواء و $c$ و d ثوابت موجبة

أ. أوجد R(0) و R(2) . ما هي الأهمية الفيزيائية ( أو المعنى الفيزيائي ) لـ R(0)

ب . أوجد معادلة تعبر عن التركيز x بدلالة R(x)

$$a. R(0) = \frac{0}{c + d(0)} = 0 \quad , \qquad R(2) = \frac{2}{c + 2d}$$

the physical significance of R(0) means that concentration of drug is 0 in

the study.

$$b. R(x) = \frac{x}{c + dx} \quad , \qquad R(x)(c + dx) = x \, , \qquad cR(x) + dxR(x) = x$$

$$dxR(x) - x = -cR(x) \quad , \qquad x(dR(x) - 1) = -cR(x)$$

$$x = \frac{-cR(x)}{dR(x) - 1} = \frac{-cR(x)}{-(1 - dR(x))} = \frac{cR(x)}{1 - dR(x)} \quad , dR(x) \neq 1$$

# حل التمارين ( 3.2 ) صفحة 124 و 125 في الكتاب

In Exercises 1 – 7 Determine which of the following functions define a polynomial function . Explain your reason for any that do not define polynomial function .

في التمارين 1 – 7 حدد أي من الدوال الآتية يعرف دالة كثيرة الحدود . وضح سببك عندما أي منها لا تكون دالة كثيرة حدود

1. $f(x) = 3x^{-4} + 2x^{15} + x^{-2} + 13$

Not polynomial function ,negative exponent

ليست دالة كثيرة حدود لوجود أسس سالبة

2. $g(x) = 5x^2 - x^3 + x^7$ , polynomial function

3. $h(x) = x - \frac{2}{x}$

Not polynomial function , because the variable is in the denominator

ليست دالة كثيرة حدود لوجود المتغير في المقام

4. k(x)=5 , polynomial function

5. $f(x) = \frac{x^5 - 3x + 2}{3x^{-2} - 6x}$

Not polynomial function , because the variable is in the denominator

ليست دالة كثيرة حدود لوجود المتغير في المقام

6. $g(x) = \frac{4x^6 + x^3}{x} = 4x^5 + x^2$ , polynomial function

7. $h(x) = \frac{x-2}{1-7x}$

Not polynomial function , because the variable is in the denominator

ليست دالة كثيرة حدود لوجود المتغير في المقام

In exercises 8 – 17 , Find the domain of the following functions

في التمارين 8 – 17 أوجد مجال كل من الدوال الآتية

8. $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4$ , $\quad polynomial\ so\ D_f = R$

.

9. $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$ $\quad , x - 2 = 0, x = 2, D_f = R - \{2\}$

المجال جميع الأعداد الحقيقية ما عدى العدد 2 حيث إذا عوضنا عن $x$ بالعدد 2 يصبح المقام صفر والقسمة على الصفر لا تجوز

$$10.\ f(x) = \frac{x+3}{x^2-3x+2}$$

لدينا مقام ونريد أن نعرف متى يكون هذا المقام يساوي صفر أي نحل المعادلة

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

وكما تعلم لدينا ثلاث طرق لحل معادلة الدرجة الثانية وهي التحليل وإكمال المربع والقانون العام والحل بالقانون العام سريع ومضمون إذا طبقته بالطريقة الصحيحة.

عادة تكون المسائل في الاختبارات ذات طابع بسيط مثل هذا التمرين .

فلو لاحظت أن طريقة التحليل هنا واضحة ومباشرة لأننا نبحث عن عددين حاصل ضربهما العدد 2 + وعوامل العدد 2 هي فقط 1 و 2 و 2- و 1- ومجموعهما العدد 3- .

واضح أنهما 2- و1- أي أن

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2) = 0\,, x = 1\ or\ x = 2$$

إذاً عندما نعوض عن *x* بالعدد 1 أو بالعدد 2 يصبح المقام يساوي صفر أي

$$f(1) = \frac{1+3}{1^2-3(1)+2} = \frac{4}{0} \quad , f(2) = \frac{2+3}{2^2-3(2)+2} = \frac{5}{4-6+2} = \frac{5}{0}$$

ولكن التعبيرين 4 قسمة صفر و 5 قسمة صفر ليسا أعداداً حقيقية أي أن *f(x)* لا تربط العدد 1 الذي بالمجال بعدد من المدى وبالمثل العدد 2 أي أن *f(x)* ليست دالة

لذلك لكي تكون *f(x)* دالة يجب أن نحذف العددين 1 و 2 من مجالها domain أي

$$Domain\ of\ f(x) = D_f = \{x : x \in R\,, x \neq 1\ and\ x \neq 2\}$$

= R - { 1 , 2 }

=( - ∞ , 1 ) ∪ ( 1 , 2 ) ∪ ( 2 , ∞ )

$$11.\ f(x) = \frac{1-2x^5}{x^3-9x^2+20x}$$

$$x^3 - 9x^2 + 20x = 0\,, x(x^2 - 9x + 20) = 0$$

$$x = 0\ \ or\ x^2 - 9x + 20 = 0\,, \qquad (x-4)(x-5) = 0$$

إذا لم تستطع حل معادلة الدرجة الثانية بالتحليل فحلها بالقانون

إذاً المقام يساوي 0 عندما x=0 أو x=4 أو x=5

Domain = R – { 0,4,5 }

12. $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2+x+1}$ ,  $x^2+x+1=0$

$\Delta = b^2 - 4(a)(c) = 1 - 4(1)(1) = -3$

المميز سالب إذاً لا يوجد حل حقيقي أي لا يوجد عدد حقيقي يجعل المقام يساوي صفر

أي أن

$x^2+x+1 \neq 0 \; for\; any\; real\; number \;, D_f = R$

13. $f(x) = \dfrac{2x-5}{|x+1| - 3}$

$|x+1| - 3 = 0$ ,  $|x+1| = 3 , x+1 = 3 \; or \; x+1 = -3$

X=2 or x= - 4

Domain = R – { - 4 , 2 }

14. $f(x) = \dfrac{2x^4 - 3x + 1}{|2x-4| + 1}$

|2x-4| +1=0 , |2x-4| = -1

ولكن القيمة المطلقة أكبر من أو تساوي الصفر أي لا يوجد عدد حقيقي يجعل المقام يساوي صفر إذاً

Domain = R

15. $f(x) = \dfrac{3x^2 - x + 4}{\sqrt{x} - 2}$

الآن لدينا جذر زوجي ومقام شرط الجذر هو أن ما تحت الجذر يكون غير سالب أي

$x \geq 0$

وشرط المقام هو متى يكون المقام يساوي الصفر أي

$\sqrt{x} - 2 = 0 , \sqrt{x} = 2 , (\sqrt{x})^2 = 4 \;, x = 4$

إذاً المجال هو جميع الأعداد الحقيقية غير السالبة ما عدى العدد 4

$$Domain = D_f = 0 \le x \ \ and \ x \ne 4 = [\ 0\ ,4\ ) \cup (\ 4\ ,\infty\ )$$

16. $f(x) = \dfrac{3x^2 - x + 4}{\sqrt{2x-4} - 3}$

$2x - 4 \ge 0, \qquad 2x \ge 4 \quad , \qquad x \ge 2$

$\sqrt{2x-4} - 3 = 0 \ \ , \ \sqrt{2x-4} = 3\ , \ \ 2x - 4 = 9\ \ , \ \ x = \dfrac{13}{2} = 6.5$

$$D_f = \left[\ 2\ ,\frac{13}{2}\right)\left(\frac{13}{2}\ ,\infty\right)$$

17. $\dfrac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x} - 2}$

$2x - 3 \ge 0 \ \ , \ \ x \ge \dfrac{3}{2} \ \ , \ \ and\ x \ge 0\ \ ,\left\{\ x \ge \dfrac{3}{2}\ and\ x \ge 0\ \right\} = \ \ x \ge \dfrac{3}{2}$

$\sqrt{x} - 2 = 0\ ,\sqrt{x} = 2\ \ , \qquad x = 4$

$$Domain = \ \ x \ge \frac{3}{2}\ \ and\ x \ne 4 = \ \frac{3}{2}\ \ \le x\ ,x \ne 4 = \left[\frac{3}{2}\ ,4\right) \cup (\ 4\ ,\infty\ )$$

In exercises 18 – 31 , divide

في التمارين 18 – 31 اقسم

18. $\dfrac{20x^4 + x^3 + 2x^2}{4x^3}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 5x + \frac{1}{4} \\
\hline
4x^3 & 20x^4 + x^3 + 2x^2 \\
 & -20x^4 \\
\cline{2-2}
 & 0 \quad + x^3 \\
 & \qquad -x^3 \\
\cline{2-2}
 & \qquad\quad 0 \quad + 2x^2
\end{array}
$$

$$\frac{20x^4 + x^3 + 2x^2}{4x^3} = 5x + \frac{1}{4} + \frac{2x^2}{4x^3}$$

19. $\dfrac{20x^4 + x^3 + 40x^2}{10x}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x^3 + \frac{1}{10}\,x^2 + 4x \\
\hline
10x & 20x^4 + x^3 + \ 40x^2 \\
 & -20x^4 \\
\cline{2-2}
 & 0 \qquad + x^3 \\
 & \qquad\ - \ x^3 \\
\cline{2-2}
 & \qquad\qquad 0 \ + 40x^2 \\
 & \qquad\qquad\ \ -40x^2 \\
\cline{2-2}
 & \qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$$\frac{20x^4 + x^3 + 40x^2}{10x} = \ 2x^3 + \frac{1}{10}\,x^2 + 4x$$

20. $\dfrac{12z^4 + 24z^3 + 3z^2}{6z}$

$$\begin{array}{r|l} & 2z^3 + 4z^2 + \frac{1}{2}z \\ \hline 6z & 12z^4 + 24z^3 + 3z^2 \\ & -12z^4 \\ \hline & 0 \quad + 24z^3 \\ & \quad -24z^3 \\ \hline & \quad\quad 0 \quad + 3z^2 \\ & \quad\quad\quad - 3z^2 \\ \hline & \quad\quad\quad\quad 0 \end{array}$$

$$\frac{12z^4 + 24z^3 + 3z^2}{6z} = 2z^3 + 4z^2 + \frac{1}{2}z$$

21. $\dfrac{10x^4 + 50x^3 + 2x^2}{10x^2}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + 5x + \frac{1}{5} \\
\hline
10x^2 & 10x^4 + 50x^3 + 2x^2 \\
 & -10x^4 \\
\hline
 & 0 \quad + 50x^3 \\
 & \quad - 50\,x^3 \\
\hline
 & \quad 0 \qquad + 2x^2 \\
 & \qquad\qquad -2\,x^2 \\
\hline
 & \qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$$\frac{10x^4 + 50x^3 + 2x^2}{10x^2} = x^2 + 5x + \frac{1}{5}$$

**22.** $\dfrac{4y^3 - 2y^2 - 3}{2y^2 - 1}$

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 2y & -1 & & \\ \hline
2y^2 - 1 & 4y^3 & -2y^2 & +0y & -3 \\
 & -4y^3 & & +2y & \\ \hline
 & 0 & -2y^2 & +2y & \\
 & & +2y^2 & & -1 \\ \hline
 & & 0 & +2y & -4
\end{array}
$$

$$\frac{4y^3 - 2y^2 - 3}{2y^2 - 1} = 2y - 1 + \frac{2y - 4}{2y^2 - 1}$$

23. $\dfrac{x^2 + 13x + 32}{x+5}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x + 8 \\
\hline
x + 5 & x^2 + 13x + 32 \\
 & -x^2 - 5x \\
\cline{2-2}
 & 0 + 8x + 32 \\
 & -8x - 40 \\
\cline{2-2}
 & 0 - 8
\end{array}
$$

$$\frac{x^2 + 13x + 32}{x+5} = x + 8 - \frac{8}{x+5}$$

24. $\dfrac{2y^3 - 9y^2 + 15}{2y - 5}$

$$\begin{array}{r|llll}
 & y^2 - 2y - 5 & & & \\
\hline
2y-5 & 2y^3 & -\ 9y^2 & +\ 0\,y & +15 \\
 & -2y^3 & +5y^2 & & \\
\hline
 & 0 & -4y^2 & +0\,y & \\
 & & +4y^2 & -10y & \\
\hline
 & & 0 & -10\,y & +15 \\
 & & & +10\,y & -25 \\
\hline
 & & & 0 & -10
\end{array}$$

$$\frac{2y^3 - 9y^2 + 15}{2y-5} = y^2 - 2y - 5 - \frac{10}{2y-5}$$

25. $\dfrac{x^2 - 4\,x - 38}{x-8}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x + 4 \\
\hline
x - 8 & x^2 - 4x - 38 \\
 & -\ x^2 + 8x \\
\hline
 & 0 \ + 4x \ - 38 \\
 & \quad - 4x \ + 32 \\
\hline
 & \quad 0 \ - 6
\end{array}
$$

$$. \frac{x^2 - 4x - 38}{x - 8} = x + 4 - \frac{6}{x - 8}$$

26. $\dfrac{45z^2 + 56z + 19}{9z + 4}$

$$
\begin{array}{r|llll}
 & 5z + 4 & & & \\
\hline
9z + 4 & 45z^2 & + 56\,z & + 19 \\
 & -45z^2 & - 20\,z & \\
\hline
 & 0 & + 36\,z & + 19 \\
 & & -36\,z & - 16 \\
\hline
 & & 0 & + 3
\end{array}
$$

$$\frac{45z^2 + 56z + 19}{9z + 4} = 5z + 4 + \frac{3}{9z + 4}$$

27. $\dfrac{10\,x^2 - 32\,x + 9}{10\,x - 2}$

$$\begin{array}{r|llll} & x-3 & & & \\ \hline 10\,x-2 & 10\,x^2 & -\;32\,x & +\,9 & \\ & -10\,x^2 & +\,2\,x & & \\ \hline & 0 & -\,30\,x & +\,9 & \\ & & +30\,x & -\,6 & \\ \hline & & 0 & +\,3 & \end{array}$$

$$\frac{10\,x^2 - 32\,x + 9}{10\,x - 2} = x - 3 + \frac{3}{10\,x - 2}$$

28. $\dfrac{2u^3 - \ 4u^2 \ + 7\,u + 7}{u^2 + \ 2u - 1}$

$$
\begin{array}{r|llll}
 & 2u & -8 & & \\
\hline
u^2 + 2u - 1 & 2u^3 & - \ 4u^2 & + 7\,u & + 7 \\
 & -2u^3 & - 4u^2 & + 2\,u & \\
\hline
 & 0 & - 8\mathrm{u}^2 & + 9\,\mathrm{u} & \\
 & & + 8u^2 & + 16\,u & - 8 \\
\hline
 & & 0 & + 25\,u & - 1
\end{array}
$$

$$\frac{2u^3 - \ 4u^2 \ + 7\,u + 7}{u^2 + \ 2u - 1} = 2u - 8 \ + \ \frac{25\,u - 1}{u^2 + \ 2u - 1}$$

29. $\dfrac{x^2 - \ 4}{x + 2} = \dfrac{(\,x + 2\,)(\,x - 2\,)}{x + 2} = x - 2$

$$\begin{array}{r|l} & \quad x - 2 \\ \hline x + 2 & \quad x^2 + 0\,x - 4 \\ & -x^2 - 2\,x \\ \hline & \quad 0 - 2\,x - 4 \\ & \qquad + 2\,x + 4 \\ \hline & \qquad\quad 0 \qquad 0 \end{array}$$

$$\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2$$

30. $\dfrac{4v^4 + 3v^3 + 2v + 1}{v^2 + v + 2}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 4v^2 - v - 7 \\
\hline
v^2 + v + 2 & 4v^4 + 3v^3 + 0v^2 + 2v + 1 \\
 & -4v^4 - 4v^3 - 8v^2 \\
\cline{2-2}
 & 0 - v^3 - 8v^2 \\
 & +v^3 + v^2 + 2v \\
\cline{2-2}
 & 0 - 7v^2 + 4v + 1 \\
 & +7v^2 + 7v + 14 \\
\cline{2-2}
 & 0 + 11v + 15
\end{array}
$$

$$\frac{4v^4 + 3v^3 + 2v + 1}{v^2 + v + 2} = 4v^2 - v - 7 + \frac{11v + 15}{v^2 + v + 2}$$

31. $\dfrac{4x^2 - 33x + 28}{4x - 5}$

$$
\begin{array}{r|llll}
 & x-7 & & & \\
\hline
4x-5 & 4x^2 & -33x & +28 & \\
 & -4x^2 & +5x & & \\
\hline
 & 0 & -28x & +28 & \\
 & & +28x & -35 & \\
\hline
 & & 0 & -7 &
\end{array}
$$

$$\frac{4x^2 - 33x + 28}{4x-5} = x - 7 - \frac{7}{4x-5}$$

In Exercises 32 – 36 , Use long division to find the quotient Q(x) and remainder R(x) of each rational function .

في التمارين 32 – 36 استخدم القسمة الطويلة لتجد خارج القسمة Q(x) والباقي R(x) لكل دالة نسبية

32. $\dfrac{x^3 + 15x^2 + 49x - 55}{x + 7}$

$$
\begin{array}{r|llll}
 & x^2 + 8x - 7 & & & \\ \hline
x+7 & x^3 & + 15x^2 & + 49x & - 55 \\
 & -x^3 & - 7x^2 & & \\ \hline
 & 0 & + 8x^2 & + 49x & \\
 & & -8x^2 & - 56x & \\ \hline
 & & 0 & - 7x & - 55 \\
 & & & +7x & + 49 \\ \hline
 & & & 0 & - 6
\end{array}
$$

$Q(x) = x^2 + 8x - 7$

$R(x) = -\dfrac{6}{x + 7}$

33. $\dfrac{\mathrm{x}^3 - 26\mathrm{x} - 41}{\mathrm{x} + 4}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & x^2 & -4x & -10 & \\ \hline x+4 & x^3 & +0x^2 & -26x & -41 \\ & -x^3 & -4x^2 & & \\ \hline & 0 & -4x^2 & -26x & \\ & & +4x^2 & +16x & \\ \hline & & 0 & -10x & -41 \\ & & & +10x & +40 \\ \hline & & & 0 & -1 \end{array}$$

$Q(x) = x^2 - 4x - 10$

$R(x) = -\frac{1}{x+4}$

34. $\dfrac{3x^3 + 9x^2 - 64x - 68}{x+6}$

$$
\begin{array}{r|llll}
 & 3x^2 & -9x & -10 & \\
\hline
x+6 & 3x^3 & +9x^2 & -64x & -68 \\
 & -3x^3 & -18x^2 & & \\
\cline{2-4}
 & 0 & -9x^2 & -64x & \\
 & & +9x^2 & +54x & \\
\cline{2-5}
 & & 0 & -10x & -68 \\
 & & & +10x & +60 \\
\cline{2-5}
 & & & 0 & -8
\end{array}
$$

$$Q(x) = 3x^2 - 9x - 10$$

$$R(x) = -\frac{8}{x+6}$$

35. $\dfrac{x^3 - 46x + 22}{x + 7}$

$$
\begin{array}{r|llll}
 & x^2 - 7x + 3 & & & \\
\hline
x + 7 & x^3 & + 0x^2 & - 46x & + 22 \\
 & -x^3 & - 7x^2 & & \\
\hline
 & 0 & - 7x^2 & - 46x & \\
 & & +7x^2 & + 49x & \\
\hline
 & & 0 & + 3x & + 22 \\
 & & & - 3x & - 21 \\
\hline
 & & & 0 & + 1
\end{array}
$$

$Q(x) = \quad x^2 - 7x + 3$

$R(x) = 1$

36. $\dfrac{x^6 + 2x^4 + 6x - 9}{x^3 + 3}$

$$
\begin{array}{r|rrrrrrr}
 & x^3 & & + 2x & & & - 3 & \\
\hline
x^3 + 3 & x^6 & + 0x^5 & + 2x^4 & + 0x^3 & + 0x^2 & + 6x & - 9 \\
 & -x^6 & & & - 3x^3 & & & \\
\hline
 & 0 & & + 2x^4 & & & + 6x & \\
 & & & -2x^4 & & & - 6x & \\
\hline
 & & & 0 & - 3x^3 & & 0 & - 9 \\
 & & & & +3x^3 & & & + 9 \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

$$Q(x) = \ x^3 + \ 2x - 3$$

R(x) = 0

In Exercises 37 – 41 , write each rational function on the form

$$q(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{g(x)}$$

في التمارين 37 – 41 أكتب كل دالة نسبية بالصيغة أو الشكل

$$q(x) = Q(x) + \frac{R(x)}{g(x)}$$

37. $\dfrac{x^3 - x^2 - 16x + 8}{x - 4}$

$$
\begin{array}{r|llll}
 & x^2 + 3x - 4 & & & \\
\hline
x - 4 & x^3 & - x^2 & - 16x & + 8 \\
 & -x^3 & + 4x^2 & & \\
\hline
 & 0 & + 3x^2 & - 16x & \\
 & & -3x^2 & + 12x & \\
\hline
 & & 0 & - 4x & + 8 \\
 & & & +4x & - 16 \\
\hline
 & & & 0 & - 8
\end{array}
$$

$$\therefore \frac{x^3 - x^2 - 16x + 8}{x - 4} = x^2 + 3x - 4 - \frac{8}{x - 4}$$

38. $\dfrac{2x^5 - 5x^4 + 7x^3 + 4x^2 - 10x + 11}{x^3 + 2}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x^2 - 5x + 7 \\
\hline
x^3 + 2 & 2x^5 - 5x^4 + 7x^3 + 4x^2 - 10x + 11 \\
 & -2x^5 \qquad\qquad\qquad - 4x^2 \\
\cline{2-2}
 & 0 \quad - 5x^4 \qquad\qquad 0 \quad - 10x \\
 & \quad +5x^4 \qquad\qquad\qquad + 10x \\
\cline{2-2}
 & \qquad 0 \quad + 7x^3 \qquad\qquad 0 \quad + 11 \\
 & \qquad\quad - 7x^3 \qquad\qquad\quad - 14 \\
\cline{2-2}
 & \qquad\qquad 0 \qquad\qquad\qquad - 3
\end{array}
$$

$$\frac{2x^5-5x^4+7x^3+4x^2-10x+11}{x^3+2} = 2x^2 - 5x + 7 - \frac{3}{x^3+2}$$

39. $\dfrac{4x^3 - 21x^2 + 6x + 19}{4x + 3}$

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & x^2 & -\ 6x & +\ 6 & \\ \cline{2-5}
4x+3 & 4x^3 & -21x^2 & +\ 6x & +19 \\
 & -4x^3 & -\ 3x^2 & & \\ \cline{2-5}
 & 0 & -24x^2 & +6x & \\
 & & +24x^2 & +18x & \\ \cline{2-5}
 & & 0 & +24x & +19 \\
 & & & -24x & -18 \\ \cline{2-5}
 & & & 0 & +1
\end{array}
$$

$$\frac{4x^3 - 21x^2 + 6x + 19}{4x+3} = x^2 - 6x + 6 + \frac{1}{4x+3}$$

40. $\dfrac{3x^4 + 9x^3 - 5x^2 - 6x + 2}{3x^2 - 2}$

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & x^2 & +\,3x & -\,1 & & \\
\hline
3x^2-2 & 3x^4 & +\,9x^3 & -\,5x^2 & -\,6x & +\,2 \\
 & -3x^4 & & +\,2x^2 & & \\
\cline{2-6}
 & 0 & +\,9x^3 & -\,3x^2 & -\,6x & \\
 & & -\,9x^3 & & +\,6x & \\
\cline{2-6}
 & & 0 & -\,3x^2 & 0 & +\,2 \\
 & & & +3x^2 & & -\,2 \\
\cline{2-6}
 & & & 0 & & 0
\end{array}
$$

$$\frac{3x^4 + 9x^3 - 5x^2 - 6x + 2}{3x^2 - 2} = x^2 + 3x - 1$$

$R(x) = 0$

41. $\dfrac{x^4 - 13x - 42}{x^2 - x + 5}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + x - 4 \\
\hline
x^2 - x + 5 & x^4 + 0x^3 + 0x^2 - 13x - 42 \\
 & -x^4 + x^3 - 5x^2 \\
\cline{2-2}
 & 0 + x^3 - 5x^2 - 13x \\
 & -x^3 + x^2 - 5x \\
\cline{2-2}
 & 0 - 4x^2 - 18x - 42 \\
 & +4x^2 - 4x + 20 \\
\cline{2-2}
 & 0 - 22x - 22
\end{array}
$$

$$\frac{x^4 - 13x - 42}{x^2 - x + 5} = x^2 + x - 4 - \frac{22x + 22}{x^2 - x + 5}$$

# تمارين ( 3.3 ) EXERCISES صفحة 137 و 138 في الكتاب

In Exercises 1 – 23 sketch the graph of the function .

في التمارين 1 – 23 ارسم منحني الدالة

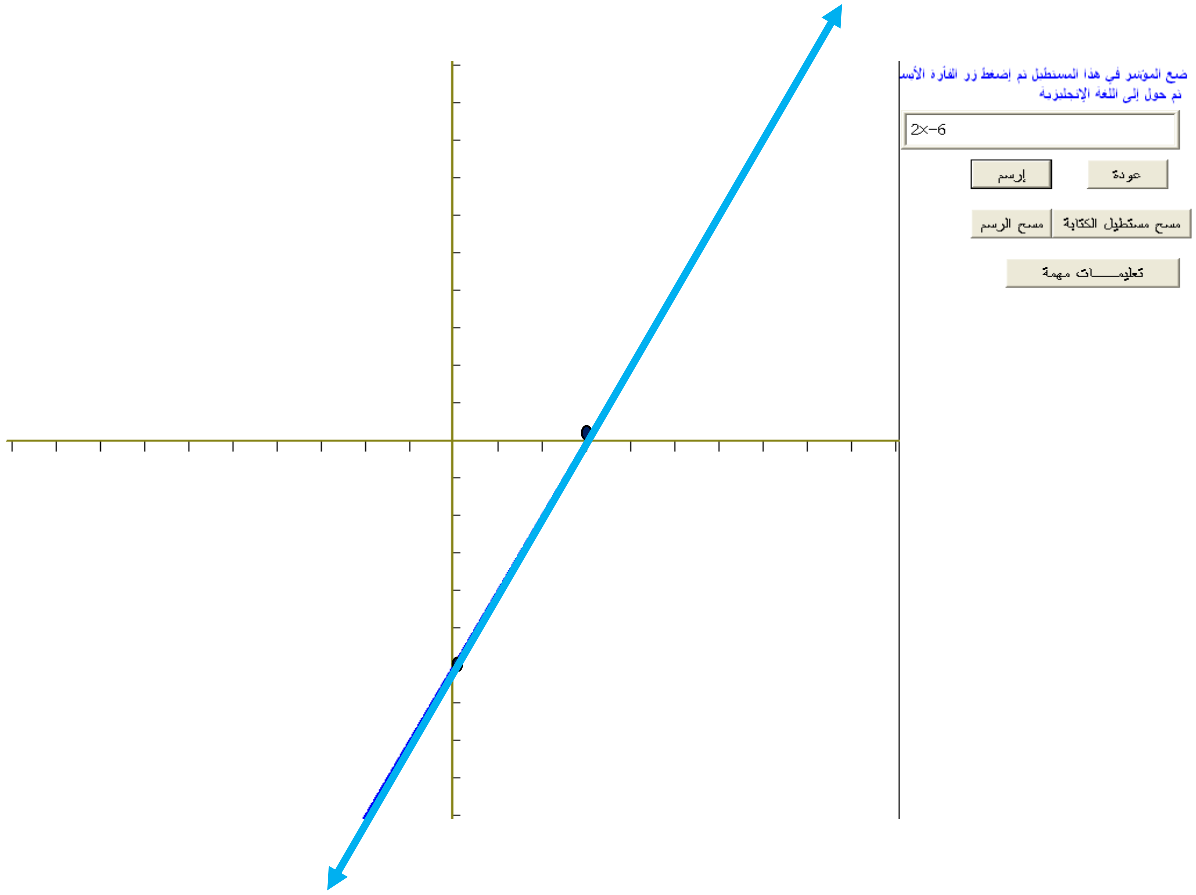
1. f(x) = 2x – 6     or  y = 2x - 6

معادلة الدرجة الأولى هي معادلة مستقيم  لذلك لرسمها يكفي أن نعين نقطتين فقط ثم نصلهما بمستقيم نمده من الجهتين , لاحظ  أن  رسم الدالة  يقطع محور  Y  عندما تكون  x = 0  ويقطع محور  X  عندما تكون  y= 0  هنا نرسم النقطتين  ( 3 , 0 )  و ( 0 , - 6 )

| | | |
|---|---|---|
| X | 0 | 3 |
| Y | - 6 | 0 |

Domain = ( - ∞ ,  ∞ ) = المجال

Range = ( - ∞ , ∞ ) = المدى




2. f(x) = 3x – 6  , x < 2  = ( - ∞ , 2 )

لا حظ أن النقطة ( 2 , 0 ) ليست ضمن الرسم لذلك وضعنا عندها دائرة مفرغة

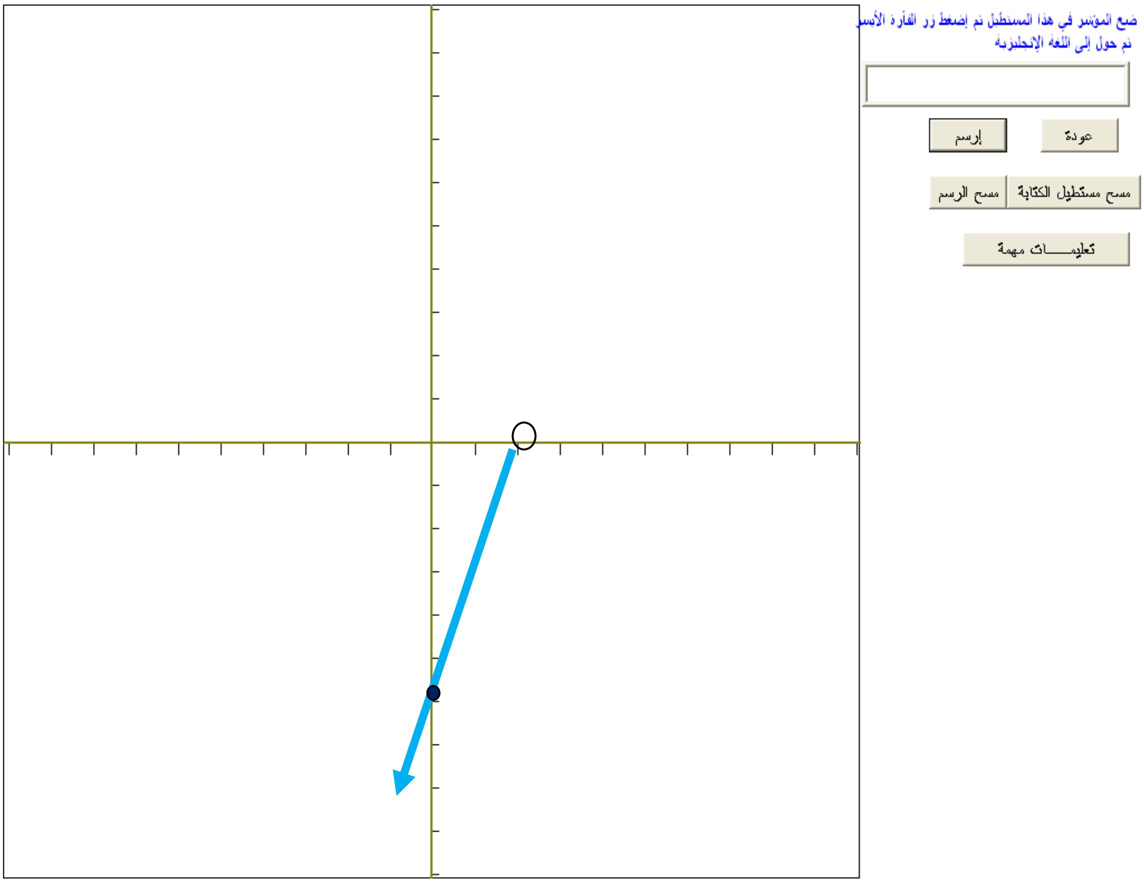
هنا المجال  Domain معطى مع التمرين  أي محدد مسبقاً

| | | |
|---|---|---|
| X | 0 | 2 |
| | | |

Domain=x<2= ( - ∞ , 2 ) = المجال

| Y | - 6 | 0 |
|---|---|---|

Range = ( - ∞ , 0 ) = المدى

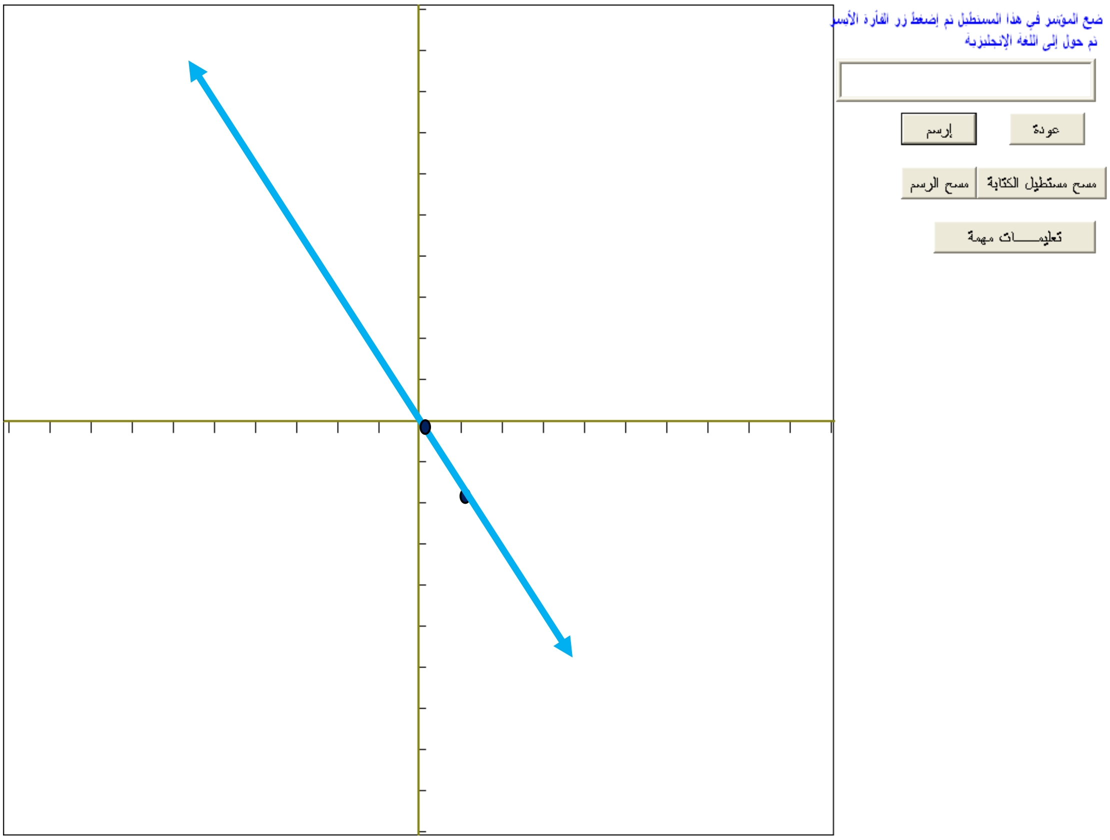



3. g(x) = - 2x

| X | 0 | 1 |
|---|---|---|
| | | |

Domain = Range = R = المجال = المدى

Y  0  - 2

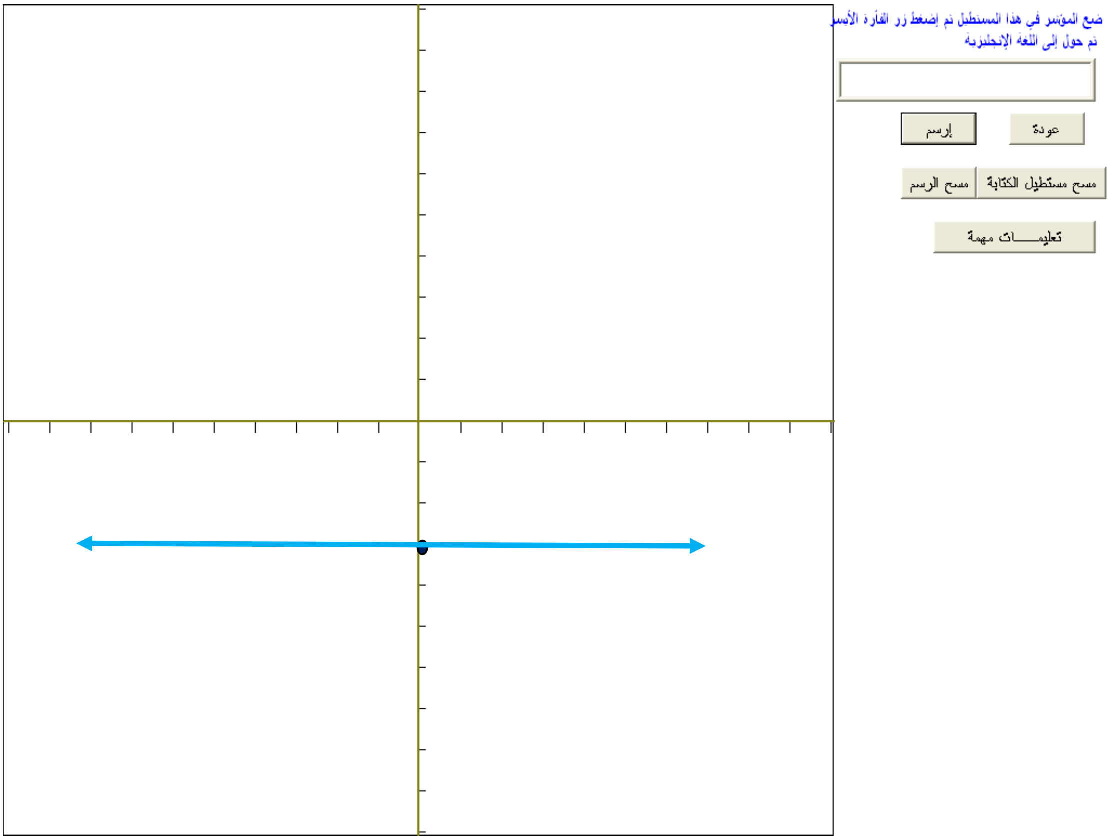



4. h(x) = - 3  or  y = - 3

| X | 0 | 100 | - 1000 |
|---|---|---|---|
| Y | - 3 | - 3 | - 3 |

Domain = R

Range = { - 3 }



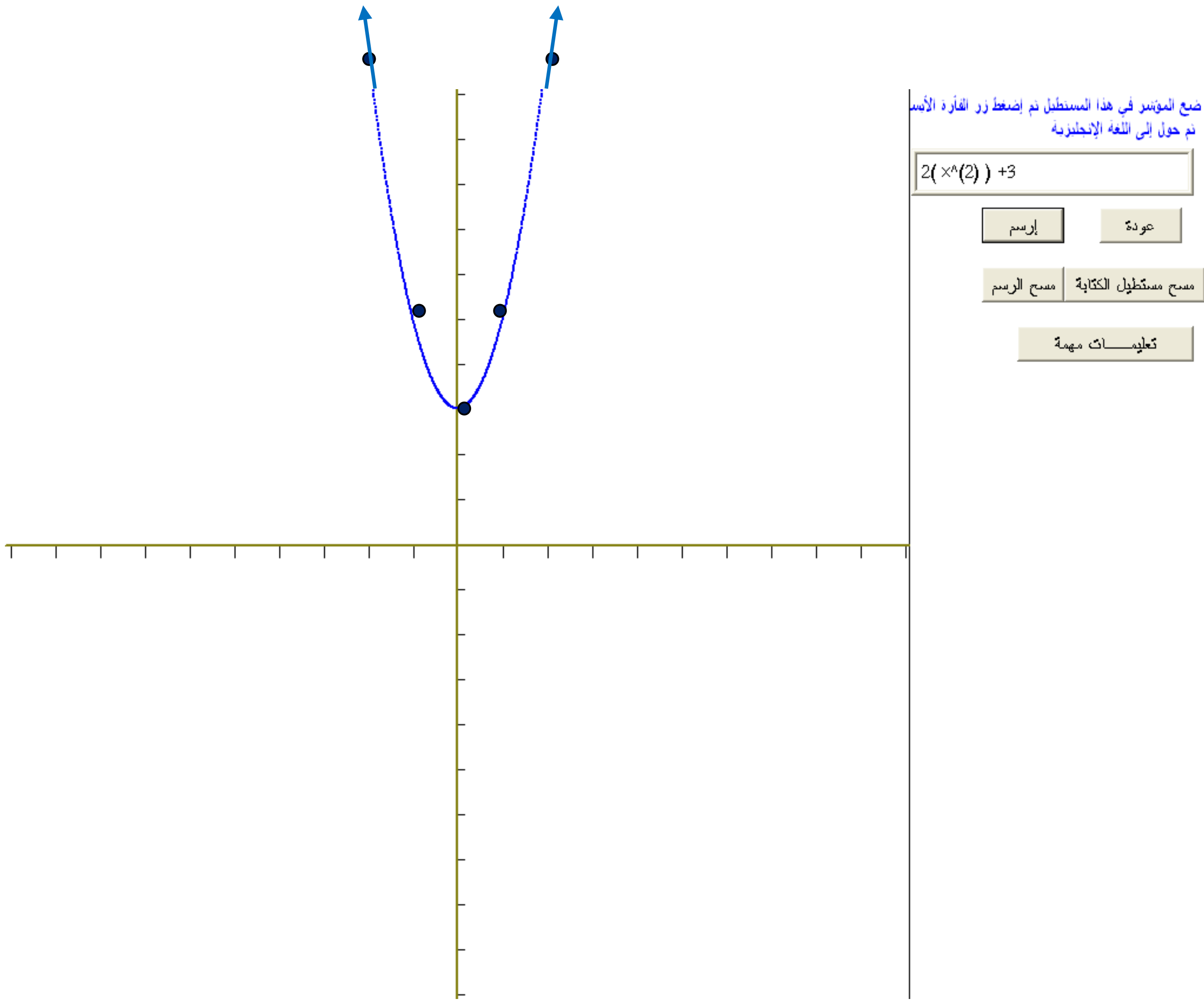

5. $f(x) = 2x^2 + 3$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

| X | - 2 | - 1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| Y | 11 | 5 | 3 | 5 | 11 |

Domain = R

Range = [ 3 , ∞ )

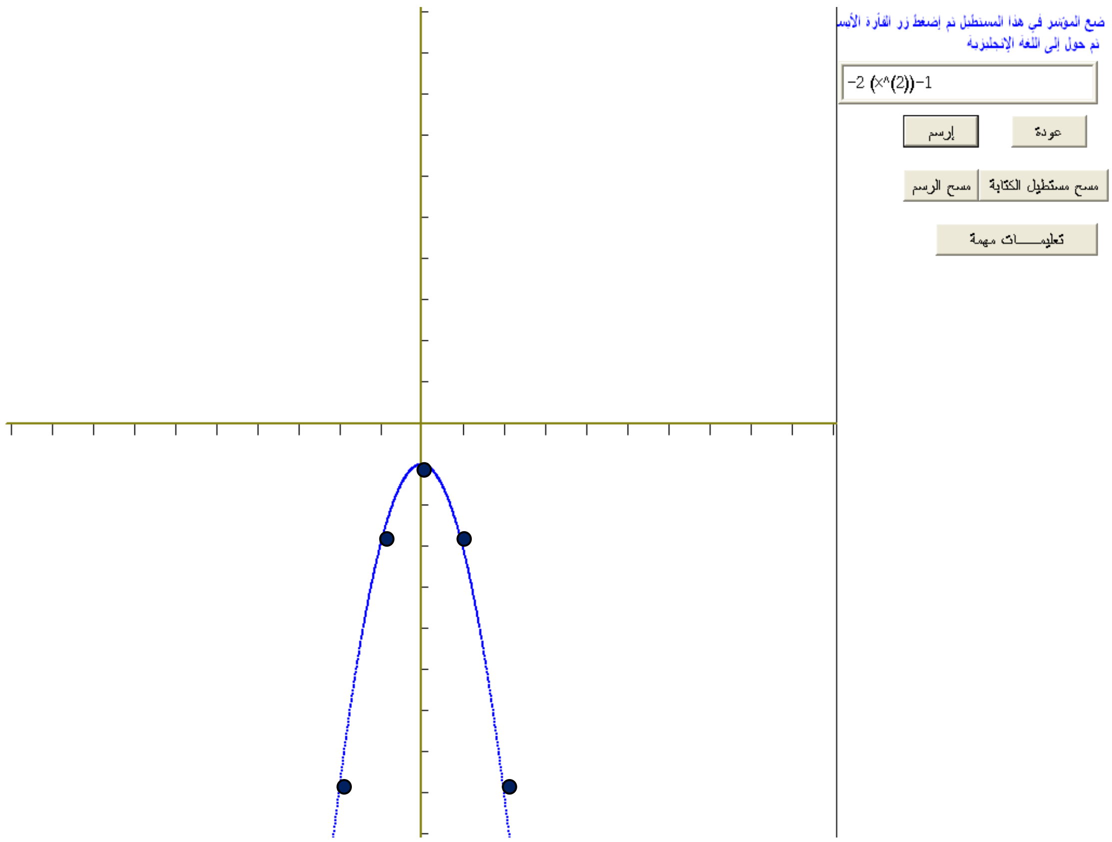



6. $g(x) = -2x^2 - 1$

| X | - 2 | - 1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| Y | - 9 | - 3 | - 1 | - 3 | - 9 |

Domain = R

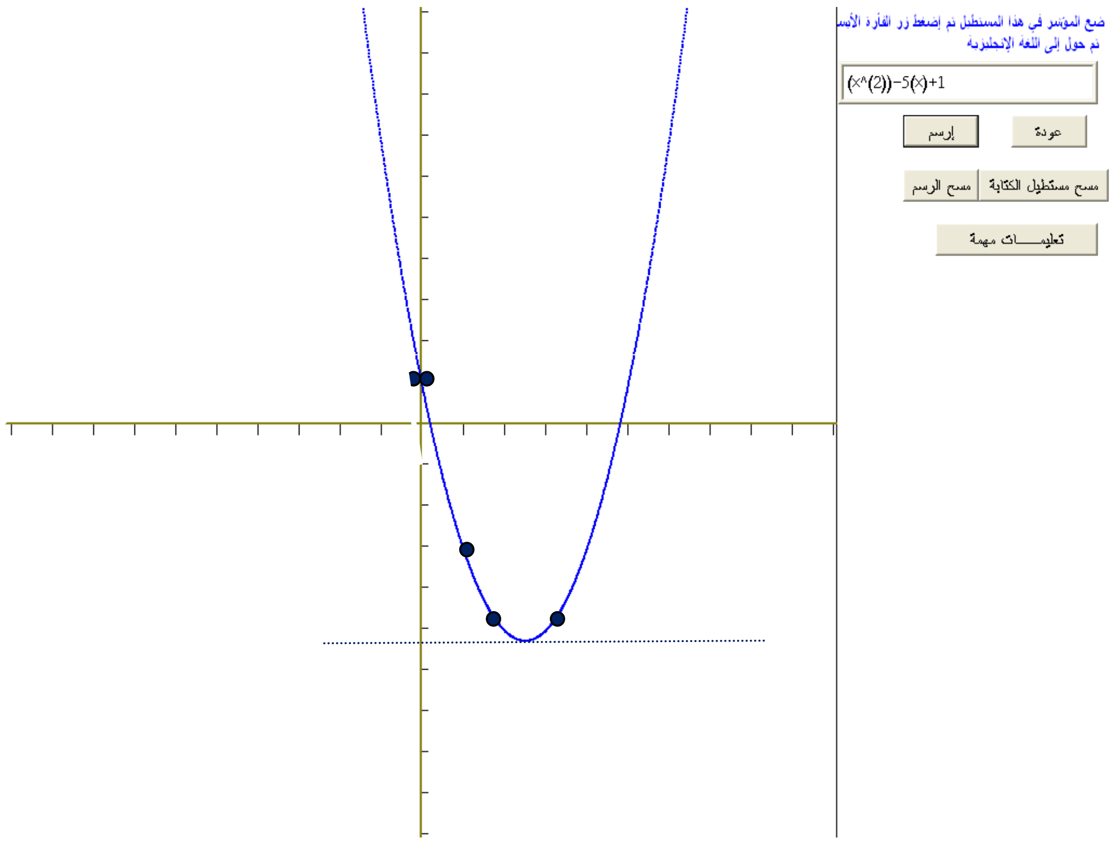
Range =( - ∞ , - 1 ]




Domain = x قيم , Range = y قيم

7. $f(x) = x^2 - 5x + 1 \quad , x \geq 0 \quad , Domain = [\,0\,, \infty\,)$

| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| Y | 1 | - 3 | - 5 | - 5 |




$$\frac{dy}{dx} = 2x - 5 \quad , \qquad 2x - 5 = 0\,, \qquad x = \frac{5}{2}$$

$$y = f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{2}\right) + 1 = \frac{25}{4} - \frac{50}{4} + \frac{4}{4}$$

$$= -\frac{21}{4}$$

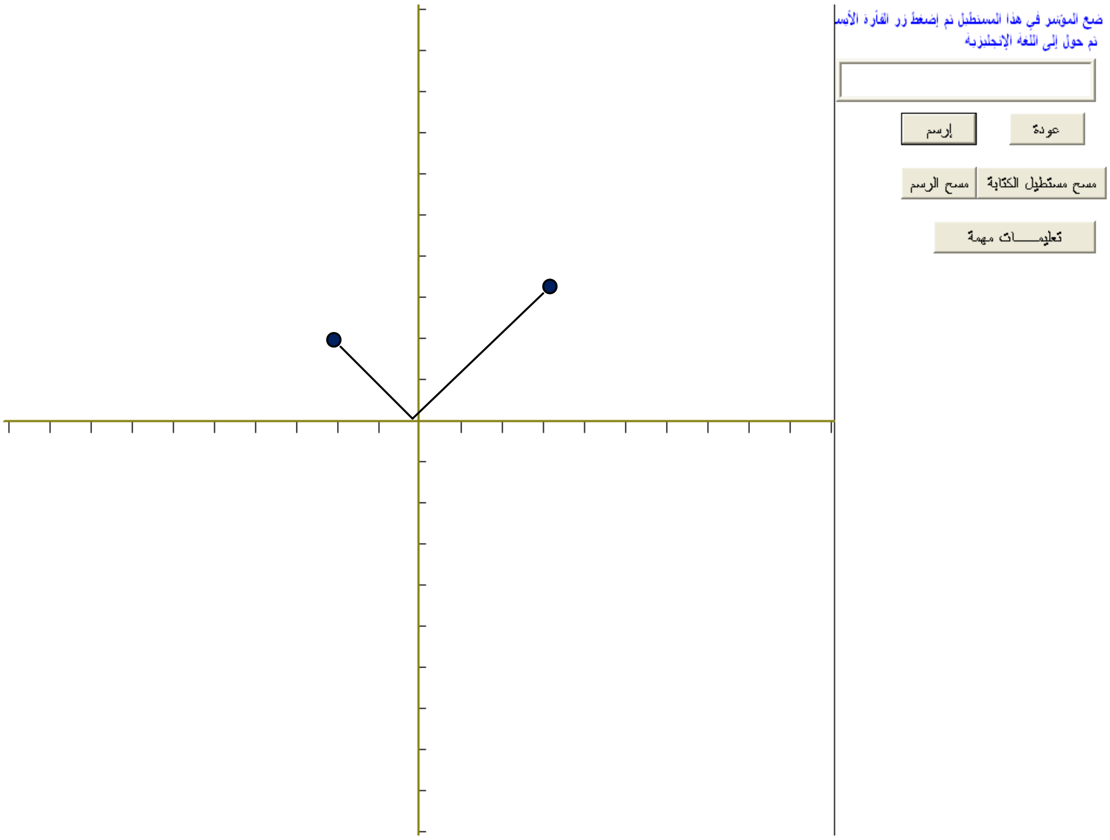
$$Range = \left[-\frac{21}{4}\,, \infty\right)$$

تذكر المشتقة تعني ميل المماس للمنحني وهنا المماس عند القاع هو مستقيم موازي لمحور السينات أي أن ميله يساوي صفر

8. $y = |x| \ , \ for \ \ -2 \le x \le 3$

Domain = [ - 2 , 3 ]   ,   Range = [ 0 , 3 ]

| X | - 2 | - 1 | 0 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| Y | 2 | 1 | 0 | 1 | 3 |



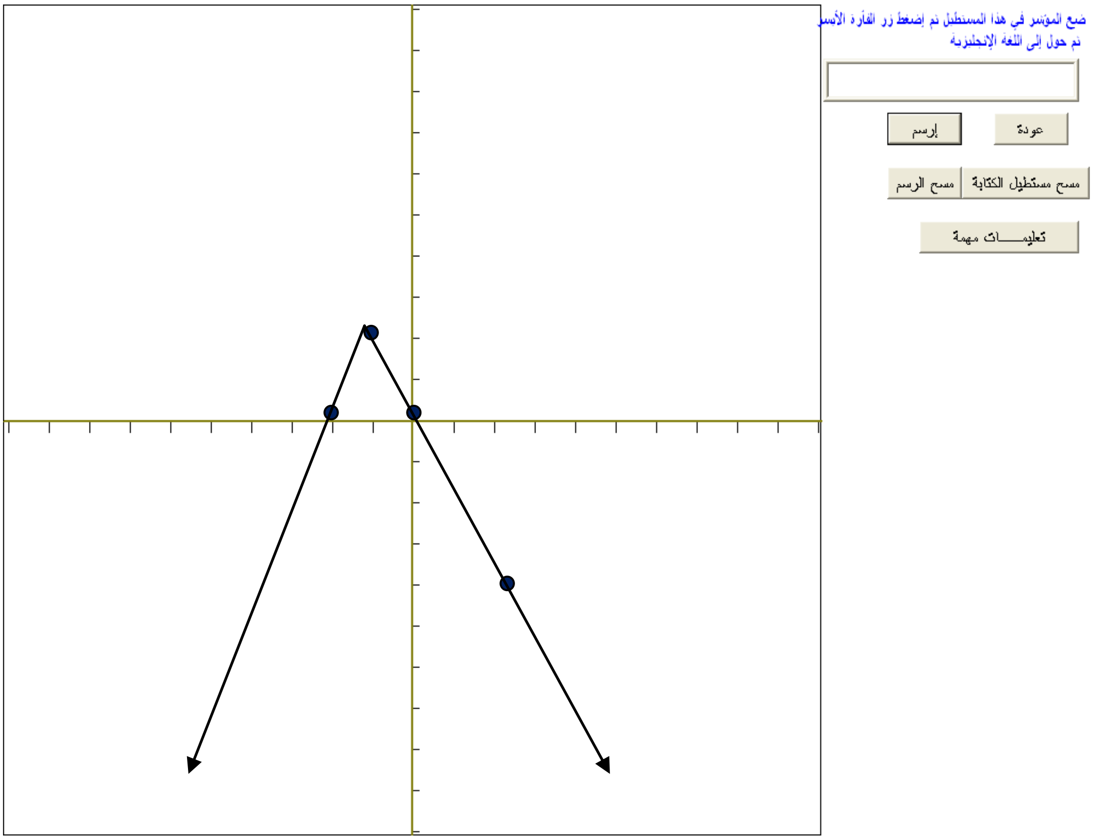

9. $g(x) = -2|x+1| + 2$

| X | - 2 | - 1 | 0 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| Y | 0 | 2 | 0 | - 4 |

Domain = R

$|x+1| \geq 0 \ , -2|x+1| \leq 0 \ \ , -2|x+1| + 2 \leq 2$

$y = \ -2|x+1| + 2 \leq 2 \ \ , Range = (-\infty, 2\,]$



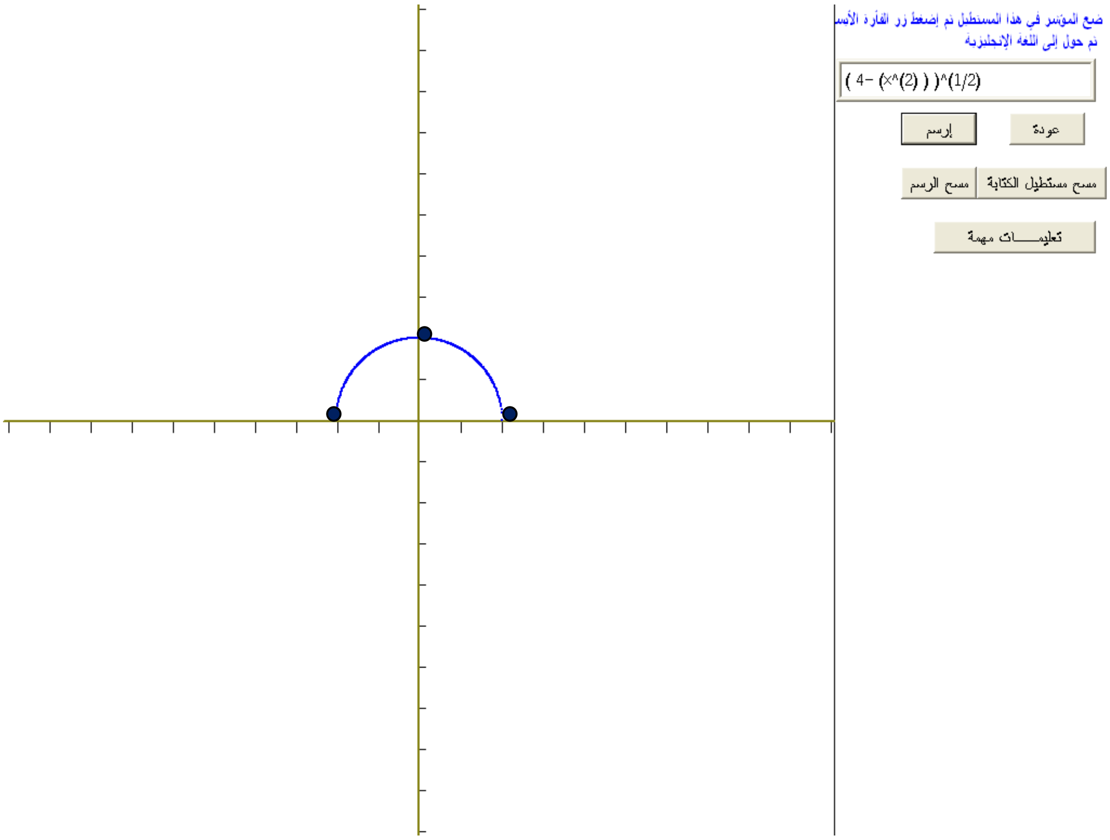

10. $y = \sqrt{4 - x^2}$

$4 - x^2 \geq 0 \ ,\qquad 4 \geq x^2 \ \ , x \leq 2 \ \ , x \geq -2$

Domain=[ - 2 , 2 ]    range=[ 0 , 2 ]

| X | - 2 | 0 | 2 |
|---|---|---|---|
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Y | 0 | 2 | 0 |



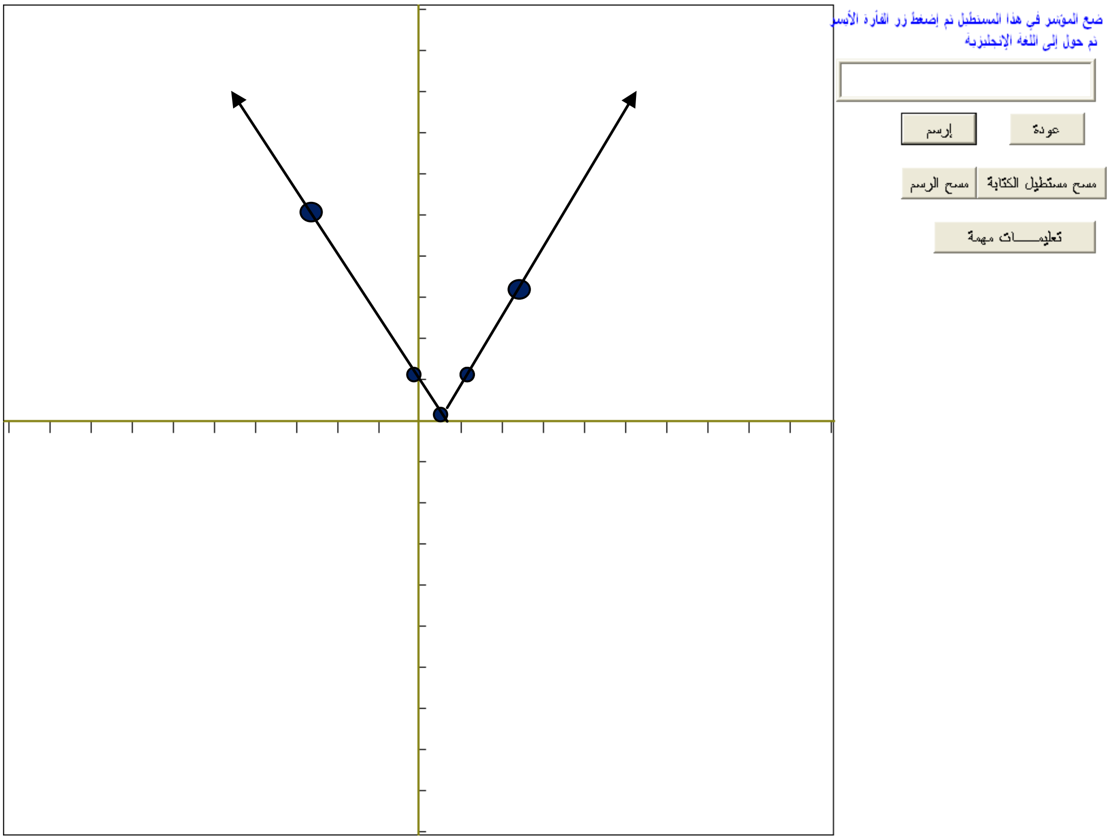

11. f(x)=|1-2x|

Domain=R

$y = |1 - 2x| \geq 0$ ,  $0 \leq y = [0\,,\infty) = Range$

| $x$ | $-2$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

| $y$ | 5 | 1 | 0 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|




12. $y = \sqrt{x^2 - 1}$

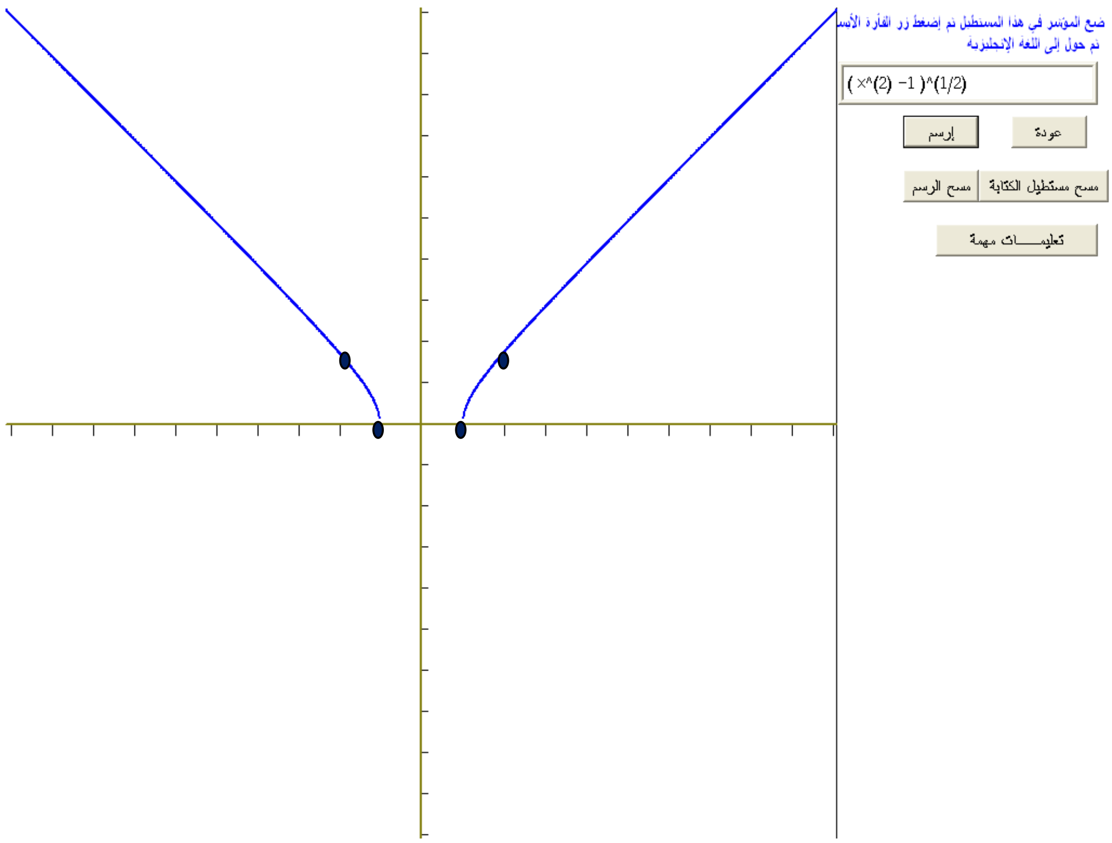
$x^2 - 1 \geq 0\,,\ \ x^2 \geq 1\ ,\ \ x \geq 1 \quad or\ \ x \leq -1$

$Domain = (-\infty\,, -1\ ] \cup [\,1\,, \infty\,)$

| X | - 2 | - 1 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | $\sqrt{3}$ | $0$ | $0$ | $\sqrt{3}$ |

$$Range = [\,0\,,\infty\,)$$

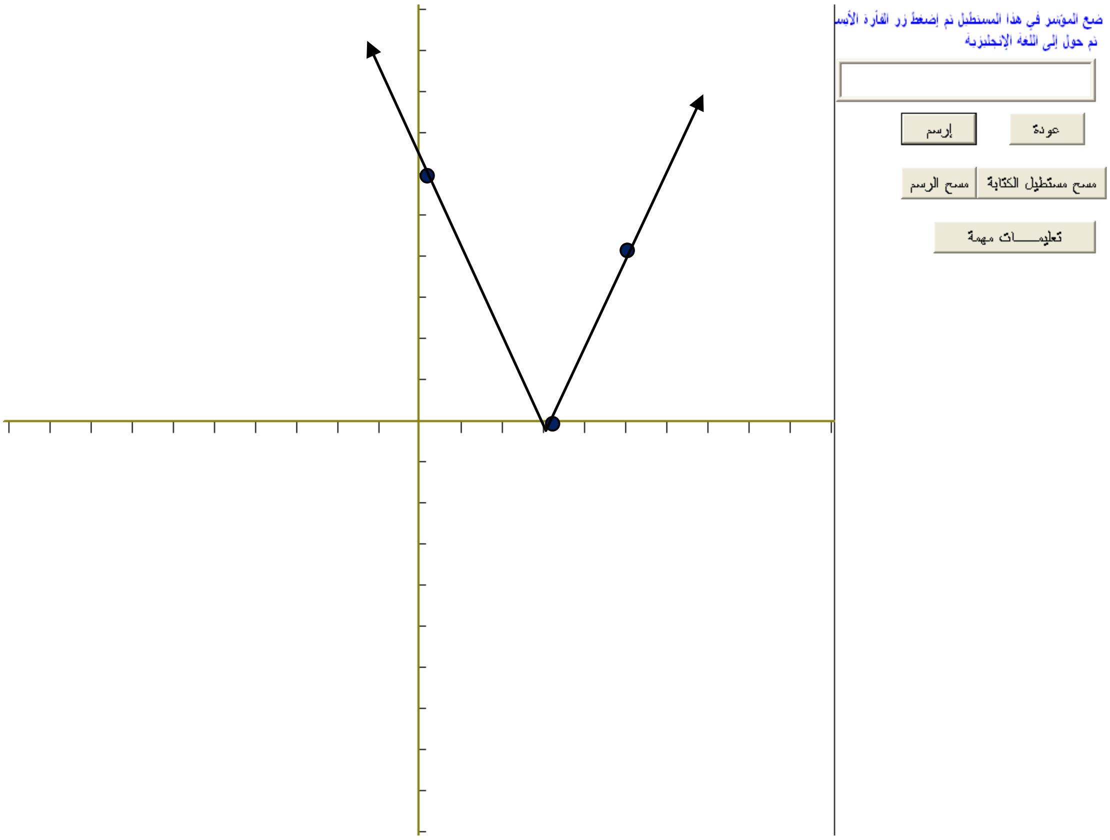



13. $f(x) = |2x - 6|$

Domain= R

$y = |2x - 6| \geq 0 \quad , \qquad Range = [\,0\,,\infty\,)$

| X | 0 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| Y | 6 | 0 | 4 |




14. $f(x) = \dfrac{3}{2x-1}$

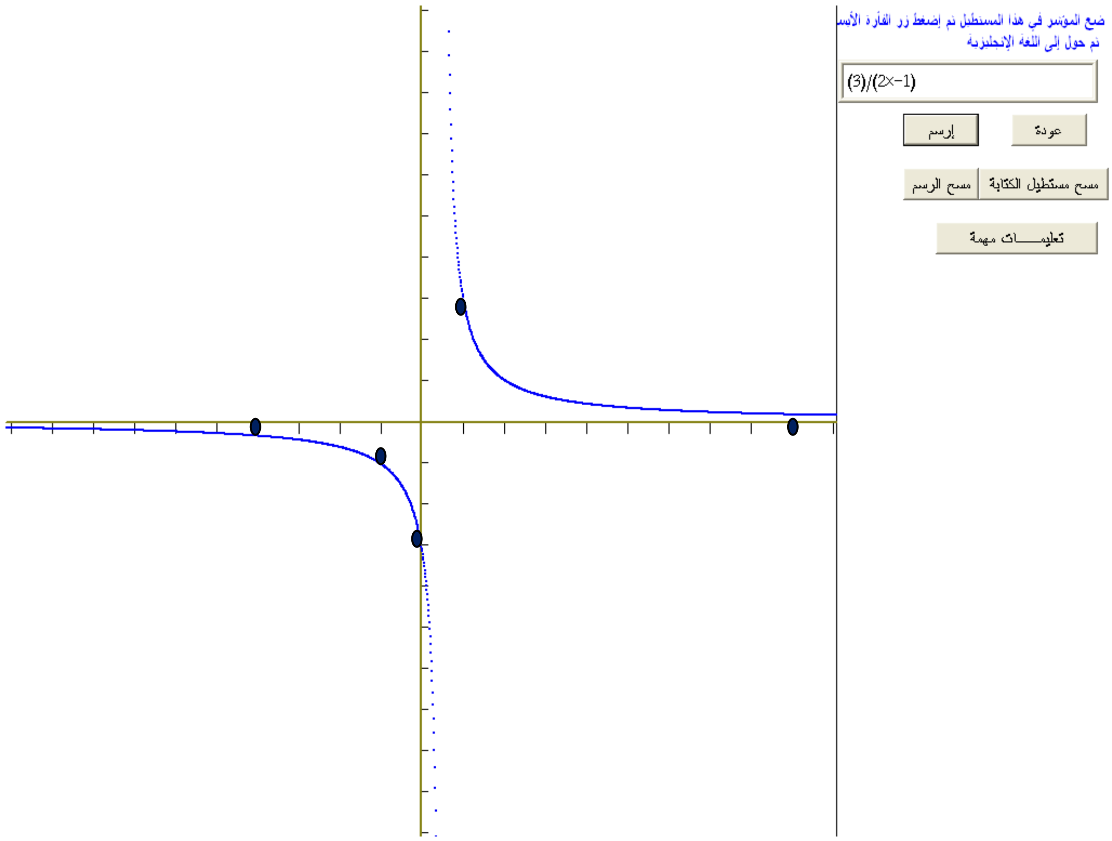
$2x - 1 = 0\,,\;\; x = \dfrac{1}{2}\;\;,\qquad Domain = R - \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

| X | - 4 | - 1 | 0 | 1 | 3000000 |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-\frac{1}{3}$ | $-1$ | $-3$ | $3$ | $\cong \frac{1}{2000000}$ |

لاحظ أنه عندما تكون x كبيرة جداً جداً فإن y تكون صغيرة جداً جداً أي أن y تقترب من العدد 0 ولاكن لا تساويه أي أن

Range = R – { 0 }




15. $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ , $x - 1 = 0\,, x = 1$

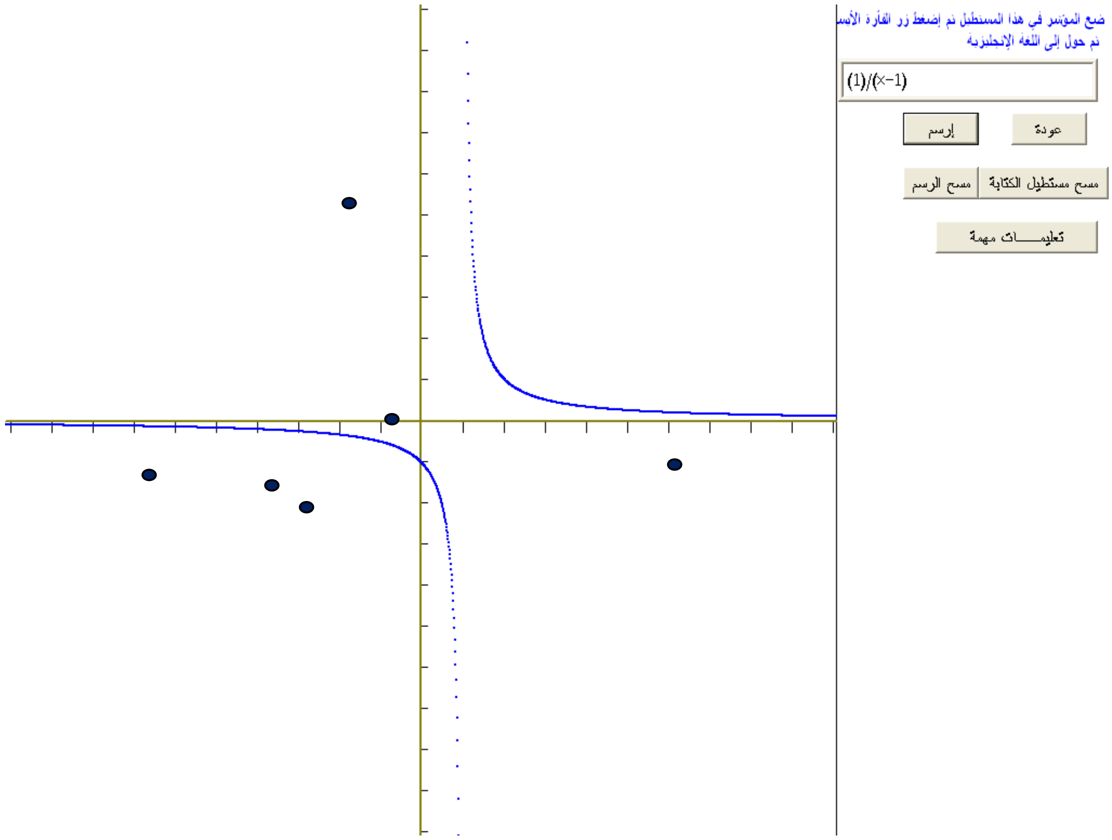
Domain = R – {1}

| X | - 4 | - 1 | 0 | 1 | 2000000 |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-\frac{1}{5}$ | $-\frac{1}{2}$ | $-1$ | $?$ | $\cong \frac{1}{2000000}$ |

لاحظ أنه عندما تكون x كبيرة جداً جداً فإن y تكون صغيرة جداً جداً أي أن y تقترب من العدد 0 ولاكن لا تساويه أي أن

Range = R – { 0 }




16. $xy = -6 \quad , \quad y = -\frac{6}{x} \quad , \quad x \neq 0$

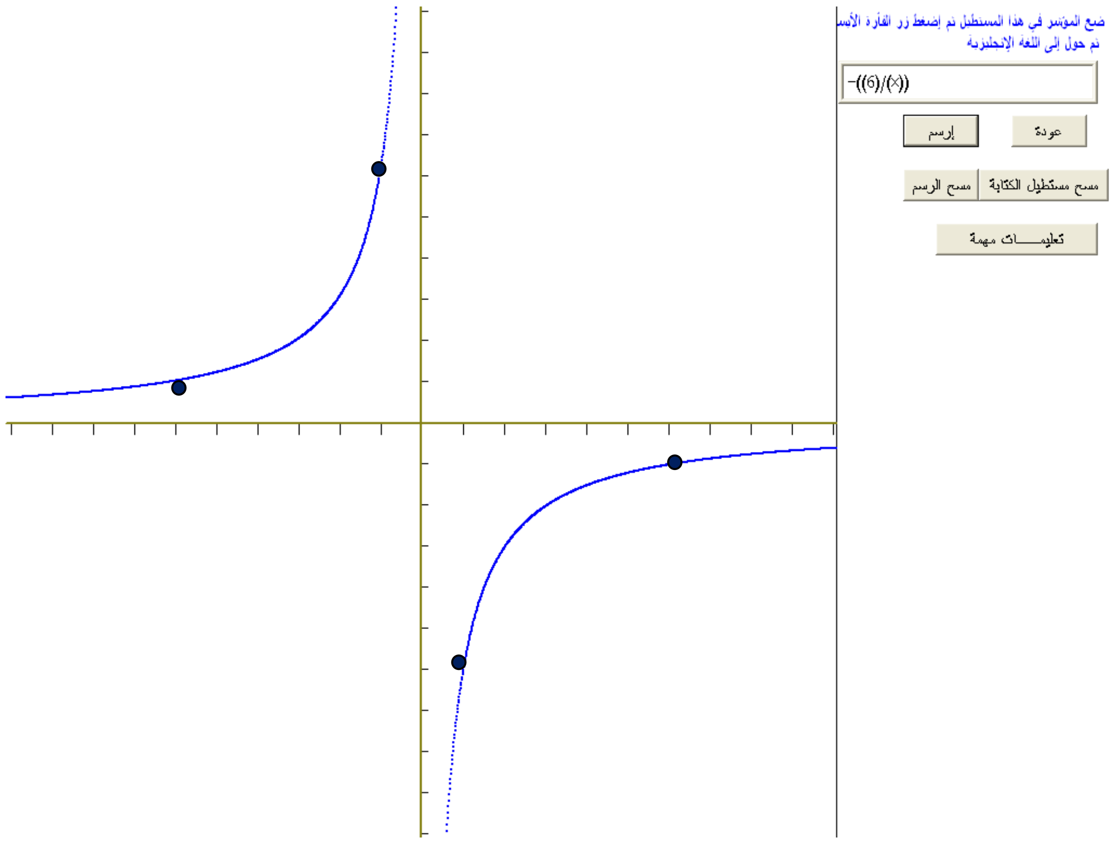
Domain = R – {0}

| X | - 6 | - 1 | 0 | 1 | 6 | 2000000 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 1 | 6 | ? | $-6$ | $-1$ | $\cong -\frac{1}{2000000}$ |

لاحظ أنه عندما تكون x كبيرة جداً جداً فإن y تكون صغيرة جداً جداً أي أن y تقترب من العدد 0 ولاكن لا تساويه أي أن

Range = R – { 0 }



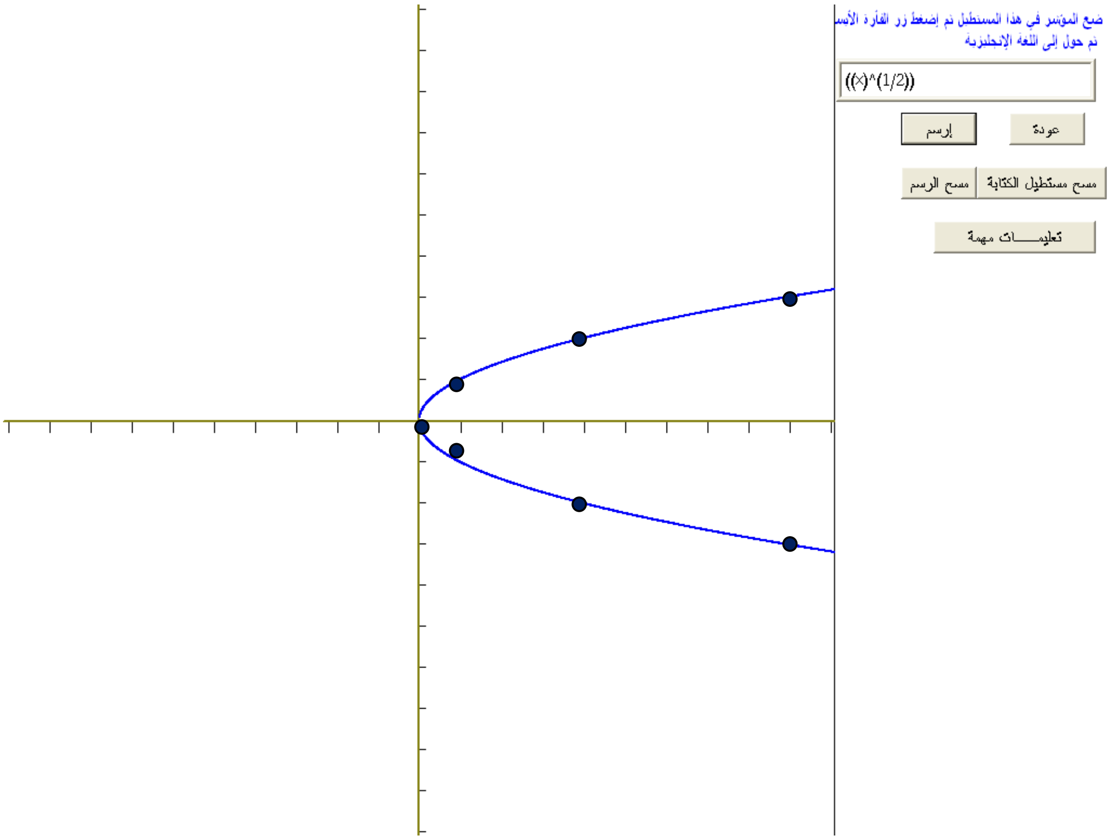

17. $x = y^2$

$y = \pm\sqrt{x} \quad , \quad x \geq 0$

$Domain = [\,0\,,\infty\,)$

| X | 0 | 1 | 4 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | $\pm 1$ | $\pm 2$ | $\pm 3$ |

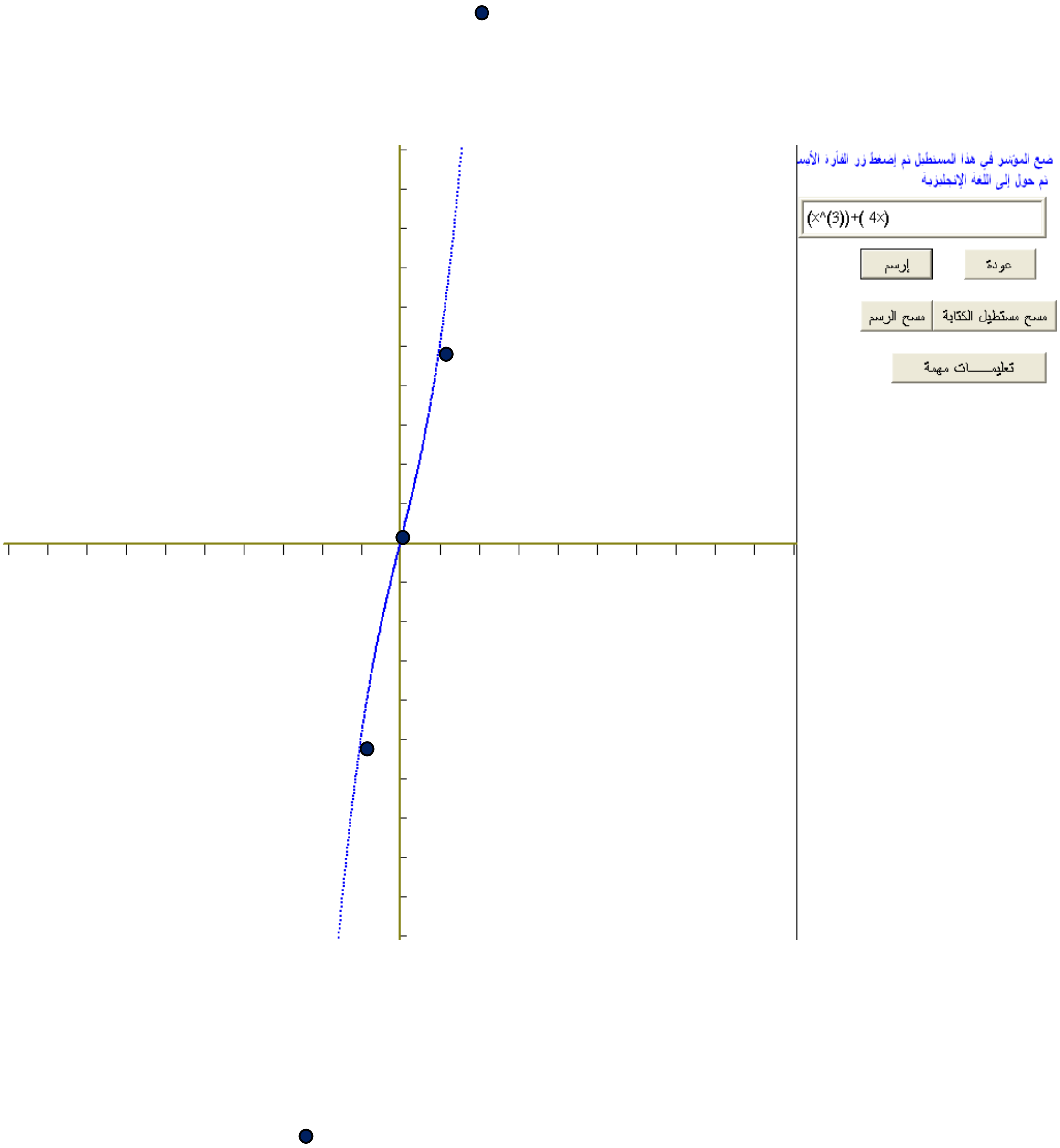
Range = R




18. $f(x) = x^3 + 4x$

Polynomial Domain = Range = R = المدى = المجال حدود كثيرة

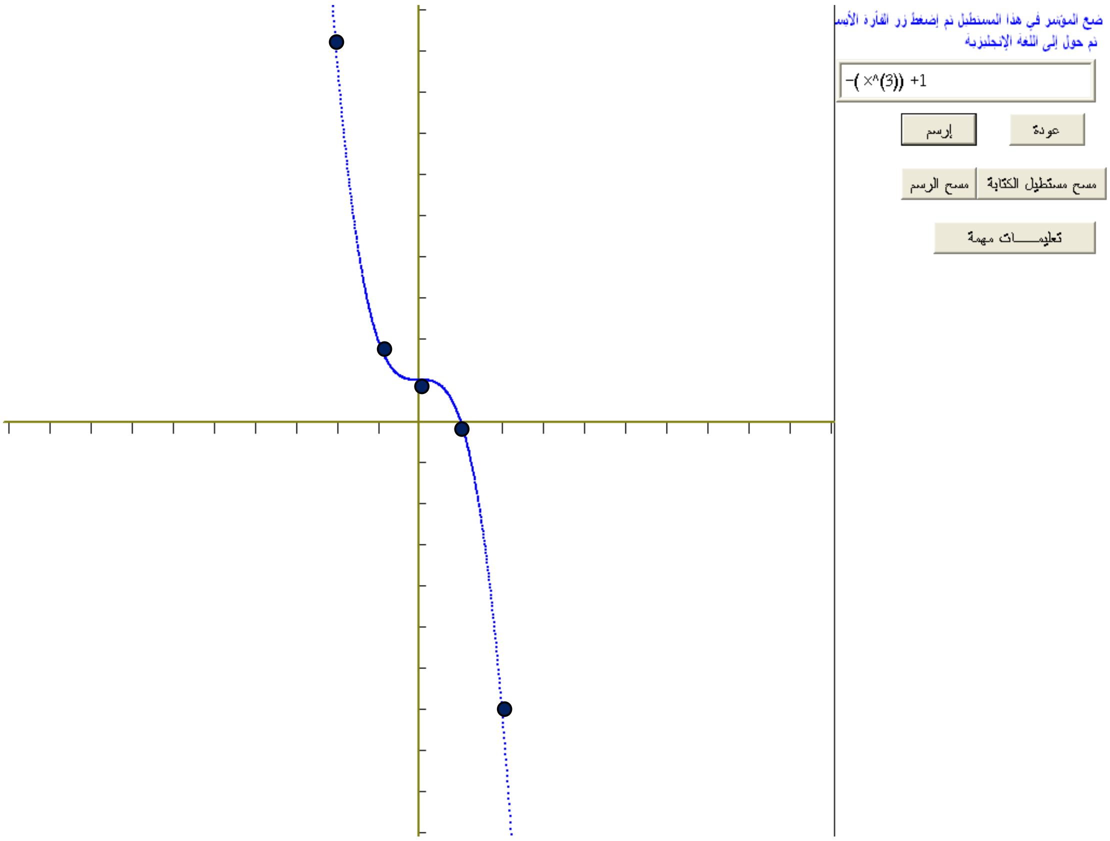
| X | - 2 | - 1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| Y | -16 | - 5 | 0 | 5 | 16 |




19. $f(x) = -x^3 + 1$

Polynomial Domain = Range = R = المدى = المجال حدود كثيرة

| X | - 2 | - 1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| Y | 9 | 2 | 1 | 0 | - 7 |




$$20.\ \ f(x) = \begin{cases} x \ \ for \ \ x < 0 \\ \\ 2x \ \ for \ \ x \geq 0 \end{cases}$$

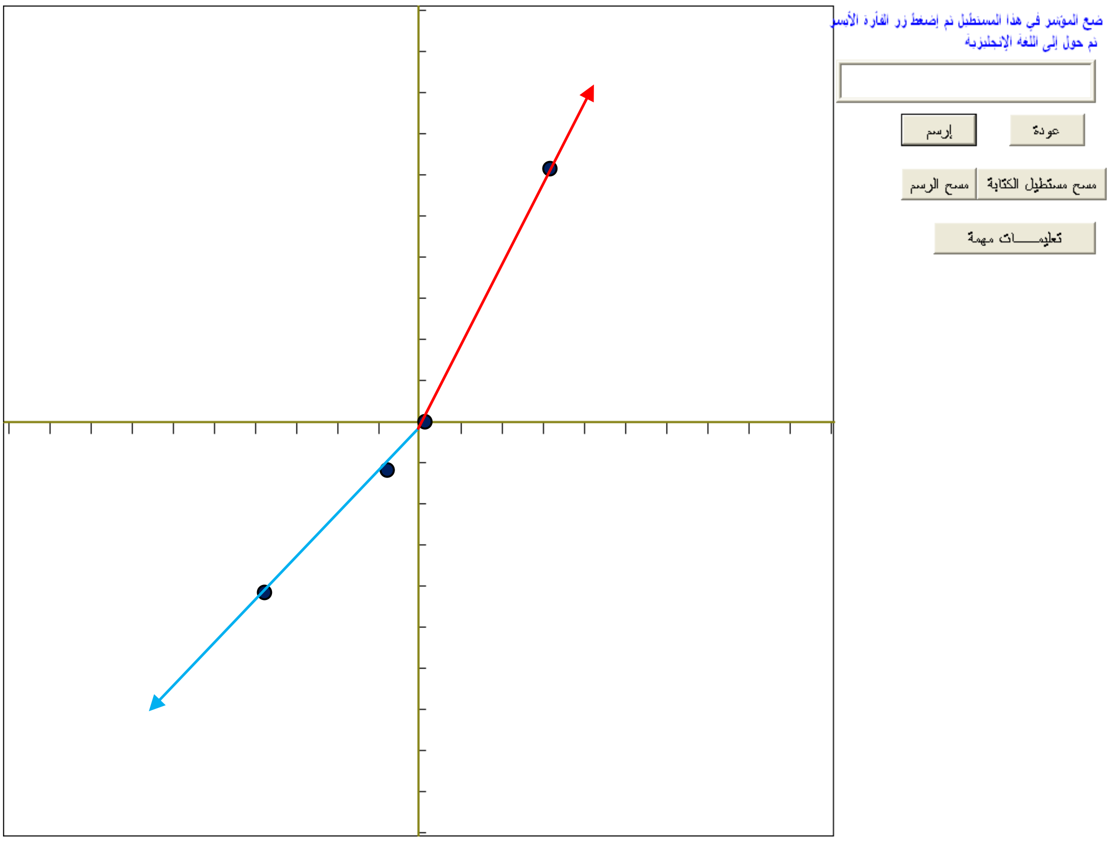
$$Domain = Range = (-\infty, \infty)$$

| X | - 4 | - 1 |
|---|---|---|
| Y | - 4 | - 1 |

for x< 0

| x | 0 | 3 |
|---|---|---|
| y | 0 | 6 |

$for\ x \geq 0$

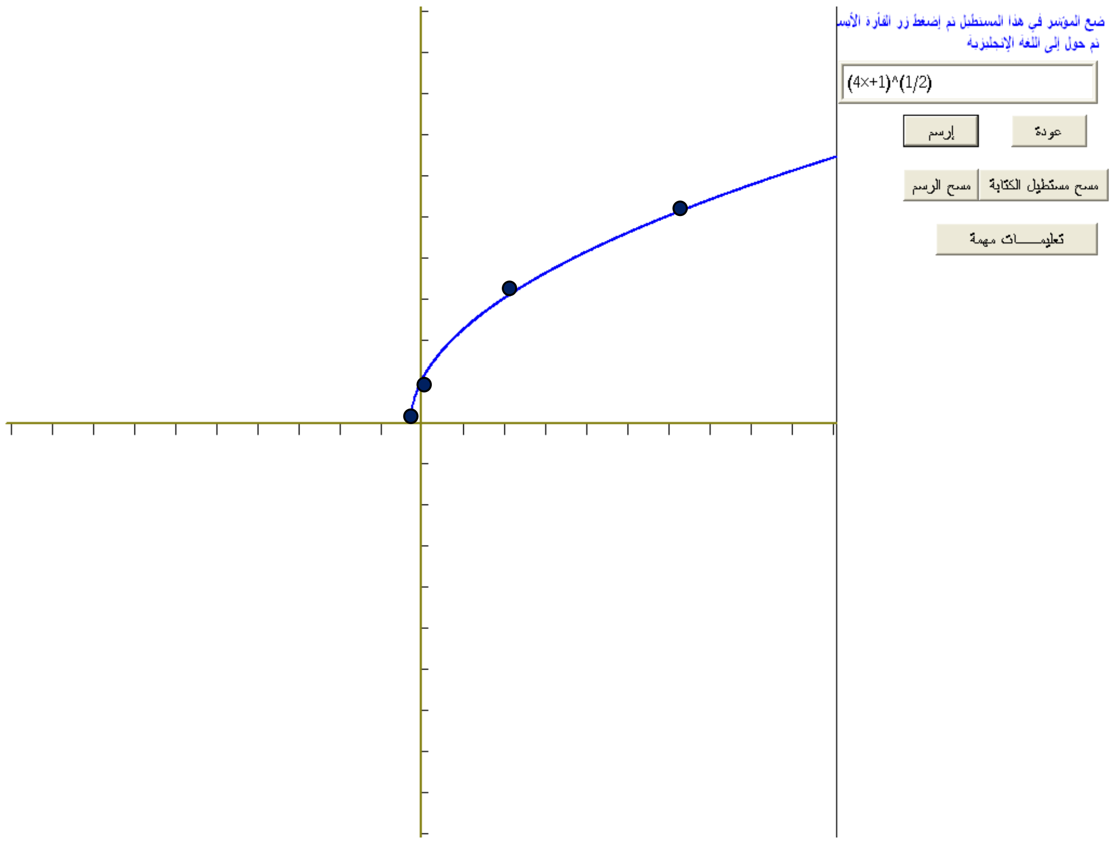



$$21.\ f(x) = \sqrt{4x+1} \quad , \qquad x \geq -\frac{1}{4}$$

$$Domain = \left[-\frac{1}{4}\ , \qquad \infty\right)$$

$Range = [\,0\,,\infty\,)$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x$ | $-\frac{1}{4}$ | $0$ | $2$ |
| $y$ | $0$ | $1$ | $3$ |




$$22.\ \ f(x) = \begin{cases} x^2 \ \ for\ \ 0 \le x \le 2 \\ \\ 4\ \ for\ \ \ x > 2 \end{cases}$$

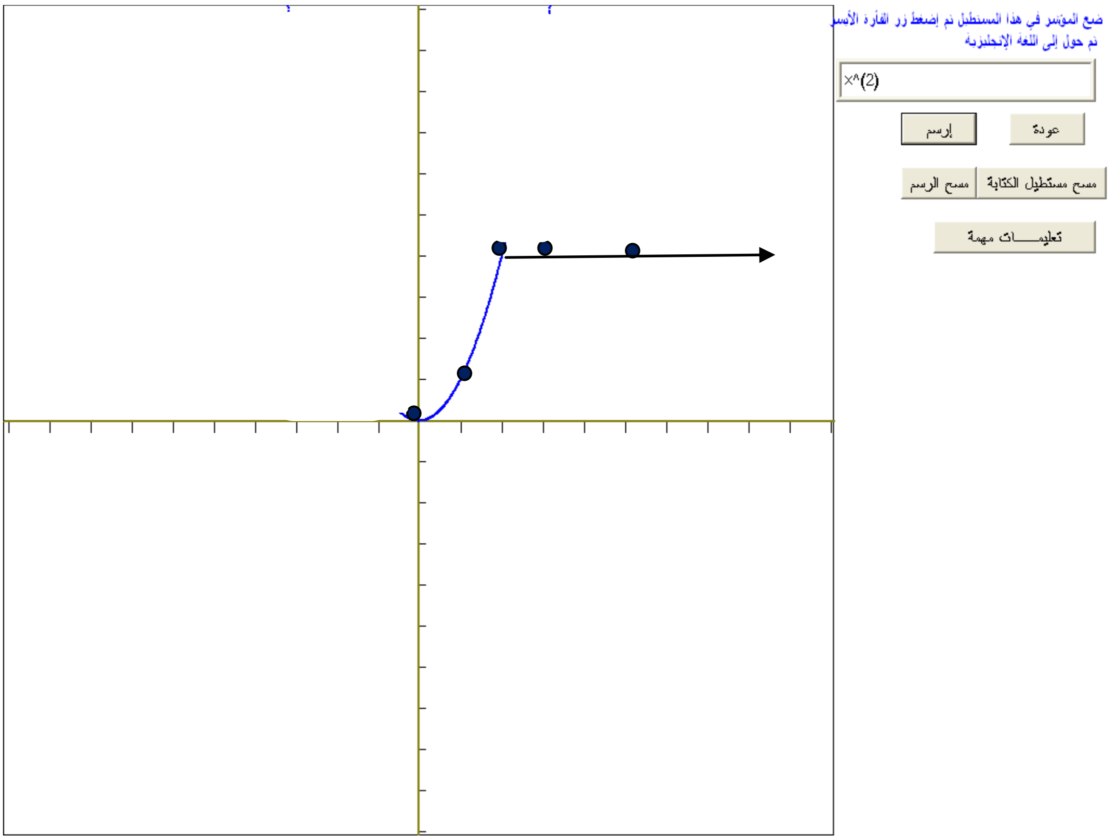
| $x$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | 1 | 4 |

$for\ \ 0 \leq x \leq 2$

| $x$ | 3 | 5 |
|---|---|---|
| $y$ | 4 | 4 |

$for\ \ x > 2$

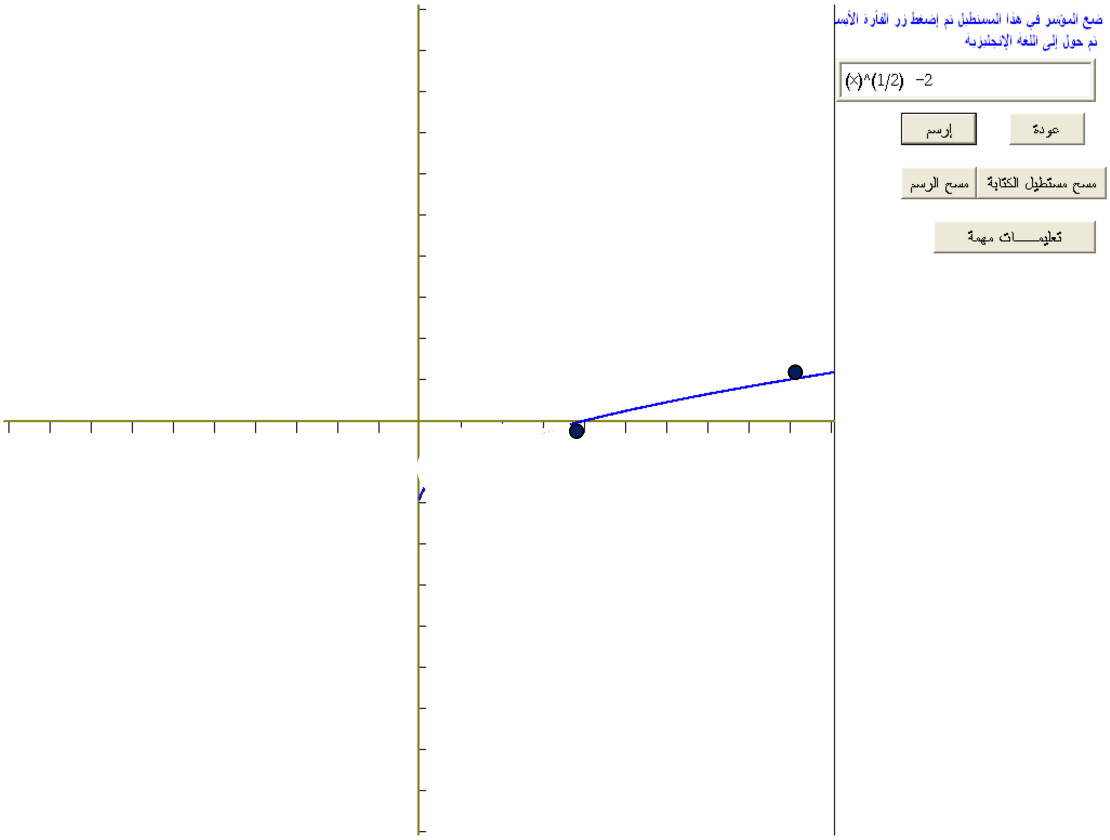
$Domain = [\,0\,,\infty\,)\quad Range = [\,0\,,4]$




23. $f(x) = \sqrt{x} - 2\quad , x \geq 4$

| X | 4 | 9 |
|---|---|---|
| Y | 0 | 1 |

$Domain = [\,4\,,\infty\,)\,,\ Range = [\,0\,,\infty\,)$

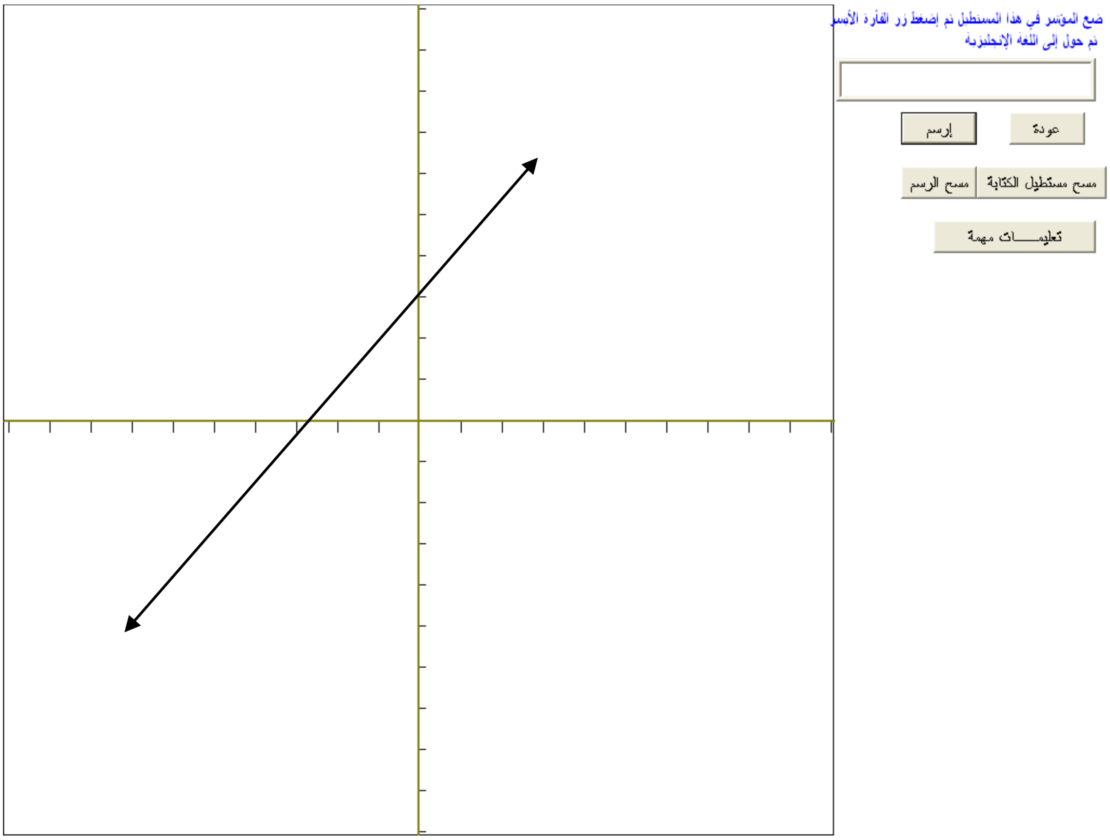



In exercises 24 - 28 , Determine which of the following curves represent a graph of a function . Explain your reason for any that do not define a function.

في التمارين 24 – 28 حدد أي من المنحنيات الآتية يمثل رسم دالة . وضح سببك لأي منها لا يعرف دالة .

في مثل هذا النوع من الأسئلة أي عندما تعطى رسماً وتسأل هل هو رسم دالة أولا , استخدم اختبار المستقيم الرأسي vertical line test أي إذا كان أي مستقيم رأسي ( مستقيم يوازي محور y ) يقطع الرسم المعين في أكثر من نقطة واحدة فإن الرسم لا يمثل دالة

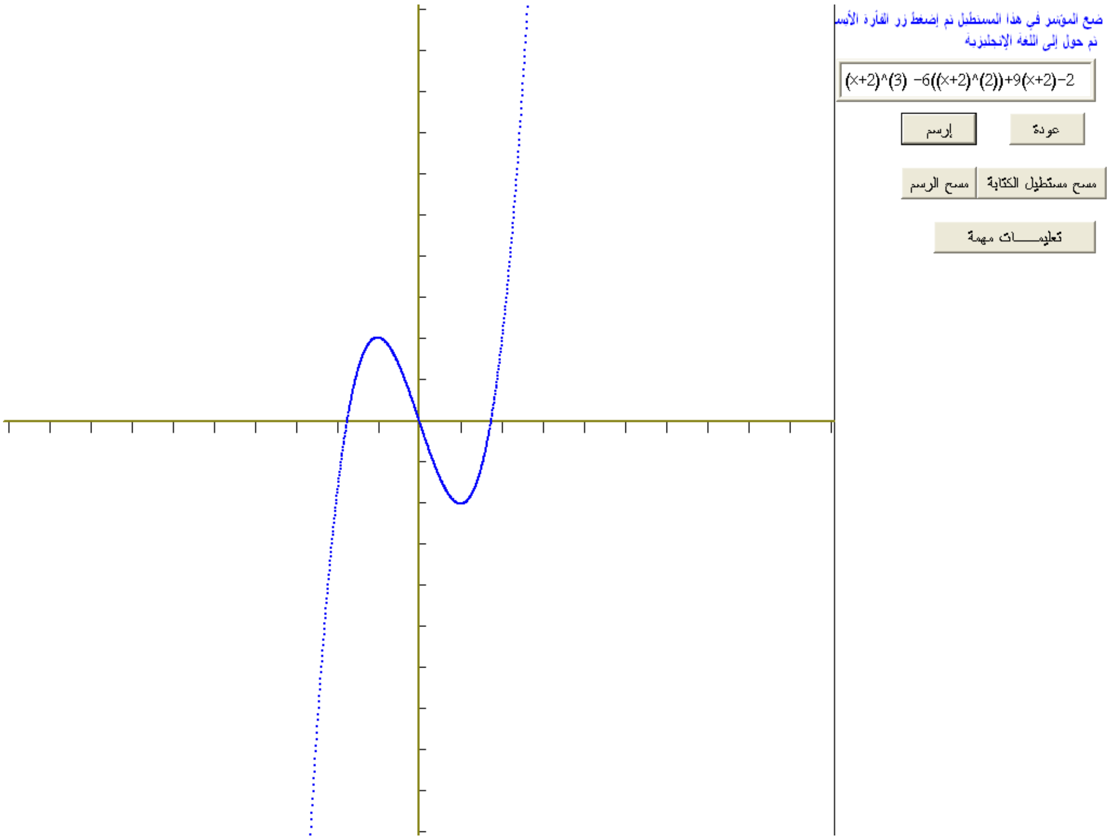
24.




Function دالة

أي مستقيم رأسي ترسمه لن يقطع الرسم إلا في نقطة واحدة

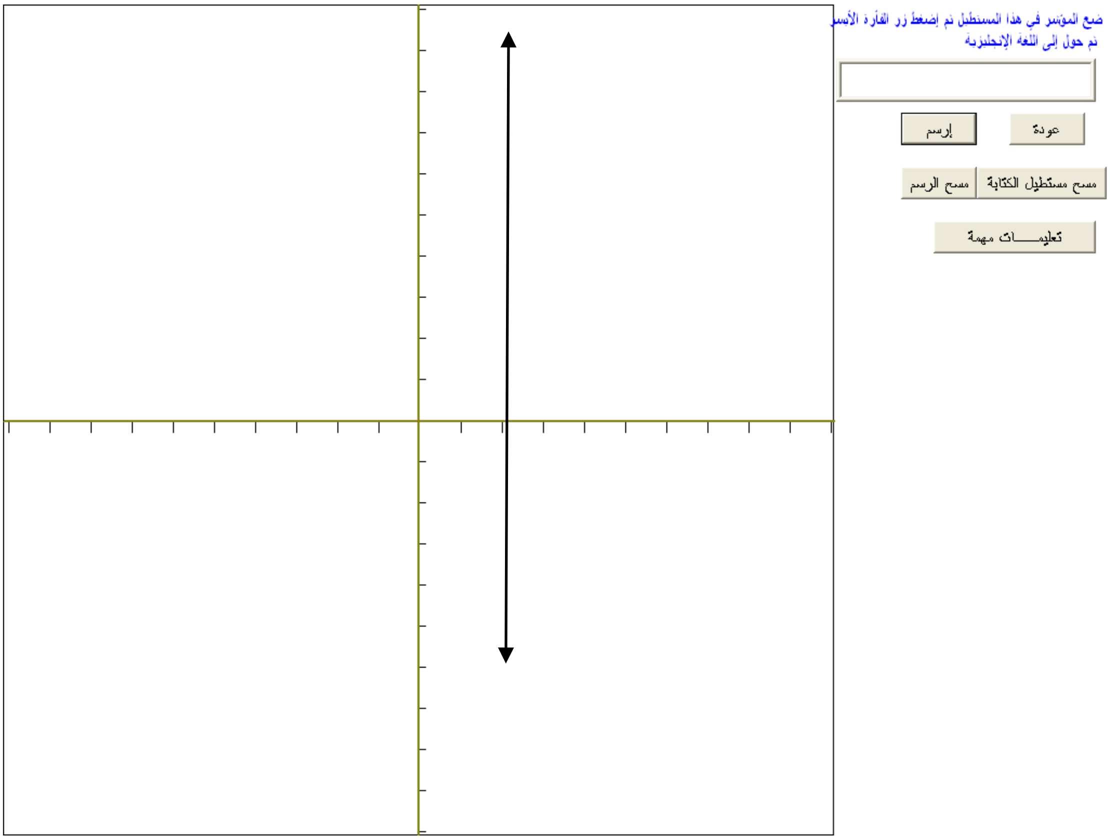
25.




Function دالة

أي مستقيم رأسي ترسمه لن يقطع الرسم إلا في نقطة واحدة

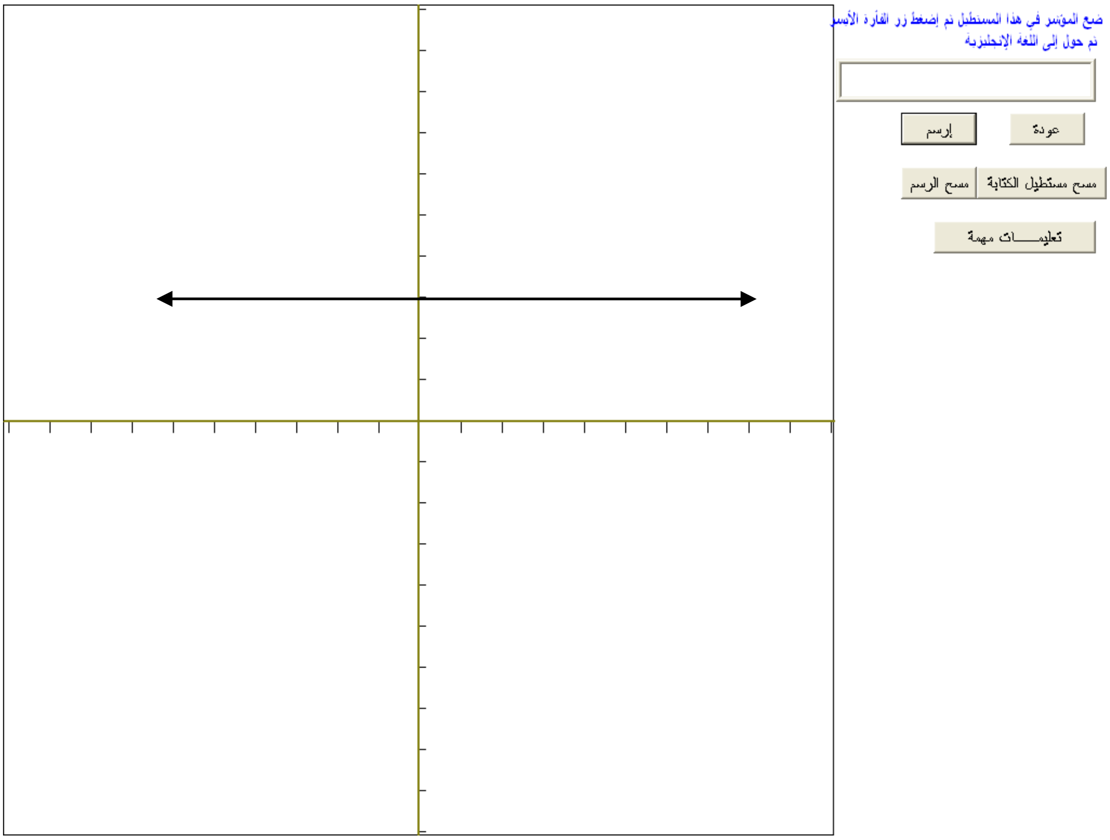
26.




Not function ليست دالة

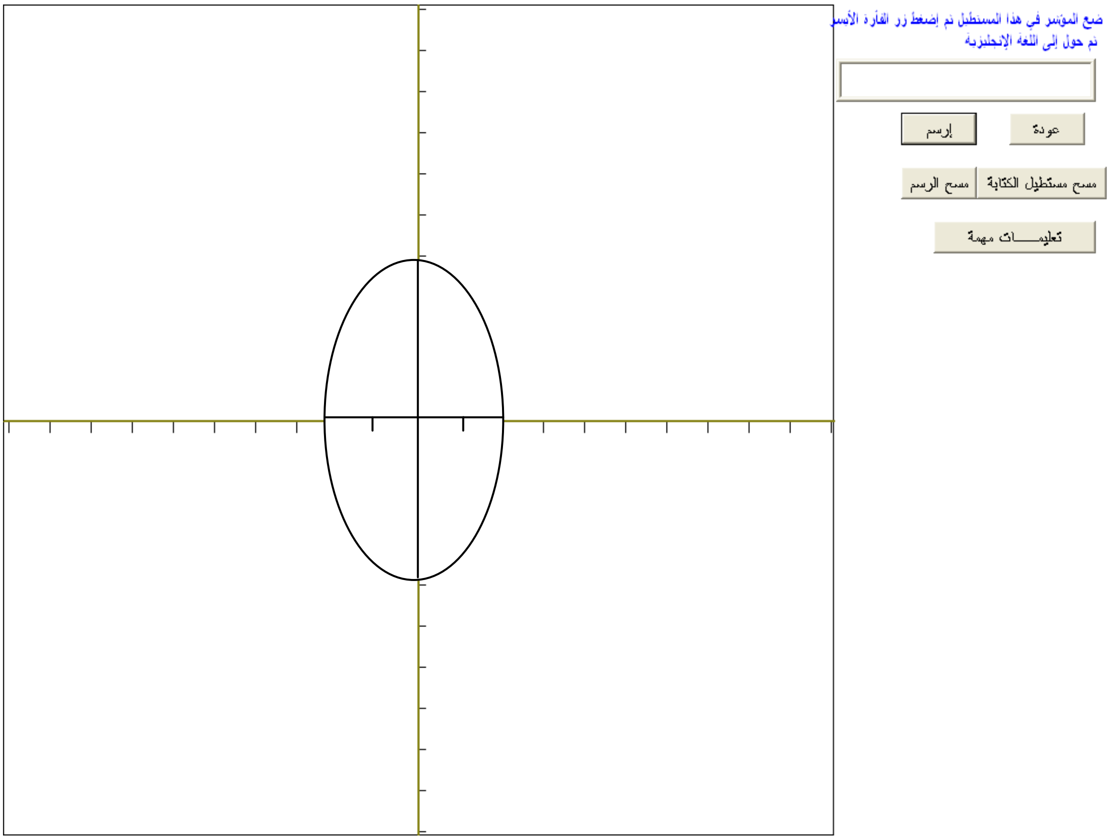
هو نفسه مستقيم رأسي يقطع نفسه فيما لا نهاية من النقاط

27.




Function دالة

28.



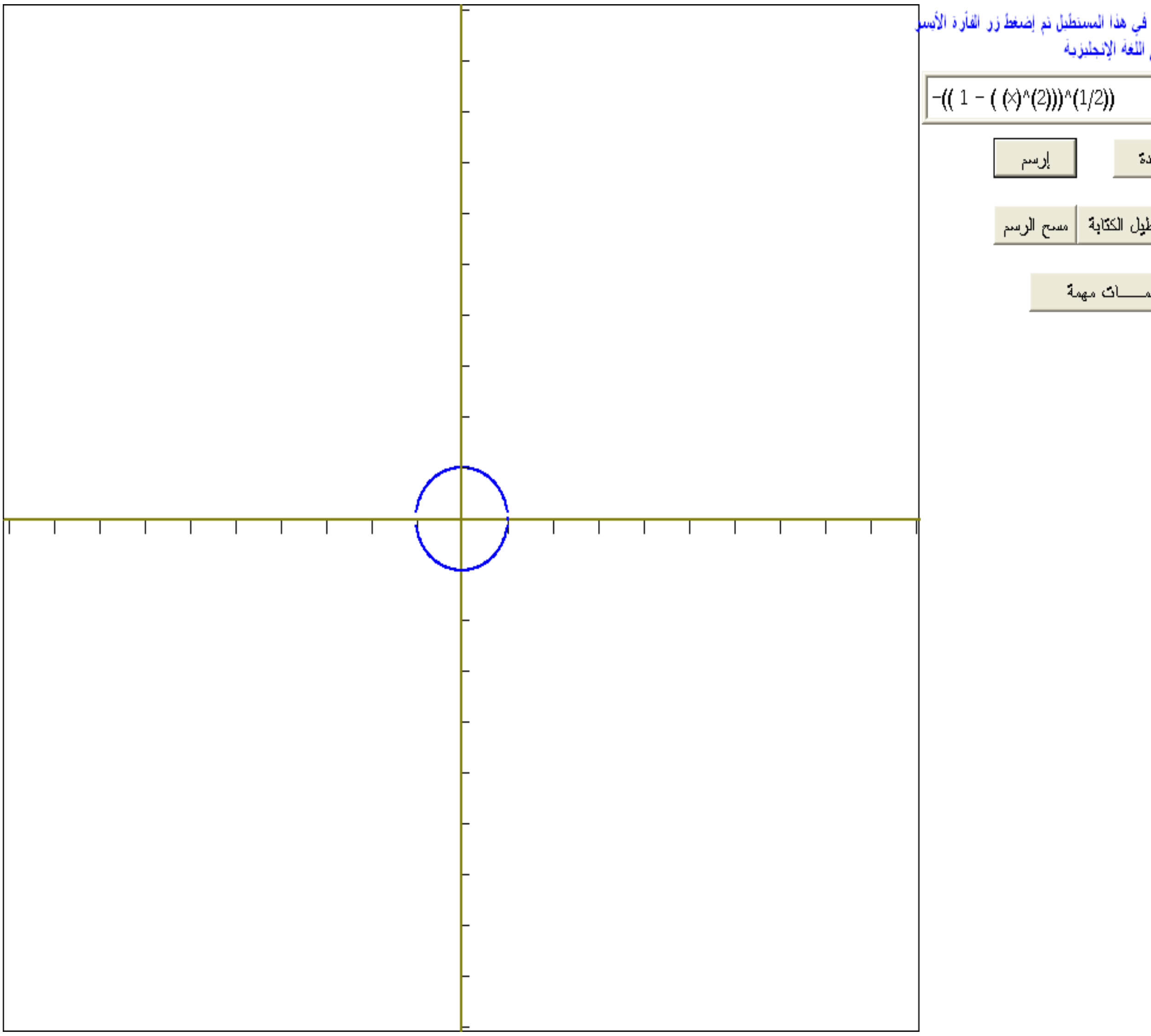

Not function ليست دالة

لا حظ أنه إذا رسمنا أي مستقيم رأسي يمر داخل الشكل فسوف يقطع الشكل عند نقطتين مختلفتين أي أن قيمة x على محور السينات ستكون مرتبطة بقيمتين مختلفتين على محور الصادات

In Exercises 29 - 41 , sketch the graph of the equation . In each case determine whether the graph is that of a function.

في التمارين 29 – 41 ارسم منحني المعادلة . في كل حالة قرر فيما إذا كان الرسم هو رسم دالة أم لا .

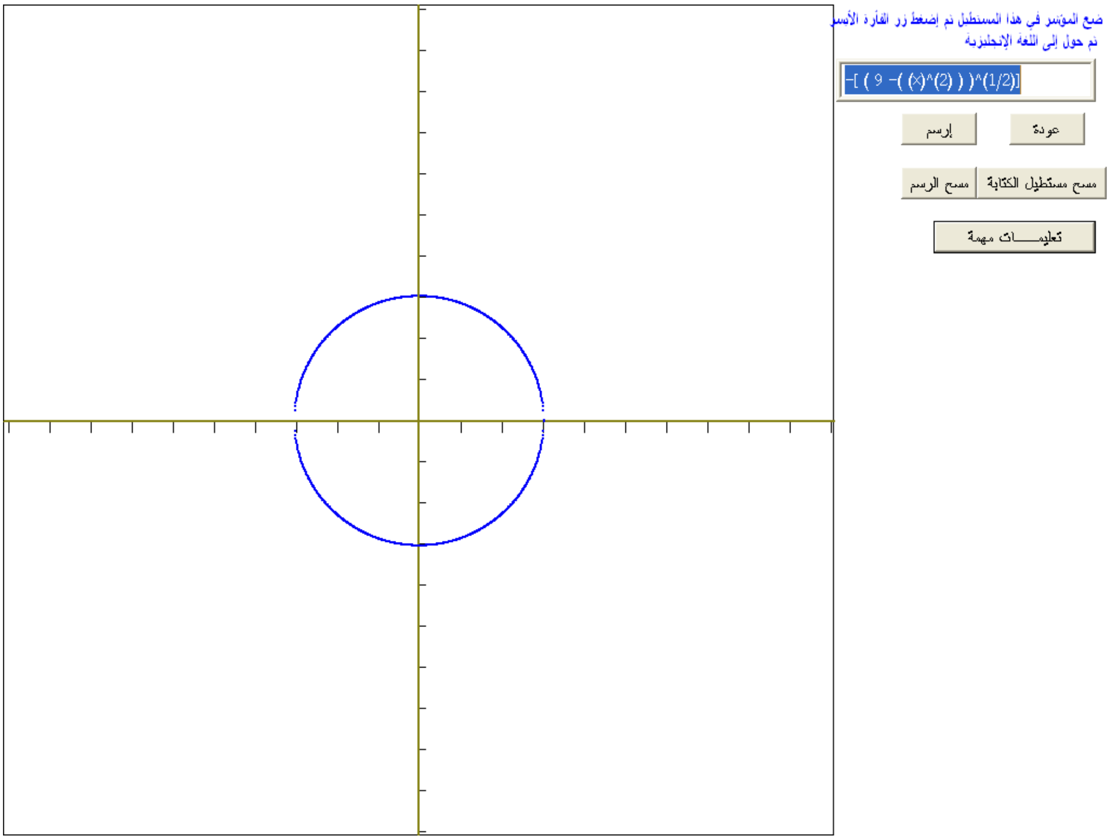
29. $x^2 + y^2 = 1$




Not function

معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 1 وليست دالة لأن المستقيم الرأسي المار بالرسم سيقطع الدائرة في نقطتين مختلفتين .

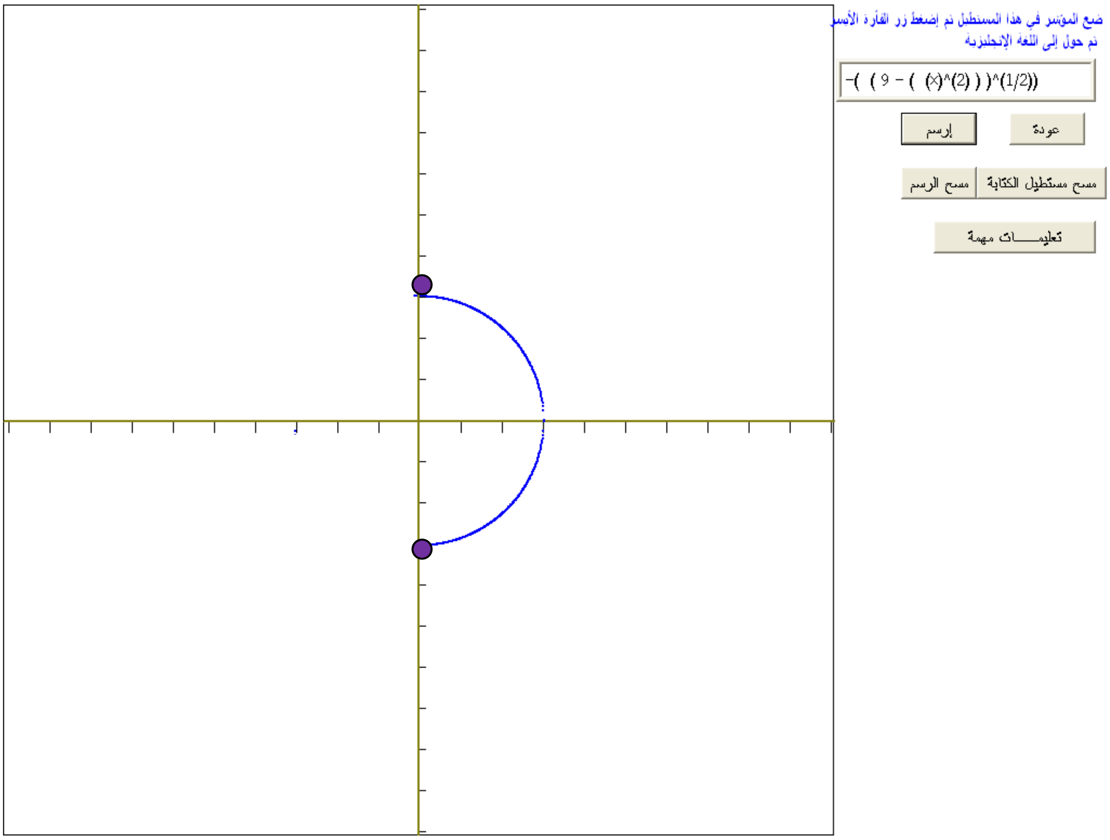
30. $x^2 + y^2 = 9$




Not function

معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 3 وليست دالة لأن المستقيم الرأسي المار بالرسم سيقطع الدائرة في نقطتين مختلفتين .

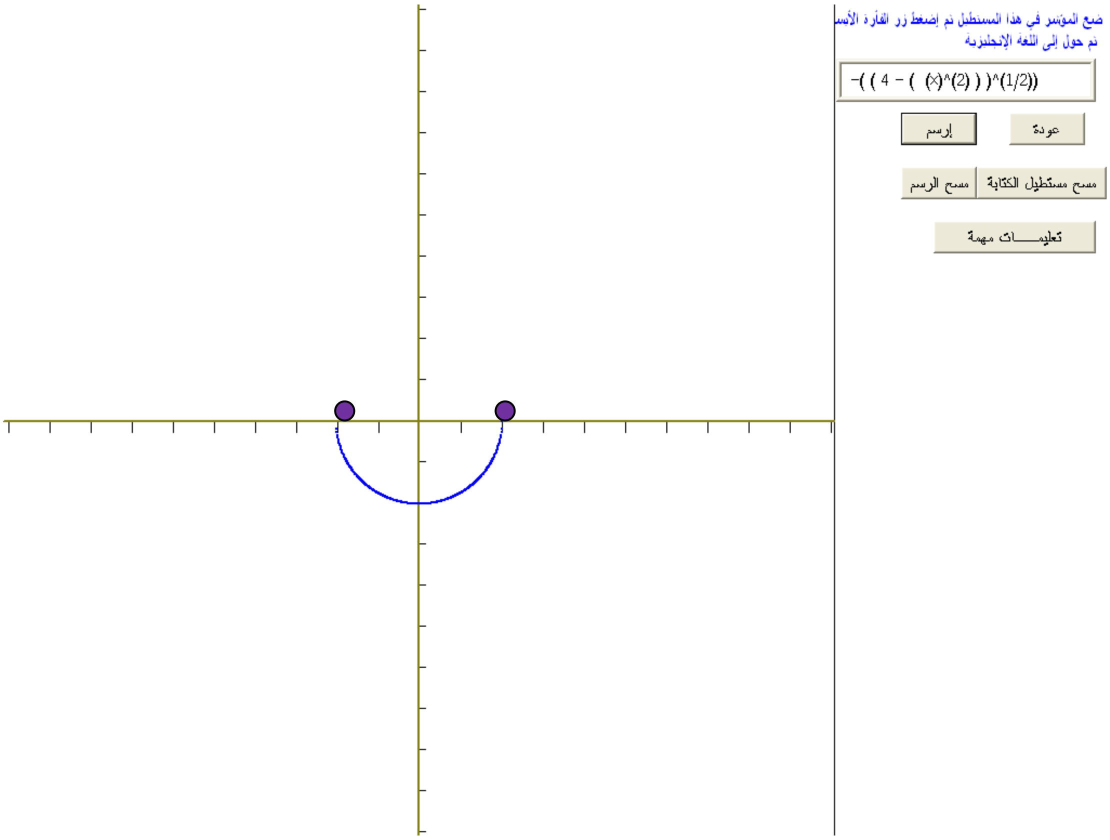
31. $x^2 + y^2 = 9 \quad for \ x \geq 0$




Not function

معادلة نصف دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 3 وليست دالة لأن المستقيم الرأسي المار بالرسم سيقطع الدائرة في نقطتين مختلفتين .

32. $x^2 + y^2 = 4 \quad for\ y \leq 0$

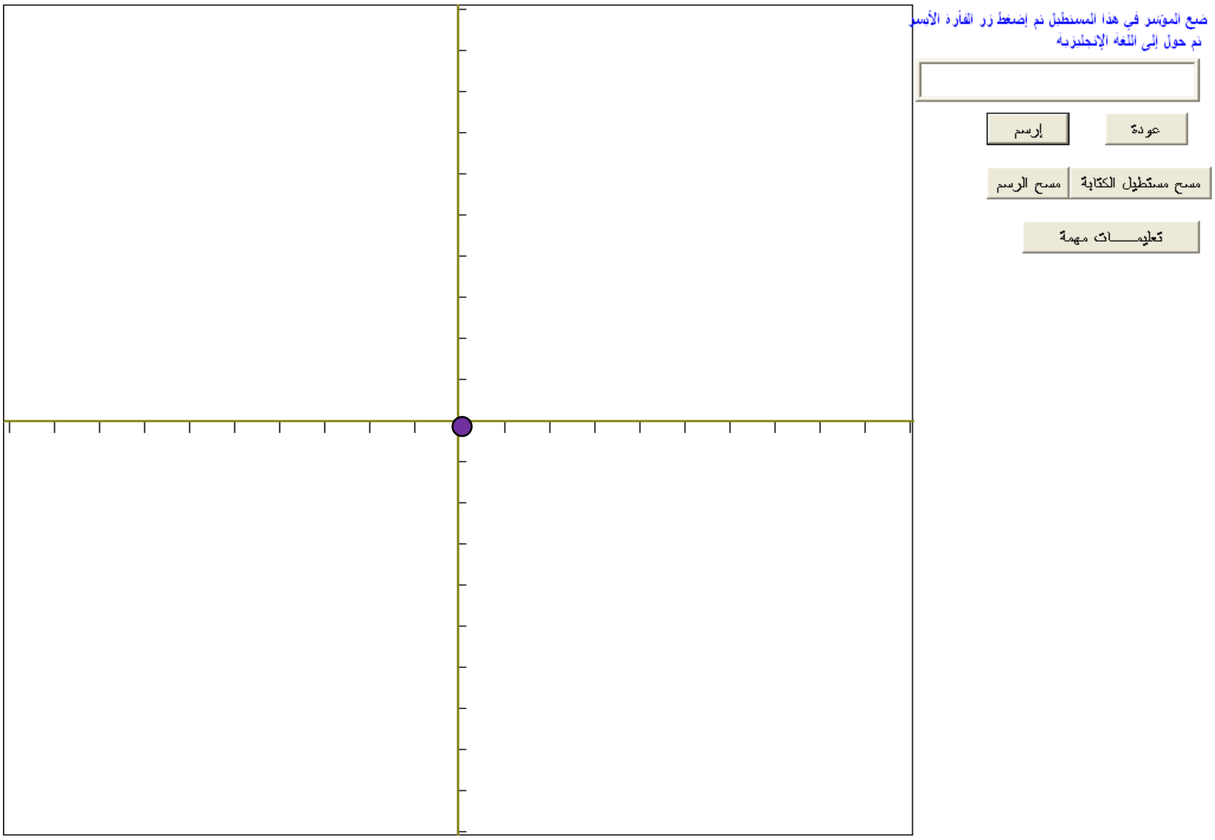



Function دالة

33. $x^2 + y^2 = 0$

$x^2 \geq 0$ , $y^2 \geq 0$ , $x^2 + y^2 \geq 0$

X = 0 and y=0



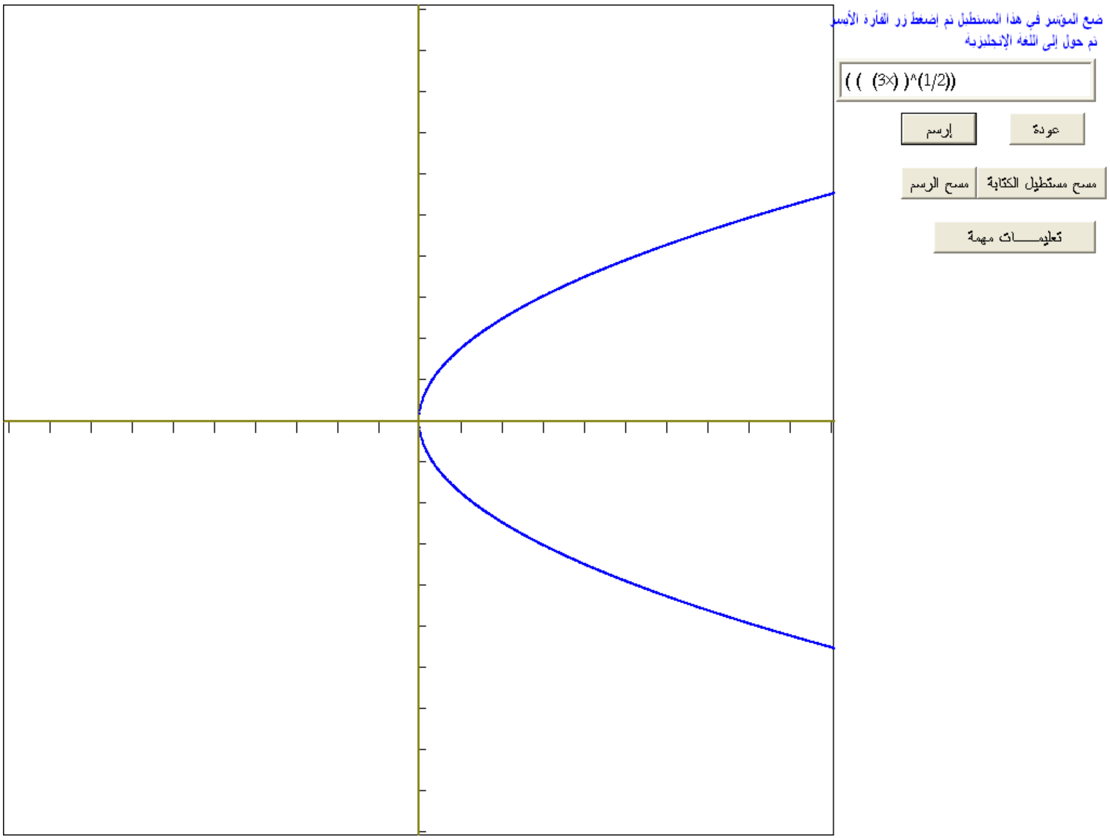

Function , Domain ={0} and Range={0}

Function = ( 0 , 0 )

دالة تتكون من نقطة واحدة هي نقطة الأصل في الاحداثيات

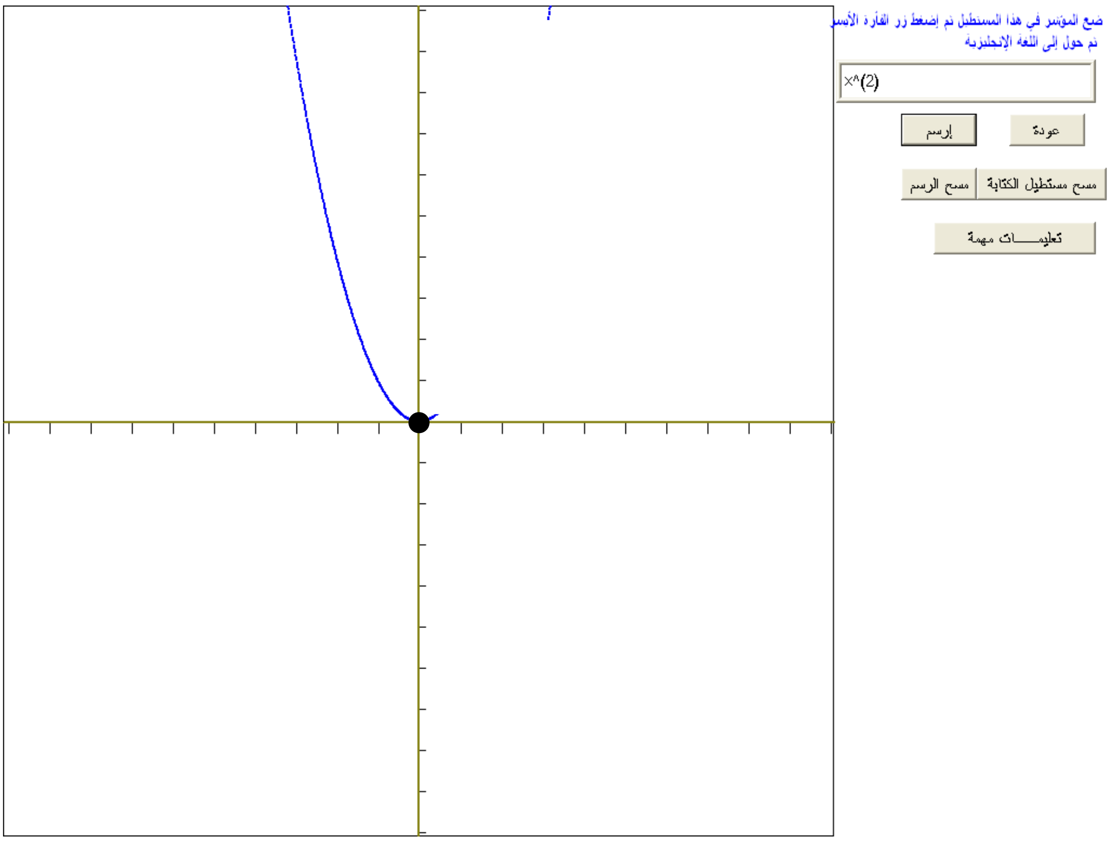
34. $x = \frac{1}{3}\, y^2$

$y^2 = 3x \;, \qquad y = \pm\sqrt{3x}$




Not function

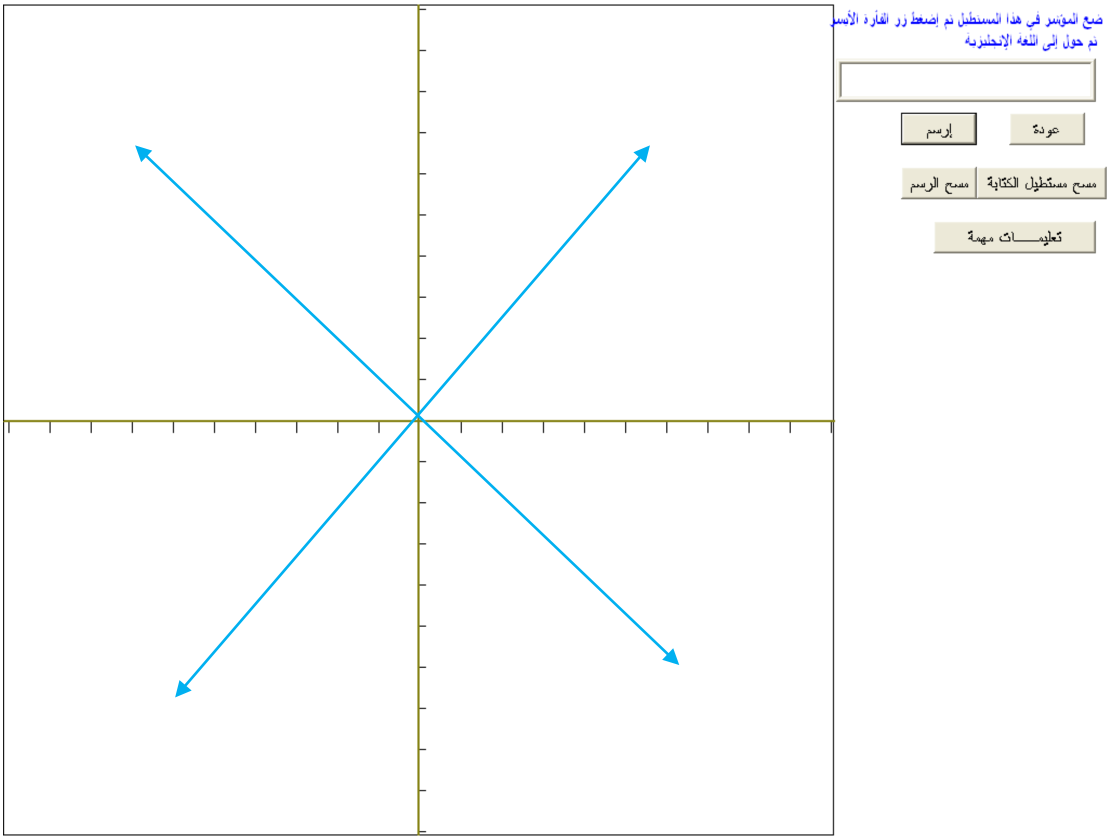
35. $y = x^2 \quad for \;\; x \leq 0$




Function

36. $x^2 = y^2$

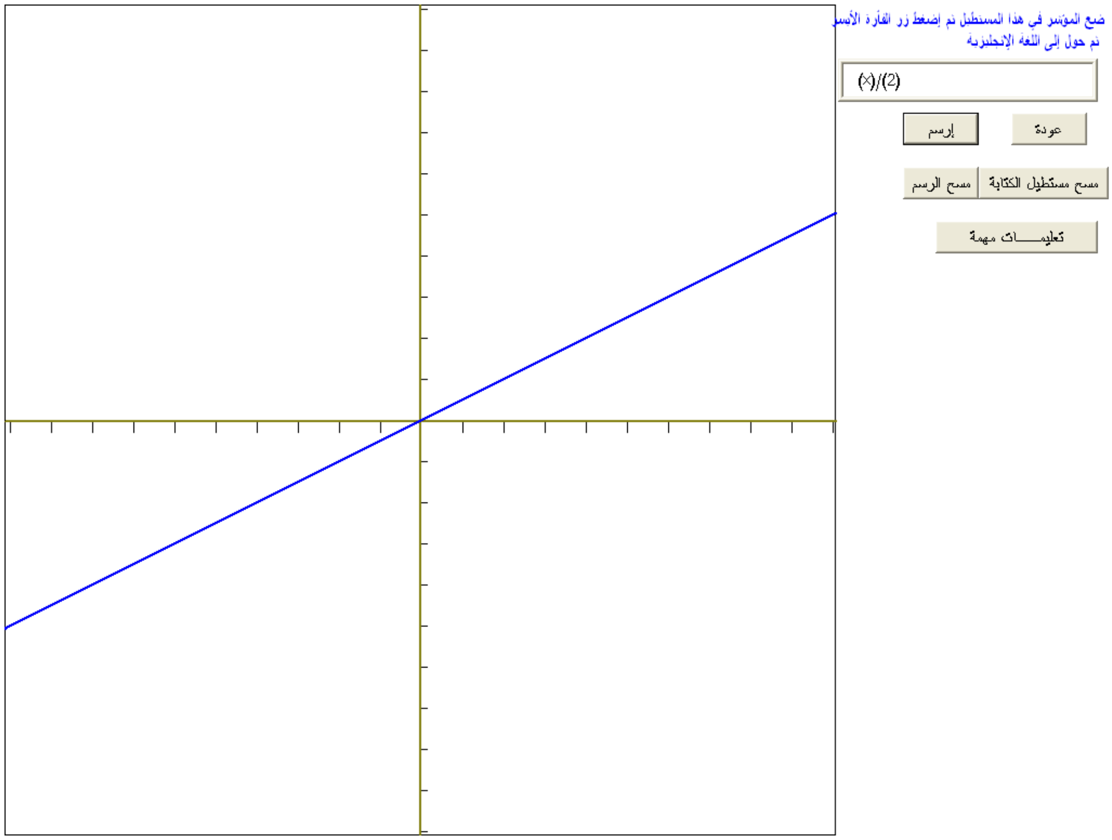
$y = \pm x$




Not function ( 3 , 3 ) , ( 3 , - 3 )

37. $x^3 = 8y^3$

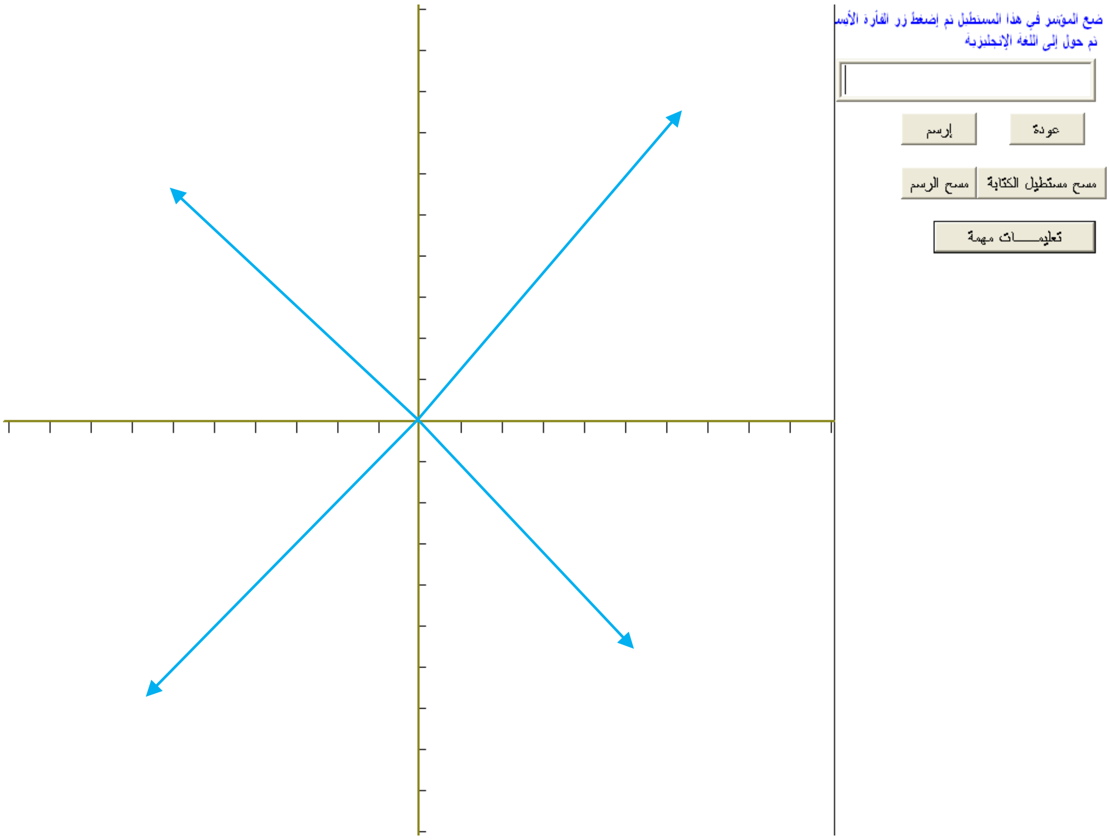
$$y^3 = \frac{x^3}{8} = \left(\frac{x}{2}\right)^3 \quad , \quad y = \frac{x}{2}$$




function

38. $|x| = |y|$

$y = \pm x$




Not function

39. $xy = 0$

$x = 0 \quad or\ y = 0 \quad or \quad x = 0\ and\ y = 0$

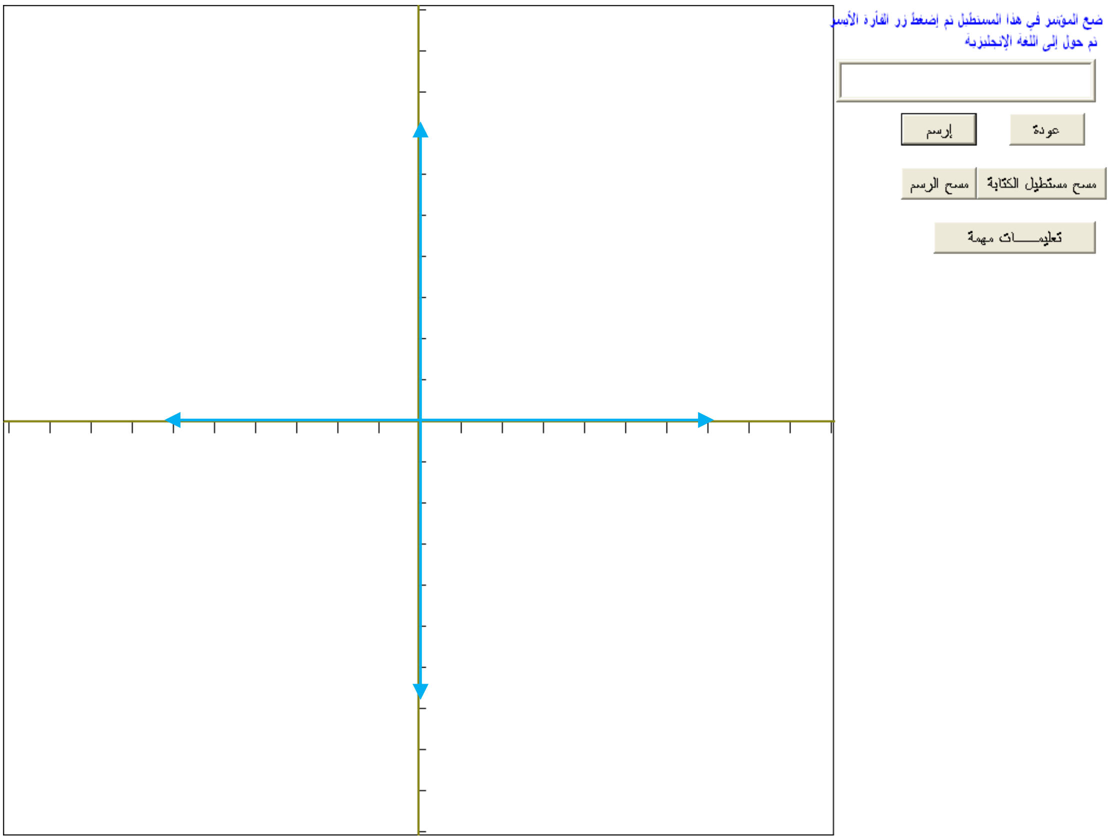
X=0 , y محور

Y=0 , x محور

X=0 and y=0 ( 0 , 0 ) نقطة الأصل

إذاً

xy=0 المحورين



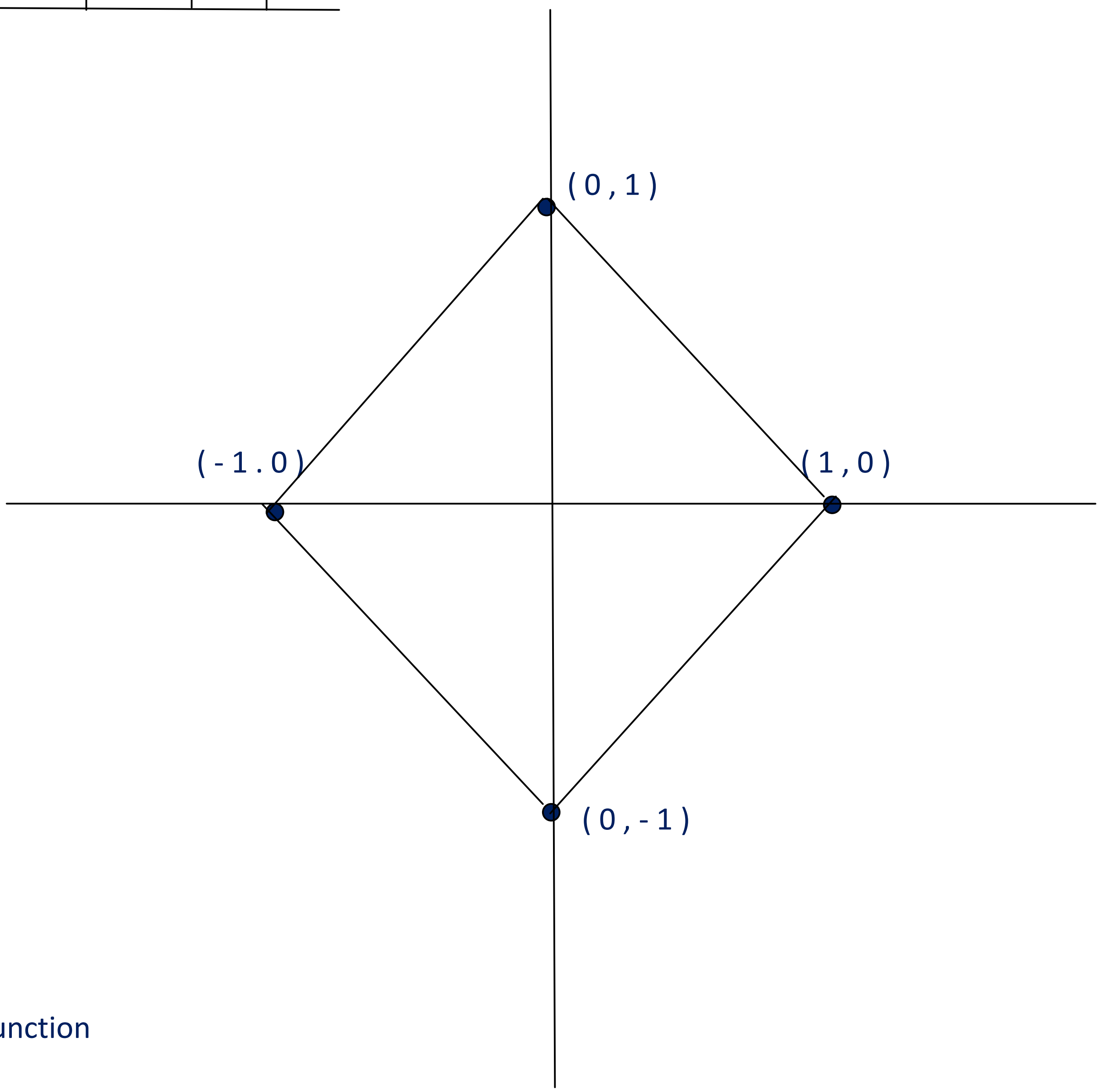

Not function

40. $|x| + |y| = 1$

لكي يكون حاصل الجمع يساوي العدد 1 لذلك فإن

$-1 \le x \le 1 \;\; and \;\; -1 \le y \le 1$

| $x$ | $-1$ | 0 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | $-1$ | 1 | 0 |




Not function

41. $|x| + |y| = 0$

$|x| \geq 0 \;\; and \;\; |y| \geq 0 \;\; so \;\; |x| + |y| \geq 0 \,, \; x = y = 0 \;,$

( 0 , 0 )   نقطة الأصل

function