

Techniques of Integration

طرائق التكامل

Math 111

Lecture 13

Dr. Nasser Bin Turki

King Saud University
Department of Mathematics

2016

تذكير بالقائمة القياسية للتكامل

$$\int \frac{1}{u} du = \ln|u| + C \quad (٢) \quad \int u^n du = \frac{1}{n+1} u^{n+1} + C, (n \neq -1) \quad (١)$$

$$\int a^u du = \frac{1}{\ln a} a^u + C, (a > 0) \quad (٤) \quad \int e^u du = e^u + C \quad (٣)$$

$$\int \cos u du = \sin u + C \quad (٦) \quad \int \sin u du = -\cos u + C \quad (٥)$$

$$\int \cot u du = \ln|\sin u| + C \quad (٨) \quad \int \tan u du = \ln|\sec u| + C \quad (٧)$$

$$\int \csc u du = \ln|\csc u - \cot u| + C \quad (١٠) \quad \int \sec u du = \ln|\sec u + \tan u| + C \quad (٩)$$

$$\int \csc u \cot u du = -\csc u + C \quad (١٢) \quad \int \sec u \tan u du = \sec u + C \quad (١١)$$

$$\int \csc^2 u du = -\cot u + C \quad (١٤) \quad \int \sec^2 u du = \tan u + C \quad (١٣)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + u^2}} du = \sinh^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C \quad (١٦) \quad \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - u^2}} du = \sin^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C \quad (١٥)$$

$$\int \frac{1}{a^2 - u^2} du = \frac{1}{a} \tanh^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + C \quad (18) \quad \int \frac{1}{a^2 + u^2} du = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + C \quad (19)$$

$$\int \frac{1}{u \sqrt{u^2 - a^2}} du = \frac{1}{a} \sec^{-1} \left(\frac{u}{a} \right) + C \quad (20)$$

$$\int \frac{1}{u \sqrt{a^2 - u^2}} du = -\frac{1}{a} \operatorname{sech}^{-1} \left(\frac{|u|}{a} \right) + C \quad (21)$$

$$\int \sinh u du = \cosh u + C \quad (22) \quad \int \cosh u du = \sinh u + C \quad (23)$$

$$\int \coth u du = \ln |\sinh u| + C \quad (24) \quad \int \tanh u du = \ln(\cosh u) + C \quad (25)$$

$$\int \operatorname{sech}^2 u du = \tanh u + C \quad (26) \quad \int \operatorname{sech} u du = \tan^{-1} |\sinh u| + C \quad (27)$$

$$\int \operatorname{sech} u \tanh u du = -\operatorname{sech} u + C \quad (28) \quad \int \operatorname{csch}^2 u du = -\operatorname{coth} u + C \quad (29)$$

$$\int \operatorname{csch} u \operatorname{coth} u du = -\operatorname{csch} u + C \quad (30)$$

طرائق التكامل:
(١) التكامل بالتجزئ:

Integration by Parts:

طرائق التكامل:

(١) التكامل بالتجزئ:

Integration by Parts:

إذا كان لدينا التكامل يحتوي على حاصل ضرب دالتين بدلالة x وكان من الصعب استخدام طريقة التعويض لحلها (أي بمعنى أن حاصل ضرب الدالتين أحدهما ليست مشتقة الأخرى) فعندئذٍ نلجأ إلى طرق التكامل الأخرى ومنها طريقة التكامل بالتجزئ والتي تعتمد على المبرهنة التالية:

طرائق التكامل:

(١) التكامل بالتجزئ:

Integration by Parts:

إذا كان لدينا التكامل يحتوي على حاصل ضرب دالتين بدلالة x وكان من الصعب استخدام طريقة التعويض لحلها (أي بمعنى أن حاصل ضرب الدالتين أحدهما ليست مشتقة الأخرى) فعندئذٍ نلجأ إلى طرق التكامل الأخرى ومنها طريقة التكامل بالتجزئ والتي تعتمد على المبرهنة التالية:

مبرهنة:

إذا كان $u = f(x)$ و $v = g(x)$ وكانت كل من f' و g' متصلة فإن :

طرائق التكامل:

(١) التكامل بالتجزئ:

Integration by Parts:

إذا كان لدينا التكامل يحتوي على حاصل ضرب دالتين بدلالة x وكان من الصعب استخدام طريقة التعويض لحلها (أي بمعنى أن حاصل ضرب الدالتين أحدهما ليست مشتقة الأخرى) فعندئذٍ نلجأ إلى طرق التكامل الأخرى ومنها طريقة التكامل بالتجزئ والتي تعتمد على المبرهنة التالية:

مبرهنة:

إذا كان $u = f(x)$ و $v = g(x)$ وكانت كل من f' و g' متصلة فإن:

$$\int u dv = uv - \int v du.$$

$$\int u v dx$$

$u \int v dx - \int u' (\int v dx) dx$

$$\int u v dx$$

$$u \int v dx - \int u' (\int v dx) dx$$

ملاحظة:

دائماً نختار u بحيث يكون من السهل اشتقاقها ونختار dv بحيث يكون من السهل تكاملها.

Examples

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int x \sin x \, dx ,$$

Examples

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int x \sin x \, dx ,$$

$$(2) \int (4x^3 + 2x + 1) \ln x \, dx.$$

Examples

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int x \sin x \, dx ,$$

$$(2) \int (4x^3 + 2x + 1) \ln x \, dx.$$

$$(3) \int xe^x dx.$$

$$(3) \int xe^x dx.$$

$$(4) \int x^2 e^{2x} dx.$$

$$(3) \int xe^x dx.$$

$$(4) \int x^2 e^{2x} dx.$$

$$(5) \int x^n e^x dx.$$

$$(5) \int x^n e^x dx.$$

$$(6) \int \ln x dx.$$

$$(5) \int x^n e^x dx.$$

$$(6) \int \ln x dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int x^2 \sin 4x \, dx ,$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int x^2 \sin 4x \, dx ,$$

$$(2) \int e^{4x} \sin 5x \, dx .$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int x^2 \sin 4x \, dx ,$$

$$(2) \int e^{4x} \sin 5x \, dx.$$

$$(3) \int x(2x + 3)^{99} \, dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية :

$$(1) \int x^2 \sin 4x \, dx ,$$

$$(2) \int e^{4x} \sin 5x \, dx.$$

$$(3) \int x(2x + 3)^{99} \, dx.$$

$$(4) \int x \sec x \tan x \, dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية:

$$(1) \int x^2 \sin 4x \, dx ,$$

$$(2) \int e^{4x} \sin 5x \, dx.$$

$$(3) \int x(2x + 3)^{99} \, dx.$$

$$(4) \int x \sec x \tan x \, dx.$$

$$(5) \int \sqrt{x} \ln x \, dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية :

$$(1) \int x^2 \sin 4x \, dx ,$$

$$(2) \int e^{4x} \sin 5x \, dx.$$

$$(3) \int x(2x + 3)^{99} \, dx.$$

$$(4) \int x \sec x \tan x \, dx.$$

$$(5) \int \sqrt{x} \ln x \, dx.$$

$$(6) \int (\ln x)^2 \, dx.$$

Exercises

مثال : أوجد تكامل كل من الدوال التالية :

$$(1) \int x^2 \sin 4x \, dx ,$$

$$(2) \int e^{4x} \sin 5x \, dx.$$

$$(3) \int x(2x + 3)^{99} \, dx.$$

$$(4) \int x \sec x \tan x \, dx.$$

$$(5) \int \sqrt{x} \ln x \, dx.$$

$$(6) \int (\ln x)^2 \, dx.$$

Thanks for listening.