

Fundamental of Math

Week 4

Telegram : @azizhelp

Polynomial كثيرات الحدود:

- يقصد بكثيرة الحدود هو أي تركيب جبري يتكون من واحد أو أكثر من العوامل و المتغيرات يربط بينهما أحد العمليات الجبريه (+ , - , × , ÷) .

- **مصطلحات يجب حفظها (تأتي على صيغة أختاري في الامتحانات):**

Monomials: هي التي تحتوي على حد واحد:

مثال:

$$7 \text{ أو } X \text{ أو } 7x \text{ أو } 7x^2 \text{ أو } 7m^2y$$

مما يعني أن عملية الضرب لا تؤثر في عدد الحدود وكل الأرقام التي تربط بينها عملية الضرب تعتبر حد واحد.

Binomials: وهي التي تحتوي على حدين مثل:

$$x+7$$

$$5x^2 + 2$$

متى نعتبرهم حدين؟! إذا كان الفاصل بين الحدين عملية (+ أو -) أي أنه إذا كان الفاصل بين الحدين عملية ضرب فإنهم يعتبر حد واحد أما بالنسبة للجمع والطرح فإنه يزيد من عدد الحدود.

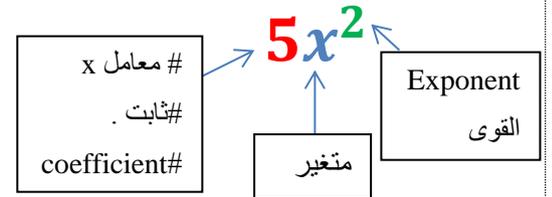
Trinomials: وهي التي تحتوي على ثلاثة حدود .

مثال:

$$x^2 + 2x - 4$$

أما إذا كانت عدد الحدود أكثر من ثلاثة فإنها تعتبر **Polynomials**

مصطلحات أخرى **يجب** معرفتها:



متى نعتبر الحدين متشابهين؟

#الحدود المتشابهة هي التي يكون لها المتغير نفسه بنفس القوى بغض النظر عن الثابت. مثلاً:

$$2x^2 \text{ مشابه لـ } 5x^2$$

لأنهم أشاركوا بنفس المتغير x ونفس القوى (الأس) ²

$$9x^2 \text{ و } 9x^3$$

غير متشابهتين لأن القوى مختلفة ، ومن جانب آخر فإن

$$5x^3 \text{ و } 5y^3$$

حدود غير متشابهة لأن المتغير مختلف

كيف نرتب كثيرة الحدود؟؟

Order Polynomials ??

لترتيب كثيرة الحدود ننظر للقوى ، مثلاً :

١- عندما نريد ترتيبها تنازلياً (من الكبير للصغير) **Descending order** نبدأ بالأس الأكبر، مثل :

$$9x^4 + 10x^3 - 15x^2 + 3x + 3$$

تعتبر كثيرة الحدود هذه مرتبة تنازلياً .

٢- الترتيب التصاعدي (من الأصغر إلى الأكبر) **Ascending Order** نبدأ بالأس الأصغر :

$$3 + 3x - 15x^2 + 10x^3 + 9x^4$$

تعتبر كثيرة الحدود هذه مرتبة ترتيب صاعدياً .

كيف نحدد درجة كثيرة الحدود؟؟

Degree of Polynomials

هناك حالتين لتحديد درجة كثيرة الحدود ، إذا كانت ذات متغير واحد

ننظر إلى القوى (الأس) الموجوده فيها ، الأس الأكبر يعتبر درجة كثيره الحدود.

$$9x^4 + 2x^2 + 3$$

كثيرة الحدود هذه تعتبر من الدرجة الرابعه

مثال آخر:

$$2x^2 + x + 1$$

كثيره الحدود هذه تعتبر من الدرجة الثانيه

إذا كانت ذات متغيرين (x, y) نقوم بجمع الأسس :

مثلا

$$15x^2y^3$$

تكون درجة كثيرة الحدود 5 وذلك مجموع الأسس .

جمع كثيرات الحدود:

Collect the like terms:

عند جمع كثيرات الحدود ، نقوم بجمع الحدود المتشابهه مع بعضها مثال :

$$-6x^2 + x - 5x + 7x^2 + 1$$

نبدأ بجمع الحدود المتشابهه

$$-6x^2 + 7x^2$$

لأن لهم نفس المتغير والقوى

ونقوم بجمع:

$$x - 5x$$

ثم إنزال +1 كما هو لأن ليس له حد شبيهه

فيكون الناتج كالتالي:

$$1x^2 - 4x + 1$$

أي:

$$x^2 - 4x + 1$$

مثال آخر:

$$-2x + 4x^3 - 2x + 9x^3 + 8$$

نقوم بجمع الأطراف المتشابهة :

$$-2x - 2x$$

$$4x^3 + 9x^3$$

وإنزال الأطراف المتبقية:

$$8$$

$$13x^3 - 4x + 8$$

مثال آخر:

$$(9x^8 - 7x^4 + 2x^2 + 5) + (8x^7 + 4x^4 - 2x) + (-3x^4 + 6x^2 + 2x - 1)$$

كيف نقوم بحل هذه المسألة ؟

أولاً : نعيد كتابتها بتجاهل الأقواس :

$$9x^8 - 7x^4 + 2x^2 + 5 + 8x^7 + 4x^4 - 2x - 3x^4 + 6x^2 + 2x - 1$$

نقوم بتجميع الأطراف المتشابهة مع بعضها البعض ، ثم ننزل الأطراف الذي لا شبيهه كما هو.

$$9x^8 + 8x^7 - 6x^4 + 8x^2 + 4$$

ضرب كثيرات الحدود:

- في حالة الضرب نقوم بضرب المتشابهات مع بعضها ، (المعلوم مع المعلوم) و (المجهول مع المجهول) وتجمع القوى (الأسس)

مثال على ذلك :

$$(10a^2) (2a^2)$$

نقوم بضرب (المعلوم مع المعلوم) (10 . 2)

والمجهول مع المجهول ($a^2 . a^2$)

*في الضرب نجمع الأسس

ليصبح الناتج

$$20a^4$$

مثال آخر :

$$(-2y^5) (10 y^4)(-3y^3)$$

نضرب (-2 . 10 . -3)

ونجمع الأسس (5+4+3)

ليصبح الناتج = $60y^{12}$

مثال آخر :

$$3x(4x-6)$$

في هذا المثال نقوم بضرب $3x$ بما في داخل القوس

$$12x^2 - 18x$$

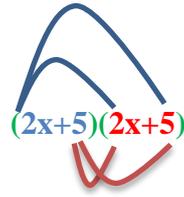
طريقه فويل Foil Method

تستخدم نظرية فويل لحل مثل هذه العمليات $(2x+5)(2x+5)$

ماهي طريقة فويل؟

نقوم بضرب ما بداخل القوس الأول بما بداخل القوس الثاني مع مراعاة تبسيط الناتج بجمع الأطراف المتشابهه

مثال على ذلك :



مما يعني أننا نضرب العدد الأول والذي بداخل القوس الأول بكلا العددين اللذان بالقوس الثاني

ونضرب العدد الثاني والذي بداخل القوس الأول بكلا العددين اللذان بداخل القوس الثاني

فتصبح النتيجة :

$$4x^2 + 10x + 10x + 25$$

والآن نقوم بجمع الأطراف المتشابهه

$$4x^2 + 20x + 25$$

مثال آخر :

$$(x-8)(x+8)$$

أيضا نقوم بحلها بطريقة فويل :

$$x^2 + 8x - 8x - 64$$

عند جمع المتشابهين بتروح مع بعض فتصبح النتيجة

$$x^2 - 64$$

للاختصار:

عندما يكون لدينا مثل هذا الصيغه (قوسين

متشابهين والفرق بينهما إشاره كما في

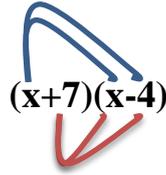
المثال السابق $(x-8)(x+8)$

نقوم مباشرةً بتربيع الطرف الأول x

ونضع الإشارة السالبه ثم نضرب $8 \cdot 8$

ملاحظه : أكثر ما ينقص الدرجات في الإمتحانات عدم التركيز على الإشارات

مثال آخر:



$$(x+7)(x-4)$$

أيضاً نطبق طريقة فويل :

$$x^2 - 4x + 7x - 28$$

نجمع الأطراف المتشابهة ليصبح الناتج:

Collect the like Terms:

$$x^2 + 3x - 28$$

ممکن يجي السؤال أكتبي بطريقه أخرى :

Write in different way:

$$(2m+3)(2m+3)$$

لو نلاحظ بالمثل السابق فإن ما بداخل الأقواس متشابه تماماً (حتى الإشارات) :

$$(2m+3)^2$$

مثال آخر :

$$(6x^5 - 5) (6x^5 + 5)$$

نكتبها بطريقه أخرى:

$$36x^{10} - 25$$

مثال آخر (مثل هذه المسائل تعوض مباشرة هكذا)

$$(2x-1)^2$$

نكتبها بطريقة أخرى :

$$(2x-1)(2x+1)$$

ملاحظه:

يمكن يجي سوال مثل كذا بالإمتحان :

Multiply

$$(7x^6 + 6)^2$$

Type the term in descending order

ببساطه نقوم بفك التربيع أولاً:

$$(7x^6 + 6)(7x^6 + 6)$$

ثم نقوم بحلها بطريقة فويل فتصبح النتيجة النهائيه :

$$49x^{12} + 84x^6 + 36$$

قسمة كثيرة الحدود:

مثال:

$$\frac{24x^4 - 4x^3 + x^2 - 16}{8}$$

نقوم بتفكيك الكسر إلى عدة كسور وذلك بقسمه كل عدد في البسط على 8

$$\frac{24x^4}{8} - \frac{4x^3}{8} + \frac{x^2}{8} - \frac{16}{8}$$

$$3x^4 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{8}x^2 - 2$$

مثال آخر :

$$\frac{12x^3 + 26x^2 + 8x}{2x}$$

أيضاً نقوم بقسمة كل عدد في البسط على المقام :

ليصبح الناتج :

$$6x^2 + 13x + 4$$

ملاحظه مهمه جداً : في القسمة نقوم بطرح الأسس

abdulaziz

Telegram : @azizhelp