مدونة المناهج السعودية

https://eduschool40.blog

الموقع التعليمي لجميع المراحل الدراسية

في المملكة العربية السعودية

$\bar{x}$ متوسط
S الانحراف المعياري
n العينة

الباب الرابع ① تقدير متوسط

ⓐ تقدير متوسط عند نقطة

$$\mu = \bar{x}$$

ⓑ تقدير متوسط بدرجة ثقة

* العينة أكبر من 30

مجتمع محدود	مجتمع غير محدود
$\frac{n}{N} > 0.05$	$\frac{n}{N} \leq 0.05$
$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$	$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$

* العينة أقل من 30 (جدول t)

$$\mu = \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

* * *

② تقدير نسبة

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$$

$$p = \hat{p} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

* * *

α	10 %	5 %	1 %
$1-\alpha$	90 %	95 %	99 %
$Z_{\alpha/2}$	1.65	1.96	2.58

0501271516
أ/ ايمن غنيم

Scanned with CamScanner

(1) تم تكليفك بتقدير متوسط ساعات عمل موظفي شركة مقاولات عدد موظّفيها ((N=1000 . قمت بسحب عينة عشوائية من الموظفين حجمها (n=50) فوجدت فيها متوسط ساعات العمل اليومي للموظّف هو ($\bar{X}=10$) بانحراف معياري (S=2).

(1/1) هل تعتبر العيّنة صغيرة أم كبيرة؟ كبيرة

(2/1) هل يعتبر المجتمع محدودا أم غير محدود؟ غير محدود

(3/1) ما هو تقديرك لمتوسط ساعات العمل اليومي للموظّف في الشركة كلها مستخدما درجة ثقة 90%؟

$$\frac{n}{N} = \frac{50}{1000} = 0.05$$

$$\mu = \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\mu = 10 \pm 1.65 \cdot \frac{2}{\sqrt{50}}$$

الصغير الكبير

$$= (9.53 \leq \mu \leq 10.46)$$

(5) اجري اختبار في مادة الإحصاء علي عينه من 22 طالبا، تبين منها أن متوسط درجة الطالب = 14 درجة بتباين = 9 .
قدر بدرجة ثقة 90 % متوسط درجة الطالب في المجتمع الذي سحبت منه هذه العينة.

$\alpha = 10\% = 0.1$

$n = 22$ (أقل من 30 جدول t) ، $\bar{x} = 14$ ، $S^2 = 9$

$S = \sqrt{9} = 3$

$$t\left(\frac{\alpha}{2}, n-1\right) = t\left(\frac{0.1}{2}, 22-1\right) = t(0.05, 21) = 1.721$$

$$\mu = \bar{x} \pm t(\alpha/2, n-1) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\mu = 14 \pm 1.721 \cdot \frac{3}{\sqrt{22}}$$

$$(12.89 \leq \mu \leq 15.1007)$$

Scanned with CamScanner

(2) تم تكليفك بتقدير نسبة المدخّنين في مجتمع الشباب. قمت بسحب عيّنة عشوائية من هذا المجتمع حجمها (n=80) ، فوجدت فيها أن عدد المدخّنين يساوي 20 شابا .

(1/2) هل هذه العيّنة صغيرة أم كبيرة كبيرة

(2/2) إذا كان حجم المجتمع مجهولا هل نعتبره محدودا أم غير محدود؟ غير محدود

(3/2) نسبة المدخّنين في العيّنة هي $(\hat{P} = \frac{20}{80} = 0.25$

(4/2) ما هو تقديرك لنسبة المدخّنين في مجتمع الشّباب، مستخدما درجة ثقة 95%؟

$Z_{\alpha/2} = 1.96$ ←

$$P = \hat{P} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

$$P = 0.25 \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.25(1-0.25)}{80}}$$

$$= (0.155 \leq P \leq 0.344)$$

(6) في دراسة عن ظاهرة التدخين بين الشباب، اختيرت عينه عشوائية من n 500 شاب، تبين منها أن نسبة المدخنين $\hat{P}$ 12%. قدر بدرجة ثقة 95% نسبة المدخنين في المجتمع الذي سحبت منة هذه العينة

$n = 500$, $\hat{P} = 12\% = 0.12$, $Z_{\alpha/2} = 1.96$

$$P = \hat{P} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

$$P = 0.12 \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.12(1-0.12)}{500}}$$

$$= (0.0915 \leq P \leq 0.148)$$

Scanned with CamScanner

③ الفرق بين متوسطين

(3- أ) أجريَ استطلاعا لدراسة الفرق في الطول بين الطلاب والطالبات حيث وجد أنه في عينة من 100 طالب، ان متوسط الطول 177 سم بانحراف معياري 10 سم أما في عينة من 144 طالبة، ان متوسط الطول 162 سم بانحراف معياري 5 سم. قدر بدرجة ثقة 99% الفرق بين متوسطي الطول بين الطلاب والطالبات.

$$\mu_1 - \mu_2 = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

طلاب	طالبات
$n_1 = 100$	$n_2 = 144$
$\bar{x}_1 = 177$	$\bar{x}_2 = 162$
$S_1 = 10$	$S_2 = 5$

, $Z_{\alpha/2} = 2.58$

$$\mu_1 - \mu_2 = (177 - 162) \pm 2.58 \cdot \sqrt{\frac{10^2}{100} + \frac{5^2}{144}}$$

$$= (12.205 \leq \mu_1 - \mu_2 \leq 17.795)$$

(3-ب) في التمرين السابق ، اذا علمت انه في عينة الطالبات كان هناك n 36 طالبة متزوجة ، قدر بدرجة ثقة 95% ← $Z_{\alpha/2} = 1.96$ نسبة الطالبات المتزوجات في المجتمع.

$$\hat{P} = \frac{36}{144} = 0.25$$

$$P = \hat{P} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

Scanned with CamScanner

④ تقدير حجم العينة:

* تقدير حجم العينة لمتوسط

(يعطى تباين σ^2 أو انحراف σ)

$$n = \frac{Z^2_{\alpha/2} \cdot \sigma^2}{E^2}$$

E: الخطأ

* تقدير حجم العينة لنسبة

$$n = \frac{Z^2_{\alpha/2} \cdot P(1-P)}{E^2}$$

E: الخطأ

النسبة مجهولة $\Rightarrow P = 0.5$

---

(8) قدر حجم العينة العشوائية البسيطة اللازمة لتقدير متوسط عمر الموظف بإحدى الشركات، بشرط ألا يتجاوز الخطأ في التقدير عن 2 سنه وبدرجة ثقة 90 %، هذا على فرض أن الانحراف المعياري للأعمار في الشركة من دراسات سابقه 4 سنوات.

$E = 2$ ، $Z_{\alpha/2} = 1.65$ ، $\sigma = 4$

$$n = \frac{Z^2_{\alpha/2} \cdot \sigma^2}{E^2} = \frac{1.65^2 \times 4^2}{2^2} = 10.89 \simeq 11$$

---

(9) قدر حجم العينة الواجب سحبها لتقدير نسبة الإصابة بمرض معين في أحد المجتمعات بشرط ألا يتجاوز الخطأ في التقدير عن 1% وبدرجة ثقة 99%، هذا على فرض انه من دراسات سابقه كانت تلك النسبة 20%.

$E = 1\% = 0.01$ ، $P = 20\% = 0.2$ ، $Z_{\alpha/2} = 2.58$

$$n = \frac{Z^2_{\alpha/2} \cdot P(1-P)}{E^2} = \frac{2.58^2 \times 0.2(1-0.2)}{0.01^2} = 10650$$

---

(10) قدر حجم العينة الواجب سحبها لتقدير نسبة المتزوجين في أحد المجتمعات بشرط ألا يتجاوز الخطأ في التقدير عن2% وبدرجة ثقة 95%.

$E = 2\% = 0.02$ ، $Z_{\alpha/2} = 1.96$ ، $P = 0.5$ (مجهول)

$$n = \frac{Z^2_{\alpha/2} \cdot P(1-P)}{E^2} = \frac{1.96^2 \times 0.5(1-0.5)}{0.02^2} = 2401$$

٠٥٠١٢٧١٥١٦

أ/ أيمن غنيم

Scanned with CamScanner

$$P_1 - P_2 = (\hat{P}_1 - \hat{P}_2) \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}}$$

(4) أجريت دراسة عن الحالة الاجتماعية على الطلاب والطالبات في الجامعة، حيث سحبت عينة حجمها 50 طالبة فوجد أن نسبة المتزوّجات تساوي 25%، بينما في عينة من 100 طالب وجد أنّ نسبة المتزوّجين تساوي 5%. قدّر بمجال وبدرجة احتمال 90% الفرق في نسبة المتزوّجين بين مجتمع الطّالبات ومجتمع الطّلاب.

الطالبات	الطلاب	
$n_1 = 50$	$n_2 = 100$	
$\hat{P}_1 = 0.25$	$\hat{P}_2 = 0.05$	$Z_{\alpha/2} = 1.65$

$$P_1 - P_2 = (0.25 - 0.05) \pm 1.65 \cdot \sqrt{\frac{0.25(1-0.25)}{50} + \frac{0.05(1-0.05)}{100}}$$

$$= (0.0927 \leq P_1 - P_2 \leq 0.307)$$

$z_{\alpha/2}$	درجة الثقة $1-\alpha$	مستوى المعنوية α :
1.65	90%	($\alpha = 1\%$)
1.96	95%	($\alpha = 5\%$)
2.58	99%	($\alpha = 10\%$)

Scanned with CamScanner

١ الباب الخامس :- نظرية القرارات

١ الفروض :

* في إتجاهين (تغير - أثر - إختلاف)

أول متوسط في السؤال

العدمي $H_0 : \mu = \mu_0$

البديل $H_1 : \mu \neq \mu_0$ عكس

* إتجاه واحد يمين (تحسن - زيادة - فاعلية)

$H_0 : \mu \leq \mu_0$

$H_1 : \mu > \mu_0$

* إتجاه واحد يسار (تدني - إنخفاض - نقصان)

$H_0 : \mu \geq \mu_0$

$H_1 : \mu < \mu_0$

٢ α

٣ Z الجدولية الإحصائية

٤ Z الجدولية

٥ القرار

* $n \geq 30$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

* $n < 30$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma \div \sqrt{n}}$$

درجة المعنوية	اختبار في اتجاهين	اختبار في اتجاه اليمين	اختبار في اتجاه اليسار
($\alpha = 1\%$)	$Z_{\alpha/2} = \pm 2.58$	$Z_\alpha = 2.33$	$Z_\alpha = -2.33$
($\alpha = 5\%$)	$Z_{\alpha/2} = \pm 1.96$	$Z_\alpha = 1.65$	$Z_\alpha = -1.65$
($\alpha = 10\%$)	$Z_{\alpha/2} = \pm 1.65$	$Z_\alpha = 1.28$	$Z_\alpha = -1.28$

Scanned with CamScanner

(2) أظهرت سجلات إحدى الشركات أن متوسط إنتاجيه العامل في اليوم = 50 وحده. جرب نظاما للحوافز المادية على عينه من 100 عامل لمدة 3 شهور، تبين بعدها أن متوسط إنتاجية العامل في العينة = 48 وحده بتباين = 25. هل تعتقد أن مستوي إنتاجية العامل قد انخفض عن المعدل المعروف؟ (5 = α%)

$\mu = 50$, $n = 100$ (≥ 30 كبيرة) , $\bar{X} = 48$, $\sigma^2 = 25$

$\sigma = \sqrt{25} = 5$

١ الفروض

$H_0: \mu \geq 50$

$H_1: \mu < 50$

٢ α

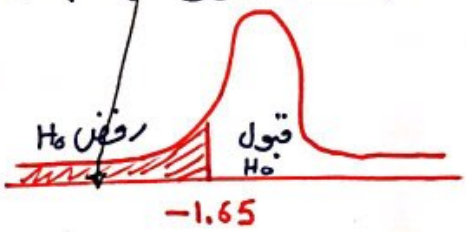
$\alpha = 5\%$

٣ Z الإحصائية (العينة كبيرة ≥ 30)

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma \div \sqrt{n}} = \frac{48 - 50}{5 \div \sqrt{100}} = \boxed{-4}$$

٤ Z الجدولية (إتجاه واحد يسار عند $\alpha = 5\%$)

$Z_\alpha = -1.65$



٥ القرار

Z الإحصائية تقع في منطقة الرفض

رفض H_0

٠٥٠١٢٧١٥١٦

أ/ أيمن غنيم

Scanned with CamScanner

(1) إذا كان متوسط الانتاج اليومي للعامل الواحد في أحد المصانع 100 وحدة. بعد تغيير نظام الحضور والانصراف، تم عشوائيًا سحب عيّنة حجمها 25 عاملا، فكان فيها متوسط الانتاج اليومي للعامل 90 وحدة بانحراف معياري 10 وحدات. اعتمادا على بيانات هذه العيّنة، هل ترى ان مستوى انتاجيّة العامل قد تغيّر على إثر تغيير هذا النظام؟ اختبر ذلك بمستوى معنويّة 1%.

اتجاهين

$\mu = 100$, $n = 25$ (30 أقل من) , $\bar{X} = 90$, $\sigma = 10$

t جدول

① المفروض

$H_0: \mu = 100$

$H_1: \mu \neq 100$

② α

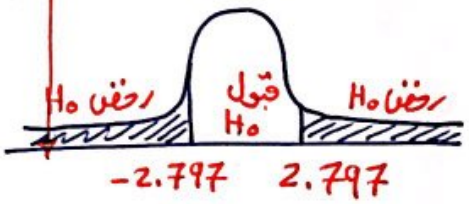
$\alpha = 1\%$

③ t الإحصائية (العينة أقل من 30)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma \div \sqrt{n}} = \frac{90 - 100}{10 \div \sqrt{25}} = -5$$

④ t الجدولية (اتجاهين عند $\alpha = 1\%$)

$$t\left(\frac{\alpha}{2}, n-1\right) = t\left(\frac{1\%}{2}, 25-1\right) = t(0.005, 24) = 2.797$$



⑤ القرار t الإحصائية تقع في الرفض - رفض H_0

* ملحوظة / لو اتجاه واحد $t(\alpha, n-1)$

٠٥٠١٢٧١٥١٦

أ/ ايمن غنيم

Scanned with CamScanner

* السنبه

أول سنبه في السؤال

$$\ddagger \quad Z = \frac{\hat{P} - P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}$$

(3) أظهرت تقارير منظمة الصحة العالمية أن نسبة المدخنين بين الشباب = 25%. قامت إحدى الدول بحملات منظمه لمدة عام كامل اظهر فيه مضار التدخين على الصحة وأثاره المدمرة على الأسرة وعلى المجتمع وعلى الاقتصاد الوطني. وفي نهاية العام اختيرت عينه عشوائية من 5000 شاب تبين أن عدد المدخنين فيهم = 1000 شاب. اختبر عند مستوي معنوية 5% اثر هذه الحملة الاعلانية على ظاهرة التدخين.

اتجاهين

$P = 0.25$, $n = 5000$, $X = 1000$, $\hat{P} = \frac{X}{n} = \frac{1000}{5000} = 0.2$

① الفروض

$H_0: P = 0.25$

$H_1: P \neq 0.25$

② α

$\alpha = 5\%$

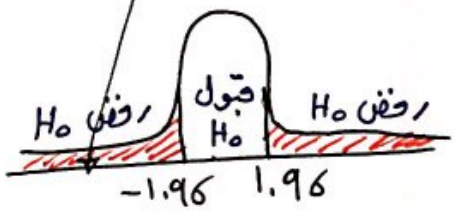
③ Z الاحصائية

$$Z = \frac{\hat{P} - P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} = \frac{0.2 - 0.25}{\sqrt{\frac{0.25(1-0.25)}{5000}}} = -8.16$$

④ Z الجدولية

(اختبار ذي اتجاهين عند $\alpha = 5\%$

$Z_{\alpha/2} = \pm 1.96$



⑤ القرار

Z الاحصائية تقع في منطقة الرفض H_0

٠٥٠١٢٧١٥١٦

أ/ ايمن غنيم

Scanned with CamScanner

(4) بلغت نسبة السيارات المخالفة لأنظمة المرور في أحد المدن 5%. وبعد تغيير نظام المخالفات المروريّة، تمّ عشوائيًا سحب عيّنة حجمها 500 سيارة فكان فيها نسبة السيارات المخالفة 4%. هل تعتقد بناءا على بيانات هذه العيّنة أنّ نسبة السيارات المخالفة في هذه المدينة في انخفاض؟ اختبر ذلك بمستوى معنويّة 10%.

$P=0.05$ ، $n=500$ ، $\hat{P}=0.04$

① الفروض

$H_0: P \geq 0.05$

$H_1: P < 0.05$

② α

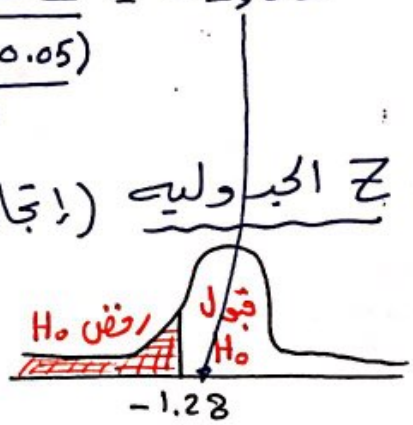
$\alpha = 10\%$

③ Z الإحصائية

$$Z = \frac{\hat{P}-P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} = \frac{0.04-0.05}{\sqrt{\frac{0.05(1-0.05)}{500}}} = -1,02$$

④ Z الجدولية (اتجاه واحد يسار $\alpha = 10\%$)

$Z_\alpha = -1.28$



⑤ القرار :- Z الإحصائية تقع في القبول

قبول H_0

Scanned with CamScanner

ج الاختبار

(6) اجري اختبارا في مقرر الإحصاء على عينتين من طلاب جامعتي الامام والملك سعود وحصلنا على النتائج التالية: في عينه من طلاب جامعة الامام من 100 طالب كان متوسط الدرجات 80 بانحراف معياري 8 درجات، وفي عينه أخرى من 100 طالب من جامعة الملك سعود، كان متوسط الدرجات 75 بانحراف معياري 6 درجات. هل هذه النتائج تبين وجود اختلافات حقيقية بين طلاب الجامعتين في تحصيل مقرر الإحصاء؟؟ (α =5%)

الإمام	سعود
$n_1 = 100$	$n_2 = 100$
$\bar{x}_1 = 80$	$\bar{x}_2 = 75$
$S_1 = 8$	$S_2 = 6$

① الفروض

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

② α

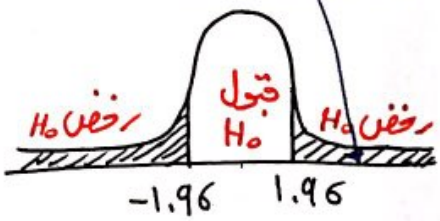
$\alpha = 5\%$

③ Z الإحصائية

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{80 - 75}{\sqrt{\frac{8^2}{100} + \frac{6^2}{100}}} = \boxed{5}$$

④ Z الجدولية (اختبار ذي إتجاهين $\alpha = 5\%$)

$Z = \pm 1.96$



⑤ القرار :- Z الإحصائية تقع في الرفض

رفض H_0

Scanned with CamScanner