2017م - 1438هـ

مبادئ الإحصاء احص 110 جامعة الأمام محمد بن سعود كلية الاقتصاد والعلوم الإدارية

إعداد: عبدالله عمر
إشراف: الهنوف بنت عمر

مجموعة مياسين التعليمية

نعتذر عن الأخطاء إن وجد واذكرونا بدعوة

"بسم الله الرحمن الرحيم"

1- الوسط الحسابي للبيانات المفردة :

القانون: $\overline{x} = \frac{\sum x}{n}$ | الوسط الحسابي $= \overline{x}$ ، مجموع جميع الأعداد المعطاء في السؤال $= \sum x$،
أعداد القيم المعطاء في السؤال $= n$

طريقة السؤال للوسط الحسابي للبيانات المفردة.

مثال: أوجد الوسط الحسابي للأعمار التالية (12-14-21-17):

الحل:

1- كتابة قانون الوسط الحسابي $\overline{x} = \frac{\sum x}{n}$

2-جمع جميع الأعداد المعطاء في السؤال $\underbrace{\overset{1}{17}+\overset{2}{21}+\overset{3}{14}+\overset{4}{12}}_{n=4}=\underset{\sum x}{64}$

3- عوض بالرموز الموجودة بالقانون
المطلوب الوسط الحساب $\bar{x} =$ ؟ ، أعداد القيم المعطاء في السؤال $n = 4$ ، مجموع الأعداد المعطاء في السؤال الخطوة 2 جمعنا الأعداد إذن $\sum x = 64$.

4- أكتب القانون بتبديل الرموز بالأرقام بعد تعويضها في الخطوة 3
$\bar{x} = \frac{\sum 64}{4}$ ، $\bar{x} = 16$
تقسيم 64 على 4 تساوي 16 إذن $\bar{x} = 16$.

ملاحظة:
يشترط أن يكون الناتج بين أصغر قيمة وأكبر قيمة هنا أصغر قيمة 12 وأكبر قيمة 21 والجواب 16 إذاً الحل صحيح 16 بين 12 و16 .

مثال: $\bar{x} = 10$ ، $\sum x = 220$ ، فإن n تساوي :

الحل:

1- نكتب قانون الوسيط $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$.

2- نعوض بالقيم المعطاء بالسؤال بتبديل الرموز أرقام أي إعطاء كل رمز رقمه $10 = \frac{220}{n}$، n لا يوجد لها رقم فتكتب n .

3- نأخذ المعادلة بعد التعويض ونضرب وسطين بطرفين ، $\frac{220}{n} = 10$ نضع مقام للرقم 10 والذي ليس له مقامه 1 فتصبح $\frac{10}{1} \times \frac{220}{n}$، $10n = 10 \times n$، $220 \times 1 = 220$ فتصبح على هذه الصورة بعد عملية الضرب $220 \times 10n$ نقسم 10 من الطرفين لكي تبقى n بمفردها $\frac{10n}{10} \times \frac{220}{10}$ فتصبح بعد قسمة 10n على 10 تساوي n لأن 1 لا يكتب مع أي حرف و هذه قاعدة

هنا نكتفي بكتابة n لماذا لأن 1 لا يكتب مع n ، فتصبح بعد القسمة $\frac{220}{10} \times n$ ننقل n الطرف الثاني فتصبح $n = \frac{220}{10}$ و هذا ما نريد أن نصل إليه أن نبقي n بمفردها.

4- $n = \frac{220}{10}$، 220 تقسيم 10 يساوي 22 إذاً $n = 22$.

2- الوسط الحسابي للبيانات المبوبة أي من توزيع التكراري:

القانون: $\overline{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ | الوسط الحسابي = $\overline{x}$ ، مجموع الأعداد في خانت fx = $\sum fx$ ، مجموع الأعداد في خانت x = $\sum x$.

طريقة السؤال للوسط الحسابي للبيانات المبوبة:

مثال: فيما يلي التوزيع التكراري لدرجات عينة من الطلاب في أحد الاختبارات والمطلوب قيمة الوسط الحسابي للدرجات:

فئات الدرجات	25-	35-	45-	55-	65-	75-85	المجموع
عدد الطلاب	5	8	22	18	12	5	70

الحل:

1- نضع خانتين بشكل عامودي أول خانه فئات الدرجات وثاني خانه عدد الطلاب وهي التكرار f وكلها موجودة في السؤال:

الفئات	عدد الطلاب : التكرار f
25-	5
35-	8
45-	22
55-	18
65-	12
75-85	5
المجموع	70

لا يوجد فرق نسخنا الجدول في السؤال ولكن على شكل عامودي واضفنا للعدد الطلاب التكرار f لان اعداد الطلاب تكررت درجاتهم في الخانة الأول 25 عدد الطلاب الذي تكررت درجاتهم 25 هم 5 وهكذا و35 تكررت 8، و45 تكررت 22، و55 تكررت 18، و65 تكررت 5، و75-85 تكررت 5، ومجموع الأعداد في خانة التكرار 70 .

2- نضيف عامود ثالث ونرمز له بالرمز x
موجودة في السؤال:

الفئات	عدد الطلاب : التكرار f	x
25-	5	30
35-	8	40
45-	22	50
55-	18	60
65-	12	70
75-85	5	80
المجموع	70	---

طريقة إيجاد x هي الاعتماد على خانة الفئات الرقم الأول + الرقم الثاني ÷ 2 ،60=25+35 ،30 $60 \div 2 = 30$ فالخانة الأولى في x تساوي 30 ولإيجاد الباقي نرى كم الفرق بين 25 و 35 نجده 10 نزيد على 30 فتصبح 40 30+10=40 إذاً الخانة الثانية في x 40 ونزيد على 40 فتصبح 50=40+10 إذاً الخانة الثالثة في x 50 نزيد على 50 فتصبح 60=50+10 نزيد على 60 فتصبح 70=60+10 نزيد على 70 فتصبح 80=70+10 هنا نقف لأننا وصلنا إلى اخر خانه في الفئات ونقف قبل أن نصل إلى المجموع ونترك أخر خانه فارغة ،ويمكن أن نفعل كما فعلنا في أول رقمين نفعل في بقية الأرقام أي الخانة الثالثة + الخانة الرابعة ÷ 2 ،80=35+45 ، 40=2 ÷ 80 ونفعل هكذا في البقية حتى نصل إلى اخر رقمين 85-75.

***ملاحظة:**
في الألة لا تكتب 2 ÷25+35 سوف يطلع الناتج بالكسر وهذا غلط ،وتكتب بالألة على الصيغة التالية 2÷(25+35) لابد من وضع الأقواس .

3- نضيف عامود رابع للجدول ونرمز له بالرمز fx

الفئات	عدد الطلاب : التكرار f	x	fx
25-	5	30	150
35-	8	40	320
45-	22	50	1100
55-	18	60	1080
65-	12	70	840
75-85	5	80	400
المجموع	70	---	3890

طريقة إيجاد fx هي $f{\times}x$ ،فنضرب الخانة الأولى 150=30×5 ،نضرب الخانة الثانية 320=40×8 نضرب الخانة الثالثة 1100=50×22 ،نضرب الخانة الرابعة 1080=60×18،نضرب الخانة الخامسة 840=70×12 ،نضرب الخانة السادسة 400=80×5 ، هنا نقف ثم نجمع جميع الأعداد في خانة fx 3890=150+320+1100+1080+840+400 .

4- نعيد كتابة قانون الوسط الحسابي للبيانات المبوبة
$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ ثم نبدل الرموز في المعادلة بأرقام ،المطلوب الوسط الحسابي $\bar{x} = ?$ ،مجموع الأعداد في خانة fx $\sum fx = 3890$ ،مجموع الأعداد في خانة التكرار/f $\sum f = 70$.

@e7saa

5- نكتب القانون ونبدل الرموز بالأرقام ونعطي كل رمز رقمة
$\bar{x} = \frac{\sum 3890}{\sum 70}$ ، $\bar{x}$ تبقى كما هي لأنها مطلوبة بالسؤال ولا يوجد لها رقم ، نقسم 3890 تقسيم 70 يساوي 55.57
إذاً $\bar{x}$ =55.57.

الوسط الحسابي يتأثر بالعمليات الحسابية الأربعة (جمع ، طرح ، ضرب ، قسمة)

مثال: إذا كان متوسط درجة الطلاب في مقرر الإحصاء هو 75 درجة ، أوجد الوسط الحسابي بعد إجراء العمليات التالية على درجات الطلاب:

1- إضافة 5 لكل طالب.
وهي زيادة 5 من 75 بمعنى 75+5=80

2- طرح 3 درجات من كل طالب.
وهي طرح 3 من 75 بمعنى 75-3=72

3- ضرب درجات كل طالب في 4 .
وهي ضرب 4 في 75 بمعنى 75×4=300

4- قسمة درجات كل طالب على 2 .
وهي قسمة 2 على 75 بمعنى 75÷2=37.5

ملاحظة:
عند إجراء العمليات الحسابية الأربعة ضع الرقم الكبير أول ثم الصغير لو كتبت 2÷75=0.026 وهذا غلط لابد من كتابتها كما في الأمثلة الأربعة السابقة 75 ثم الرقم الذي تريد جمعه أو طرحه أو ضربه أو قسمته .

3- الوسيط للبيانات المفردة:

هنا لا يوجد قانون ،ولكن اذا كان أعداد القيم عدد فردي نأخذ العدد الذي في المنتصف بعد ترتيب الأعداد تصاعدياً ،وإذا كان أعداد القيم زوجي نأخذ العددين في المنتصف ونجمعهم ونقسمهم على 2 بعد ترتيب الأعداد تصاعدياً.

طريقة السؤال للوسيط في البيانات المفردة:

مثال: أوجد القيمة الوسطية للبيانات التالية:

1- 12 , 17 , 14 , 19 , 21 , 16 , 21
(عدد فردي من القيم)
2- 67 , 56 , 62 , 71 , 66 , 58 , 51 , 48
(عدد زوجي من القيم)

الحل:

12 , 17 , 14 , 19 , 21 , 16 , 21

(عدد فردي من القيم)

1- ترتيب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر (تصاعدياً) وأخذ القيمة التي في المنتصف.

12 , 14 , 16 , 17 , 19 , 21 , 21

الوسيط العدد الذي في المنتصف **17**.

67 , 56 , 62 , 71 , 66 , 58 , 51 , 48

(عدد زوجي من القيم)

1- ترتيب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر وأخذ القيمتين التي في المنتصف .

48 , 51 , 56 , 58 , 62 , 66 , 67 , 71

2- نجمع الرقمين ثم نقسمهم على 2

(58+62)÷2=60 إذاً الوسيط هو **60** .

4- الوسيط للبيانات المبوبة أي في شكل توزيع أو جدول تكراري:

القانون $Q = A + \frac{\frac{\sum f}{2} - f1}{f2 - f1} \times L$ | الوسيط =**Q** وهاذا هو رمز الوسيط **Q**

بداية الفئة الوسطية وهي مقابل $f1$ في عامود الفئات في الجدول =**A**.

مجموع $\sum f = f$.

وهي القيمتين التي يقع بينها رتبة الوسيط =$f2$ و$f1$، و$f1$ التي في البسط هي نفسها $f1$ التي في المقام .

طول الفئة الوسطية أي الفرق بين الخانة الأولى والخانة الثانية والثالثة.. في عامود الفئات =L .

في الوسيط نستخدم الجدول المتجمع الصاعد ،وسوف نستخدم قانون اخر لإيجاد الوسط بيانياً

القانون $\frac{\sum f}{2}$ | مجموع $\sum f = f$ ،تقسيم 2 ، ويستخدم لإيجاد ترتيب الوسيط.

طريقة السؤال في الوسيط للبيانات المبوبة:

مثال: الجدول التالي يبين توزيع الاوزان لعينة من الطلاب ، والمطلوب قيمة الوسيط بيانياً وحسابياً:

فئات الوزن	64-	68-	72-	76-	80-	84-88	المجموع
عدد الطلاب	4	10	18	24	22	12	90

الحل:

1- نضع خانتين بشكل عامودي أول خانه فئات الدرجات وثاني خانه عدد الطلاب وهي التكرار f وكلها موجودة في السؤال:

عدد الطلاب التكرار f	فئات الوزن
4	64-
10	68-
18	72-
24	76-
22	80-
12	84-88
90	المجموع

2- نضيف عامود ثالث ونسميه الحدود العليا للفئات

الحدود العليا للفئات	عدد الطلاب التكرار f	فئات الوزن
أقل من 64	4	64-
أقل من 68	10	68-
أقل من 72	18	72-
أقل من 76	24	76-
أقل من 80	22	80-
أقل من 84	12	84-88
أقل من 88	90	المجموع

هنا أخذنا عامود الفئات وابدلنا – بأقل من كانت هكذا -64 فأصبحت هكذا أقل من 64 وهكذا في بقيت الخانات وفي الأخير نكتب 84 لوحدها و 88 لوحدها لا نكتبها مع بعض هي 84-88 تصبح أقل من 84 ،أقل من 88 .

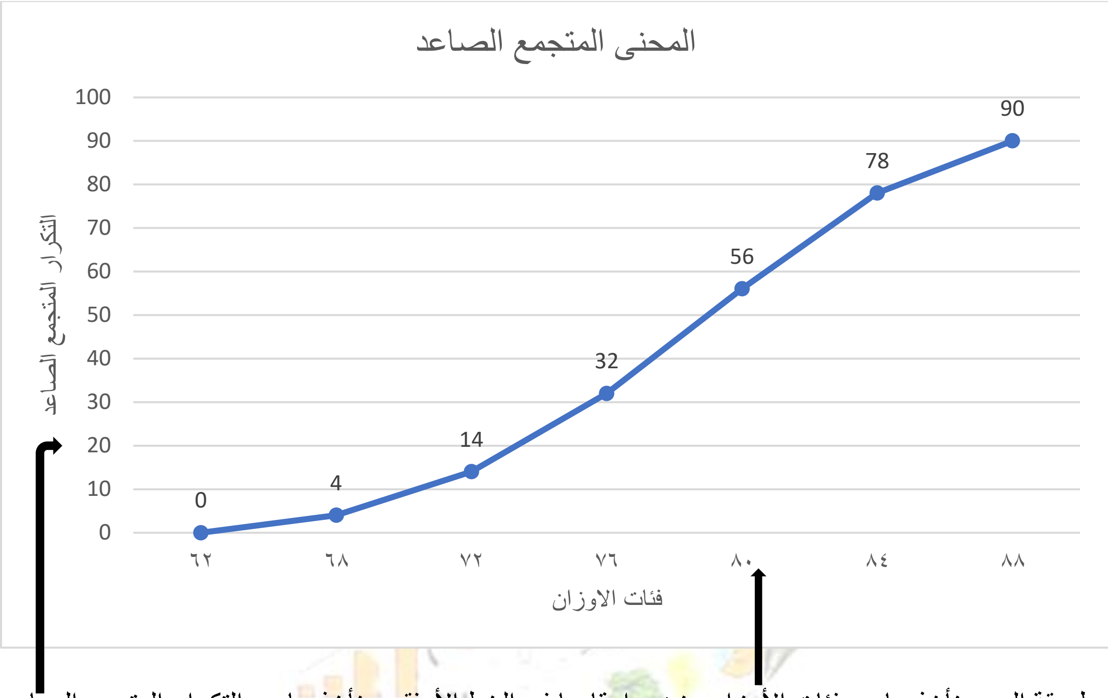
3- نضيف عامود رابع ونسميه التكرار المتجمع الصاعد

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات	عدد الطلاب (التكرار f)	فئات الوزن
0	أقل من 64	4	64-
4	أقل من 68	10	68-
14	أقل من 72	18	72-
32	أقل من 76	24	76-
56	أقل من 80	22	80-
78	أقل من 84	12	84-88
90	أقل من 88	90	المجموع

ولإيجاد التكرار المتجمع الصاعد نضع 0 في أول خانة ثم نجمع 0 مع أول خانة من عدد الطلاب (التكرار f) أي التكرار المتجمع الصاعد + عدد الطلاب (التكرار f) ، نقول 4=0+4 نكتب4 تحت الصفر نجمع الخانة الثانية 14=10+4 *ونكتب* 14 *تحت* 4 ، نجمع الخانة الثالثة 32=18+14 نكتب 32 تحت 14 ، نجمع الخانة الرابعة 56=24+32 نكتب 56 تحت 32 ، نجمع الخانة الخامسة 78=22+56 نكتب 78 تحت 56 ، نجمع الخانة السادسة والأخيرة 90=12+78 نكتب 90 تحت 78 .

نوجد الوسيط بيانياً من خلال الجدول المنحنى المتجمع الصاعد:

1- الرسم بيانياً عن طريق فئات الوزن ويكون في الخط الأفقي والتكرار المتجمع الصاعد في الخط العامودي

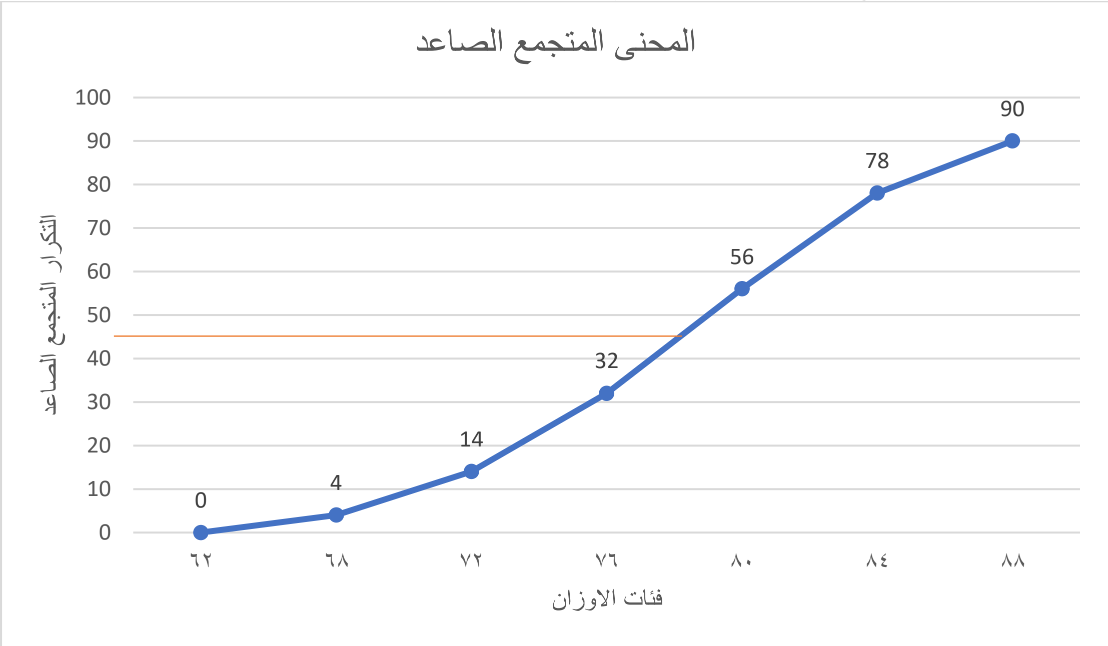


وطريقة الرسم نأخذ عامود فئات الأوزان ونضع ارقامها في الخط الأوفقي ونأخذ عامود التكرار المتجمع الصاعد ونضع له ترقم مرتب بحيث يشمل 0 و 90 ورتبناها هنا ابتداء من 0 ثم 10 ثم 20 ثم 30 وهكذا إلى 90 أو 100 ونضع نقطة عند62 و 0 ونقطة عند 68 و 4 ونقطة عند 72 و 14 ونقطة عند 76 و32 ونقطة عند 80 و 56 ونقطة عند 84 و 78 ونقطة عند 88 و 90 ثم نوصل بينهم بخط وعند الرسم أضع القلم عند 62 وأرافع إلى أن اصل إلى صفر ولكن صفر في نفس الخط هنا لا أرتفع ، اضع القلم عند 68 وارتفع إلى 4 واضع نقطة وهكذا.

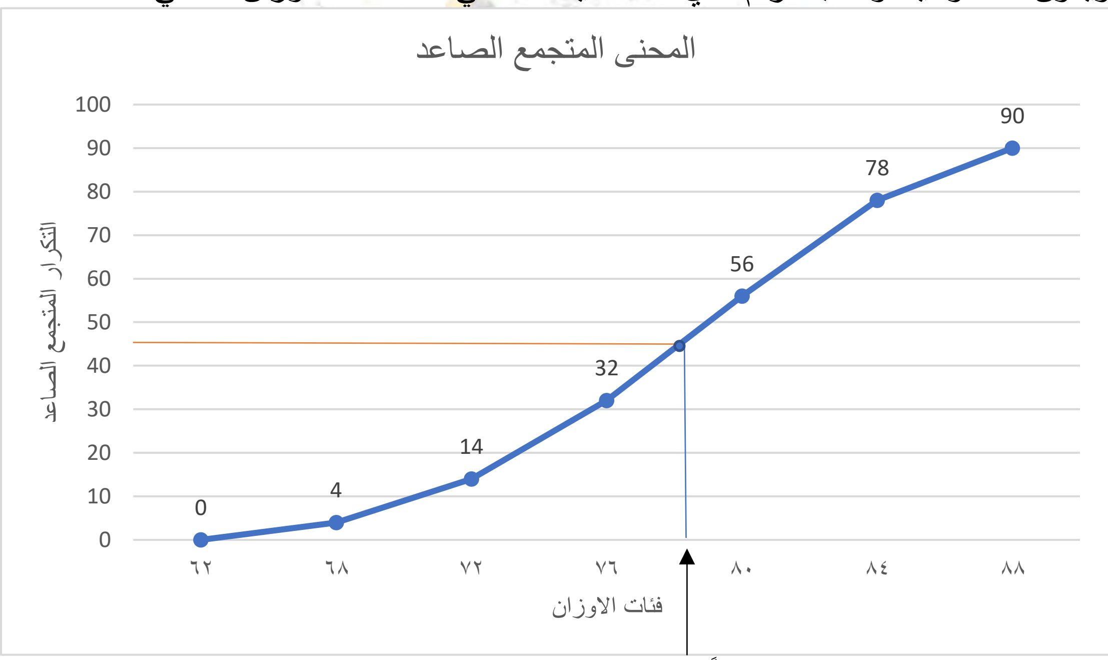
2- إيجاد الوسيط بيانياً عن طريق قانون $\frac{\sum f}{2}$ مجموع f تقسيم 2 ، مجموع $\sum f$ في الجدول هو 90

،إذاً 90 تقسيم 2 يساوي 45 وتكون بهاذي الصورة بعد التعويض في القانون ⟵ $\frac{90}{2}=45$.

3- نحدد 45 في الرسمة السابقة وتكون 45 في الخط العامودي (التكرار المتجمع الصاعد) ونمد خط إلى أن يتصادم مع المنحنى الموجود في الرسمة كالتالي:



4- ثم نسقط خط مكان التقى الخطين في المنحنى ونسقط خط على الخط الأفقي (فئات الاوزان) ويكون هذا الوسيط ونكتب الرقم الذي سقط عليه الخط في خط فئات الاوزان كالتالي:



ويكون الوسيط تقريباً 78 في خط (فئات الاوزان)

@e7saa

الأن نوجد الوسيط حسابياً من خلال الجدول المنحنى المتجمع الصاعد:

1- ولإيجاد الوسيط حسابياً لابد من كتابة القانون $\frac{\sum f}{2}$ لإيجاد ترتيب الوسيط بالرجوع إلى جدول التكرار المتجمع الصاعد الموجود في صفحة 6 في الخطوة الثالثة نلاحظ مجموع f يساوي 90 إذاً نقول 90 $\sum f\ =$ ،نعوض بالرقم 90 في المعادلة بدلاً من $\sum f$ وتكون هكذا $\frac{90}{2}$ 90 تقسيم 2 يساوي 45 إذاً نقول 45= $\frac{90}{2}$ ،ويمكن الاستغناء عن هذه الخطوة لأننا أوجدناها في الخطوة 2 صفحة 7 عند إيجاد الوسيط بيانياً.

2- نحدد الرقم 45 يقع بين أي رقمين في عامود التكرار المتجمع الصاعد في الجدول لأنه دائماً لا يكون ترتيب الوسيط الذي هو الأن هنا 45 لابد أن يقع بين رقمين ويرمز لرقم الأول $f1$ والثاني $f2$ ويكون A في عامود الحدود العليا للفئات مقابل $f1$:

فئات الوزن	عدد الطلاب (التكرار f)	الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
L=4 64-	4	أقل من 64	0
68-	10	أقل من 68	4
72-	18	أقل من 72	14
76-	24	أقل من A=76	$f1$= 32
80-	22	أقل من 80	$f2$= 56
84-88	12	أقل من 84	78
المجموع	90	أقل من 88	90

نلاحظ أن 45 وقعت بين 32 و 56 ورمزنا لرقم الأول الذي هو $f1$= 32 والرقم الثاني الذي هو $f2$= 56 وتقع A مقابل $f1$ وتسمى A في المعادلة بداية الفئة الوسطية إذاً A=76 ، و L هي الفرق بين الخانة الأولى والثانية في عامود فئات الاوزان الفرق بين 64 و 68 هو 4 أضفنا 4 إلى كل خانه إذاً L تساوي 4 ،L=4 .

3- نكتب قانون الوسيط للبيانات المبوبة $Q\ =A+\frac{\frac{\sum f}{2}-f1}{f2-f1}\times L$

نعوض كل خانة برقمها ،المطلوب الوسيط =Q ،بداية الفئة الوسطية وقلنا في الخطوة السابقة أنها تساوي A=76 ومجموع f 90 $\sum f\ =$ وهي موجوده في الجدول عامود التكرار f ، قلنا في الخطوة السابقة $f1$=32 وهي موجود في الجدول و$f2$=56 ، والفرق بين الخانة الأولى والخانة الثانية في عامود فئات الوزن L=4 ، الأن نعيد كتابة المعادلة بالأرقم دون الرموز مع بقاء Q لأنها هي المطلوبة وبقاء 2 لأنها رقم وليست رمز

16+1=17

هكذا ⬅ $Q\ =76+\frac{\frac{90}{2}-32}{56-32}\times 4\ =78.17$ نكتب المعادلة في الأله تساوي 78.166 بعد التقريب أي نلغي 6 ونضيف لـ16 واحد فتساوي 17 فتصبح بعد التقريب 78.17 ،إذاً جواب الوسيط هو Q=78.17 ولتأكد من الجواب لابد أن تقع 78.17 بين أصغر رقم في الجدول في عامود فئات الوزن وهو 64 وبين أكبر قيمة في الفئات وهي 88 إذاً 78.17 تقع بين 64 و 88 إذاً الجواب صحيح.

***ملاحظة:**

التكرار المتجمع الصاعد يستخدم مع الوسيط فقط بينما الوسط الحسابي والمنوال يستخدم معه الجدول التكراري والرسم البياني يكون مع الوسيط والمنوال فقط الذي سندرسه لاحقاً.

5- المنوال في البيانات المفردة:

لا يوجد قانون هنا ولكن المنوال يعتمد على أكثر قيمة تكررت ولابد التفريق بين المنوال والوسيط ، الوسيط القيمة التي في المنتصف ، والمنوال أكثر قيمة تكررت ، ولا يشترط في المنوال ترتيب الأعداد تصاعدياً عكس الوسيط.

طريقة السؤال في المنوال للبيانات المفردة:

مثال: أوجد القيم المنواليه في الحالات التالية:

1- 12 , 24 , 17 , 19 , 17 , 21 , 17 , 19 , 17.

الحل:

هنا أكثر قيمة تكررت هي 17 تكرت أربعة مرات وأيضاً 19 تكررت لكن مرتين وقلنا أن المنوال أكثر قيمة تتكرر إذا المنوال هو 17 لأنه أكثر قيمة تكررت.

2- 41 , 33 , 25 , 29 , 27 , 17 , 30 , 28 , 14.

الحل:

هنا لا يوجد منوال لأنه لا يوجد قيمة أو رقم تكرر كلها أرقام لا تتشابه مختلفة ، إذاً الجوال لا يوجد منوال.

3- 122 , 214 , 127 , 214 , 127 , 221 , 127 , 214 , 122.

الحل:

هنا ثلاث قيم أو أرقام تكررت (122 , 127 , 214) ولكن أكثر قيمتين تكررت هي 127 و 214 ،وكلها ثلاث مرات تكررت إذاً المنوال هو العددين 214 , 127 لأنهم أكثر قيمتين تكررت وتكررت كليهما ثلاث مرات.

6- المنوال في البيانات المبوبة أي من التوزيع تكراري:

المنوال يمكن إيجاده بيانياً وحسابياً حسب المطلوب في السؤال ولإيجاده بيانياً موجود في الدروس الأولى في العرض الجدولي والبياني ، مثل الوسيط يمكن إيجاده بيانياً وحسابياً.

القانون $M = A + \frac{f2}{f2+f1} \times L$ | هي المنوال $M=$

بداية الفئة وهي تقع في عامود الفئات في الجدول مقابل أكبر قيمة في عامود التكرار f في الجدول $A=$

وهي فوق أكبر قيمة في عامود الفئات $f1=$، وهي تقع تحت أكبر قيمة في عامود الفئات في الجدول $f2=$

وهي الفرق بين الخانة الأولى والخانة الثانية والثالثة.. في عامود الفئات في الجدول $L=$

طريقة السؤال في المنوال للبيانات المبوبة:

مثال: الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري للرواتب الشهرية لعينة من الموظفين (بألف ريال):

عدد الموظفين (التكرار) (f)	فئات الراتب بألف ريال
3	10-
8	15-
14	20-
21	25-
18	30-
11	35-
5	40-45
80	المجموع

المطلوب:

ا- أحسب قيمة المنوال.

ب- أحسب قيمة الزاوية الدائرية المقابلة لتكرار 21 .

الحل:

ا- أحسب قيمة المنوال.

لحساب قيمة المنوال نحتاج الخطوات التالية:

1- نحدد ($f1$ و $f2$ و A و L) في الجدول التكراري المعطاء في السؤال

عدد الموظفين (التكرار) (f)	فئات الراتب بألف ريال
3	10-
8	15-
$f1=$ 14	20-
21 ← أكبر قيمة في الجدول	$A=$ 25-
$f2=$ 18	30-
11	35-
5	40-45
80	المجموع

L=5

أولاً حددنا أكبر قيمة أو رقم في عامود التكرار f في الجدول وهو 21
القيمة التي تقابل 21 في عامود الفئات هي A إذاً A=25
القيمة أو الرقم الذي فوق 21 هو $f1$ إذاً $f1$=14 ، القيمة أول الرقم الذي تحت 21 هو $f2$ إذاً $f2$=18
الفرق بين الخانة الأولى والخانة الثانية في عامود الفئات في الجدول هي L أضفنا 5 إلى كل خانه إذاً L=5.

2- نكتب قانون المنوال للبيانات البوبة $M = A + \frac{f2}{f2+f1} \times L$
نعوض كل رمز برقمه و M هي المطلوب لا يوجد لها رمز تسمى المنوال نبدل الرموز أرقام في القانون
بالاستعانة بالخطوة السابقة يصبح هكذا ⟵ $M = 25 + \frac{18}{18+14} \times 5 = 27.81$ بعد كتابة المعادلة في

الألة تساوي 27.81 وهاذا هو جواب المنوال إذاً M=27.81.

ب- قيمة الزاوية الدائرية المقابلة للتكرار 21
لحساب قيمة الزاوية نحتاج الخطوات التالية:
1- في الجدول المعطاء في السؤال مجموع التكرارات هو 80 أولاً نحدد المجموع في الجدول

فئة الراتب بألف ريال	عدد الموظفين (التكرار) (f)
10-	3
15-	8
20-	14
25-	21
30-	18
35-	11
40-45	5
المجموع	80

2- المطلوب هو الزاوية الدائرية لـ 21 إذاً نقول
(قيمة التكرار المعطاء في السؤال ÷ مجموع التكرارات في الجدول) × 360
قيمة التكرار هي 21 معطاء في السؤال ، مجموع التكرارات هي في الجدول =80
عوض القانون بالأرقام تكون هكذا ⟵ 360 × (80÷21)=94.5 أكتب المعادلة التالية في الألة على هذه الصورة 360×(80÷21) سوف يكون الناتج 94.5 إذاً هذه الزاوية الدائرية لـ 21 .

ملاحظة:
الفرق بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال ، الوسط الحسابي والمنوال من الجدول التكراري ، الوسيط من الجدول التكرار المتجمع الصاعد ، والوسيط والمنوال يمكن إيجادهم بيانياً لكن الوسط الحسابي لا يمكن إيجاده بيانياً.

سؤال للوسط الحسابي والوسيط والمنوال:

***ملاحظة:**

عندما يكون المعطاء في السؤال جدول تكراري ويكون عامود التكرار الخانة الأولى رقمها مثل الخانة الأخيرة ،والخانة الثانية رقمها مثل الخانة التي قبل الأخيرة ،والخانة الثالثة رقمها مثل الخانة الثالثة في الجهة الثانية ، ويكون رقم في المنتصف هو أكبر رقم في عامود التكرار وليس له مثيل مثل الأرقام الأخرى ، حينها يكون الوسط الحسابي والوسيط والمنوال نفس الناتج ، ويسمى هذا الجدول التكراري (الجدول المتماثل).

مثال: الجدول التالي يوضح توزيع عينة من الطلاب:

فئات الأوزان	60-	65-	70-	75-	80-	85-	90-95	المجموع
التكرار عدد الطلاب	5	16	29	35	29	16	5	135

المطلوب:

1- حساب قيمة كل من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال .

2- قيمة الزاوية المقابلة للتكرار 16 .

الحل:

1- حساب قيمة كل من الوسط الحسابي والوسيط والمنوال .

نلاحظ أن الخانة الأولى مثل الخانة الأخيرة في عامود التكرار

والخانة الثانية مثل الخانة قبل الأخيرة في عامود التكرار

والخانة الثالثة مثل الخانة الثالثة في الجهة الثانية في عامود التكرار

وهناك رقم وهو أكبر رقم في عامود الفئات ويقع في المنتصف ، يفصل بينهم.

مركز الفئة المقابلة لأكبر تكرار   الفئة التي بجانب التكرار الأكبر

فئات الأوزان	60-	65-	70-	75-	80-	85-	90-95	المجموع
التكرار عدد الطلاب	5	16	29	35	29	16	5	135

أكبر تكرار

إذاً يكون الوسط الحسابي والوسيط والمنوال يساوي ناتج واحد عن طريق استخدام القانون التالي

مركز الفئة المقابل لأكبر تكرار + الفئة التي بجانب التكرار الأكبر ÷ 2

أو

بداية الفئة + نهاية الفئة ÷ 2

كليهما صحيحة بداية الفئة هي نفسها مركز الفئة المقابلة لأكبر تكرار ونهاية الفئة هي الفئة التي بجانب التكرار الأكبر ،مع العلم أن بداية الفئة ونهاية الفئة هي كل رقمين في عامود الفئات من الجدول مثلاً نقول (-60 و -65) بدية الفئة هي -60 ونهاية الفئة هي -65 وكذلك في بقية الأرقام.

نعوض القانون بالأرقام فيصبح 2 ÷ (75 + 80)=77.5 بعد كتابتها بالألة على هذه الصورة 2 ÷ (75 + 80) يساوي 77.5.

***ملاحظة:**

لابد معرفة الجدول التكرار وما يحتوي عامود الفئات من أرقام قبل الحل ، ومعرفة اين عامود الفئات وعامود التكرار ، دائماً الفئات يقع قبل عامود التكرار ويحتوي على أرقام تزيد برقم معين.

2- قيمة الزاوية المقابلة للتكرار 16 .

1- قلنا سابقاً لإيجاد الزاوية نحتاج القانون التالي وهو

(قيمة التكرار المعطاء في السؤال ÷ مجموع التكرارات في الجدول) × 360

فئات الأوزان	-60	-65	-70	-75	-80	-85	90-95	المجموع
التكرار عدد الطلاب	5	16	29	35	29	16	5	135

2- نعوض القانون بالأرقام فيصبح (16 ÷ 135) × 360=42.67 بعد كتابتها في الألة على هذه الصورة360 × (16 ÷ 135) يساوي 42.666 وبعد التقريب 42.67 .

7- الوسط الهندسي :

القانون $G = \sqrt[n]{x1 \times x2 \times x3 \ldots}$ | الوسط الهندسي = G

أعداد الأرقام الموجودة بالسؤال = n

أول رقم في السؤال = $x1$ ثاني رقم في السؤال =$x2$ ثالث رقم في السؤال =$x3$

... وهذه تعني الرقم الرابع والخامس جميع الأرقام في السؤال.

8- الوسط التوافقي:

القانون $H = \left[\frac{n}{\frac{1}{x1}+\frac{1}{x2}+\frac{1}{x3}\ldots}\right]$ | الوسط التوافقي = H

أعداد الأرقام الموجودة في السؤال = n

واحد تقسيم أول رقم موجود في السؤال = $\frac{1}{x1}$ واحد تقسيم ثاني رقم موجود في السؤال = $\frac{1}{x2}$

واحد تقسيم ثالث رقم موجود في السؤال = $\frac{1}{x3}$

... وهذه تعني الرقم الرابع والخامس جميع الأرقام في السؤال تقسيم واحد.

طريقة السؤال في الوسط الهندسي والتوافقي:

مثال: أوجد الوسط الهندسي والوسط التوافقي للبيانات التالية (8 , 7 , 6 , 5) :

الحل:

لإيجاد الوسط الهندسي نحتاج الخطوات التالية:

1- كتابة قانون الوسط الهندسي $G = \sqrt[n]{x1 \times x2 \times x3 \ldots}$ المطلوب الوسط الهندسي $G=$

2- أعداد الأرقام المعطاء في السؤال هي 4 أعداد إذاً نقول $n=4$

3- الرقم الأول في السؤال 5 إذاً نقول $x1=5$ ، الرقم الثاني بالسؤال 6 إذاً نقول $x2=6$
الرقم الثالث بالسؤال 7 إذاً نقول $x3=7$ ، الرقم الرابع بالسؤال 8 إذاً نقول $x4=8$

الرقم الرابع الرقم الثالث الرقم الثاني الرقم الأول

(5 6 7 8)

4- تعويض الرموز بالأرقام في القانون فيصبح هكذا $G = \sqrt[4]{5 \times 6 \times 7 \times 8} = 6.402$
عند كتابتها بالألة تساوي 6.402 إذاً الوسط الهندسي هو 6.402 ، ودائماً الجواب يقع بين أصغر رقم وهو 5 وأكبر رقم وهو 8 و6.402 بين الرقم 5 و 8 ولو كان غير ذلك الجواب خطأ.

لإيجاد الوسط التوافقي نحتاج الخطوات التالية:

1- كتابة قانون الوسط التوافقي $H = \left[\frac{n}{\frac{1}{x1}+\frac{1}{x2}+\frac{1}{x3}\ldots}\right]$ المطلوب الوسط التوافقي $H=$

2- أعداد الأرقام في السؤال كما قلنا في الوسط الهندسي 4 إذاً نقول $n=4$

3- الرقم الأول في السؤال هو 5 إذا نقول $\frac{1}{5}$ ، الرقم الثاني في السؤال 6 إذاً نقول $\frac{1}{6}$
الرقم الثالث في السؤال 7 إذاً نقول $\frac{1}{7}$ ، الرقم الرابع في السؤال 8 إذاً نقول $\frac{1}{8}$

الرقم الرابع الرقم الثالث الرقم الثاني الرقم الأول

(5 6 7 8)

4- تعويض الرموز بالأرقام في القانون فيصبح هكذا $H = \left[\frac{4}{\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}}\right] = 6.304$
عند كتابتها بالألة تساوي 6,3034 بعد التقريب تساوي 6.304 إذاً الوسط الهندسي هو 6.304
والجواب يقع بين 5 و 8 إذاً الجواب صحيح.

ملاحظة:

الوسط الهندسي والوسط التوافقي لا يوجد فيها بيانات مبوبة ، عكس الوسط الحسابي والوسيط والمنوال يوجد فيها بيانات مبوبة.

9- المدى:

القانون ، المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة | **تعني أكبر رقم غي السؤال ناقص أصغر رقم يكون الناتج هو المدى .**

طريقة السؤال في المدى :

مثال: مستخدماً المدى ، قارن بين المجموعتين التاليتين لتحديد أي المجموعتين اكثر تشتتاً:
المجموعة (أ) 21 , 15 , 18 , 21 , 10 , 26
المجموعة (ب) 34 , 54 , 23 , 31 , 18 , 38
الحل:
المجموعة (أ) 21 , 15 , 18 , 21 , 10 , 26
1- نحدد أكبر قيمة وأصغر قيمة في المعطيات التي في السؤال أكبر قيمة هي 26 وأصغر قيمة هي 10 .

2- الأن نكتب قانون المدى الذي هو ، المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة ، المطلوب المدى
أكبر قيمة = 26 أصغر قيمة = 10 .

3- نعوض القانون بالأرقام أي نقول المدى = 26 – 10 = 16 إذاً المدى هو 16.

المجموعة (ب) 34 , 54 , 23 , 31 , 18 , 38
1- نحدد أكبر قيمة وأصغر قيمة في المعطيات التي في السؤال أكبر قيمة هي 54 وأصغر قيمة هي 18 .

2- الأن نكتب قانون المدى الذي هو ، المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة ، المطلوب المدى
أكبر قيمة = 54 ، أصغر قيمة = 18 .

3- نعوض القانون بالأرقام نقول المدى = 54 – 18 = 36 إذاً المدى هو 36 .

ماهي الأكثر تشتت ؟ نكتب مدى المجموعة (أ) وهو 16 ، ومدى المجموعة (ب) وهو 36 أكبر رقم هو الكثر تشتتاً إذاً المجموعة (ب) هي أكثر تشتت لأن 36 أكبر من 16 .

***ملاحظة :**
الأكثر تشتتاً هو دائماً أكبر رقم وأقل تشتتاً هو دائماً أصغر رقم.

10- الانحراف المتوسط في البيانات المفردة:

القانون $MD = \frac{\sum|x-\bar{x}|}{N}$ | الانحراف المتوسط = **MD**

مجموع الأرقام في العامود $|X - \bar{X}|$ في الجدول = $\sum|X - \bar{X}|$

أعداد الأرقام المعطاء في السؤال = **N**

وسوف نستخدم قانون المتوسط الحسابي الذي تم شرحه سابقاً $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

طريقة السؤال في الانحراف المتوسط في البيانات المفردة:

مثال: بفرض أن درجات عينة من الطلاب هي: 12 , 15 , 18 , 9 , 21 أوجد قيمة الانحراف المتوسط.

الحل:

1- نضع جدول من عامود واحد ونكتب فيه الأرقام ابتداً من 12 حتى 21 وأخر خانة مجموع جميع الأعداد 75 = 21 + 9 + 18 + 15 + 12 أي الرقم 75 ، ونسمي هذا العامود x هكذا:

X
12
15
18
9
21
المجموع = 75

2- نضيف عامود ثاني ونسميه $\bar{x}$ هو رمز الوسط الحسابي

إذاً لابد إذاً لابد من استخدام قانون المتوسط الحسابي وهو $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ المطلوب المتوسط الحسابي $\bar{x}$ ، مجموع x هو 75 إذاً نقول $\sum x = 75$ ، n أعداد جميع الأرقام في السؤال هي 5 أرقام إذاً n = 5 ، نعوض الأرقام بالقانون فتصبح $\bar{x} = \frac{75}{5} = 15$ إذاً نضيف عامود ونسميه $\bar{x}$ ونضع فيه الرقم 15

X	$\bar{X}$
12	15
15	
18	
9	
21	
المجموع = 75	

@e7saa

3- نضيف عامود ثالث ونسميه $|X - \bar{X}|$ وهو عبارة عن كل رقم في X ناقص 15 دون وضع إشارة السالب بعد التنقيص واخر خانة التي بجنب المجموع نضع مجموع الأعداد بعد عملية الطرح كالتالي :

X	$\bar{X}$	$\lvert X - \bar{X}\rvert$
12	15	12-15=3
15		15-15=0
18		18-15=3
9		9-15=6
21		21-15=6
المجموع = 75		المجموع = 18

في الألة عند طرح 12-15 سوف تساوي 3- لكن لا نكتب السالب لان طرح عدد صغير مثل 9 من عدد كبير مثل 12 يكون الجواب بالسالب نتجاهل السالب لأن الخطين في $|X - \bar{X}|$ تعني القيمة المطلقة والقيمة المطلقة تعني عدد بدون سالب إذا وجد الخطين فلا يمكن أن نكتب عدد بالسالب كما هو الحال الأن .

4- نكتب قانون الانحراف المتوسط $\boldsymbol{MD = \frac{\sum|x-\bar{x}|}{N}}$ ونعطي كل رمز رقمه

المطلوب الانحراف المتوسط MD

مجموع العامود $|X - \bar{X}|$ هو 18 إذاً ، $\sum|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\bar{x}}| = 18$

أعداد الأرقام 5 إذاً نقول N = 5

5- نعوض القانون بالأرقام إلى MD لأنها هي الانحراف المتوسط المطلوب في السؤال

$MD = \frac{18}{5} = 3.6$ إذاً الانحراف المتوسط هو 3.6 .

11- الانحراف المتوسط في البيانات المبوبة أي توزيع تكراري:

القانون $MD = \frac{\sum f|x-\bar{x}|}{\sum f}$ | الانحراف المتوسط = **MD**

مجموع أرقام العامود $\sum f|x-\bar{x}|$ في الجدول = $\sum f|x-\bar{x}|$

مجموع ارقام عامود (التكرار f) في الجدول = $\sum f$

وسوف نستخدم قانون المتوسط الحسابي في البيانات المبوبة $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$

طريقة السؤال في الانحراف المتوسط في البيانات المبوبة:

مثال: الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لدرجات عينة من الطلاب في أحد الاختبارات والمطلوب قياس الانحراف المتوسط:

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرار f)
40-	2
50-	5
60-	7
70-	8
80-90	3
المجموع	25

الحل:

1- نضيف عامود ثالث إلى الجدول ونسميه x

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرار f)	x
40-	2	45
50-	5	55
60-	7	65
70-	8	75
80-90	3	85
المجموع	25	——

وهو أخذ أول عددين من فئات الدرجات من عامود الأول والعددين هي 40 و 50 وجمع 90=50+40 والناتج تقسيم 2 أي 45=2÷90 إذاً الخانة الأولى في x هي 45 نرى كم الفرق بين 40 و 50 الفرق 10 إذاً نزيد على 45 نزيد عليها 10 فتصبح 55 والخانة الثانية 55 ونزيد 10 على 55 فتصبح 65 وهكذا إلى أن نصل الخانة قبل المجموع نقف والخانة التي تقابل المجموع نتركها فارغة .

2- نضيف عامود رابع ونسميه fx وهو عبارة عن ضرب عامود التكرار f في عامود x كالتالي

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرارf)	x	fx
40-	2	45	90
50-	5	55	275
60-	7	65	455
70-	8	75	600
80-90	3	85	255
المجموع	25	——	1675

ضربنا 2×45=90 الخانة الأولى 90 ضربنا 5×55=275 الخانة الثانية 276 ضربنا 7×65=455 إذاً الخانة الثالثة 455 ضربنا 8×75=600 إذاً الخانة الرابعة 600 ضربنا 3×85=255 إذاً الخانة الخامسة 255 الخانة الأخيرة مجموع الأعداد في العامود fx هو $90 + 275 + 455 + 600 + 255 = 1675$.

3- نضيف عامود خامس ونسميه $|x - \bar{x}|$ وهنا لابد من إيجاد المتوسط الحسابي الذي هو $\bar{x}$ في البيانات المبوبة وقانونه هو $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ ، المطلوب $\bar{x}$ ، مجموع fx في الجدول هو 1675 إذاً نقول $\sum fx = 1675$ ، مجموع (التكرارf) في الجدول هو 25 إذاً $\sum f = 25$ ، نعوض القانون بالأرقام فتصبح $\bar{x} = \frac{1675}{25} = 67$ أوجدنا $\bar{x} = 67$ الأن نطرح كل الأعداد في العامود x بالرقم 67 كالتالي

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرارf)	x	fx	$\lvert x - \bar{x} \rvert$
40-	2	45	90	45-67=22
50-	5	55	275	55-67=12
60-	7	65	455	65-67=2
70-	8	75	600	75-67=8
80-90	3	85	255	85-67=18
المجموع	25	——	1675	

4- نضيف عامود سادس والأخير ونسميه $f|x - \bar{x}|$ وهو ضرب كل رقم من العامود (التكرار f) في كل رقم من العامود $|x - \bar{x}|$ كالتالي

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرارf)	x	fx	$\lvert x - \bar{x} \rvert$	$f\lvert x - \bar{x} \rvert$
40-	2	45	90	45-67=22	2×22=44
50-	5	55	275	55-67=12	5×12=60
60-	7	65	455	65-67=2	7×2=14
70-	8	75	600	75-67=8	8×8=64
80-90	3	85	255	85-67=18	3×18=54
المجموع	25	——	1675		236

بعد الانتهاء من الضرب نجمع النواتج كلها والناتج نكتبه في اخر خانة $44 + 60 + 14 + 64 + 54 = 236$

5- نكتب قانون الانحراف المتوسط في البيانات المبوبة $MD = \frac{\sum f|x-\bar{x}|}{\sum f}$

المطلوب الانحراف المتوسط = MD

مجموع ارقام العاموديه $f|x - \bar{x}|$ هو 236 إذاً نقول $\sum f|x-\bar{x}| = 236$

مجموع أرقام العامود (التكرار f) في الجدول هو 25 إذاً نقول $\sum f = 25$

6- نعوض القانون بالأرقام إلى الانحراف المتوسط MD لأنها مطلوبة في السؤال فتصبح $MD = \frac{236}{25} = 9.44$ إذاً نقول الانحراف المتوسط في البيانات المبوبة هو 9.44.

***ملاحظة:**

إذا طرحنا $|x-\bar{x}|$ في الجدول مثلاً 22-=67-45 لا ننظر لسالب في هذه الحالة نتجاهلها والغرض انه لو كان سالب مع الناتج تجاهل السالب ونكتب الناتج كما فعلنا لم نكتب 22- بل كتبنا 22 فقط ومع كل الأمثلة لانكتب سالب لأن $|x-\bar{x}|$ تحتوي على خطين وهي تعني القيمة المطلقة وإذا وجدت القيمة المطلقة لا يمكن أن نكتب العدد بالسالب مهما كان مثل الأمثلة السابقة.

12- التباين والانحراف المعياري من بيانات مفردة:

قانون التباين $S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$ | التباين = S^2

مجموع أرقام العامود $(x-\bar{x})^2$ في الجدول = $\sum(x-\bar{x})^2$

أعداد الأرقام المعطاء في السؤال = n

قانون الانحراف المعياري $S = \sqrt{S^2}$ | الانحراف المعياري = S

وجذر ناتج التباين بعد حل التباين الناتج نضعه في الجذر = $\sqrt{S^2}$

باختصار الانحراف المعياري هو جذر التباين .

وسوف نستخدم قانون الوسط الحسابي في البيانات المفردة $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ عند الحل .

***ملاحظة:**

بعد حل التباين لابد من إيجاد الانحراف المعياري ولا يمكن أن نوجد الانحراف قبل التباين لأن الانحراف يعتمد على التباين والانحراف المعياري هو جذر ناتج التباين.

طريقة السؤال في التباين والانحراف المعياري في البيانات المفردة:

مثال: بفرض ان درجات عينة من الطلاب هي: 12 , 15 , 18 , 9 , 21 أوجد قيمة التباين والانحراف المعياري:

الحل:

1- نضع جدول من عامود واحد ونسميه x ونضع فيه الأعداد المعطاء في السؤال هي 12 , 15 , 18 , 9 , 21 واخر خانه مجموع هذه الأعداد 75 = 12 + 15 + 18 + 9 + 21 مثلما فعلنا في الانحراف المتوسط كالتالي:

X
12
15
18
9
21
المجموع = 75

2- نضيف عامود ثاني ونسميه $\bar{x}$ هو رمز الوسط الحسابي

إذاً لابد إذاً لابد من استخدام قانون المتوسط الحسابي وهو $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ المطلوب المتوسط الحسابي $\bar{x}$ ، مجموع x هو 75 إذاً نقول $\sum x = 75$ ، n أعداد جميع الأرقام في السؤال هي 5 أرقام إذاً n = 5 ، نعوض الأرقام بالقانون فتصبح $\bar{x} = \frac{75}{5} = 15$ إذاً نضيف عامود ونسميه $\bar{x}$ ونضع فيه الرقم 15

X	X̅
12	15
15	
18	
9	
21	
المجموع = 75	

3- نضيف عامود ثالث ونسميه $(x - \bar{x})$ وهو عبارة عن كل رقم في X ناقص 15 بوضع إشارة السالب بعد التنقيص عكس الانحراف المتوسط لأن هنا لا توجد قيمة مطلقة بل يوجد قوسين واخر خانة التي بجنب المجموع نضع مجموع الأعداد بعد عملية الطرح كالتالي :

X	X̅	$(x - \bar{x})$
12	15	12-15=-3
15		15-15=0
18		18-15=3
9		9-15=-6
21		21-15=6
المجموع = 75		المجموع = 0

4- نضيف عامود رابع ونسميه $(x - \bar{x})^2$ وهو عبارة عن طرح الأعداد في $(x - \bar{x})$ وإضافة تربيع بعد إغلاق القوس ثم نضع مجموع الأعداد بعد إجراء عملية الطرح مع التربيع كالتالي:

X	X̅	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
12	15	12-15=-3	$(12 - 15)^2 = 9$
15		15-15=0	$(15 - 15)^2 = 0$
18		18-15=3	$(18 - 15)^2 = 9$
9		9-15=-6	$(9 - 15)^2 = 36$
21		21-15=6	$(21 - 15)^2 = 36$
المجموع = 75		المجموع = 0	المجموع = 90

5- نكتب قانون التباين الذي هو $S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$ نعوض كل رمز برقمه

المطلوب التباين = S^2

مجموع جميع الأعداد في العامود $(x-\bar{x})^2$ هي 90 إذاً $\sum(x-\bar{x})^2 = 90$

أعداد الأرقام الموجودة في السؤال 12 , 15 , 18 , 9 , 21 هذه 5 أرقام إذاً $n = 5$

6- نعوض القانون بالأرقام إلى S^2 لأنها هس المطلوبة كالتالي

$S^2 = \frac{90}{5} = 18$ بعد كتابة $\frac{90}{5}$ في الألة تساوي 18 إذاً التباين يساوي 18 .

7- الأن نوجد الانحراف المعياري نكتب القانون $S = \sqrt{S^2}$ نعوض الرموز بالأرقام

الانحراف المعياري = S

جذر ناتج التباين الذي هو 18 بعد ان اوجدنا التباين في الخطوة السابقة إذاً $\sqrt{S^2} = 18$

8- *نعوض* القانون بالأرقام فيصبح $S = \sqrt{18} = 4.24$ بعد كتابة $\sqrt{18}$ في الألة وضغط يساوي يكون الناتج $3\sqrt{2}$ نضغط زر S⇔D يكون الناتج 4.24 إذاً الانحراف المعياري هو 4.24 .

***ملاحظة:**

في البيانات المفردة هناك اختلاف بين الانحراف المتوسط والتباين والانحراف المعياري هو القيمة المطلقة في الانحراف المتوسط هناك قيمة مطلقة في $|x-\bar{x}|$ ويكون الناتج دون إشارة السالب ولكن التباين والانحراف المعياري لا توجد قيمة مطلقة $(x-\bar{x})^2$ أي الناتج بالسالب عكس الانحراف المتوسط .

13- التباين والانحراف المعياري من بيانات مبوبة أي من توزيع تكراري:

قانون التباين في البيانات المبوبة $S^2 = \frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}$ | التباين = S^2

مجموع الأرقام في العامود $f(x-\bar{x})^2$ في الجدول = $\sum f(x-\bar{x})^2$

مجوع الأرقام في عامود (التكرارf) = $\sum f$

قانون الانحراف المعياري $S = \sqrt{S^2}$ الانحراف المعياري = S

وجذر ناتج التباين بعد حل التباين الناتج نضعه في الجذر = $\sqrt{S^2}$

باختصار الانحراف المعياري هو جذر التباين .

وسوف نستخدم قانون الوسط الحسابي في البيانات المبوبة $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ **عند الحل .**

طريقة السؤال في التباين والانحراف المعياري في البيانات المبوبة:

مثال: الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لدرجات عينة من الطلاب في احد الاختبارات ، المطلوب قياس التباين والانحراف المعياري :

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرار f)
40-	2
50-	5
60-	7
70-	8
80-90	3
المجموع	25

الحل:

1- نضيف عامود ثالث إلى الجدول ونسميه x

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرار f)	x
40-	2	45
50-	5	55
60-	7	65
70-	8	75
80-90	3	85
المجموع	25	——

وهو أخذ أول عددين من فئات الدرجات من عامود الأول والعددين هي 40 و 50 وجمع 90=50+40 والناتج تقسيم 2 أي 45=2÷90 إذاً الخانة الأولى في x هي 45 نرى كم الفرق بين 40 و 50 الفرق 10 إذاً نزيد على 45 نزيد عليها 10 فتصبح 55 والخانة الثانية 55 ونزيد 10 على 55 فتصبح 65 وهكذا إلى أن نصل الخانة قبل المجموع نقف والخانة التي تقابل المجموع نتركها فارغة كما فعلنا في الانحراف المتوسط .

2- نضيف عامود رابع ونسميه fx وهو عبارة عن ضرب عامود التكرار f في عامود x كالتالي

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرار f)	x	fx
40-	2	45	90
50-	5	55	275
60-	7	65	455
70-	8	75	600
80-90	3	85	255
المجموع	25	——	1675

ضربنا 90=45×2 الخانة الأولى 90 ضربنا 275=55×5 الخانة الثانية 276 ضربنا 455=65×7 إذاً الخانة الثالثة 455 ضربنا 600=75×8 إذاً الخانة الرابعة 600 ضربنا 255=85×3 إذاً الخانة الخامسة 255 الخانة الأخيرة مجموع الأعداد في العامود fx هو $90 + 275 + 455 + 600 + 255 = 1675$ كما فعلنا في الانحراف المتوسط.

3- نضيف عامود خامس ونسميه $(x-\bar{x})$ وهنا لابد من إيجاد المتوسط الحسابي الذي هو $\bar{x}$ في البيانات المبوبة وقانونه هو $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ ، المطلوب $\bar{x}$ ، مجموع fx في الجدول هو 1675 إذاً نقول $\sum fx = 1675$ ، مجموع (التكرار f) في الجدول هو 25 إذاً $\sum f = 25$ ، نعوض القانون بالأرقام فتصبح $\bar{x} = \frac{1675}{25} = 67$ أوجدنا $\bar{x} = 67$ الأن نطرح كل الأعداد في العامود x بالرقم 67 ونكتب الرقم بالسالب إن وجد الناتج بالسالب لأن هنا لا يوجد قيمة مطلقة عكس الانحراف المتوسط كالتالي :

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرار f)	x	fx	$(x-\bar{x})$
40-	2	45	90	45-67=-22
50-	5	55	275	55-67=-12
60-	7	65	455	65-67=-2
70-	8	75	600	75-67=8
80-90	3	85	255	85-67=18
المجموع	25	——	1675	

4- نضيف عامود رابع ونسميه $(x-\bar{x})^2$ و هو عبارة عن طرح الأعداد في $(x-\bar{x})$ وإضافة تربيع بعد إغلاق القوس ثم نضع مجموع الأعداد بعد إجراء عملية الطرح مع التربيع كالتالي:

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرار f)	x	fx	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$
40-	2	45	90	45-67=-22	$(45-67)^2 = 484$
50-	5	55	275	55-67=-12	$(55-67)^2 = 144$
60-	7	65	455	65-67=-2	$(65-67)^2 = 4$
70-	8	75	600	75-67=8	$(75-67)^2 = 64$
80-90	3	85	255	85-67=18	$(85-67)^2 = 324$
المجموع	25	——	1675		

5- نضيف عامود خامس ونسميه $f(x-\bar{x})^2$ وهو عبارة عن ضرب كل رقم في عامود (التكرار f) في الناتج في العامود $(x-\bar{x})^2$ كالتالي:

فئات الدرجات	عدد الطلاب (التكرار f)	x	fx	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
40-	2	45	90	45-67=-22	$(45-67)^2 = 484$	2×484=968
50-	5	55	275	55-67=-12	$(55-67)^2 = 144$	5×144=720
60-	7	65	455	65-67=-2	$(65-67)^2 = 4$	7×4=28
70-	8	75	600	75-67=8	$(75-67)^2 = 64$	8×64=512
80-90	3	85	255	85-67=18	$(85-67)^2 = 324$	3×324=972
المجموع	25	——	1675			3200

بعد الانتهاء من الضرب نجمع جميع النواتج 3200 = 972 + 512 + 28 + 720 + 968 ونكتب الناتج في اخر خانه.

6- نكتب قانون التباين في البيانات المبوبة $S^2 = \frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}$ ونعوض كل رمز برقمه

المطلوب التباين = S^2

مجموع الأرقام في العامود $f(x-\bar{x})^2$ هي 3200 إذاً 3200 = $\sum f(x-\bar{x})^2$

مجموع الأرقام في عامود (التكرارf) هو 25 إذاً 25= $\sum f$

7- نعوض القانون بالأرقام وتبقى S^2 كما هي لأنها التباين المطلوب فيصبح $S^2 = \frac{3200}{25} = 128$ بعد قسمة $\frac{3200}{25}$ يساوي 128 إذاً التباين هو 128 .

8- الأن نوجد الانحراف المعياري نكتب قانون الانحراف المعياري $S = \sqrt{S^2}$ نعوض كل رمز برقمه

المطلوب الانحراف المعياري = S

ناتج التباين في الخطوة السابقة في إيجاد التباين هو 128 إذاً يكون هذا الرقم داخل الجذر نقول 128 = $\sqrt{S^2}$

9- نعوض القانون بالأرقام فيصبح $S = \sqrt{128} = 11.31$ بعد كتابة $\sqrt{128}$ في الألة يكون الناتج $8\sqrt{2}$ نضغط زر S⇔D يصبح الناتج 11.31 غذاً الانحراف المعياري هو 11.31.

***ملاحظة:**

إذا أوجدنا التباين لابد من إيجاد الانحراف المعياري جذر ناتج التباين في البيانات المفردة أو المبوبة.

14- الدرجة المعيارية:

القانون $Z = \frac{(x-\bar{x})}{s}$ | الدرجة المعيارية = Z

درجة الوسط الحسابي المعطاء في السؤال $\bar{x}$ ناقصاً الدرجة المعطاء في السؤال x = $(x-\bar{x})$

درجة الانحراف المعياري المعطاء في السؤال = S

15- معامل الاختلاف النسبي:

القانون $CV = \frac{S}{\bar{X}} \times 100$ | معامل الاختلاف النسبي = CV

درجة الانحراف المعياري المعطاء في السؤال = S

درجة الوسط الحسابي المعطاء في السؤال = $\bar{X}$

طريقة السؤال في الدرجة المعيارية ومعامل الاختلاف النسبي:

مثال: إذا كان الوسط الحسابي لدرجات الإحصاء 80 درجة بانحراف معياري 10 درجات فإن حصل أحد الطلاب على 90 درجة أوجد :

(أ) الدرجة المعيارية Z

(ب) معامل الاختلاف النسبي CV

الحل:

(أ) الدرجة المعيارية Z

1- نكتب قانون الدرجة المعيارية $Z = \frac{(x-\bar{x})}{s}$ نعوض كل رمز برقمه

المطلوب الدرجة المعيارية = Z

درجة الوسط الحسابي 80 إذاً $\bar{x}$ هي 80 ، الدرجة المعطاء في السؤال 90 إذاً x هي 90 = $(x-\bar{x})$

درجة الانحراف المعياري في السؤال هي 10 إذاً نقول $S = 10$

2- نعوض القانون بالأرقام وتبقى Z لأنها هي الدرجة المعيارية المطلوبة فتصبح $Z = \frac{(90-80)}{10} = 1$ بعد كتابة $\frac{(90-80)}{10}$ يكون الناتج 1 إذاً الدرجة المعيارية 1 .

(ب) معامل الاختلاف النسبي CV

1- نكتب قانون معامل الاختلاف النسبي $CV = \frac{S}{\bar{X}} \times 100$ نعوض كل رمز برقمه

المطلوب معامل الاختلاف النسبي = CV ، درجة الانحراف المعياري في السؤال هي 10 إذاً نقول S = 10

درجة الوسط الحسابي 80 إذاً نقول $\bar{X} = 80$

3- نعوض القانون بالأرقام وتبقى CV لأنها معامل الاختلاف النسبي المطلوبة فتصبح $CV = \frac{10}{80} \times 100 = 12.5\%$ بعد كتابة $\frac{10}{80} \times 100$ في الألة تساوي 12.5 إذاً معامل الاختلاف النسبي يساوي 12.5% وكتبنا بالمية لأننا ضربنا $\frac{10}{80} \times 100$ وإذا ضربنا في 100 يكون الناتج بالمية.

***ملاحظة:**
التباين والانحراف المعياري يتأثر بالضرب والقسمة فقط لا يتأثر بالجمع والطرح.

طريقة السؤال:
مثال: إذا كان تباين الدرجات في مادة الإحصاء هو 4 احسب التباين الجديد بعد إجراء العمليات الحسابية التالية:
-إضافة 5 درجات لكل طالب.
-طرح 3 درجات لكل طالب.
-ضرب كل درجة طالب في 2 .
-قسمة درجة كل طالب على 4.

الحل:
-إضافة 5 درجات لكل طالب.
قلنا سابقاً أن التباين لا يتأثر بالجمع والطرح وهنا إضافة تعني زيادة أي جمع إذاً يبقى التباين كما هو 4 .

-طرح 3 درجات لكل طالب.
قلنا سابقاً أن التباين لا يتأثر بالطرح إذاً يبقى التباين كما هو 4.

-ضرب كل درجة طالب في 2 .
قلنا أن التباين يتأثر بالضرب إذاً طريقة الضرب هي $4\times2^2 = 16$ نقوم بضرب التباين في العدد 2 مع تربيعه أي اس 2 فيكون الناتج 16 غذاً التباين الجديد هو 16.

-قسمة درجة كل طالب على 4.
قلنا أن التباين يتأثر بالقسمة إذاً طريقة القسمة هي مثل الضرب $4 \div 4^2 = 0.25$ نقوم بقسمة التباين في العدد 4 مع تربيع العدد 4 المعطاء في السؤال يكون الناتج $\frac{1}{4}$ نضغط S⇔D يصبح 0.25.

16- الارتباط:

هو قياس يستخدم لقياس الظواهر ويكون الناتج بين 1- و 1+ وكلما اقتربت قيمته من 1+ والجواب موجب ارتباط طردي قوي وكل ما اقتربت قيمته من 1- والجواب سالب قيل عنه ارتباط عكسي قوي اما اذا كان الجواب قريب من الصفر قيل عنه ارتباط ضعيف.

قوي وعكسي	متوسط عكسي	ضعيف عكسي	ضعيف طردي	متوسط طردي	قوي طردي

-1   -0.7   -0.4   0   0.4   0.7   +1

إذا اقتربنا من 1+ من 0.9 إلى 0.8 كان قوي وطردي ومن 0.7 إلى 0.5 كان متوسط وإذا اقتربنا من 0 من 0.4 إلى 0.1 كان ضعيف وإذا اقتربنا من 1- من 0.9- إلى 0.8- كان قوي وعكسي.

القانون $r = \frac{n\sum xy-\sum x\sum y}{\sqrt{[n\sum x^2-(\sum x)^2][n\sum y^2-(\sum y)^2]}}$ | **r =** معامل الارتباط

n = اعداد الأرقام في الدخل او الانفاق

$\sum xy$ = مجموع أرقام الخانة xy

$\sum x$ = مجموع أرقام الخانة x

$\sum y$ = مجموع أرقام الخانة y

$\sum x^2$ = مجموع ارقام الخانة x^2

$(\sum x)^2$ = مجوع ارقام الخانة x ومجموعها نضع فوقه تربيع

$\sum y^2$ = مجموع ارقام الخانة y^2

$(\sum y)^2$ = مجوع ارقام الخانة y ومجموعها نضع فوقه تربيع

طريقة السؤال في الارتباط:

مثال: البيانات التالية تمثل الدخل الشهري x والانفاق الاستهلاكي الشهري y (بآلاف الريالات) لعينة من الموظفين والمطلوب قياس معامل الارتباط بين الدخل والانفاق :

الدخل x	الانفاق y
5	3
8	6
7	4
4	3
6	4
$\sum x$=30	$\sum y$=20

الحل:

1- نضيف خانة ونسميها x^2 وهي عبارة عن تربيع كل رقم في خانة الدخل x ثم جمع جميع الاعداد بعد التربيع فيكون مجموع $\sum x^2$ كالتالي:

الدخل x	الانفاق y	x^2
5	3	25
8	6	64
7	4	49
4	3	16
6	4	36
$\sum x$=30	$\sum y$=20	$\sum x^2$=190

2- نضيف خانة ونسيمها y^2 وهي عبارة عن تربيع كل رقم في خانة الانفاق y ثم جمع جميع الاعداد بعد التربيع فيكون مجموع $\sum \boldsymbol{y^2}$ كالتالي:

الدخل x	الانفاق y	x^2	y^2
5	3	25	9
8	6	64	36
7	4	49	16
4	3	16	9
6	4	36	16
$\sum \boldsymbol{x}$=90	$\sum \boldsymbol{y}$=20	$\sum x^2$=190	$\sum \boldsymbol{y^2}$=86

3- نضيف خانة ونسميها xy وهي عبارة عن ضرب خانت الدخل x في خانة الانفاق y باستثناء مجموع x $(\sum \boldsymbol{x})$ ومجموع y $(\sum \boldsymbol{y})$ لا نضربهم ثم نجمع جميع الاعداد بعد ضربها فيكون مجموع $\sum \boldsymbol{xy}$ كالتالي :

الدخل x	الانفاق y	x^2	y^2	xy
5	3	25	9	5×3=15
8	6	64	36	8×6=48
7	4	49	16	7×4=28
4	3	16	9	4×3=12
6	4	36	16	6×4=24
$\sum \boldsymbol{x}$=30	$\sum \boldsymbol{y}$=20	$\sum \boldsymbol{x^2}$=190	$\sum \boldsymbol{y^2}$=86	$\sum \boldsymbol{xy}$=127

4- نكتب القانون $\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{n\sum xy - \sum x \sum y}}{\sqrt{[\boldsymbol{n\sum x^2 - (\sum x)^2}][\boldsymbol{n\sum y^2 - (\sum y)^2}]}}$ ونضع كل رقم بجنب رمزه كالتالي

المطوب معامل الارتباط الذي هو r =

عدد الأرقام في خانة الدخل x وهي 5 دون المجموع وهي 5 إذاً نقول n=5.

مجموع الخانة xy وهو 127 إذاً نقول $\sum xy$ =127

مجموع الخانة x هي 30 إذاً نقول $\sum x$ =30

مجموع الخانة y هو 20 إذاً نقول $\sum y$ =20

مجموع الخانة x^2 يساوي 190 إذاً نقول $\sum x^2$ =190

مجموع الخانة x يساوي 30 ونضع تربيع فوقها فتصبح $(30)^2$ إذاً نقول $(\sum x)^2 = (30)^2$

مجموع الخانة y^2 يساوي 86 إذاً نقول $\sum y^2$ =86

مجموع الخانة y يساوي 20 ونضع تربيع فوقها فتصبح $(20)^2$ إذاً نقول $(\sum y)^2$ =$(20)^2$

5- نعوض الأرقام بالرموز في القانون باستثناء معامل الارتباط r لأنه المطلوب في السؤال

$$r = \frac{5\times127 - 30\times20}{\sqrt{[5\times190 - (30)^2][5\times86 - (20)^2]}} = \frac{35}{\sqrt{50\times30}} = 0.903$$

هنا كتبنا في الألة الذي في البسط هو $5\times127 - 30\times20$ وكان الناتج 35 كتبنا 35 في البسط هكذا $\frac{35}{}$ ثم انتقلنا إلى المقام في القوس الذي في الجهة اليسار وهو $[5\times190 - (30)^2]$ وكان الناتج 50 نكتب في المقام جذر ثم 50 ونبدل القوسين في المعادلة بضرب على هذه الصورة $\frac{35}{\sqrt{50\times}}$ ثم كتبنا القوس الذي في اليمين وهو $[5\times86 - (20)^2]$ وكان الناتج 30 نكتب 30 بعد الضرب في المعادلة تكون على هذه الصورة $\frac{35}{\sqrt{50\times30}}$ نكتبها في الألة سوف يكون الناتج $\frac{7\sqrt{15}}{30}$ نضغط الزر S⇔D يكون الناتج 0.903 إذاً نقول معامل الارتباط هو r =0.903 نقول هنا ارتباط طردي قوي لأن الجواب موجب وقريب من +1 فيكون طردي لأنه موجب وقوي لأنه قريب من +1 .

*ملاحظة:

في القانون في الارتباط يوجد رموز لا يوجد بينها إشارة مثل $r = \frac{n\times\sum xy - \sum x \times \sum y}{\sqrt{[n\times\sum x^2 - (\sum x)^2]\times[n\times\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$ هنا يكون علامة ضرب بينهم أي رمزين لا يوجد بينهم إشارة يكون علامة ضرب في أغلب الأوقات علامة الضرب لا تكتب والقوسين في المقام هو الأصل فيه علامة ضرب لأننا كتبنا بعد تبسيط المعادلة هكذا $\frac{35}{\sqrt{50\times30}}$ 50 هي القوس في الجهة اليسار بعد التبسيط و30 هي القوس في الجهة اليمين بعد التبسيط وبين القوسين يكون ضرب.

مثال: بفرض توفر البيانات التالية ، استخدمها في حساب معامل الارتباط :

$$n= 10 , \sum x = 30 , \sum x^2 = 120 , \sum y = 50 , \sum y^2 = 300 , \sum xy = 130$$

الحل:

1- هنا لا داعي لجدول لأن المعطيات موجودة في السؤال وكل ما علينا فعلة كتابة قانون الارتباط لأن المطلوب في السؤال معامل الارتباط $r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$

2- بدل كل رمز برقمة المعطاء في السؤال باستثناء $(\sum x)^2$ وهي عبارة عن مجموع x وتربيعه فتصبح $(30)^2$ فنقول $(\sum x)^2 = (30)^2$ ، و $(\sum y)^2$ وهو عبارة عن مجموع y وتربيعه فتصبح $(50)^2$ فنقول $(\sum y)^2 = (50)^2$ ، لأن هاذين الرمزين غير موجود في المعطيات في السؤال وإيجادها بسيط جداً ، فتصبح المعادلة كالتالي :

$$r = \frac{10\times130 - 30\times50}{\sqrt{[10\times120 - (30)^2][10\times300 - (50)^2]}} = \frac{-200}{\sqrt{300\times500}} = -0.516$$

هنا كتبنا الذي في البسط وهو $10\times130 - 30\times50$ في الالة فيكون الناتج -200 نكتبه في البسط $\frac{-200}{}$ ثم انتقلنا للمقا وكتبنا القوس في الجهة اليسار وهو $[10\times120 - (30)^2]$ في الألة دون الجذر فيكون الناتج 300 نكتب في المقام جذر ثم 300 ونستبدل القوسين في المعادلة بضرب على الصورة التالية $\frac{-200}{\sqrt{300\times}}$ ثم نكب القوس في الجهة اليمين من الخط في الألة دون الجذر وهو $[10\times300 - (50)^2]$ فيكون الناتج 500 نكتبه في المقام بعد الضرب على الصورة التالية $\frac{-200}{\sqrt{300\times500}}$ نكتب هذا في الألة يكون الناتج -0.516.

إذاً معامل الارتباط يساوي -0.516 ، r = -0.516 إذاً ارتباط عكسي متوسط عكسي لأن الجواب بالسالب ومتوسط لأن -0.516 تقع بين 0 و -1 ، -0.5 في المسطرة او رسم خط الأعداد يقع بين 0 و -1 إذاً نقول عنه متوسط ولو اقترب من -1 قلنا عنه قوي.

***ملاحظة:**

معامل الارتباط لا يتأثر بأي عملية حسابية كانت ضرب او قسمة او جمع او طرح .

مثال: بفرض ان معامل الارتباط بين درجات مقرري الاقتصاد والمحاسبة لعينة من الطلاب هو 0.82 فاذا اضيف لدرجات كل طالب في المقررين 3 درجات ، فما هي قيمة معامل الارتباط الجديد بعد عملية الإضافة:

الحل:

قلنا ان معامل الارتباط لا يتأثر بأي قيمة حسابية فيكون الجواب كما هو معطاء في السؤال 0.82 دون زيادة 3 مهما كان السؤال والمطلوب إضافة او طرح او قسمة او ضرب الجواب يكون كما معطاء في السؤال،

17- الانحدار:

هو أسلوب إحصائي يستخدم في عملية التنبؤ عكس الارتباط هناك ظواهر هنا تنبؤ.

الصورة العامة لخط الانحدار $y = a + b\,x$

y: متغير تابع. x: متغير مستقل.

a: مقدار ثابت. b: ميل خط الانحدار.

المطلوب معرفته $a\,,b$ المقدار الثابت وميل خط الانحدار وسوف نذكر قانون كل واحد منهما .

قانون b ، $\boldsymbol{b = \frac{n\sum xy-\sum x\sum y}{n\sum x^2-(\sum x)^2}}$ | ميل خط الانحدار = $\boldsymbol{b}$

اعداد الأرقام في الدخل او الانفاق = $\boldsymbol{n}$

مجموع أرقام الخانة xy = $\boldsymbol{\sum xy}$

مجموع أرقام الخانة x = $\boldsymbol{\sum x}$

مجموع أرقام الخانة y = $\boldsymbol{\sum y}$

مجموع ارقام الخانة x^2 = $\boldsymbol{\sum x^2}$

مجموع ارقام الخانة x ومجموعها نضع فوقه تربيع = $\boldsymbol{(\sum x)^2}$

قانون a ، $\boldsymbol{a = \frac{\sum y}{n} - b\frac{\sum x}{n}}$ | مقدار ثابت = $\boldsymbol{a}$

مجموع أرقام الخانة y = $\boldsymbol{\sum y}$

اعداد الأرقام في الدخل او الانفاق = $\boldsymbol{n}$

ناتج ميل خط الانحدار بعد تطبيق قانون خط الانحدار= $\boldsymbol{b}$

مجموع أرقام الخانة x = $\boldsymbol{\sum x}$

اعداد الأرقام في الدخل او الانفاق = $\boldsymbol{n}$

***ملاحظة:**

لابد تطبيق قانون خط الانحدار b قبل قانون المقدار الثابت a لأن في قانون المقدار الثابت موجود b .

طريقة السؤال في الانحدار:

مثال: الجدول التالي يبين الدخل x والانفاق y (بآلاف الريالات) لعينة من الموظفين:

الانفاق y	الدخل x
4	7
3	5
6	8
5	6
7	9
5	7
$\sum y$=30	$\sum x$=42

المطلوب:

قيمة a ، قيمة b، بعد معرفة a و b كتابة معادلة خط الانحدار $y = a + bx$ ، عندما تكون x=10 قدر قيمة y .

الحل:

1- نضيف عامود ونسميه x^2 وهو عبارة عن تربيع كل عدد في الدخل x ثم اخر خانة جمع النواتج بعد التربيع فيكون الناتج مجموع x^2:

الانفاق y	الدخل x	x^2
4	7	49
3	5	25
6	8	64
5	6	36
7	9	81
5	7	49
$\sum y$=30	$\sum x$=42	$\sum x^2$=304

2- نضيف عامود ثاني ونسميه xy وهو عبارة عن ضرب كل عدد في الدخل x ضرب كل عدد في الانفاق y واخر خانة جمع جميع النواتج بعد الضرب ويكون الناتج مجموع xy :

الدخل x	الانفاق y	x^2	xy
7	4	49	28
5	3	25	15
8	6	64	48
6	5	36	30
9	7	81	63
7	5	49	35
$\sum x$=42	$\sum y$=30	$\sum x^2$=304	$\sum xy$=219

هنا 4×7=28 و 3×5=15 و 6×8=48 وهكذا الا قبل الخانة الأخيرة ثم نجمع جميع النواتج بعد الضرب 28+15+48+30+63+35=219 والناتج هو مجموع xy .

3- الان نكتب قانون b ميل خط الانحدار $b=\frac{n\sum xy-\sum x\sum y}{n\sum x^2-(\sum x)^2}$ ونضع لكل رمز في القانون رقمه كالتالي:

ميل خط الانحدار المطلوب = b

عدد الأرقام في خانة الدخل x وهي 6 دون المجموع وهي 6 إذاً نقول n=6

مجموع الخانة xy وهو 219 إذاً نقول $\sum xy$ =219

مجموع الخانة x هي 42 إذاً نقول $\sum x$ =42

مجموع الخانة y هو 30 إذاً نقول $\sum y$ =30

مجموع الخانة x^2 يساوي 304 إذاً نقول $\sum x^2$ =304

مجموع الخانة x يساوي 42 ونضع تربيع فوقها فتصبح $(42)^2$ إذاً نقول $(\sum x)^2=(42)^2$

4- نبدل الرموز في القانون بالأرقام مع بقاء b لأنها مطلوبة فيصبح على الصورة التالية:

$$b=\frac{6\times219-42\times30}{6\times304-(42)^2}=0.9$$

بعد كتابة $\frac{6\times219-42\times30}{6\times304-(42)^2}$ في الألة يكون الناتج $\frac{9}{10}$ نضغط زر S⇔D يكون الناتج 0,9 .

إذاً نقول ميل خط الانحدار b هو b= 0.9

5- نكتب قانون المقدار الثابت a $a=\frac{\sum y}{n}-b\frac{\sum x}{n}$ ونعطي كل رمز رقمه :

مقدار ثابت المطلوب = a

مجموع أرقام الخانة y 30 إذاً نقول $\sum y$ =30

اعداد الأرقام في الدخل أو الانفاق دون المجموع هي 6 إذاً نقول $n=6$

ناتج ميل خط الانحدار بعد تطبيق قانون خط الانحدار سابقاً هو 0.9 إذاً نقول $b=0.9$

مجموع أرقام الخانة x هو 42 إذاً نقول $\sum x$ =42

اعداد الأرقام في الدخل أو الانفاق دون المجموع هي 6 إذاً نقول $n=6$

6- نبدل رموز القانون بالأرقام مع بقاء a لأنها مطلوبة فيصبح على الصورة التالية:

$$a=\frac{30}{6}-0.9\times\frac{42}{6}=-1.3$$

بعد كتابة $\frac{30}{6}-0.9\times\frac{42}{6}$ في الالة يكون الناتج $-\frac{13}{10}$ نضغط زر S⇔D يكون الناتج -1.3

إذاً نقول المقدار الثابت a هو a=-1.3 .

7- نكتب معادلة خط الانحدار $y=a+bx$ وتبديل a برقمها و b برقمها فتصبح هكذا

$$y=-1.3+0.9x$$

8- عندما تكون x=10 نبدل x في المعادلة السابقة بـ 10 وتبقا معادلة خط الانحدار كما هي بعد تعويض a و b لكن نبدل x بـ 10 فتصبح

$$y=-1.3+0.9\times10=7.7$$

بعد كتابة $-1.3+0.9\times10$ في الالة يكون الناتج $\frac{77}{10}$ نضغط زر S⇔D يكون الناتج 7.7.

مثال: بفرض توفر النتائج التالية :

n=10 , $\sum x = 10$, $\sum x^2 = 40$, $\sum y = 20$, $\sum y^2 = 80$, $\sum xy = 50$

قدر قيمتي a و b في معادلة خط الانحدار $y=a+bx$

الحل:

1- هنا لا داعي للجدول كل القيم متوفرة ما علينا فعلة كتابة قانون b وتعويضه ثم a وتعويضه

عبارة عن تربيع $\sum x$ فتصبح بعد تربيعها $(10)^2$= $(\sum \boldsymbol{x})^2$

2- نكتب قانون b وهو $\boldsymbol{b} = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$ نعطي كل رمز رقمة فيصبح هكذا

$$b = \frac{10\times50 - 10\times20}{10\times40 - (10)^2} = 1$$

هنا كتبنا $\frac{10\times50-10\times20}{10\times40-(10)^2}$ في الألة وكان الناتج 1 غذاً نقول b=1 .

3- نكتب قانون a وهو $\boldsymbol{a} = \frac{\sum y}{n} - \boldsymbol{b}\frac{\sum x}{n}$ نعطي كل رمز رقمة ورقم b=1 اوجدنا b في المعادلة السابقة فتصبح

$$a = \frac{20}{10} - 1\times\frac{10}{10} = 1$$

كتبنا $\frac{20}{10} - 1\times\frac{10}{10}$ في الالة وكان الناتج 1 إذاً نقول a=1

مثال: إذا كانت معادلة خط الانحدار على صورة $y = 5 + 4x$ فما هي قيمة y عندما تكون x=7

الحل:

1- هنا المطلوب إيجاد y واعطانا المعادلة وقد عوض عن a و b وقال عندما تكون x=7 كل ما علينا فعلة كتابة المعادلة المعطاء وتبديل x بـ 7 فتصبح كالتالي

$$y = 5 + 4\times7 = 33$$

هنا كتبنا في الألة $5 + 4\times7 = 33$ وكان الناتج 33 إذاً نقول y=33 .

18- السلاسل الزمنية:

السلسة الزمنية هي عبارة عن مجموعة من الأرقام المسجلة عن ظاهرة معينة خلال فترة زمنية محددة وهي مثلها مثل الانحدار تقاس وهي التنبؤ عن الظواهر في المستقبل.

والمعادلة التي تصف السلسة الزمنية تسمى معادلة الاتجاه العام وهي على الصورة:

$$y = a + bx$$

هي الزمن =a ، لهم قانون =a , b.

قانون b ، $b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$

اعداد الأرقام في السنوات او المبيعات = n

مجموع أرقام الخانة xy = $\sum xy$

مجموع أرقام الخانة x = $\sum x$

مجموع أرقام الخانة y = $\sum y$

مجموع ارقام الخانة x^2 = $\sum x^2$

مجوع ارقام الخانة x ومجموعها نضع فوقه تربيع = $(\sum x)^2$

قانون a ، $a = \frac{\sum y}{n} - b\frac{\sum x}{n}$

مجموع أرقام الخانة y = $\sum y$

اعداد الأرقام في السنوات او المبيعات = n

ناتج b بعد تطبيق قانون b = b

مجموع أرقام الخانة x = $\sum x$

اعداد الأرقام في السنوات او المبيعات = n

***ملاحظة:**

لابد تطبيق قانون خط الانحدار b قبل قانون المقدار الثابت a لأن في قانون المقدار الثابت موجود b .

طريقة السؤال في السلاسل الزمنية:

مثال: الجدول التالي يبين المبيعات السنوية لإحدى الشركات في الفترة من 1428 إلى 1433

السنوات	المبيعات y
1428	8
1429	12
1430	18
1431	11
1432	15
1433	20
المجموع	$\sum y$=84

المطلوب:

1- في عامي 1435 ، 1439 قيمة x.

2- في معادلة الاتجاه العام $\boldsymbol{y = a + bx}$ قيمة b.

3- في معادلة الاتجاه العام $\boldsymbol{y = a + bx}$ قيمة a.

4- قدر قيمة المبيعات المتوقعة في عام 1440.

الحل:

1- نأخذ الجدول ونضف عليه عامود ونسميه x وهو عبارة عن كتبت الأرقام ابتداء من 1 بتدريج إلى أن نصل إلى الخانة التي تقابل المبيعات قبل المجموع والخانة التي تقابل المجموع تكون مجموع x كالتالي:

السنوات	المبيعات y	x
1428	8	1
1429	12	2
1430	18	3
1431	11	4
1432	15	5
1433	20	6
المجموع	$\sum y$=84	$\sum x$=21

2- نضيف عامود أخر ونسميه x^2 وهو عبارة عن تربيع كل عدد في x واهر خانة التي تقابل المجموع تكون مجموع x^2 كالتالي:

السنوات	المبيعات y	x	x^2
1428	8	1	1
1429	12	2	4
1430	18	3	9
1431	11	4	16
1432	15	5	25
1433	20	6	36
المجموع	$\sum y$=84	$\sum x$=21	$\sum x^2$=91

3- نضيف عامود اخر ونسميه xy وهو عبارة عن ضرب كل عدد في العامود x في كل عدد في العامود (y المبيعات) واخر خانة التي تقابل المجموع نجمع جميع الاعداد بعد ضربها وتكون مجموع xy كالتالي:

السنوات	المبيعات y	x	x^2	xy
1428	8	1	1	8
1429	12	2	4	24
1430	18	3	9	54
1431	11	4	16	44
1432	15	5	25	75
1433	20	6	36	120
المجموع	$\sum y$=84	$\sum x$=21	$\sum x^2$=91	$\sum xy$=325

4- المطلوب هو في عامي 1435 ، 1439 قيمة x.
نضيف على عامود السنوات من سنة 1433 نكمل بعدها حتى نصل 1439 لان المطلوب هو 1435 و 1439 وغير موجودة في الجدول ونضيف مقابل كل سنة نضيفها في العامود x رقم وهو بتدريج بعد الرقم 6 في العامود x إلى ان نصل إلى 1439 كالتالي:

السنوات	المبيعات y	x	x^2	xy
1428	8	1	1	8
1429	12	2	4	24
1430	18	3	9	54
1431	11	4	16	44
1432	15	5	25	75
1433	20	6	36	120
المجموع	$\sum y$=84	$\sum x$=21	$\sum x^2$=91	$\sum xy$=325
1434		7		
1435		8		
1436		9		
1437		10		
1438		11		
1439		12		

الأن ننظر إلى سنة 1435 تقاب أي رقم في العامود x تقابل 8 إذاً قيمة x هي x= 8
ننظر إلى سنة 1439 تقابل أي رقم في x تقابل 12 إذاً قيمة x هي x= 12

5- المطلوب أيضاً في السؤال في معادلة الاتجاه العام $\boldsymbol{y = a + bx}$ قيمة b:

أ- نكتب قانون b وهو **قانون** $\boldsymbol{b}$ ، $\boldsymbol{b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}}$

المطلوب =**b**

اعداد الأرقام في السنوات او المبيعات دون المجموع وهو 6 إذاً نقول $\boldsymbol{n} = 6$

مجموع أرقام الخانة xy وهو 325 إذاً نقول $\sum \boldsymbol{xy} = 325$

مجموع أرقام الخانة x 21 إذاً نقول $\sum \boldsymbol{x} = 21$

مجموع أرقام الخانة y وهو 84 إذاً نقول $\sum \boldsymbol{y} = 84$

مجموع ارقام الخانة x^2 وهو 91 إذاً نقول $\sum \boldsymbol{x^2} = 91$

مجموع الخانة x يساوي 21 ونضع تربيع فوقها فتصبح $(21)^2$ إذاً نقول $(\sum \boldsymbol{x})^2 = (21)^2$

ب- نعوض الأرقام بالرموز في القانون فيكون كالتالي

$$b = \frac{6\times325 - 21\times84}{6\times91 - (21)^2} = 1.77$$

هنا كتبنا في الألة $\frac{6\times325-21\times84}{6\times91-(21)^2}$ وكان الناتج 1.77 إذاً نقول b=1.77

6- المطلوب أيضاً في السؤال في معادلة الاتجاه العام $\boldsymbol{y = a + bx}$ قيمة a:

أ- نكتب قانون a وهو $\boldsymbol{a = \frac{\sum y}{n} - b\frac{\sum x}{n}}$ ونعطي كل رمز رقمة :

المطلوب = $\boldsymbol{a}$

مجموع أرقام الخانة y 84 إذاً نقول $\sum \boldsymbol{y} = 84$

اعداد الأرقام في السنوات أو المبيعات دون المجموع هي 6 إذاً نقول $\boldsymbol{n} = 6$

ناتج b بعد تطبيق قانون b سابقاً هو 1.77 إذاً نقول $\boldsymbol{b} = 1.77$

مجموع أرقام الخانة x هو 21 إذاً نقول $\sum \boldsymbol{x} = 21$

اعداد الأرقام في السنوات أو المبيعات دون المجموع هي 6 إذاً نقول $\boldsymbol{n} = 6$

ب- نعوض الرموز بالأرقام في القانون فيكون كالتالي:

$$a = \frac{84}{6} - 1.77\times\frac{21}{6} = 7.81$$

كتبنا في الالة $\frac{84}{6} - 1.77\times\frac{21}{6}$ يكون الناتج 7.805 بعد التقريب 7.81 إذاً نقول a=7.81

7- المطلوب أيضاً في السؤال قدر قيمة المبيعات المتوقعة في عام 1440:
أ- نزيد على السنوات في الجدول على أن نصل إلى 1440 كلنا زدنا على السنوات نكمل في x حيث توقفنا هكذا:

السنوات	المبيعات y	x	x^2	xy
1428	8	1	1	8
1429	12	2	4	24
1430	18	3	9	54
1431	11	4	16	44
1432	15	5	25	75
1433	20	6	36	120
المجموع	$\sum y$=84	$\sum x$=21	$\sum x^2$=91	$\sum xy$=325
1434		7		
1435		8		
1436		9		
1437		10		
1438		11		
1439		12		
1440		13		

ب- الان نكتب قانون الاتجاه العام $y = a + bx$ ونعطي كل رمز رقمه المطلوب=$\boldsymbol{y}$
اوجدنا a في المعدلة السابقة في قانون a وتساوي 7.81 إذاً نقول $\boldsymbol{a}$=7.81
أوجدنا b في المعادلة السابقة في قانون b وكانت b تساوي 1.77 إذاً نقول $\boldsymbol{b}$=1.77
في عامود x في الجدول الرقم المقابل لسنة 1440 هو 13 إذاً نقول $\boldsymbol{x}$=13

ج- نعوض كل رمز في المعادلة برقمه فتكون كالتالي :
$y = 7.81 + 1.77\times(13) = 30.81$
كتبنا في الألة $7.81 + 1.77\times(13)$ يكون الناتج 30.81 إذاً نقول y=30.81.

مثال: بفرض ان معادلة خط الاتجاه العام لإنتاج احدى الظواهر في فترة من 1430 إلى 1435 كانت على الصورة $y = 2 + 3x$ فما هي قيمة الظاهرة في عامي 1437 ، 1439:

1- قيمة الظاهرة في عام 1437 :

أ- نكتب المعطاء في السؤال وهو $y = 2 + 3x$

ب-نضع جدول يتكون من السنوات ومن x نبداء من سنة 1430 ونصع في عامود x 1 ثم 1431 ونضع في عامود x 2 وهكذا إلى ان نصل إلى 1437 :

السنوات	x
1430	1
1431	2
1432	3
1433	4
1434	5
1435	6
1436	7
1437	8

ننظر في سنة 1437 مقابلها في عامود x هو 8 إذاً x=8

ج- نعوض بالرقم 8 المقابل لسنة 1437 في الجدول فيكون الرقم 8 مكان x فتصبح هكذا:

$$y = 2 + 3\times8 = 26$$

نكتب في الألة 2+3×8 يكون الناتج 26 إذاً قيمة الظاهرة في عام 1437 هي 26.

2- قيمة الظاهرة في عام 1439:

أ- نكتب المعطاء في السؤال وهو $y = 2 + 3x$

ب-نكمل على الجدول السابق إلى أن نصل إلى 1439 وكاما زدنا سنة نزيد رقم في x ويكون بتدريج بعد 1437 يأتي 1438 وبعد 8 يأتي 9 إلى ان نصل إلى المطلوب وهو 1439كالتالي:

السنوات	x
1430	1
1431	2
1432	3
1433	4
1434	5
1435	6
1436	7
1437	8
1438	9
1439	10

ننظر في سنة 1439 مقابلها في عامود x هو 10 إذاً x=10

ج- نعوض بالرقم 10 المقابل لسنة 1439 في الجدول فيكون الرقم 10 مكان x فتصبح هكذا:

$$y = 2 + 3\times10 = 32$$

نكتب في الألة 2+3×10 يكون الناتج 32 إذاً قيمة الظاهرة في عام 1439 هي 32.

19- الأرقام القياسية:

هي وسيلة لقياس التغير في اسعار السلع بين فترتين زمنيتين ، الفترة الأدنى قيمة أو الصغرى تسمى بسنة الأساس اما الفترة الأكبر قيمة تسمى بسنة المقارنة.

الرموز المستخدمة:

السعر في سنة الأساس (الصغرى) $=p_0$

السعر في سنة المقارنة (الكبرى) $=p_1$

الكمية في سنة الأساس (الصغرى) $=q_0$

الكمية في سنة المقارنة (الكبرى) $=q_1$

أنواع الأرقام القياسية وقوانينها:

1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار.

القانون: $\frac{\sum p_1}{\sum p_0}\times 100$ | مجموع الاعداد في عامود السعر في سنة المقارنة (الكبرى)= $\sum p_1$

مجموع الاعداد في عامود السعر في سنة الأساس (الصغرى)= $\sum p_0$

2- الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير).

القانون: $\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}\times 100$ | مجموع الاعداد في عامود $p_1 q_0$ = $\sum p_1 q_0$

مجموع الاعداد في عامود $p_0 q_0$ = $\sum p_0 q_0$

3- الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش).

القانون: $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}\times 100$ | مجموع الاعداد في عامود $p_1 q_1$ = $\sum p_1 q_1$

مجموع الاعداد في عامود $p_0 q_1$ = $\sum p_0 q_1$

***ملاحظة:**

جميع نواتج القوانين السابقة تكون بالنسبة لمئوية لأننا نضرب في 100 فالناتج يكون % بالنسبة المئوية.

طريقة السؤال في الأرقام القياسية:

مثال: الجدول التالي يبين الأسعار والكميات المباعة لعدة سلع بين عامي 1430 ، 1435

السلع	السعر في 1430(p_0)	السعر في 1435(p_1)	الكمية في 1430(q_0)	الكمية في 1435(p_1)
الشاي	8	11	4	7
السكر	3	5	5	8
الزيت	12	16	3	6
المجموع	$\sum p_0$=23	$\sum p_1$=32	—	—

المطلوب:

1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار.

2- الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة الأساس (او رقم لاسبير).

3- الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة المقارنة (او رقم باش).

الحل:

1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار:

أ- نكتب قانون الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار و هو $\frac{\sum p_1}{\sum p_0}\times 100$ نعوض كل رمز برقمة من الجدول كالتالي :

مجموع الاعداد في عامود السعر في سنة 1435 (p_1) هو 32 إذاً نقول $\sum p_1$=32

مجموع الاعداد في عامود السعر في سنة 1430 (p_0) هو 23 إذاً نقول $\sum p_0$=23

ب- نبدل كل رمز في القانون برقمة كالتالي:

$$\frac{32}{23}\times 100 = 139.13\%$$

كتبنا في الالة $\frac{32}{23}\times 100$ وكان الناتج $\frac{3200}{23}$ نضغط زر S⇔D يكون الناتج 139.13 إذاً نقول الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار هو 139.13%.

2- الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة الأساس (او رقم لاسبير):

أ- في قانون اسبير يوجد مجموع p_1q_0 ومجموع p_0q_0 وفي الجدول لا توجد هذه المجاميع لإيجادها نأخذ من الجدول سعر الأساس (p_0) وسعر المقارنة (p_1) وكمية الأساس 1430 (q_0) دون مجاميعها في الأخير ونجمع اعداد الكمية في 1430 كالتالي:

السلع	السعر في 1430(p_0)	السعر في 1435(p_1)	الكمية في 1430(q_0)
الشاي	8	11	4
السكر	3	5	5
الزيت	12	16	3
المجموع	—	—	12

ب- الان نضيف عامود ونسميه (q_0) وهو عبارة عن تقسيم الاعداد في عامود الكمية 1430 على مجموعها بمعنى 4 تقسيم 12هو 0.33 و 5 تقسيم 12 هو 0.416 بعد التقريب 0.42 و3 تقسيم 12 هو 0.25 ونكتب النواتج في العامود الجديد واخر خانة مجموع النواتج ولابد ان يكون المجموع 1 إذا كان غير 1 فالحل خطأ كالتالي :

السلع	p_0	p_1	الكمية في 1430(q_0)	q_0
الشاي	8	11	4	$4\div 12 = 0.33$
السكر	3	5	5	$5\div12=0.42$
الزيت	12	16	3	$3\div12=0.25$
المجموع	ـــــــ	ـــــــ	12	$\sum q_0=1$

جمعنا 0.33+0.42+0.25=1 إذاً الحل صحيح مجموع q_0 هو 1.

ج- نضيف عامود ونسميه p_0q_0 وهو عبارة عن ضرب كل عدد في عامود p_0 في عامود q_0 الذي أجرينا علية القسمة واخر خانة هي مجموع النواتج بعد الضرب كالتالي:

السلع	p_0	p_1	الكمية في 1430(q_0)	q_0	p_0q_0
الشاي	8	11	4	0.33	$8\times0.33=2.64$
السكر	3	5	5	0.42	$3\times0.42=1.26$
الزيت	12	16	3	0.25	$12\times0.25=3$
المجموع	ـــــــ	ـــــــ	12	$\sum q_0=1$	$\sum p_0q_0=6.9$

مجموع الاعداد بعد عملية الضرب 2.64+1.26+3=6.9 واخر خانة هي المجموع بعد عملية الضرب.

د- نضيف عامود ونسميه p_1q_0 وهو عبارة عن ضرب كل عدد في عامود p_1 في عامود q_0 الذي أجرينا علية القسمة واخر خانة هي مجموع النواتج بعد الضرب كالتالي:

السلع	p_0	p_1	الكمية في 1430(q_0)	q_0	p_0q_0	p_1q_0
الشاي	8	11	4	0.33	2.64	$11\times0.33=3.63$
السكر	3	5	5	0.42	1.26	$5\times0.42=2.1$
الزيت	12	16	3	0.25	3	$16\times0.25=4$
المجموع	ـــــــ	ـــــــ	12	$\sum q_0=1$	$\sum p_0q_0=6.9$	$\sum p_1q_0=9.73$

نجمع جميع الاعداد بعد الضرب 3.63+2.1+4=9.73 واخر خانة هي المجموع .

هـ - نكتب قانون اسبير وهو $\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0}\times\mathbf{100}$ نعوض كل رمز برقمه كالتالي:

مجموع الأرقام في العامود p_1q_0 هو 9.73 إذا نقول $\sum \boldsymbol{p_1q_0}$=9.73

مجموع الأرقام في العامود p_0q_0 هو 6.9 إذا نقول $\sum \boldsymbol{p_0q_0}$=6.9

و- نعوض القانون بالأرقام كالتالي:

$$\frac{9.73}{6.9}\times100 = 141.01\%$$

كتبنا في الألة $\frac{9.73}{6.9}\times100$ يساوي $\frac{9730}{69}$ نضغط زر S⇔D يكون الناتج 141.01% .

@e7saa

3- الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة المقارنة (او رقم باش):

أ- في قانون باش يوجد مجموع p_1q_1 ومجموع p_0q_1 عكس اسبير وفي الجدول لا توجد هذه المجاميع لإيجادها نأخذ من الجدول سعر الأساس (p_0) وسعر المقارنة (p_1) وكمية المقارنة 1435 (q_1) دون مجاميعها في الأخير ونجمع اعداد الكمية في 1435 كالتالي:

السلع	السعر في 1430(p_0)	السعر في 1435(p_1)	الكمية في 1435(q_1)
الشاي	8	11	7
السكر	3	5	8
الزيت	12	16	6
المجموع	——	——	21

ب- الان نضيف عامود ونسميه (q_1) وهو عبارة عن تقسيم الاعداد في عامود الكمية 1435 على مجموعها بمعنى 7 تقسيم 21 هو 0.33 و 8 تقسيم 21 هو 0.38 و6 تقسيم 21 هو 0.285 وبعد التقريب تصبح 0.29ونكتب النواتج في العامود الجديد واخر خانة مجموع النواتج ولابد ان يكون المجموع 1 إذا كان غير 1 فالحل خطأ كالتالي :

السلع	p_0	p_1	الكمية في 1435 (q_1)	q_1
الشاي	8	11	7	$7\div 21 = 0.33$
السكر	3	5	8	8÷21=0.38
الزيت	12	16	6	6÷21=0.29
المجموع	——	——	21	$\sum q_1=1$

جمعنا 0.33+0.38+0.29=1 إذاً الحل صحيح مجموع q_1 هو 1.

ج- نضيف عامود ونسميه p_0q_1 وهو عبارة عن ضرب كل عدد في عامود p_0 في عامود q_1 الذي أجرينا علية القسمة واخر خانة هي مجموع النواتج بعد الضرب كالتالي:

السلع	p_0	p_1	الكمية في 1435(q_1)	q_1	p_0q_1
الشاي	8	11	7	0.33	8×0.33=2.64
السكر	3	5	8	0.38	3×0.38=1.14
الزيت	12	16	6	0.29	12×0.29=3.48
المجموع	——	——	21	$\sum q_1=1$	$\sum p_0q_1=7.26$

مجموع الاعداد بعد عملية الضرب 2.64+1.14+3.48=7.26 واخر خانة هي المجموع بعد عملية الضرب.

د- نضيف عامود ونسميه p_1q_1 وهو عبارة عن ضرب كل عدد في عامود p_1 في عامود q_1 الذي أجرينا علية القسمة واخر خانة هي مجموع النواتج بعد الضرب كالتالي:

السلع	p_0	p_1	الكمية في 1435(q_1)	q_1	p_0q_1	p_1q_1
الشاي	8	11	7	0.33	2.64	11×0.33=3.63
السكر	3	5	8	0.38	1.14	5×0.38=1.9
الزيت	12	16	6	0.29	3.48	16×0.29=4.64
المجموع	——	——	21	$\sum q_1=1$	$\sum p_0q_1=7.26$	$\sum p_1q_1=10.17$

نجمع جميع الاعداد بعد الضرب 3.63+1.9+4.64=10.17 واخر خانة هي المجموع .

هـ - نكتب قانون باش وهو $\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}\times 100$ نعوض كل رمز برقمه كالتالي:

مجموع الأرقام في العامود p_1q_1 هو 10.17 إذا نقول $\sum p_1q_1$=10.17

مجموع الأرقام في العامود p_0q_1 هو 7.26 إذا نقول $\sum p_0q_1$=7.26

و- نعوض القانون بالأرقام كالتالي:

$$\frac{10.17}{7.26}\times 100 = 140.08\%$$

كتبنا في الألة $\frac{9.73}{6.9}\times 100$ يساوي $\frac{16950}{121}$ نضغط زر S⇔D يكون الناتج 140.08% .

مثال: بفرض توفر النتائج التالية :

$$\sum p_0q_0 = 360\,, \sum p_1q_0 = 648\,, \sum p_0q_1 = 280\,, \sum p_1q_1 = 448$$

قدر قيمتي رقمي لاسبير وباش:

1- رقم لاسبير:

أ- نكتب قانون اسبير وهو $\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0}\times 100$ نعوض كل رمز برقمه كالتالي:

$\sum p_1q_0$=648

$\sum p_0q_0$=360

ب- نعوض القانون بالأرقام كالتالي:

$$\frac{648}{360}\times 100 = 180\%$$

كتبنا في الألة $\frac{648}{360}\times 100$ يساوي 180 إذاً رقم اسبير هو 180%.

2- رقم باش :

أ- نكتب قانون باش وهو $\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}\times 100$ نعوض كل رمز برقمه كالتالي:

$\sum p_1q_1$=448

$\sum p_0q_1$=280

ب- نعوض القانون بالأرقام كالتالي:

$$\frac{448}{280}\times 100 = 160\%$$

كتبنا في الألة $\frac{448}{280}\times 100$ يساوي 160 إذاً رقم باش هو 160% .

هذا الملخص لا يغني عن الرجوع للمادة الأساسية ولكن نرتجي ان يكون فيه من الفائدة الكثيرة التي تنفعكم وتنفعنا ونشكر كل يد كانت سبب في هذا التلخيص ، ولا نريد منكم إلى الدعاء.

اللهم إنفعنا بما علمتنا ، وعلمناماينفعنا ، وزدنا علما ياكريم
وفقكم الله جميعا.

#مجموعة مياسين التعليمية.