Me En math team

جميع سلالم دورات البكالوريا للأعوام

2021-2020-2019-2018-2017

تمَّ التجميع من قِبل فريق

MeEn Math Team

@Ch_X_MathBac

دعواتكم لكل مساهم في تجميعهم ، فهناك من الأساتذة الذين قاموا بتجميع بعض السلالم سابقاً .

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات – نظام حديث

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٧م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة خط بياني
٢	السؤال الثاني	حل معادلة
٣	السؤال الثالث	معادلة كرة
٤	السؤال الرابع	تحليل توافقي
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	المتتالية
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	الأعداد العقدية
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	احتمالات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	مقارب مائل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة التابع اللوغارتمي

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطوه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرراً خطوات حله، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها علمياً ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

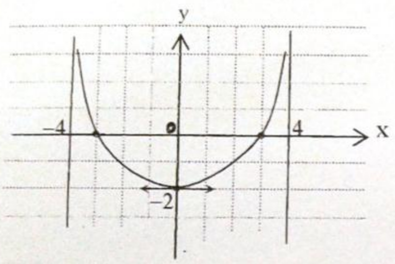
بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.
حقل الآحاد بالعشرات.
حقل العشرات بالمئات.

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي **مادة الرياضيات** **الدرجة : /٦٠٠/ درجة**

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٧م – نظام حديث

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمّل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4\,,4[$

1- احسب $\lim\limits_{x \to -4} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +4} f(x)$ ، واستنتج معادلة كلّ مقارب للخط C.

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3- جد حلول المعادلة $f(x)=0$.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5+5	$\lim\limits_{x \to -4} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x \to +4} f(x)=+\infty$	١
5+5	$x=+4$ و $x=-4$	٢
5+5	$f'(0)=0\ ,\ f(0)=-2$	٣
5+5	$x_2=+3\ ,\ x_1=-3$	٤
40	المجموع	

ملاحظات: ١- إذا كتب الطالب الإجابات مباشرة وبالترتيب : يأخذ الدرجة كاملة (٤٠ درجة)

٢- إذا ذكر الطالب في الخطوة الأولى $+\infty$ مرة واحدة يأخذ (١٠ درجات)

السؤال الثاني:

حل المعادلة $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في $\mathbb{R}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$	
١	$(3^2)^x + 3 . 3^x - 4 = 0$ $3^{2x} + 3 . 3^x - 4 = 0$	5+5 5
٢	$(3^x + 4)(3^x - 1) = 0$	5 للتحليل+5 للأعداد
٣	$3^x + 4 \neq 0$ لا ينعدم	5
٣	$3^x - 1 = 0$	5
٤	$3^x = 1 > 0$ ومنه $x = 0$	$3 + 2$
	المجموع	**40**

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$3^x = t$ ومنه $t^2 + 3t - 4 = 0$	5
٢	$\Delta = (3)^2 - 4(1)(-4)$ ومنه $\Delta = 25$	5+5
٣	$t_1 = \dfrac{-3+5}{2} = 1$ $3^x = 1$ ومنه $x = 0$	5 5 5
٤	$t_2 = \dfrac{-3-5}{2} = -4$ مرفوض $3^x = -4$	5 5
	المجموع	**40**

ملاحظة: ينال درجات السؤال كاملة إذا اعطى الحل مباشرة $x = 0$ وتوثق من الحل

السؤال الثالث:

1- اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات، ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$.

2- تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P:\ x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	معادلة الكرة: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$	5
٢	$x^2 + y^2 + z^2 = 3$	5+5
٣	دستور البعد التعويض بسط ومقام الناتج	5 دستورضمناً + 5 تعويض بسط + 5 تعويض مقام + 5 ناتج
	$d = \sqrt{3} = R$	5
	المجموع	40

السؤال الرابع:

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة.

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟

2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية؟

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\binom{8}{5} = \frac{8\times7\times6\times5\times4}{5\times4\times3\times2\times1} = 56$ (10 درجات للتوافيق و 5 درجات + 5 درجات تعويض + ناتج)	5 × 4
٢	$\binom{5}{2} = \frac{5\times4}{2\times1} = 10$ (10 درجات للتوافيق و 5 درجات + 5 درجات تعويض + ناتج)	5 × 4
	المجموع	40

ملاحظات:

١- إذا استخدم التراتيب أو المبدأ الأساسي للعد يخسر (10) درجات فقط وتوزع الدرجات دستور (10) و (5) حساب لكل من الطلبين

٢- في الخطوة الأولى إذا كتب الطالب $56 = \binom{8}{3}$ ينال 20 درجة

٣- في الخطوة الثانية إذا كتب الطالب $= \binom{8}{3}\binom{5}{2}$ يخسر 10 درجات

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس :

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $u_0=1$ ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$.

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق $v_n=u_n+3$

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية ، وأوجد أساسها.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثمّ عبارة u_n بدلالة n.

3- ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n ، واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2\ ,\ \ u_0=1$ $v_n=u_n+3$	
١	إثبات أن $(v_n)_{n\geq0}$ هندسية: $v_{n+1}=u_{n+1}+3=\frac{1}{3}u_n+1$	5+5
٢	$v_{n+1}=\frac{1}{3}(u_n+3)=\frac{1}{3}v_n$ v_n هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$	5+5 5
٣	$v_n=v_0\,q^n$ $v_0=4$ $v_n=4\left(\frac{1}{3}\right)^n$ $u_n=v_n-3$ $u_n=4\left(\frac{1}{3}\right)^n-3$	5 3 5 2 5
٤	$S_n=v_0\,\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$	5
٥	$S_n=4\times\frac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}=6[1-(\frac{1}{3})^{n+1}]=6-6(\frac{1}{3})^{n+1}$	5 لأي شكل منها
٦	$\lim\limits_{x\to+\infty}S_n=6$ (النهاية $\lim(\frac{1}{3})^{n+1}=0$ 3 درجات + الجواب 6 درجتان)	3 + 2
	المجموع	60

ملاحظة: إذا كتب عدد الحدود n بدلاً من $n+1$ يخسر درجتان

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

ليكن العددان العقديان $z_1 = 1+\sqrt{3}i$ ، $z_2 = 1+i$ ، والمطلوب:

1- اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$.

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ ، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
	$z_2 = 1+i \quad , \quad z_1 = 1+\sqrt{3}i$	١
5 5	$r_1 = \sqrt{3+1} = 2$ $\theta = \frac{\pi}{3}$	٢
5 5 5 5	$z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\ \sin\frac{\pi}{3}\right]$ $z_2 = 1+i$ .... $r_2 = \sqrt{2}$ .... $\theta = \frac{\pi}{4}$ .... $z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi}{4}\right]$	٣
5 5	.... $\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{\sqrt{2}}(\cos(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}))$ .... $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$	٤
 5 5	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$ .... $= \frac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{(1-i)(1+i)}$ .... $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}+i\sqrt{3}-i)}{2}$	٥
5	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{i(\sqrt{3}-1)}{2}$	٦
3 2	ومنه يكون $\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	٧
60	المجموع	

ملاحظة: إذا استعمل الشكل الأسي ينال الدرجات كاملة

السؤال السابع: (٦٠ درجة)

التمرين الثالث:

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرّات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كلّ رمية يساوي $\frac{1}{3}$.

نعرف X المتحول العشوائي الذي يدلّ على عدد مرات ظهور الشعار.

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي ، وتباينه.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$	20
	$P(X=0)=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$	2+2
	$P(X=1)=3\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{12}{27}$	2+2
	$P(X=2)=3\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{6}{27}$	2+2
	$P(X=1)=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$	2+2
٢	$\begin{array}{c\|cccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(x=k) & \frac{8}{27} & \frac{12}{27} & \frac{6}{27} & \frac{1}{27} \end{array}$	2+2
٣	$E(x)=np \Rightarrow E(x)=3\left(\frac{1}{3}\right)=1$	5 + 3 + 2
	$V(x)=npq$	5
	$V(x)=3\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$	3+ 2
	المجموع	60

ملاحظة: في الخطوة الثالثة إذا كتب الطالب

$$E(x)=0+\frac{12}{27}+\frac{12}{27}+\frac{3}{27}=1$$ (5 دستور ، 2 + 3 تعويض)

$$E(x^2)=0+\frac{12}{27}+\frac{24}{27}+\frac{9}{27}=\frac{5}{3}$$

$$V(x)=E(x^2)-(E(x))^2$$ (5 درجات)

$$=\frac{5}{3}-1=\frac{2}{3}$$ (3 + 2 درجات)

السؤال الثامن

التمرين الرابع:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ المطلوب:

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C.

طريقة أولى:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$f(x)=x+\frac{x}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$	5
٢	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}})=+\infty$	5+5
٣	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}})=-\infty$	5+5
٤	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	5
٥	$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1]=0$	5+5
٦	$\Delta: y=x+1$ مقارب مائل لـ C بجوار $+\infty$	5
	دراسة الوضع النسبي	
	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	
٧	$f(x)-y=\frac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}<0$	5
٨	لأن $\sqrt{x^2+1}>x$	5
٩	C تحت Δ	5
	المجموع	60

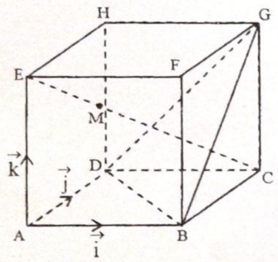
السؤال الثامن طريقة ثانية:

١	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}) = -\infty$	5+5
٢	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}) = +\infty$	5+5
٣	$\Delta : y = x+1$	
4	$f(x)-y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	5
٥	$f(x)-y = \frac{x}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1$	5
٦	$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y] = \lim_{x\to+\infty}[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1]=0$	5+5
٧	$\lim_{x\to+\infty}(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1) = \lim_{x\to+\infty}(\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1) = 1-1=0$	5
	دراسة الوضع النسبي	
	$f(x)-y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	
٨	$f(x)-y = \frac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}<0$	5
٩	لأن $\sqrt{x^2+1}>x$	5
١٠	C تحت Δ	5
	المجموع	60

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسالة)

السؤال التاسع:

المسألة الأولى:



في الشكل المجاور $ABCD\,EFGH$ مكعب طول حرفه 2

نتأمل المعلم المتجانس $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،

$\overrightarrow{AE}=2\vec{k}$, $\overrightarrow{AD}=2\vec{j}$, $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}$

1- اكتب معادلةً للمستوي (GBD).

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC).

3- جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD) .

4- جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.

5- أثبت تعامد المستقيمين (HM) , (EC).

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
	$(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$	
	$2\vec{i}=\overrightarrow{AB}$, $2\vec{j}=\overrightarrow{AD}$, $2\vec{k}=\overrightarrow{AE}$	
4×3	$B(2,0,0)$, $D(0,2,0)$, $G(2,2,2)$	١
4×2	حساب مركبات شعاعين مناسبين مثلاً: $\overrightarrow{BD}(-2,2,0)$, $\overrightarrow{BG}(0,2,2)$	٢
4	لنفترض أن $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي (GBD)	٣
2+2	$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0 \quad -2a+2b=0 \qquad \vec{n}\cdot\overrightarrow{GD}=-2a-2c=0$	٤
2+2	$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BG}=0 \quad 2b+2c=0 \qquad \vec{n}\cdot\overrightarrow{GD}=-2b-2c=0$	٥
2	بفرض ان $a=1$ مثلاً $a=b=1 \Leftarrow c=-1$	٦
4	الوصول إلى ناظم المستوي المناسب	٧
4	الوصول إلى معادلة مستوي (BDG) $x+y-z-2=0$	٨
4+4	$E(0,0,2)$, $C(2,2,0)$	٩
4	$\overrightarrow{EC}(2,2,-2)$	١٠
2×3	$(EC):\begin{cases} x=2t \\ y=2t \quad : t\in\mathbb{R} \\ z=2-2t \end{cases}$	١١
2×3	التعويض في المستوي	١٢
2	الوصول إلى قيمة t	١٣
2×3	احداثيات نقطة التقاطع	١٤
4	$(x,y,z-2)=\frac{1}{3}(2,2,-2)$	١٥
4	حساب إحداثيات النقطة M	١٦
4+4	معرفة $H(0,2,2)$ والتعويض بالعلاقة	١٧
2×4	$\overrightarrow{HM}\cdot\overrightarrow{EC}=\frac{2}{3}(2)-\frac{4}{3}(2)-\frac{2}{3}(-2)=0$	١٨
2	إذاً $\overrightarrow{HM}\perp\overrightarrow{EC}$	١٩
100	**المجموع**	

ملاحظات:

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

3+3+3	$G(2,2,2)\ \ ,B(2,0,0)\ \ ,D(0,2,0)$	
5	$ax+by+cz+d=0$	
4	$2a+2b+2c+d=0$	
4	$2a=-d$	
4	$2b=-d$	
4+4	$2c=d$ ومنه $-d-d+2c+d=0$	
3	$-\frac{d}{2}x-\frac{d}{2}y+\frac{d}{2}z+d=0$	
5	$x+y-z-2=0$	
42	المجموع	

طريقة ثالثة:

3+3+3	$G(2,2,2)\ \ ,B(2,0,0)\ \ ,D(0,2,0)$	
5	$M(x,y,z)\quad \overrightarrow{GM}=\alpha\overrightarrow{GB}+\beta\overrightarrow{GD}$	
3+3+3	$(x-2,y-2,z-2)=\alpha(0,-2,-2)+\beta(-2,0,-2)$	
3	$(x-2,y-2,z-2)=(-2\beta,-2\alpha,-2\alpha-2\beta)$	
3+3+3	$x-2=-2\beta$ $y-2=-2\alpha$ $z-2=-2\alpha-2\beta$	
4	$z-2=y-2+x-2$ بتعويض الأولى و الثانية في الثالثة	
3	$x+y-z-2=0$	

السؤال العاشر

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 0} f(x)$ ، واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي.

2- ادرس تغيرات التابع f ، ونظم جدولاً بها، ثمّ دلّ على القيمة الحدية محليّاً .

3- جد معادلة للمماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x=1$.

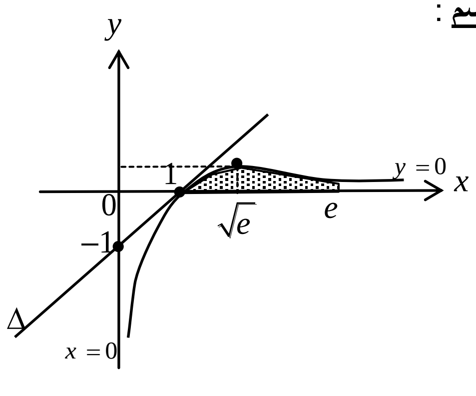
4- ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس Δ ، ثمّ ارسم C.

5- احسب S مساحة السطح المحصور بين C و المحور $x'x$ و المستقيم $x=e$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$	
١	$\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$ ومنه $x=0$ مقارب	5+5
٢	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ ومنه $y=0$ مقارب أفقي	5+5
٣	$f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}x^2-2x\ln x}{x^4}$	5
٤	$f'(x)=\dfrac{1-2\ln x}{x^3}$	5
٥	ينعدم المشتق عند $x=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$	5
٦	$f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$	5
٧	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \sqrt{e} & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & \|-\infty & \nearrow & \frac{1}{2e} & \searrow & 0 \end{array}$	5+5
٨	$f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$ قيمة كبرى محلياً	5
٩	$f(1)=0$ ومنه نقطة التماس $A(1,0)$	5
١٠	ميل المماس $m=f'(1)=1$	5+5
١١	$\Delta: y=x-1$	5

١١) **الرسم** :

5 مماس + 5 رسم الخط



١٢	حساب المساحة $S=\int_a^b f(x)\,dx$	5
١٣	$S=\int_1^e x^{-2}\ln x\,dx$	2 لحد التكامل
١٤	$u=\ln x$, $u'=\frac{1}{x}$, $v'=x^{-2}$, $v=-\frac{1}{x}$	2+2
١٥	$S=[-\frac{1}{x}\ln x]_1^e-\int_1^e -\frac{1}{x^2}dx$	2
	$S=[-\frac{1}{x}\ln x-\frac{1}{x}]_1^e$	
١٦	$S=-\frac{1}{e}-\frac{1}{e}+0+1=1-\frac{2}{e}$	2
	المجموع	100

انتهى السلّم

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات ـ نظام حديث

الدورة الامتحانية ثانية لعام ٢٠١٧م

ملاحظات عامة

١ـ في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تمثيل بياني
٢	السؤال الثاني	هندسة
٣	السؤال الثالث	تفاضلية
٤	السؤال الرابع	المستوي المحوري
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	أشعة
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	عقدية
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	تكامل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة تحليل
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة احتمالات

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك : الأحاد العشرات المئات

٢ ١ ١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

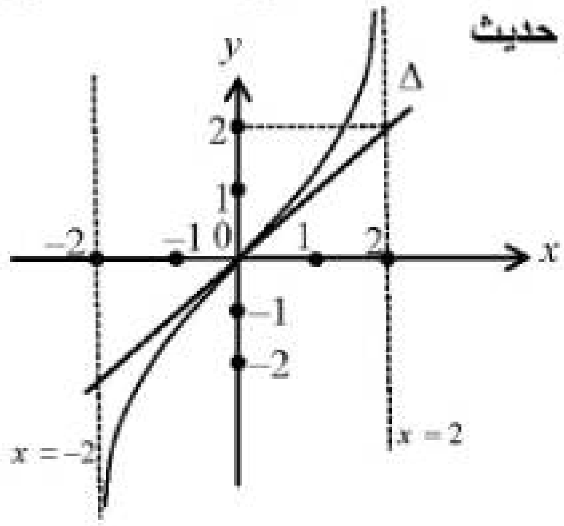
حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

سلم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي مادة الرياضيات الدرجة : /٦٠٠/ درجة

الدورة الامتحانية الثانية لعام ٢٠١٧م – نظام حديث

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً:

حيث C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]-2\,,+2[$

والمطلوب:

1- احسب $\lim_{x\to -2} f(x)$ ، $\lim_{x\to 2} f(x)$

2- أوجد $f(0)$ ، $f'(0)$

3- هل التابع f فردي أم زوجي

4- اكتب معادلة المماس Δ

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim_{x\to -2} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to 2} f(x)=+\infty$	2×10
٢	$f'(0)=1\,,\ f(0)=0$	2×5
٣	فردي	5
٤	$y=x$	5
	المجموع	40

السؤال الثاني: اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'

$$d:\begin{cases} x=t+1 \\ y=-3t+2 \\ z=-3t+3 \end{cases} \quad t\in\mathbb{R} \qquad \text{و} \qquad d':\begin{cases} x=s \\ y=-3s-3 \\ z=-s+1 \end{cases} \quad s\in\mathbb{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستو واحد؟ علّل إجابتك.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	شعاع توجيه d $\quad v_d(1,-3,-3)$	10
٢	شعاع توجيه d' $\quad v_{d'}(1,-3,-1)$	10
٣	المركبات غير متناسبة . v_d و $v_{d'}$ غير مرتبطان	5
٤	الحل المشترك للمعادلتين	5
٥	الإصلاح و النتيجة	5
٦	المستقيمان لا يقعان في مستوي واحد	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في إحدى الخطوتين ١أو٢ وجعل المركبات متناسبة واستنتج أن المستقيمان متوازيان ويقعان في مستو واحد يخسر 15درجة

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	شعاع توجيه d $v_d(1,-3,-3)$	10
٢	شعاع توجيه d' $v_{d'}(1,-3,-1)$	10
٣	المركبات غير متناسبة . v_d و $v_{d'}$ غير مرتبطان	5
٤	اختيار نقطتين $t=0 \quad A(1,2,3)$ $s=0 \quad B(0,-3,1)$ $\overrightarrow{AB}(-1,-5,-2)$	5
٥	$\overrightarrow{AB}=a\overrightarrow{v_d}+b\overrightarrow{v_{d'}}$ $(-1,-5,-2)=(a+b,-3a-3b,-3a-b)$ نبحث عن a,b $a+b=-1 \quad (1)$ $-3a-3b=-5 \quad (2)$ $-3a-b=-2 \quad (3)$	5
٦	بضرب(1) بـ 3 وجمع مع(2) نجد $0=-8$ مستحيلة فالأشعة $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{v_d}$, $\overrightarrow{v_{d'}}$ غير مرتبطة خطياً والمستقيمان لا يقعان في مستو واحد	5
	المجموع	40

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية الآتية: $2y'+3y=0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4,1)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	الوصول إلى $y=k\,e^{-\frac{3}{2}x}$	5 +10 10دستور + 5 التعويض
٢	التعويض بإحداثيات النقطة A	5
٣	الإصلاح	5+5
٤	الوصول إلى قيمة k	5
٥	الحل النهائي	5
	المجموع	40

السؤال الرابع: نتأمل، في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقطتين $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$. والمطلوب:

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	حساب مركبات $\overrightarrow{AB}(-1,-2,0)$	5×2
٢	إحداثيات M منتصف AB $M(\frac{3}{2},-1,1)$	5×2
٣	معرفة الناظم $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$	5
٤	كتابة معادلة المستوي	5
٥	التعويض + كتابة النتيجة	5+5
	المجموع	40

طريقة ثانية :

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	افتراض $M(x,y,z)$ من المستوي المحوري	5
٢	$\lVert\overrightarrow{AM}\rVert=\lVert\overrightarrow{BM}\rVert$	15
٣+٤+٥	القانون و التعويض والإصلاح	5+10+5
	المجموع	40

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق ما يأتي: $u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

1- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة.

2- أثبت أن $0\leq u_n\leq1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

طريقة أولى للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	افتراض تابع $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\quad : x\geq0$	
١	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	2×5
٢	$f'(x)<0$ + التعليل	5+5
٣	f متناقص ومنه المتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة ثانية للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٢	$u_{n+1}=\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}=\dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$	5
	$\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}>\sqrt{n+1}+\sqrt{n}$	5
٣	$\dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}<\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٤	$u_{n+1}<u_n$ المتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة ثالثة للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة

١	$u_n = \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٢	$u_{n+1} = \dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$	5
٣	$u_{n+1} - u_n = \dfrac{\sqrt{n}-\sqrt{n+2}}{(\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$	5
٤	$\sqrt{n} \le \sqrt{n+2}$ $\sqrt{n}-\sqrt{n+2} \le 0$	5
٥	$u_{n+1} - u_n \ge 0$ فالمتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة أولى للطلب الثاني:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
	$\sqrt{n+1}+\sqrt{n} \ge 0$ ومنه $u_n \ge 0$	5
	$u_{n+1} = \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1} = \dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}} \le 1$	5+5
	المجموع	20

التقارب والنهاية

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
٤	المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى متقاربة	5
٥	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = 0$	5+5
	المجموع	15

ملاحظة: إذا أثبت الطالب أن $0 \le u_n \le 1$ مستعملاً البرهان بالتدريج

الترميز $E(n)$ درجتان

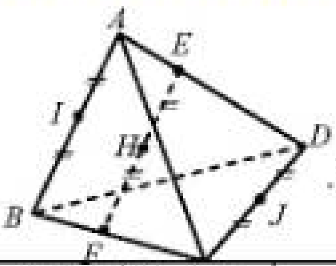
إثبات $E(0)$ 3 درجات

افتراض $E(n)$ صحيحة 5 درجات

اشتقاق التابع وتناقصه 5+5 درجات

يخسر درجتان لكتابة u_{n+1} إلى $f(u_n) = u_{n+1}$

السؤال السادس : (٦٠ درجة)



التمرين الثاني:

$ABCD$ رباعي وجوه و عدد حقيقي. I و J هما، بالترتيب، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$.

و E و F نقطتان تحققان العلاقتين: $\overrightarrow{AE}=a\,\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF}=a\,\overrightarrow{BC}$ وأخيراً H هي منتصف $[EF]$.

أثبت أن I و J و H تقع على استقامة واحدة.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{BF}=a\overrightarrow{BC}$ ومنه F مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B,1-a)$ (c,a)	5+5
٢	$\overrightarrow{AE}=a\overrightarrow{AD}$ ومنه E مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A,1-a)$ (D,a)	5+5
٣	H مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(E,1)$ $(F,1)$	5+5
	$(H,2)$ مركز الأبعاد المتناسبة لرؤوس رباعي الوجوه	
٤	$(I,2-2a)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(A,1-a)$ $(B,1-a)$	5+5
٥	$(J,2a)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقط (B,a) (C,a)	5+5
٦	ومنه H مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(J,2a)$ $(I,2-2a)$	5
٧	فالنقط على استقامة واحدة	5
	المجموع	60

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EH}$	5
٢	$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FH}$	5
٣	$2\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}$	5
٤	$2\overrightarrow{IH}=a\overrightarrow{AD}+a\overrightarrow{BC}$	5
٥	$2\overrightarrow{IH}=a(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$ (1)	5
٦	$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DJ}$	5
٧	$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}$	5
٨	$2\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$ (2)	5
	نعوض (2) في (1)	
٩	$2\overrightarrow{IH}=a(2\overrightarrow{IJ})$ أي $\overrightarrow{IH}=a(\overrightarrow{IJ})$	5
١٠	$\overrightarrow{IH}$, $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطان خطياً إذاً $I\ ,J\ ,H$ على استقامة واحدة	5
	المجموع	60

طريقة ثالثة:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	نختار معلم كيفي: $(B;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA})$	5
	$D(0,1,0)$, $A(0,0,1)$, $B(0,0,0)$, $F(a,0,0)$	2×5
	نوجد $E(x,y,z)$	5
	$\overrightarrow{AE}=a\overrightarrow{AD} \Rightarrow (x,y,z-1)=(0,a,-a)$	2×3
	$x=0\ ,\ y=a\ ,z=1-a$	2×3
	$I(0,0,\frac{1}{2})$ $J(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$ $\overrightarrow{IJ}(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$	3×3
	EF منتصف $H(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{1-a}{2}) \Rightarrow \overrightarrow{IH}(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{-a}{2})$	2×3 3القانون
	الشعاعان مركبتاهما متناسبة فهما مرتبطان خطياً وبالتالي $I\ ,J\ ,H$ على استقامة واحدة	5+5

التمرين الثالث : : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$. والمطلوب

❶ اثبت أن z^8 عدداً حقيقياً.

❷ جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ وأكتبه بالشكل الأسي .

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	$z^8 = (z^2)^4 = ((-1+i)^2)^4$	١
5	$z^8 = (1-2i-1)^4$ ، $i^2 = -1$	٢
2+3+5	$z^8 = (-2i)^4 = 16i^4 = 16$	٣
10	$z' - a = e^{i\frac{\pi}{4}}(z-a)$	٤
5	$z' = e^{i\frac{\pi}{4}}(-1+i-1-i)+1+i$	٥
5	$z' = e^{i\frac{\pi}{4}}(-2)+1+i$	٦
5	$z' = -2e^{i\frac{\pi}{4}} + \sqrt{2}.e^{i\frac{\pi}{4}}$	٧
5	$z' = (-2+\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$	٨
5	$z' = -(2-\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$	٩
3	$z' = (-2+\sqrt{2})\ e^{i\frac{\pi}{4}}\ e^{\pi}$	١٠
2	$z' = (2-\sqrt{2})e^{i\frac{5\pi}{4}}$	١١
60	المجموع	

طريقة (٢) الطلب (١):

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
2	$r = \sqrt{2}$	١
2	$\theta = \frac{3\pi}{4}$	٢
4	$z = \sqrt{2}e^{3\frac{\pi}{4}i}$	٣
2 + 2+2	$z^8 = (\sqrt{2})^8 e^{8(3\frac{\pi}{4}i)}$	
2 + 2+2	$= 16 . e^{i6\pi} = 16(1) = 16$	

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\setminus\{-3\}$ وفق: $f(x)=\frac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع f بالشكل $f(x)=ax+b+\frac{1}{x+3}$

2) أثبت أن المستقيم $y=ax+b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

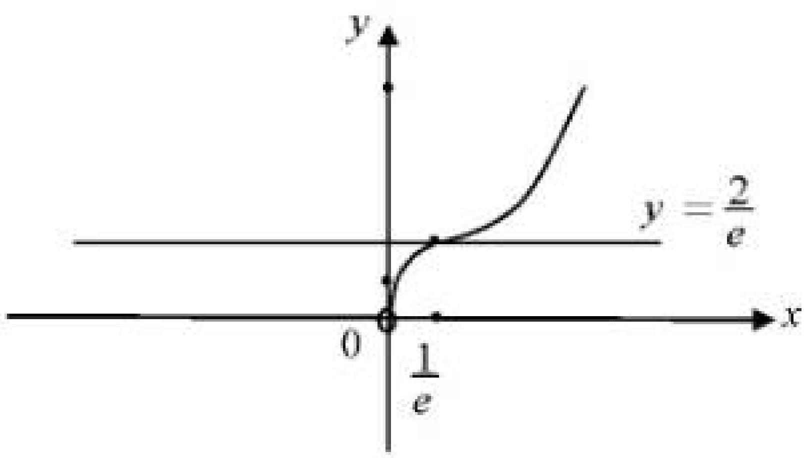
3) احسب $\int_0^2 f(x)dx$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$$\begin{array}{r\|l} & x-1 \\ \hline x+3 & x^2+2x-2 \\ & \underline{x^2+3x} \\ & -x-2 \\ & \underline{-x-3} \\ & 1 \end{array}$$	5 5 5
٢	$f(x)=x-1+\frac{1}{x+3}$	5
٣	$g(x)=f(x)-x-1=\frac{1}{x+3}$	5+5 قانون + نتيجة
٤	$\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{1}{x+1})=0$ Δ مقارب مائل	5
٥	$\int_0^2(x-1+\frac{1}{x+3})dx=[\frac{x^2}{2}-x+\ln(x+3)]_0^2$	5×3
٦	$2-2+\ln 5-\ln 3=\ln 5-\ln 3$	5×2
	المجموع	60

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x+x(\ln x)^2$. وليكن $g(x)=(\ln(x)+1)^2$ والمطلوب:

1. أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.
2. أثبت أن $f'(x)=g(x)$
3. حل المعادلة $g(x)=0$.
4. نظم جدول بتغيرات f .
5. أكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x=\frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$	5
٢	$f(x)=x+4(\sqrt{x}\ \ln\sqrt{x})^2$ $\lim\limits_{x\to 0} x\ \ln x=0$	2×5
٥	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	10
٦	$f'(x)=1+(\ln x)^2+2\ln x.\frac{1}{x}x$	2 + 5 + 5
٧	$f'(x)=(\ln x)^2+2\ln x+1$	5
٨	$=(\ln(x)+1)^2=g(x)$	3
٩	$g(x)=0$ ومنه $\ln(x)+1=0$	5
١٠	$\ln(x)=-1$ ومنه $x=\frac{1}{e}$	5+5
١١	$f(\frac{1}{e})=\frac{2}{e}$	5
١٢	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{e} & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & + & \\ \hline f(x) & 0 & \nearrow & \frac{2}{e} & \nearrow & +\infty \end{array}$	5 5
١٣	قانون المماس	قانون المماس5 تعويض5
١٥	معادلة المماس	5
١٦	 	5+5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإزالة حالة عدم التعيين:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\ln(x)=t \Rightarrow x=e^t$	2+2
٢	$x\longrightarrow 0 \Rightarrow t=-\infty$	
٣	$f(x)=e^t+e^t t^2$	2+2+2
٤	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ t\to-\infty}} f(x)=\lim\limits_{t\to-\infty}(\underset{\searrow 0}{e^t}+\underset{\searrow 0}{e^t}\, t^2)$	
٥	$0+0=0$	5

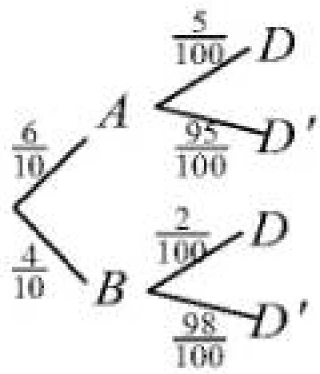
المسألة الثانية : يضمّ مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم، صنعت الورشة A منها 600 قلماً وصنعت البقية الورشة B . هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال، في حين تكون نسبة 2% من اقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال. نسحب عشوائياً قلماً من الطلب. نرمز بالرمز A إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة A» وبالرمز B إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة B» وبالرمز D إلى الحدث «القلم غير صالح للاستعمال».

❶ أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.

❷ احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال.

❸ إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A.

❹ نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب $P(X=0)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
		5+30
	$P(D')=\frac{6}{10}\cdot\frac{95}{100}+\frac{4}{10}\cdot\frac{98}{100}$	5×4+5
	$P(D')=\frac{570}{1000}+\frac{392}{1000}=\frac{962}{1000}$	5
	$P(A\mid D')=\frac{P(A\cap D')}{P(D')}=\frac{\frac{6}{10}\times\frac{95}{100}}{\frac{962}{1000}}=\frac{570}{962}$	5×4
	عدد الأرقام غير الصالحة : $\frac{5\times600}{100}=30$	2
	$P(X=0)=\frac{\binom{30}{2}}{\binom{600}{2}}=\frac{29}{20\times599}$	3+3 5 للتوافيق 2 للنتيجة
	المجموع	100

<u>انتهى السلم</u>

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٨م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

موضوع السؤال	رقم السؤال	الحقل
تمثيل بياني	السؤال الأول	١
أشعة	السؤال الثاني	٢
تحليل توافقي	السؤال الثالث	٣
تحليل	السؤال الرابع	٤
عقدية	السؤال الخامس/ التمرين الأول	٥
متتاليات	السؤال السادس/ التمرين الثاني	٦
احتمالات	السؤال السابع/ التمرين الثالث	٧
تكامل	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	٨
مسألة تحليل	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	٩
مسألة أشعة	السؤال العاشر / المسألة الثانية	١٠

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك : الأحاد العشرات المئات

٢ ١ ١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

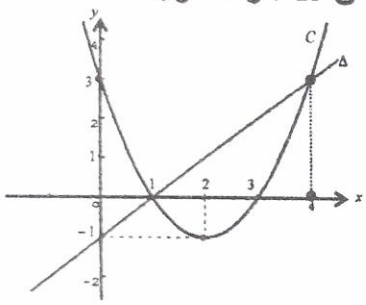
حقل العشرات بالمئات.

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي مادة الرياضيات الدرجة : /٦٠٠/ درجة

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٨م

أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$. والمطلوب



1- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

2- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3- ما حلول المعادلة $f(x)=y_\Delta$.

4- اكتب معادلة المستقيم Δ .

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	القيمة الحديّة $f(2)=-1$	١
5	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$	٢
5 5	حلول المعادلة $\left.\begin{matrix}x=1\\x=4\end{matrix}\right\}: f(x)=y_\Delta$	٣
5+5 5(قانون)+5(معادلة)	معادلة المستقيم Δ: الميل قانون + النتيجة المعادلة	٤
40	المجموع	

ملاحظة: ١- إذا كتب في الخطوة (2) $(1,0)$ و $(4,3)$ ينال الدرجات المخصصة للخطوة.

٢- أي طريقة صحيحة لإيجاد معادلة المستقيم Δ ينال الدرجات المخصصة.

٣- إذا ذكر صراحةً يبلغ القيم الحديّة في النقطة (2,-1) ينال درجة الخطوة الأولى.

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي P الذي معادلته:

$p: x+2y+z-1=0$ والمطلوب :

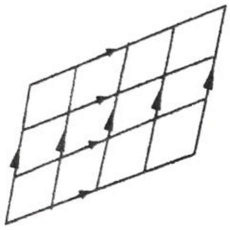
احسب بعد النقطة A عن المستوي P ، ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	دستور البعد	١
5	تعويض البسط	٢
5	تعويض المقام	٣
5	النتيجة	٤
5	معادلة الكرة: القانون	٥
5	معرفة البعد $dist(A,p)=R$	٦
5 + 5	تعويض في معادلة الكرة + نتيجة	٧
40	المجموع	

السؤال الثالث:

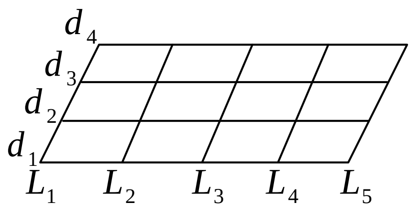
في الشكل المجاور نتأمّل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية،

تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب : احسب عدد متوازيات الإضلاع في الشبكة.



الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	معرفة عدد طرائق تشكيل مستقيمين متوازيين من المستقيمات المتوازية الأولى $\binom{5}{2}$	5
٢	معرفة عدد طرائق تشكيل مستقيمين متوازيين من المستقيمات المتوازية الثانية $\binom{4}{2}$	5
	عدد متوازيات الأضلاع	
٣	الجداء	5
٤	قيمة كل من التوافيق	10 + 10
٥	النتيجة	5
	المجموع	40

طريقة (2):



نلاحظ أن عدد متوازيات الأضلاع الشبكة بين المستقيمين d_1 و d_2 هي $1+2+3+4=10$ 10+5

عدد متوازيات الأضلاع الشبكة بين المستقيمين L_1 و L_2 هي $1+2+3=6$ 10+5

ومنه عدد متوازيات الأضلاع $6\times10=60$ 10

طريقة (3):

مناقشة عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,1} تساوي 12

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,2} تساوي 20

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,3} تساوي 10

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,4} تساوي 3

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {2,2} تساوي 6

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {2,3} تساوي 6

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {3,3} تساوي 2

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {3,4} تساوي 1

فيكون عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة يساوي $12+20+10+3+6+6+2+1=60$

في حال إهمال حالة من الحالات يخسر 5 درجات.

ملاحظات:

١- في حال كتب الطالب علاقة توافقية غير منسجمة ينال درجة ايجاد ناتج التوافيق فقط.

٢- في الخطوتين الأولى والثانية إذا كتب تراتيب عوضاً عن التوافيق يخسر درجات الخطوتين والنتيجة الأخيرة.

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$

1- أثبت محدودية f.

2- استنتج $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{3+\cos x}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$-1\leq \cos x \leq 1$	5
٢	إضافة 3 لأطراف المتراجحة	5
٣	الأصلاح (المقلوب)	5 + 5
٤	النتيجة: $\frac{1}{4}\leq f(x)\leq \frac{1}{2}$	5
٥	الضرب بـ: x^2	5
٦	معرفة: $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{4}=+\infty$	5
٧	معرفة النتيجة	5
	المجموع	40

طريقة ثانية:

إذا درس الطالب تغيرات التابع f على مجال طوله 2π (دور التابع) لإثبات محدوديّته، وتوصّل إلى النتيجة الموافقة ينال الدرجات المخصّصة

ثانيا: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M, C, B, A التي تُمثّلها على الترتيب الأعداد العقدية $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$

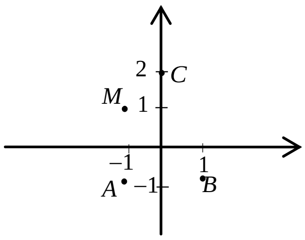
والمطلوب:

1) مثّل الأعداد $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$ في المستوي.

2) احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) أثبت أن النقاط M و O و B تقع على استقامة واحدة.

4) احسب $\arg\frac{c-d}{m}$ ، واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	على الرسم مباشرة أو تمثيلها بثنائيات 	$2\times4=8$
٢	حساب قانون + نتيجة $d=ic=-2$	6×2
٣	إثبات وقوع النقط على استقامة واحدة: طريقة (1): الارتباط الخطي لشعاعين – كتابة الشعاعين- التعليل طريقة (2): نسبة عددين عقديين (عدد حقيقي) طريقة (3): كتابة معادلة مستقيم مار من نقطتين والتحقق من أن النقطة تنتمي المستقيم طريقة (4): استعمال الرسم مع التعليل الصريح طريقة (5): استعمال إحدى التحويلات الهندسية (دوران أو تناظر).	3×5
٤	حساب الزاوية التعويض في العلاقة $\frac{c-d}{m}$	5
٥	الإصلاح في الطرفين	5+5
٦	نتيجة	5
٧	استنتاج تعامد المستقيمين (oM) و (DC)	5
	المجموع	60

ملاحظة: يمكن الاعتماد على الرسم مع التعليل الهندسي في الخطوات الثانية والسابعة

لسؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ ، $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتان وفق: $u_n = 5 - \frac{1}{n}$ ، $v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$ والمطلوب:

1- اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة.

2- اثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متناقصة.

3- هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ ، $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إثبات التزايد: طريقة (1): $u_{n+1} - u_n > 0$ يوجد u_{n+1} يحسب الفرق + النتيجة طريقة (2): التابع + مشتق + نتيجة طريقة (3): النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ + التعليل الدقيق للخطوات + النتيجة طريقة (4): التدريج ذكر العلاقة + خطوات التدريج + النتيجة	5+10+5 5+10+5 5+10+5 3+15+2
٢	إثبات تناقص $(v_n)_{n\geq1}$: بنفس الأسلوب	5+10+5
٣	نهاية الفرق ⟵ إيجاد الفرق النهاية استنتاج التجاور	5 10 5
	المجموع	60

ملاحظة: - أذا كتب الطالب: $\lim_{x\to+\infty} v_n = 5$

$\lim_{x\to+\infty} u_n = 5$

$\lim_{x\to+\infty} v_n = \lim_{x\to+\infty} u_n$ ينال درجات الخطوة الثالثة

ملاحظة: في الخطوة (٣) إذا اكتفى الطالب بالإجابة بكلمة نعم دون تعليل الإجابة يخسر ١٥ درجة

السؤال السابع : (٦٠ درجة)

التمرين الثالث: ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات، فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$ و $\mathbb{P}(X=0)=\frac{1}{27}$ و $\mathbb{P}(X=1)=\frac{6}{27}$

k	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{\dots}{\dots}$	$\frac{\dots}{\dots}$

1) جد $\mathbb{P}(X=2)$, $\mathbb{P}(X=3)$

2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟.

3) ما تباين المتحول العشوائي X ؟.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إيجاد $P(x=2)$ قانون + تعويض + نتيجة إيجاد $P(x=3)$ تعويض + نتيجة	10+5+5 5×2
٢	حساب التوقع الرياضي $E(X)=np$ تعويض + نتيجة	5×3
٣	إيجاد التباين $v(X)=npq$ تعويض + نتيجة	5×3
	المجموع	60

ملاحظة: في حال كتب الطالب : $P(x=2)=\frac{12}{27}$ و $P(x=2)=\frac{8}{27}$ ينال الدرجات المخصصة ضمناً.

ملاحظة: حساب التوقع أو التباين اعتماداً على الجدول ينال الدرجات المخصصة.

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

التمرين الرابع: ليكن $J = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x + 2} dx$ ، $I = \int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^x + 2} dx$ والمطلوب

1- احسب J.

2- احسب $I + J$ ثُم استنتج I.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	التابع الأصلي التعويض	15 لكل حد 5×2
٢	ناتج مجموع $J + I$	5×2
٣	التابع الأصلي الناتج	10 5
٤	$I = \ln 2 - J$ + الناتج	5+5
	المجموع	60

السؤال التاسع :

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$

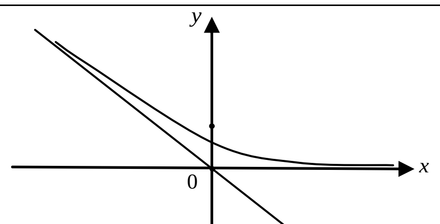
1- جد نهاية f عند $-\infty$، وعند $+\infty$، هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة؟

2- اثبت أن $f(x) = -x + \ln(e^{x}+1)$

3- اثبت أن المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

4- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

5- ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	حساب : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ نعم أو (يذكر المقارب $y=0$)	10 10 5
٢	طريقة (١) $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$ $f(x) = \ln(e^{-x}(1+e^{x}))$ $f(x) = \ln(e^{-x}) + \ln(1+e^{x})$ $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ طريقة (٢) $f(x) = \ln(\frac{1}{e^{x}}+1)$ (5 درجات) $f(x) = \ln(\frac{1+e^{x}}{e^{x}})$ (5 درجات) $f(x) = \ln(1+e^{x}) - \ln(e^{x})$ (5 درجات) $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ (5 درجات) طريقة (٣) $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ $f(x) = \ln(e^{-x}) + \ln(e^{x}+1)$ (5 درجات) $f(x) = \ln(e^{-x}(1+e^{x}))$ (5 درجات) $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$ (5+5 درجات)	5 5 + 5 5
٣	$f(x) - y_{\Delta} = \ln(e^{x}+1)$	5
٤	حساب النهاية	10
٥	$f'(x) = \frac{-e^{-x}}{1+e^{-x}}$	15
٦	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 \end{array}$	5 5
٧	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته	رسم C 5 رسم المقارب المائل 5 المقارب الأفقي 5
	المجموع	100

السؤال العاشر :

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$ والمطلوب

1) اثبت أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة .

2) اثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $x+3y-3z-4=0$

3) ليكن المستويان P, Q معادلتهما : $P:\ x+2y-z-4=0$

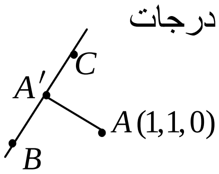
$Q:\ 2x+3y-2z-5=0$

أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية : $d:\begin{cases} x=t-2 \\ y=3 \\ z=t \end{cases},t\in\mathbb{R}$

4) ما هي نقطة تقاطع المستويات P , Q , (ABC).

5) احسب بعد A عن المستقيم d.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إيجاد مركبات الشعاعين	5+5
٢	الشعاعين غير مرتبطين خطياً	5
٣	**طريقة (١):** نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ يحقق $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ ، $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ إيجاد ناظم للمستو الوصول إلى معادلة المستوي (ABC) **طريقة (٢):** افتراض $M(x,y,z)$ تنتمي إلى المستوي (ABC) تحقق $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ (5 درجات) التعويض والإصلاح (15 درجة) الوصول إلى معادلة المستوي (ABC) (5 درجات) **طريقة (٣)** : تعويض النقاط A , B , C في معادلة المستوي والتحقق من انتمائها (25 درجة) **طريقة (٤):** $ax+by+cz+d=0$ تعويض النقاط (15 درجة) حل جملة المعادلات والوصول إلى المعادلة (10 درجات)	5 5 10 5
٤	الفصل المشترك **طريقة أولى** التعويض بمعادلتي المستويين والتحقق (10+10+5 درجات) **طريقة ثانية** الوصول إلى المعادلات الوسيطية بعزل أحد المجاهيل. **طريقة ثالثة** اختيار نقطتين من الفصل المشترك وإثبات أنهما تنتميان إلى المستويين Q و p **طريقة رابعة** اختيار نقطتين من الفصل المشترك وإيجاد شعاع توجيه لمستقيم الفصل المشترك ثم كتابة معادلة d	25

20	نقطة التقاطع **طريقة(١)** الحل المشترك للمعادلات الوسيطية مع المستوي (ABC) (15 درجة) الوصول إلى إحداثيات نقطة التقاطع (5 درجات) **طريقة(٢)** حل جملة المعادلات الثلاث والوصول إلى إحداثيات نقطة التقاطع (20 درجة)	٥
15	حساب البعد طريقة (١):تعيين $A'(a,b,c)$ المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d 1- $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{u_d}=0$ (3) درجات 2- $A'\in P$ و $A'\in Q$ (3) درجات 3- الحصول على إحدايات A' (3) درجات 4- حساب البعد (3) درجات 5- النتيجة (3) درجات طريقة (٢): 1- كتابة معادلة المستوي R المار بالنقطة A والعمودي على المستقيم d ناظم + معادلة (3+3) 2- الحل المشترك للمستوي R مع المستقيم d واستنتاج A' المسقط القائم للنقطة A على d (3) درجات 3- حساب البعد (3) درجات 4- النتيجة (3) درجات طريقة (٣): 1- بفرض $M(t-2,3,t)\in d$ (3) درجات 2- حساب AM^2 والكتابة $AM^2=2t^2-6t+13=f(t)$ (3) درجات 3- دراسة اطراد f أو الإتمام إلى مربع كامل (3) درجات 4- استنتاج قيمة t الموافقة أصغر قيمة للتابع f (3) درجات 5- حساب AM (3) درجات طريقة (٤):  وجود نقطتين من d مثل $B(-2,3,0)$ و $C(-1,3,1)$ وحساب $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ 1- حساب $\|\overrightarrow{BC}\|=\sqrt{2}$ و $\|\overrightarrow{BA}\|=\sqrt{13}$ (3) درجات 2- $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=3$ (3) درجات 3- $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA'}$ (3) درجات 4- الوصول إلى $\|\overrightarrow{BA'}\|=\frac{3}{\sqrt{2}}$ (3) درجات 5- حساب $AA'=\sqrt{\frac{17}{2}}$ حسب فيثاغورث في المثلث $AA'B$ (3) درجات	٦
100	المجموع	

انتهى السلم

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	جدول التغيرات
٢	السؤال الثاني	أشعة
٣	السؤال الثالث	تحليل توافقي
٤	السؤال الرابع	متتالية
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	تابع مركب
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	تابع أسي
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	عقدية
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.
٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .
٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .
٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .
٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .
٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .
٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.
١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)
١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الأحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.
حقل الآحاد بالعشرات.
حقل العشرات بالمئات.

سلم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي   مادة الرياضيات   الدرجة : ٦٠٠/ درجة

الدورة الامتحانية الثانية لعام ٢٠١٨م

أولا: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	2	↗	4	↘	−1	↗	$+\infty$

1- جد $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f .

3- ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	2 $+\infty$	8 8
٢	$y=2$	8
٣	حلان	8
٤	$f(2)=-1$ أو (-1)	8
	المجموع	40

ملاحظة:

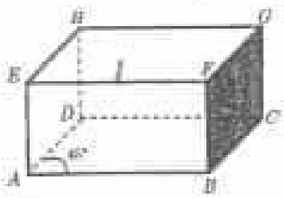
السؤال الثاني :

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح ، فيه $AB=2$ و $BC=GC=1$ ، وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$.

والنقطة I منتصف $[EF]$ المطلوب :

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$.

2- عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.



الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AD}=\lVert\overrightarrow{AB}\rVert.\lVert\overrightarrow{AD}\rVert\cos\theta$	5
٢	$\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AD}=2\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$	5+5
٣	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$	5
٤	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\frac{1}{2}(2\overrightarrow{FI})$	5+5
٥	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{AI}$	5
٦	M تنطبق على I	5
	المجموع	40

طريقة ثانية للطلب الثاني:

في حال اختار الطالب معلم كيفي مناسب وأوجد إحداثيات الرؤوس وإحداثيات M وأحداثيات I ووجد أن M تنطبق على I فإن:

للإحداثيات 16 درجة

التعويض بالعلاقة المفروضة 4 درجات ، الوصول للنتيجة 5 درجات

أو الوصول إلى النتيجة بأي طريقة صحيحة ومبررة ينال الدرجات المخصصة

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\binom{3}{1}\binom{5}{2}=$	10+10
٢	$=3.\frac{5\times4}{2}$	5+10
٣	$=3\times10=30$	5
	المجموع	40

ملاحظات : ١- إذا كتب الطالب $\binom{5}{3}$ ينال فقط درجة النشر و الناتج (15) درجة.

٢- اختيار المهندس بثلاث طرائق (3) ينال (15) درجة.

٣- إذا جمع توافيق يخسر (20) درجة.

السؤال الرابع:

$(u_n)_{n\ge0}$ **متتالية هندسية أساسها** $q=2$ **وفيها** $u_0=1$ **، والمطلوب:**

احسب u_3 **ثم احسب المجموع** $S=u_3+u_4+u_5+u_6+u_7$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$u_3=u_0\,q^3$	5
٢	$u_3=1\times(2)^3=8$ تعويض + نتيجة	5+5
٣	$S=u_3\times\frac{1-(q)^n}{1-q}$	10
٤	$S=8\times\frac{1-(2)^5}{1-2}$ (القيمة 8 + الأس)	5 + 5
٤	$S=\frac{8}{-1}.(1-32)=284$	5
	المجموع	40

ملاحظات :

١- الوصول إلى u_3 بشكل صحيح (15) درجة .

٢- المجموع بشكل صحيح (25) درجة.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول : ليكن f التابع المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

1- ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها.

2- أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً.

3- اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-2$	5
٢	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$	5
٣	$f'(x)=1+\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}$	5
٤	$\begin{array}{c\|ccc} x & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & \\| & + & \\ \hline f(x) & \\| -2 & \nearrow & +\infty \end{array}$	5+5
٥	f مستمر ومتزايد تماماً (مطرد)	5+5
٦	$f\ ]2,+\infty[=]-2,+\infty[$	5
٧	$0\in]-2,+\infty[$ للمعادلة حل وحيد	3+2
٨	$x=3\ ,\ f(x)=0$	5
٩	$f'(3)=\dfrac{3}{2}$	5
١٠	$y=\dfrac{3}{2}(x-3)$	3 + 2 نتيجة + قانون
	المجموع	60

ملاحظة: إذا حل الطالب المعادلة جبرياً وتوصل للحل المطلوب ينال الدرجات المخصصة للخطوات ٥ ، ٦ ، ٧ .

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء، نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$X=\{0,3,5\}$	5
٢	$p(X=5)=\dfrac{\binom{5}{3}}{\binom{5}{3}}=\dfrac{10}{84}$	5+5+5
٣	$p(X=3)=\dfrac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}}=\dfrac{40}{84}$	5+5+5
٤	$p(X=0)=\dfrac{34}{84}$	5+5
	$\begin{array}{c\|ccc} x_i & 0 & 3 & 5 \\ \hline p(X=x_i) & \frac{34}{84} & \frac{40}{84} & \frac{10}{84} \end{array}$	
٥	$E(X)=\dfrac{170}{84}$ (قانون + تعويض + نتيجة)	5+5+5
	المجموع	60

السؤال السابع : (٦٠ درجة)

التمرين الثالث :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=e^{x}-1$ والمطلوب :

1- جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\leq 0$.

2- احسب : $\int_0^{\ln 2} f(x)d(x)$.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	$e^{x}-1\leq 0$	١
5+5	$e^{x}\leq 1$ ، $\ln(1)=0$	٢
5	$x\leq 0$ أو $x\in]-\infty,0]$	٣
	$\int_0^{\ln 2} f(x)dx=\int_0^{\ln 2}(e^{x}-1)dx$	
10+10	$=[e^{x}-x]_0^{\ln 2}$	٤
5+5+5	$F(\ln 2)-F(0)=(2-\ln 2)-(1-0)$	٥
5	$=1-\ln 2$	٦
60	المجموع	

طريقة ٢ للطلب الأول:

$f'(x)=e^{x}>0$ 5 درجات

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$		0 ↗	

5 درجات

5 درجات

من الجدول نجد أن: $f(x)\leq 0$ عندما $x\in]-\infty,0]$ 5 درجات

السؤال الثامن: (٦٠ درجة)

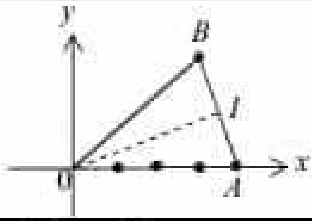
التمرين الرابع: في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين B ، A اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان: $z_B = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$ ، $z_A = 4$ ولتكن I منتصف [AB].

المطلوب:

1) مثّل النقطتين B ، A في معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ واكتب z_B بالشكل الأسي.

2) بيّن طبيعة المثلث OAB، وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$.

3) اكتب العدد العقدي z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $\sin(\frac{\pi}{8})$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	 درجتان لـ A و 3 لـ B	2+3
٢	$Z_B = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$ $r=\sqrt{8+8}=4$	5
٣	$\theta=\frac{\pi}{4}$	5
٤	$Z_B = 4e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٥	$OB=r=4$, $OA=4$ المثلث OAB متساوي الساقين	5
٦	OI متوسط في المثلث OAB المتساوي الساقين فهو منصف وقياس $(\vec{u},\overrightarrow{OI})=\frac{\pi}{8}$	5
٧	$I(2+\sqrt{2},\sqrt{2})$	5
٨	$Z_I = 2+\sqrt{2}+\sqrt{2}i$	5
٩	$r_I=\sqrt{(2+\sqrt{2})^2+2}$ $=\sqrt{8+8\sqrt{2}}$ أو $=2\sqrt{2+\sqrt{2}}$	5
١٠	$Z_I = 2\sqrt{2+\sqrt{2}}\,e^{i\frac{\pi}{8}}$	5
١١	$\sin\frac{\pi}{8}=\frac{y_I}{r}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ أو أي نتيجة مكافئة	5+5
	المجموع	60

السؤال التاسع : ثالثا حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا النقاط:

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{CE}$.

2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة .

3) أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE).

4) اكتب معادلة المستوي (CDE).

5) احسب بعد B عن المستوي (CDE).

6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوى (CDE).

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{AB}=(-1,-1,-4)$ $\overrightarrow{CD}=(-4,4,0)$ $\overrightarrow{CE}=(-3,-1,1)$ $\frac{-4}{-3}\neq\frac{4}{-1}$ المركبات غير متناسبة والنقاط ليست على استقامة واحدة	3 3 3 6
٢	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=4-4+0=0$ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CE}=3+1-4=0$	5 5
٣	$\overrightarrow{AB}$ عمود على كل من $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$ ومنه (AB) يعامد المستوي (CED)	5 5
٤	معرفة الناظم $\vec{n}(-1,-1,-4)$ كتابة المعادلة العامة للمستوي والتعويض الوصول إلى معادلة المستوي $x+y+4z-4=0$	10 5+10 5
٥	$dist(B,CDE)=\frac{7}{\sqrt{18}}$ قانون + تعويض + نتيجة	5+5+5
٦	معرفة أن $d=R=\frac{7}{\sqrt{18}}$	10
٧	معادلة الكرة + تعويض	5+5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

يمكن تعويض النقاط و الوصول إلى ثلاث معادلات بأربع مجاهيل — 15 درجة

والإصلاح و الوصول إلى قيمة الوسطاء — 10 درجات

كتابة معادلة المستوي — 5 درجات

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي (CED):

نفترض أن $M(x,y,z)\in(CED)$

$\overrightarrow{CM}=\alpha\overrightarrow{CD}+\beta\overrightarrow{CE}$ ، إيجاد مركبات $\overrightarrow{CM}$ ، تعويض في العلاقة — $5+5+5$

إيجاد α ، β ، الوصول إلى معادلة المستوي — $5+5+5$

السؤال العاشر :

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x^2-\ln x$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .

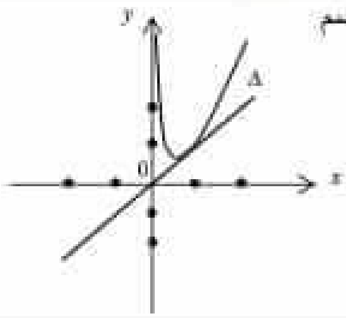
2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x=1$.

4- في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C.

5- احسب مساحة السطح المحصور بالخط البياني C ومحور الفواصل والمستقيمين $x=1$ ، $x=e$.

6- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ حيث : $u_n=n^2-\ln(n)$. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$	5
٢	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$ إزالة عدم التعيين + النهاية	5+5
٣	$f'(x)=2x-\frac{1}{x}$	5
٤	ينعدم $f'(x)$ عندما $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ و ($x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ مرفوض)	2+3
٥	$f(\frac{1}{\sqrt{2}})=\frac{1}{2}+\ln\sqrt{2}$ أو $f(\frac{1}{\sqrt{2}})=\frac{1}{2}-\ln\frac{1}{\sqrt{2}}$	5
٦	x: 0 ، $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ، $+\infty$ $f'(x)$: ‖ $-$ 0 $+$ $f(x)$: ‖ $+\infty$ ↘ $\frac{1}{2}+\ln\sqrt{2}$ ↗ $+\infty$	5+5
٧	$f(1)=1$ $f'(1)=1$	5 5
٨	معادلة المماس $y=x$	5
٩	الرسم 	5+5
١٠	$S=\int_1^e (x^2-\ln x)dx=\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^e-\int_1^e \ln x\,dx=$	5+5
١١	تكامل بالتجزئة: $I=\int_1^e \ln x\,dx$ ، $u=\ln x$ $v'=1$ ، $u'=\frac{1}{x}$ $v=x$ $I=x\ln x]_1^e-\int_1^e 1dx$ $=x\ln x-x]_1^e$	5

5+5	$= \frac{x^3}{3} - x\ln x + x \Big]_1^e = \frac{e^3-4}{3}$	١٢
	$u_n = f(n)$	
5	من جدول التغيرات نلاحظ أن التابع f مستمر ومتزايد على المجال $\left]\frac{1}{\sqrt{2}},+\infty\right[$	١٣
3	فهو متزايد على المجال $]1,+\infty[$	١٤
2	ومنه u_n متزايدة	١٥
100	المجموع	

طريقة ثانية لإثبات تزايد المتتالية:

$u_n = n^2 - \ln n$

$u_{n+1} = (n+1)^2 - \ln(n+1)$

$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 - \ln(n+1) + \ln$

$u_{n+1} - u_n = 2n + 1 + \ln(\frac{n}{n+1}) > 0$ المتتالية متزايدة

طريقة ثالثة لإثبات تزايد المتتالية:

$u_n = n^2 - \ln n \qquad n \geq 1$

للرمز بـ $u_{n+1} > u_n \,.......\, E(n)$

نثبت صحة $u_2 = 4 - \ln 2 > u_1 = 1 \,......\, E(1)$

نفرض صحة $E(n) \,.....\, u_{n+1} > u_n$

ومنه $u_{n+1} - u_n > 0$

أي $2n + 1 + \ln(\frac{n}{n+1}) > 0$

نثبت $E(n+1)$ أي نثبت أن $u_{n+2} - u_{n+1} > 0$

$u_{n+2} - u_{n+1} = (n+1)^2 - \ln(n+2) - (n+1)^2 + \ln(n+1)$

$u_{n+2} - u_{n+1} = 2n + 3 + \ln(\frac{n+1}{n+2})$

$u_{n+2} - u_{n+1} = 2n + 3 + \ln(\frac{n}{n+1} \cdot \frac{(n+1)^2}{n(n+2)})$

$u_{n+2} - u_{n+1} = 2n + 3 + \ln(\frac{n}{n+1}) + \ln\left(\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}\right)$

$u_{n+2} - u_{n+1} = 2n + \ln(\frac{n}{n+1}) + n + 2 + \ln\left(\frac{n^2+2n+1}{n^2+2n}\right)$

موجب فرضاً **موجب**

ملاحظة:

إذا كتب الطالب التابع الأصلي للتابع $\ln x$ هو $x\ln x$ وتوثق من ذلك بالاشتقاق ينال **5** درجات.

<u>انتهى السلم</u>

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٩م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	جدول تغيرات
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	تحليل(مقارب)
٤	السؤال الرابع	أشعة
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	تحليل
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	عقدية
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي مادة الرياضيات الدرجة : ٦٠٠/ درجة

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٩م

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C.

3- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

4- احسب $f(\,]-1,2[\,)$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
8	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+3$ أو فقط (3)	1
8	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ أو فقط $(+\infty)$	2
8	المقارب الأفقي $y=3$	3
8	$f(-1)=-2$ أو فقط (-2)	4
4 + 4 أطراف مجالات	$f(\,]-1,2[\,)=]-2,4[$ أو فقط $(]-2,4[)$	5
40	المجموع	

السؤال الثاني : عيّن الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\dfrac{1}{x^2}\right)^6$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
10	$T_r=\binom{n}{r}(a)^{n-r}.b^r$	1
5+5	$T_r=\binom{6}{r}(x)^{6-r}\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^r$	2
5	$T_r=\binom{6}{r}(x)^{6-r}(x^{-2})^r$	3
5	$T_r=\binom{6}{r}(x)^{6-3r}$ الحد المستقل x	4
3 2	$6-3r=0$ $r=2$	5
5	$T_2=\binom{6}{2}$ أو كتب الحد الثالث	6
40	المجموع	

ملاحظة: إذا حسب الطالب بشكل منفرد $(x)^{6-r}\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^r$

- إذا كتب الطالب $(x)^{6-r}\left(\dfrac{1}{x^2}\right)^r=x^0$ ينال 20 درجة فقط
- $x^{6-3r}=x^0$ 5 درجات
- $6-3r=0$ 5 درجات
$r=2$

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5 + 5 قانون تعويض	$f(x)-y=(x+3-\frac{1}{x^2})-(x+3)$	1
5 نتيجة	$=-\frac{1}{x^2}$	2
10	$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$	3
10	$f(x)-y_\Delta=-\frac{1}{x^2}<0$	4
5	C تحت Δ	5
40	المجموع	

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$.

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم الخطوة
10 + 5 قانون تعويض	$d:\begin{cases}x=2t+1\\y=2t\\z=t+1\end{cases} \quad :t\in\mathbb{R}$	1
5	$\overrightarrow{AB}(-1,1,0)$	2
5 + 5	$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=(-1)(2)+(1)(2)+(0)(1)$	3
5	$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0$	4
5	إذن AB يعامد d	5
40	المجموع	

ثانيا: حل التمارين الاربعة الاتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n})$ ، ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنها متقاربة.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^{n+1}}$	10
2	$S_{n+1} - S_n = \frac{1}{3^{n+1}} > 0$	5 + 5+ 5 قانون
3	قانون مجموع حدود متتالية هندسية	5
4	$S_n = (1).\ \dfrac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}$	5
5	$S_n = \frac{3}{2}(1-(\frac{1}{3})^{n+1})$	5
6	$= \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n})$	5
7	$S_n \leq \frac{3}{2}$	5
8	الحد الراجح أي عدد أكبر أو يساوي $\frac{3}{2}$	5
9	$(S_n)_{n\geq 0}$ متتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متتالية متقاربة	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا أوجد $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \frac{3}{2}$ وكتب كذلك المتتالية متقاربة ينال الدرجة المخصصة للخطوة رقم 9

ملاحظة: إذا حلّ الطالب الطلب الثاني بالتدريج ينال الدرجات المخصصة للخطوات 3 , 4 , 5 , 6 وفق الجدول الآتي:

1	ترميز $E(n)$	2
2	إثبات صحة $E(0)$	2+2
3	نفرض صحة $E(n)$ ونُثبت صحة $E(n+1)$	2+2
4	كتابة $S_{n+1} = S_n + \frac{1}{3^{n+1}}$	2
5	استخدام الفرض وكتابة: $S_{n+1} = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n}) + \frac{1}{3^n} \times \frac{1}{3}$	2
6	$S_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^n} \times \frac{1}{3}$	2
7	الوصول إلى: $S_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{3^n}(\frac{1}{3\times 2})$	2
8	$S_{n+1} = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^{n+1}})$	2

ملاحظة: إذا اثبت التزايد بالتدريج وفق ما يأتي ينال الدرجات المخصصة للخطوات 1و2 وفق الجدول الآتي:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1} - S_n > 0$	5
2	ترميز $E(n)$	2
3	إثبات صحة $E(0)$	2+2
4	نفرض صحة $E(n)$ ونُثبت صحة $E(n+1)$	2+2
5	الإصلاح و النتيجة	(5)×2

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على خمس كرات، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0، 1 ، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق.

1- الحدث A : " الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته" ، احسب $P(A)$.

2- نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثمّ احسب توقعه الرياضي.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{20}$	4× 3
2	$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$	8
3	$P(x=0) = ... = \frac{2}{20}$ $P(x=1) = ... = \frac{8}{20}$ $P(x=2) = ... = \frac{6}{20}$ $P(x=3) = ... = \frac{4}{20}$	5 5 5 5
4	$\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} x & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(x) & \frac{2}{20} & \frac{8}{20} & \frac{6}{20} & \frac{4}{20} \end{array}$	5
5	$E(x) = \sum_{i=0}^{i=3} x_i P_i$ 5	5
6	$= \frac{0+8+12+12}{20}$	5
7	$= \frac{32}{20}$	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا انجز الحل على اعتبار ان السحب بالتتالي مع إعادة وتابع بشكل صحيح يخسر (10 درجات)

ملاحظة: في الخطوتين 3 و 4 إذا كتب الطالب:

	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3

ثمّ كتب جدول القانون الاحتمالي وفق الشكل:

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

ينال 15 درجة فقط للخطوتين

ملاحظة: إذا أنجز الطالب إحدى الخطوات 1 أو 2 أو 3 أو 4 معتمداً على جدول ينال الدرجات المخصصة

السؤال السابع : (٦٠ در جة)

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $I =]e^{-1}, +\infty[$ وفق العلاقة: $f(x) = \frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ والمطلوب:

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعطِ عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x > A$ ، كان $f(x)$ في المجال $]0.9, 1.1[$.

2) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$	5 + 5
2	$\left\lvert \frac{\ln(x)+2}{\ln(x)+1} - 1 \right\rvert < 0.1$	5 + 5 + 5 + 5 نصف قطر + مركز+ قانون + تعويض
3	$\left\lvert \frac{1}{\ln(x)+1} \right\rvert < \frac{1}{10}$	5
4	$1+\ln(x) > 10$	5 + 5
5	$\ln(x) > 9$	3
6	$x > e^9$ $A = e^9$ أو أي عدد أكبر منها	2
7	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = f(1) = 2$	5 + 5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا حل الطالب بالطريقة الآتية:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f(x) = 1 + \frac{1}{\ln x + 1}$	5
2	$\frac{9}{10} < 1 + \frac{1}{\ln x + 1} < \frac{11}{10}$	5 + 5
3	$-\frac{1}{10} < \frac{1}{\ln x + 1} < \frac{1}{10}$	5
4	$0 < \frac{1}{\ln x + 1} < \frac{1}{10}$	5
5	$\ln(x) + 1 > 10$	5
6	$\ln(x) > 9$	5
7	$x > e^9$	5
	$A = e^9$ أو أي عدد أكبر منها	

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في حساب المر كز أو نصف القطر يخسر درجتان ويُتابع له التصحيح.

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A=-1+i$ و $z_B=-3i$ ،

وليكن $p(z)=z^2+(1+2i)z+3+3i$ والمطلوب :

1- أثبت أنّ z_A حلاً للمعادلة $p(z)=0$ ثمّ استنتج الحل الآخر للمعادلة.

2- جد العدد العقدي z' الممثّل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- اكتب z_A بالشكل الأسّي.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5 + 5 + 5 تعويض + نشر + نتيجة	$P(-1+i)=(-1+i)^2+(1+2i)(-1+i)+3+3i=0$	1
5	$Z_1+Z_2=-\frac{b}{a}$ أو $Z_1.Z_2=\frac{c}{a}$	2
5 + 5 تعويض + نتيجة	الوصول $Z=-3i$	3
5	$Z'-Z_B=e^{i\theta}(Z_A-Z_B)$	4
5	$Z'+3i=e^{i\frac{\pi}{2}}(-1+i+3i)$	5
5	$Z'=-4-4i$	6
5	$r=\sqrt{2}$	7
5	$\theta=\frac{3\pi}{3}(2\pi)$	8
5	$Z_A=\sqrt{2}\,e^{i\frac{3\pi}{4}}$	9
60	المجموع	

ملاحظة: إذا استنتج الطالب الجذر الآخر بأي طريقة صحيحة ينال الدرجة المخصصة

ملاحظة: إذا أوجد الجذرين باستخدام المميز أو الإتمام إلى مربع كامل أو القسمة الإقليدية ينال الدرجات المخصصة كاملة

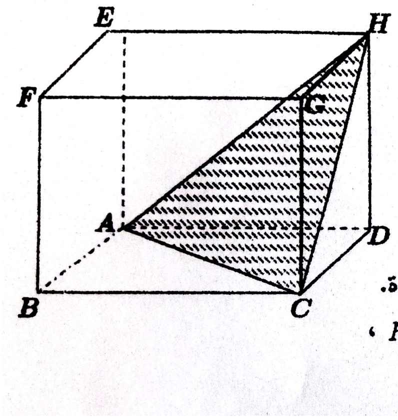
إيجاد المميز $3\times(2)$ درجات

إيجاد الجذرين الطبيعيين للمميز $2\times(8)$ درجات

إيجاد الجذرين المطلوبين $2\times(4)$ درجات

السؤال التاسع :

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$، المكعب $ABCDEFGH$



والمطلوب:

1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط $A\ ,\ C\ ,\ H\ ,\ F\ ,\ D$.

2) اكتب معادلة للمستوي (ACH) .

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $p : -2x+2y-2z+1=0$ يوازي المستوي (ACH).

4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أنّ $F, I\ , D$ على استقامة واحدة.

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$ ، وبيّن أن المستوي (ACH) يمس الكرة S.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم الخطوة
$5\times(3)$	ايجاد إحداثيات A,C,D,F,H	1
5	معادلة المستوي من الشكل $ax+by+cz+d=0$	2
$(4)\times3$	تعويض النقاط الثلاث والحصول على ثلاث معادلات خطية بدلالة a,b,c,d	3
$(3)\times3$	إيجاد a,b,c	4
4	كتابة معادلة المستوي	5
$2\times(5)$	التحقق من التوازي	6
3×3	احداثيات مركز الثقل	7
$5+3+3$ تناسب شعاع شعاع	إثبات النقاط H,I,F على استقامة واحدة	8
$2\times(5)$	معادلة الكرة (قانون +تعويض)	9
5+5	حساب بعد Ω عن المستوي (ACH)(قانون + نتيجة)	10
5	التحقق من بعد Ω عن المستوي $= r$	11
100	المجموع	

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

5	$\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AC}+\beta\overrightarrow{AH}$	1
3×3	$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\alpha\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}+\beta\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$	2
$3\times(4)$	الإصلاح وكتابة المعادلات	3
4	إيجاد معادلة المستوي	

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي:

2	ناظم $\vec{n}(a,b,c)$	1
$(3)\times2$	إيجاد مركبات أي شعاعين من (ABC)	2
$(3)\times2+(3)\times2$	الجداء السلمي يساوي الصفر	3
$3\times(2)$	حساب الثوابت $a\ ,b\ ,c$ أو كتابة $\vec{n}(a,b,c)$	4
4	معادلة المستوي	5

- ملاحظة1: الوصول إلى معادلة المستوي بأي طريقة سليمة أخرى لم تذكر في السلم توزع الدرجات بما يتوافق مع السلم
- ملاحظة2: إذا نسب الطالب المكعب إلى معلم آخر وتابع حلّ المسالة بطريقة صحيحة يخسر 3 درجات فقط

السؤال العاشر :

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\dfrac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

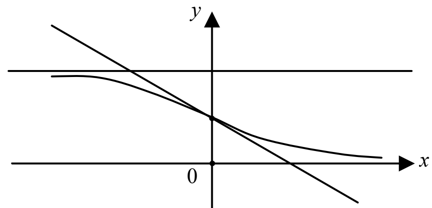
1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(2 ، 0)$ ، وادرس الوضع النسبي لـ C و T.

4- في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C .

5- ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=\dfrac{4e^x}{1+e^x}$ ، استنتج الخط البياني C' للتابع g .

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	10
2	مقارب أفقي $y=0$	5
3	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=4$	10
4	مقارب أفقي $y=4$	5
5	$f'(x)=\dfrac{-4e^x}{(1+e^x)^2}<0$	10
6	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & \\ \hline f(x) & 4 & \searrow & 0 \end{array}$	5 5
7	قانون المماس	5
8	$m=f'(0)=-1$	3
9	معادلة T: $y=-x+2$	2
10	تشكيل تابع الفرق	5
11	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & 0 & +\infty \\ \hline \text{الوضع النسبي} & C \text{ تحت } \Delta & & C \text{ فوق } \Delta \end{array}$	5×2
12	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته مع المماس	رسم C 5 رسم المقاربين 2+3 رسم المماس 5
13	$f(-x)=\dfrac{4}{1+e^{-x}}=f(-x)=\dfrac{4}{1+e^{-x}}$ C' نظير C بالنسبة لمحور التراتيب	5+5
	المجموع	100

ملاحظة: في استنتاج C' إذا كتب الطالب ما يأتي:

1	$g(x)=\dfrac{4e^x+4-4}{(1+e^x)^2}=4-f(x)$	5
2	C' ينتج عن C وفق تناظر لمحور الفواصل ثمّ إنسحاب شعاعه $4\vec{j}$ على محور التراتيب	5
	الرسم الصحيح للخط C' ينال 10 درجات	

انتهى السلم

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الثانية لعام 2019م

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة خط بياني
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	الاستمرار
4	السؤال الرابع	أشعة
5	السؤال الخامس/ التمرين الأول	تابع لوغاريتمي مقارب مائل
6	السؤال السادس/ التمرين الثاني	عقدية
7	السؤال السابع/ التمرين الثالث	متتاليات
8	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	احتمالات
9	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة / هندسة
10	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

2- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

4- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

5- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

6- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

7- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

8- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

11- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك : الأحاد العشرات المئات

2 1 1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

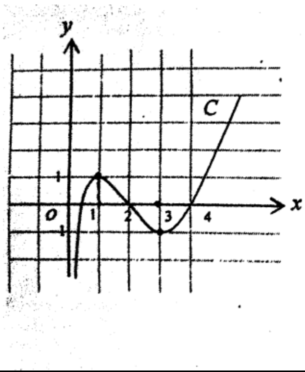
حقل العشرات بالمئات.

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي مادة الرياضيات الدرجة : 600/ درجة

الدورة الامتحانية الثانية لعام 2019م

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



في الشكل المرسوم جانباً ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ والمطلوب:

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to 0} f(x)$.

2) دل على القيم الحدّية مبيّناً نوعها.

3) جد حلول المتراجحة: $f'(x)\le 0$.

4) جد $f([1,3])$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5	$\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$ أو فقط $(-\infty)$	1
5	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ أو فقط $(+\infty)$	2
5+5	(كبرى محلياً) $(f(1)=1$ أو $1)$	3
5+5	(صغرى محلياً) $(f(3)=-1$ أو $-1)$	4
5	[1,3]	5
5	[-1,+1]	
40	المجموع	

ملاحظة: إذا فتح أحد طرفي المجالات أو كلاهما يخسر درجتين.

السؤال الثاني: عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n}=\binom{15}{n+3}$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
10	شرط الحل	1
15+15	الوصول إلى $n=4$ أو $n=3$	2
40	المجموع	

طريقة ثانية:

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
10	إيجاد شرط الحل	1
4+4 4 4	$\frac{15!}{(2n)!(15-2n)!}=\frac{15!}{(n+3)!(12-n)!}$ $(2n)!(15-2n)!=(n+3)!(12-n)!$ $\frac{(2n)!}{(n+3)!}=\frac{(12-n)!}{(15-2n)!}$	2
4	$P_{2n}^{n-3}=P_{12-n}^{n-3}$	3
.... 5+5	$2n=12-n$ n=4 n=3	4
40	المجموع	

ملاحظة1: كتب n=4 , n=3 مباشرة يخسر 10 درجات (شرط الحل)

ملاحظة2: في حال جرب الأعداد من 0 إلى 7 فقط ، ينال درجة شرط الحل ثم اكمل بتحديد n=3 أو n=4 ينال الدرجات كاملة

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & :x\neq 0\\ m & :x=0\end{cases}$$

والمطلوب:

1- جد نهاية التابع f عند الصفر .

2- عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	ح.ع.ت	5
2	الضرب بالمرافق والإصلاح	5 + 5
3	إيجاد النهاية	3+2
4	شرط الاستمرار	10
5	استنتاج قيمة m	10
	المجموع	40

ملاحظة: إذا وجد الطالب النهاية دون ذكر حالة عدم التعيين تعطى درجة الخطوة الأولى ضمناً.

السؤال الرابع:

نتأمّل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان: $A(2,1,-2)$, $B(-1,2,1)$ والمستوي: $P: 3x-y-3z-8=0$

1- أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثمّ عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\overrightarrow{AB}(-3,1,3)$, $\vec{n}(3,-1,-3)$	5 + 5
2	$\overrightarrow{AB}=-\vec{n}$ أو تناسب المركبات	5
3	$\overrightarrow{AB}$ يعامد P	
4	$(AB):\begin{cases}x=2-3t\\ y=1+t \quad t\in R\\ z=-2+3t\end{cases}$	10
5	$6+9t-1-t+6-9t-8=0$	5
6	إحداثيات A' و قيمة t	5+5
	المجموع	40

ملاحظة:

إذا كتب الطالب تمثيل وسيطي آخر مناسب للمستقيم (AB) وتابع بشكل صحيح ينال درجات الخطوات 4 و 5 و 6

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (60 درجة)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=ax+b-\frac{\ln x}{x}$ **والمطلوب:**

1- عيّن العددين الحقيقيين a , b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y=3x$

2- من أجل $a=4$, $b=-4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=4x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

ثمّ ادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f'(x)=a-\frac{1-\ln x}{x^2}$	3 + 5
2	$f(1)=0 \quad , \quad a+b=0$	3 + 5
3	$f'(1)=3 \quad , \quad a-1=3$	3 + 2
4	قيمة b ، قيمة a	2 + 2
5	$f(x)-y_\Delta=-\frac{\ln x}{x}$	5+5
6	$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$	5
7	x: 0 ، 1 ، $+\infty$ / $+$ 0 $-$ / C فوق Δ | C تحت Δ	5+5 5+5
	المجموع	60

السؤال السادس : (60 درجة)

التمرين الثاني:

نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية: $a=6-i$, $b=-6+3i$, $c=-18+7i$ بالترتيب. **المطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$، واستنتج أنّ النقاط A , B , C تقع على استقامة واحدة.

2) بفرض $d=1+6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ أحسب θ.

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربعاً.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\frac{b-a}{c-a}=\frac{-12+4i}{-24+8i}=\frac{4(-3+i)}{8(-3+i)}=\frac{1}{2}$	5+5+5
2	النسبة عدد حقيقي فالنقاط على استقامة واحدة أو أي عبارة مناسبة صحيحة	5
3	قانون الدوران $d=ae^{i\theta}$	5
4	$e^{i\theta}=\frac{d}{a}=\frac{1+6i}{6-i}=i$	3 × 5
5	$\theta=\frac{\pi}{2}$	5
6	$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{DN}$	5
7	$a=n-d \quad , \quad n=a+d \quad , \quad n=7+5i$	5+3+2
	المجموع	60

السؤال السابع : (60 در جة)

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \dfrac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب:

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$.

2) أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq 0}$.

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9\ ,\ 2.1[$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	كتابة الفرق $u_{n+1} - u_n$ ثم التعويض	5+5
2	إصلاح استنتاج أن u_n متزايدة تماماً	5 5
3	$u_n - 2 = \dfrac{-3}{n+1} < 0 \Rightarrow u_n < 2$	5+5
4	$\lim\limits_{x\to\infty} u_n = 2$	5
5	$\lvert u_n - 2\rvert < 0.1$	5+5 قانون + تعويض
6	$\dfrac{3}{n+1} < \dfrac{1}{10}$ ، إصلاح	5+5
7	نتيجة	5
	المجموع	60

ملاحظة1:

إذا كتب الطالب $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$ + المشتق + $f'(x) > 0$ + (f متزايد ومنه u_n متزايدة) 4×5 درجة

ملاحظة2: أخذ $n \geq 1$ $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ ، إصلاح 5+5

ثم حسب u_0 وإثبات $u_1 > u_0$ 5

ومنه u_n متزايدة 5

السؤال الثامن : (60 درجة)

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على خمس كرات منها ،كرتان حمراوان, وثلاث كرات زرقاء، نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته .

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة.

عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X ، واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X ، واحسب توقعه الرياضي

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
3×2=6	$X(\Omega)=\{2,3,4\}$	1
4+4 4+4+4 4	$P(X=2)$ حساب $P(X=3)$ حساب $P(X=4)$ حساب	3
5+5	الجدول الموافق للحل	4
2+3+15	التوقع قانون + تعويض + نتيجة	5
60	المجموع	

ملاحظة1:

إذا كتب الطالب قيمتان للمتحول فقط، يخسر درجتان ويخسر حساب القيمة المفقودة ويخسر درجتان من الجدول

ملاحظة2:

إذا رسم الطالب شجرة ينال درجة واحدة لكل فرع (18درجة)

ثم حسب $P(X=2)$ و $P(X=3)$ و $P(X=4)$ ينال (4+4+4 درجات)

الجدول (10 درجات)

التوقع (20 درجة)

السؤال التاسع :

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات:

$P:\ 2x-y+2z-2=0$

$Q:\ x+y+z-1=0$

$R:\ x-z-1=0$

والمطلوب:

1) أثبت أنّ المستويين P , Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له.

2) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .

3) أثبت أنّ المستويات P , Q , R تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم الخطوة
10+10	$\vec{n}_P(2,-1,2)$ $\vec{n}_Q(1,1,1)$	1
5+5	استنتاج أن الشعاعين $\vec{n}_P,\vec{n}_Q$ غير مرتبطان خطياً	2
5	$\begin{array}{r} 2x-y+2z-2=0 \\ +\quad x+y+z-1=0 \\ \hline 3x+3z-3=0 \end{array}$	3
5	$x=1-z$	4
5 5	$z=t \Rightarrow x=1-t$ حساب $y=0$	5
5	$\Delta:\begin{cases} x=1-t \\ y=0 \quad\quad t\in R \\ z=t \end{cases}$	6
5+5	$\vec{n}_R(1,0,-1)$, $\vec{u}_\Delta(1-,0,1)$	7
5 2	استنتاج الارتباط تعويض A في R	8
8	تعويض المعادلات الوسيطية لـΔ في R	9
4+6	إحداثيات I و قيمة t	10
2 5+3	معرفة أن AI هو بعد A عن d $dis(A,\Delta)=AI=2$	11
100	المجموع	

ملاحظة1:

إذا حسب الطالب بعد A عن d بأي طريقة ينال درجة الخطوة 11 الأخيرة .

ملاحظة2:

إذا وجد الطالب أي معادلات وسيطية مكافئة للمستقيم ينال الدرجة الخطوات 6 و 5 و 4 و 3

ملاحظة3:

إذا افترض الطالب نقطة I تحقق Δ وتحقق R واستنتج أنها نقطة التقاطع ينال درجتي الخطوتين 9 و 10 أو توصل إلى إحداثيات نقطة التقاطع I بحل جملة المعادلات الخطية أو اي طريقة مكافئة ينال درجات المخصصة للخطوتين 9 و 10.

ملاحظة4: إذا حسب الطالب بعد A عن المستقيم Δ وشرط التعامد ينال الدرجات المخصصة للخطوة 11 أو كتابة معادلة مستوٍ مار من A ويعامد Δ وإيجاد إحداثيات نقطة التقاطع وحساب المساحة.

السؤال العاشر :

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\dfrac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي.

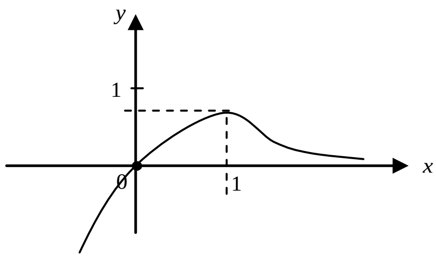
2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) في معلم متجانس ارسم الخط C.

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x=1$.

5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=2xe^x$.

6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y'+y=2e^{-x}$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	5
2	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	5
3	$y=0$ مقارب أفقي	5
4	إيجاد $f'(x)$	5 + 5 قانون + تعويض
5	إيجاد القيمة التي تعدم $f'(x)$ + صورتها	5+5
6	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & \frac{2}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	5+5 5+5
		5+(5 للمبدأ)
7	$s=\int_0^1 f(x)dx$	5
8	كتابة u و إيجاد u' كتابة v' و إيجاد v	2×4
9	قانون التكامل بالتجزئة + التعويض + الناتج	3×4
10	C_1 نظير C بالنسبة لـ O أو من الرسم	5
11	المعادلة التفاضلية التعويض + الناتج	3+2
	المجموع	100

انتهى السلم

الجمهوريّة العربيّة السوريذة

وزارة التربية

سلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة عام 2020

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة خط بياني
2	السؤال الثاني	تعامد مستويين
3	السؤال الثالث	تحليل توافقي
4	السؤال الرابع	متراجحة
5	السؤال الخامس	تابع الجزء الصحيح
6	السؤال السادس/ التمرين الأول	متتالية
7	السؤال السابع/ التمرين الثاني	الأعداد العقدية
8	السؤال الثامن/ التمرين الثالث	قابلية اشتقاق
9	السؤال التاسع/ التمرين الرابع	مركز أبعاد
10	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
11	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التابع اللوغارتمي

2- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- في الأسئلة والتمارين الاختياريّة تصحّح جميعها ويُمنح الطالب الدرجة الأعلى منها.

4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

7- **إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه**، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

12- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك : الآحاد العشرات المئات

2 1 1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

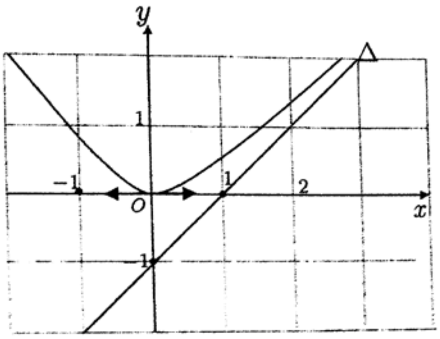
حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة /الفرع العلمي/ عام 2020م

سلّم درجات مادة: الرياضيات | الدرجة: ستمئة

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$، والمستقيم Δ مقارب مائل لـ C والمطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المستقيم Δ.

3- جد $f(0)$, $f'(0)$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	
	5 5	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	-1
إذا كتب الطالب معادلة المستقيم $y = x - 1$ مباشرةً ينال الدرجات المخصصة	5 5 2+3	حساب الميل قانون معادلة مستقيم تعويض + نتيجة	-2
	5 5	$f(0) = 0$ $f'(0) = 0$	-3
إذا كتب الطالب $]-2,0[$ وكان منسجماً مع حلّه في النهايات ينال الدرجة المخصّصة	5	$]-\infty, 0[$	-4
	40	**مجموع**	

السؤال الثاني: نتأمل المستويين $p_1: 2x - y + z + 1 = 0$, $p_2: x + y - z = 0$ والمطلوب:

1- تيقن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	
	3×2 3×2 2+2+4	$\overrightarrow{n_1} = (2,-1,1)$ $\overrightarrow{n_2} = (1,1,-1)$ شرط التعامد + تعويض + نتيجة	-1
الحلّ المشترك 6 درجات الوصول لقيمة x 5 درجات	5+6 3×3	التمثيل الوسيطي الحلّ المشترك + الوصول إلى قيمة x أو عزل أحد المجاهيل أو اختيار النقطتين أو اختيار نقطة وشعاع توجيه التمثيلات الوسيطية	-2
	40	**مجموع**	

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 عدد الرمازات: جداء + نتيجة	5×3+5	الجداء 5×3 ، النتيجة 5
-2 عدد الرمازات من خانات مختلفة	5×3+5	
مجموع	**40**	

ملاحظة: في حال أخطأ الطالب في إحدى الخانات يخسر 5 درجات مرّة واحدة فقط.

السؤال الرابع: أثبت أن $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أياً كان $x > -1$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
افتراض تابع الفرق $f(x) = \ln(x+1) - \sqrt{x+1}$	4	
التابع المشتق	4+4	
ينعدم $f'(x)$ عند $x = 3$ ثم حساب $f(3)$	4+4	
الإشارة الموافقة، الأسهم المنسجمة $$\begin{array}{c\|ccccc} x & -1 & & 3 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & 2\ln 2 - 2 & \searrow & \end{array}$$	4+4 4+4	
التعليل	4	
مجموع	**40**	
طريقة ثانية: اصطناع تابع f اشتقاقي على $]-1, +\infty[$ $f(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}}$	5	
إيجاد التابع المشتق $f'(x) = \dfrac{2 - \ln(x+1)}{2\sqrt{x+1}\,(x+1)}$	5+5	
ينعدم $f'(x)$ عند $x = e^2 - 1$	3	
$f(e^2 - 1) = \dfrac{2}{e}$	2	
$$\begin{array}{c\|ccccc} x & -1 & & e^2 - 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & \frac{2}{e} & \searrow & \end{array}$$	5+5	
لمّا كان $\dfrac{2}{e} < 1$ كان $\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}} < 1$	5	
وبالتالي $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$	5	

ملاحظة: يمكن للطالب أن يكتب $f(x) = \sqrt{x+1} - \ln(x+1)$ يبقى التوزيع كما هو.

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. **المطلوب:**

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$. 2- جد $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 $f(x) = \begin{cases} x & :0 \le x < 1 \\ x-1 & :1 \le x < 2 \end{cases}$	4+4 4+4	إذا كتب الطالب $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{x-E(x)}{x^2}$ $= \lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x} - \frac{E(x)}{x}\frac{1}{x}\right)$ $=0$ لأن $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x} = 0$ و $\lim_{x\to\infty}\frac{E(x)}{x} = 1$	4×4 4+4
-2 $x-1 < E(x) \le x$	3+3		
$-x+1 > -E(x) \ge -x$ $+1 > x - E(x) \ge 0$	3+3		
$\frac{1}{x^2} > \frac{f(x)}{x^2} \ge 0$	4		
$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2} = 0$	4		
$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2} = 0$ (حسب مبرهنة الإحاطة)	4		
مجموع	**40**		

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-2 طريقة ثانية: $E(x) \le x < 1 + E(x)$:	3+3	-2 طريقة ثالثة : أياً كان x من $\mathbb{R}$ $x - E(x) < 1$ $\frac{x-E(x)}{x^2} < \frac{1}{x^2}$ $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2} = 0$ $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2} = 0$	12 4 4 4
$0 \le x - E(x) < 1$	3+3		
$0 \le \frac{x-E(x)}{x^2} < \frac{1}{x^2}$ $\frac{1}{x^2} > \frac{f(x)}{x^2} \ge 0$	4		
$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x^2} = 0$	4		
$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2} = 0$ (حسب مبرهنة الإحاطة)	4		

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

السؤال السادس :التمرين الأوّل:

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية: $u_0=3$, $u_{n+1}=\frac{u_n}{2}+\frac{2}{u_n}$ عند كل $n\ge0$. والمطلوب:

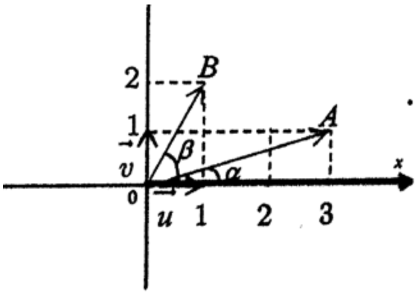
-1 أثبت أن التابع $f(x)=\frac{x}{2}+\frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2,+\infty[$.

-2 أثبت بالتدريج أن $2\le u_{n+1}\le u_n$ أيّاً كان العدد الطبيعي n

-3 استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 إيجاد $f'(x)$ دراسة إشارة $f'(x)$ 5 درجات للبسط 5 درجات للمقام النتيجة	5+5 5+5 5	
-2 ترميز العلاقة $E(n):\ 2\le u_{n+1}\le u_n$ $E(0):\ 2\le u_1\le u_0$ محقّقة افتراض صحّة $E(n)$ من أجل n عدد طبيعي إثبات صحّة $E(n+1)$ إيجاد صور أطراف المتراجحة وفق التابع المتزايد f والوصول إلى $2\le u_{n+2}\le u_{n+1}$ النتيجة	2 5+5 5 5 5 3	5 درجات لحساب قيمة u_1 و5 درجات تحقّق العلاقة
-3 (متناقصة + محددة من الأدنى) المتتالية متقاربة حلّ المعادلة $f(x)=x$ الوصول إلى $x=2$ النهاية	5+5 5 5 5	
مجموع	**80**	

السؤال السابع - التمرين الثاني:



نتأمل في المستوي العقدي المزوّد بالمعلم المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}\,,\overrightarrow{oA})$ و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}\,,\overrightarrow{oB})$.

المطلوب:

1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A و Z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B.

2) اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي، ثم استنتج قيمة $\beta-\alpha$.

الإجابة		الدرجة	الملاحظات
-1	$z_A=3+i$ $z_B=1+2i$ $\frac{z_B}{z_A}=\frac{1+2i}{3+i}$	5+5 5+5 5	
-2	الشكل الجبري للعدد $\frac{z_B}{z_A}$ الضرب بالمرافق إصلاح البسط إصلاح المقام النتيجة	 5 5 5 5	
-3	الشكل الأسّيّ للعدد $\frac{z_B}{z_A}$ حساب r حساب $\theta=\frac{\pi}{4}$ كتابة الشكل الأسّيّ (قانون + نتيجة) استنتاج قيمة $\beta-\alpha$	 5+5 10 5+5 5	
	مجموع	**80**	

ملاحظة:

إذا كتب الطالب $\frac{z_A}{z_B}$ وتابع بشكل صحيح وتوصّل إلى قياس $\alpha-\beta$ يساوي $(-\frac{\pi}{4})$ يخسر درجة واحدة فقط من درجات الخطوة الثالثة وإذا تابع واستنتج $\beta-\alpha$ تساوي $(\frac{\pi}{4})$ ينال الدرجة كاملة.

السؤال الثامن - التمرين الثالث:

f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(0)=0$ و $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x\neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أنّ f اشتقاقي عند $x=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
1- قانون معدل التغيير للتابع f + تعويض $\lvert\sin\frac{1}{x}\rvert\le 1$ $\lvert x\sin\frac{1}{x}\rvert\le\lvert x\rvert$ $\lim\limits_{x\to 0}\lvert x\rvert=0$ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=0$ f اشتقاقي عند الصفر	5+5 5 5 5 2 3	1- طريقة ثانية قانون معدل التغيير + تعويض $-1\le\sin\frac{1}{x}\le 1$ عندما $x>0$: $-x\le x\sin\frac{1}{x}\le x$ $\lim\limits_{x\to 0^+}(-x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x)=0$ $\lim\limits_{x\to 0^+}x\sin\frac{1}{x}=0$ $x<0$: $-x\ge x\sin\frac{1}{x}\ge x$ لذلك $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=0$ إذن f اشتقاقي	5+5 5 3 3 3 2 2 2
2- مشتق التابع	5+10+5	قاعدة الاشتقاق + المشتق + النتيجة	
3- طريقة أولى $f(x)=x\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$ $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$ لأنّ $\lim\limits_{x\to\infty}x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=1$	10 10 5+5	3- طريقة ثانية نفرض $t=\frac{1}{x}$ $\Leftarrow$ $x=\frac{1}{t}$ $x\to+\infty \Rightarrow t\to 0$ التعويض $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$ لأنّ $\lim\limits_{t\to 0}\frac{1}{t}=+\infty$ و $\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$	5 5 5 5 5 5
مجموع	**80**		

ملاحظة : في حال الاكتفاء بمناقشة إحدى الحالتين $x<0$ أو $x>0$ حسب الطريقة الثانية يخسر درجتين ويُتابع له.

السؤال التاسع - التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط: $D(0,0,1)$ ، $C(-1,1,2)$ ، $B(4,3,-3)$ ، $A(1,0,0)$. **المطلوب:**

1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

2) أثبت أنّ الأشعة : $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.

3) استنتج أنّ النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: (C,γ) ، (B,β) ، (A,α) حيث أنّ α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعينها.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $\overrightarrow{AB}(3,3,-3)$ $\overrightarrow{AC}(-2,1,2)$ المركّبات غير متناسبة $\overrightarrow{AC}$ وَ $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطّياً	6 6 4 4	
-2 $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AD}(-1,0,1)$ $\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}3\\3\\-3\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}$ $3\alpha-2\beta=-1$ $3\alpha+\beta=0$ $-3\alpha+2\beta=1$ من الأولى والثانية $\alpha=-\frac{1}{9}$ $\beta=\frac{1}{3}$ نعوض في الثالثة فنجدها محقّقة ومنه الأشعة مرتبطة خطّياً (ضمناً)	10 6 3+3 3 3 3 2 2 5	
-3 طريقة أولى: $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ $\beta=-\frac{1}{9}$ وَ $\gamma=\frac{1}{3}$ $\alpha=1-\beta-\gamma=\frac{7}{9}$	5 5+5 5	-3 طريقة ثانية $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ — 5 $9\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{DC}$ — 5 $7\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ — 4 $(A,7)$, $(B,-1)$, $(C,3)$ — 2+2+2
-3 طريقة ثالثة: $\overrightarrow{AD}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{9}\overrightarrow{AC}$ $\beta=-1$ و $\gamma=3$ $\alpha=7$	5 5+5 5	
مجموع	**80**	

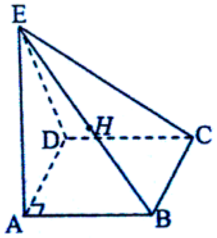
ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر:

المسألة الأولى: $(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3،

$[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$و $EA = 3$.

نختار المعلم المتجانس $(A\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب:



1) عين إحداثيات $A\ ,B\ ,C\ ,D\ ,E$

2) جد معادلة المستوي (EBC).

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).

4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC).

5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

الملاحظات	الدرجة	الإجابة
لكلّ نقطة 3 درجات	5×3	1- إيجاد النقاط
3 درجات لكلّ شعاع مع مركباته	3 3+3 3+3 3+3 4 5 5	2- افتراض الناظم $\vec{n}(a,b,c)$ اختيار الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً وإيجاد المركبات $\vec{n}.\vec{u} = 0$ و المعادلة الناتجة $\vec{n}.\vec{v} = 0$ و المعادلة الناتجة إيجاد الناظم حساب d في معادلة المستوي $ax + by + cz + d = 0$ معادلة المستوي (EBC)
	5 5+5	3- كتابة تمثيلا وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد (EBC) شعاع التوجيه قانون + تعويض

6 4 4 4 2	4- طريقة ثانية: - إيجاد إحداثيات H منتصف $[EB]$ - إيجاد الشعاع $\overrightarrow{AH}$ - التحقق من تناسب المركّبات للشعاع $\overrightarrow{AH}$ وناظم المستوي (EBC) - استنتاج أنّ $\overrightarrow{AH}$ وناظم المستوي (EBC) مرتبطان خطّيّاً - H هي المسقط القائم للنقطة A على المستوي (EBC)	20	4- طريقة أولى النقطة $H(\frac{3}{2},0,\frac{3}{2})$ تحقق التمثيلات الوسيطية للمستقيم المارّ من A ويعامد المستوي (EBC) فهي المسقط القائم للنقطة A عليه
		6 4+4 6	4- طريقة ثالثة: - إيجاد إحداثيات H منتصف $[EB]$ - لتعيين A' نقطة تقاطع المستوي (EBC) مع المستقيم (d) الوصول إلى $t + t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2}$ - $x = \frac{3}{2}\ ,\ y = 0\ ,\ z = \frac{3}{2}$ وهي إحداثيات H نفسها إذاً A' تنطبق H

5- طريقة أولى دستور الحجم $v=\frac{1}{3}S.h$ $v=\frac{1}{3}S_{(ABC)}\times EA$ حساب مساحة القاعدة حساب الارتفاع التعويض في دستور الحجم إيجاد الناتج	5 2 2 3 3	5- طريقة ثانية: $v=\frac{1}{3}S.h$ $v=\frac{1}{3}S_{(EBC)}\times dist(A,(EBC))$ حساب مساحة القاعدة حساب الارتفاع وهو بعد A عن المستوي التعويض في دستور الحجم إيجاد الناتج	5 2 2 3 3
5- طريقة ثالثة: $v=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}S_{(ABCD)}\times AE\right)$ حساب مساحة القاعدة حساب الارتفاع التعويض في العلاقة السابقة إيجاد الناتج	5 2 2 3 3		
المجموع	100		

ملاحظة: إذا غيّر الطالب المعلم واختلفت الإحداثيات وتابع الحل بشكل سليم يخسر 3 درجات.
إذا اعتبر القاعدة مُربَعاً في حساب الحجم يخسر درجتين .

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-2,2[$ وفق: $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب :

1) أثبت أن f تابع فردي.
2) ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,2[$.
3) اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x=0$، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x=0.1$.
4) في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .
5) استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x)=\ln(2-x)-\ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$.

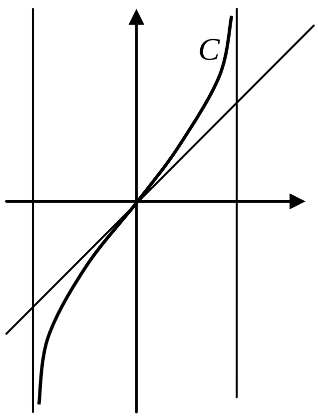
الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 أيّاً كان $x\in]-2,2[$ كان $-x\in]-2,2[$ $f(-x)=\ln\left(\frac{2-x}{x+2}\right)=-\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ $f(x)=-f(x)$	5 5 5	
-2 $\lim_{x\xrightarrow{<}2} f(x)=+\infty$ $f(0)=0$ $g(x)=\frac{x+2}{2-x}$ $g'(x)=\frac{4}{(2-x)^2}$ $f'(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}=\frac{4}{(x+2)(2-x)}$ تعليل الإشارة f متزايد	10 5 5 10 10 5	

ملاحظة: إذا عبّر عن التغيّرات بجدول

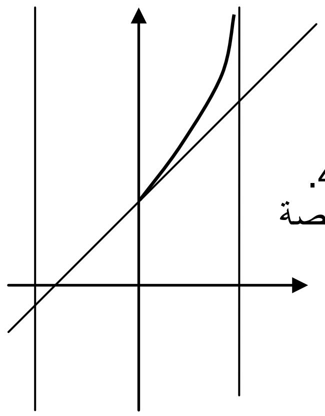
x	0 $\qquad$ 2
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	0 $\nearrow$ $+\infty$

ينال 15 درجة

-3 $f'(0)=1$	5	
معادلة المماس $y=f(0)+f'(0)(x-0)$	5	
$y=x$	5	
$f(a+h)\simeq f(a)+f'(a)h$	3	
$f(0.1)\simeq 0+1\times 0.1=0.1$	2	

-4 الرسم الخط C 	10	رُسمت المقاربات الشاقولية والمماس لدقة الرسم **فقط**

-5 $g(x)=\ln(2-x)+\ln(x+2)$ $g(x)=-(\ln(x+2)-\ln(2-x))$	5	
$g(x)=-\ln(\frac{x+2}{2-x})$	3	
$g(x)=-f(x)$	2	



ملاحظات:

1- إذا رسم الطالب الخطّ بيانيّاً على المجال $]0,2[$ ينال الدرجات المخصّصة للخطوة 4.

2- في الخطوة 5 إذا كتب الطالب $g(x)=\ln(\frac{x+2}{2-x})=f(-x)$ ينال الدرجات المخصصة للخطوة 5 كاملة

3- في الخطوة 5 ينال الدرجات المخصّصة في حال التعليل أو الرسم.

– انتهى السلّم –

الجمهوريّة العربيّة السوريّة

وزارة التربية

سلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة ثانية عام 2020

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة جدول
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	المقارب المائل
4	السؤال الرابع	هندسة: معادلة مستو مواز لمستو آخر
5	السؤال الخامس	إيجاد نهاية وإثبات تزايد تابع
6	السؤال السادس/ التمرين الأول	عقدية
7	السؤال السابع/ التمرين الثاني	مشتق تابع مركب
8	السؤال الثامن/ التمرين الثالث	تقاطع مستقيمين
9	السؤال التاسع/ التمرين الرابع	متتالية
10	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعّة وهندسة تحليلية
11	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع

2- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- في الأسئلة والتمرينات الاختياريّة تصحّح جميعها ويُمنح الطالب الدرجة الأعلى منها.

4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

7- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

12- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك : الآحاد العشرات المئات

2 1 1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة /الفرع العلمي/ دورة ثانية عام 2020م

سلّم درجات مادة: الرياضيات **الدرجة: ستمئة**

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C . المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- دل على القيم الحدّية للتابع f مبيّناً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	5 5	أو كتابة الجواب فقط
-2 $f(0)=2$ صغرى محلّياً $f(4)=6$ كبرى محلّياً	5+5 5+5	أو 2 صغرى أو 6 كبرى
-3 $f(x)=0$ لها حلّ وحيد	5	
-4 $]0\,,4[$	5	إذا أغلق المجال من أي طرف يخسر درجة واحدة فقط
مجموع	**40**	

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 5 , 4 , 3 , 2 , 1 ، نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة.

والمطلوب: 1-كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2-كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $5\times5=25$	10+10	- إذا كتب الطالب الإجابة مباشرةً ينال الدرجات المخصّصة. - إذا كتب $20=5\times4$ يخسر عشر درجات
-2 $2\times3\times2=12$	10+10	- إذا لم يضرب بالعدد 2 يخسر خمس درجات
مجموع	**40**	

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$. المطلوب:

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

2) ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $f(x)-y_{\Delta}=\sqrt{x^2+1}-x$	5+5	قانون + تعويض
$f(x)-y_{\Delta}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-y_{\Delta}\right)=0$	5+5 10	ضرب بالمرافق + النتيجة
-2 لدراسة الوضع النسبي بين C و Δ ندرس إشارة تابع الفرق $\sqrt{x^2+1}-x>0$ أو $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}>0$	5	
النتيجة C فوق Δ	5	
مجموع	**40**	

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P:2x+y-3z+2=0$ والنقطة $A(1,1,-2)$. المطلوب:

1) أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P . 2) اكتب معادلة للمستوي Q المار من A والموازي للمستوي P .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 التعويض + النتيجة	5+5	
-2 معادلة المستوي $ax+by+cz+d=0$	10	
معرفة الناظم $\vec{n}\,(2,1,-3)$	10	
إيجاد d	5	
كتابة معادلة للمستوي	5	
مجموع	**40**	

ملاحظة: إذا حسب بعد A عن P وكان البعد لا يساوي الصفر ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

السؤال الخامس: نتأمل التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. 2- أثبت أن التابع f متزايد.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 $1\geq\sin x\geq-1$	5	طريقة 2: إذا اعتمد المبرهنة $f(x)\leq g(x)$	
$-1\leq-\sin x\leq1$	5	$\sin x\leq1$	5
$x-1\leq x-\sin x\leq x+1$	5	$-\sin x\geq-1$	5
$\lim\limits_{x\to\infty}(x-1)=+\infty$	5	$x-\sin x\geq x-1$	5
$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$	5	$\lim\limits_{x\to\infty}(x-1)=+\infty$	5
-2 $f'(x)=1-\cos x\geq0$ أو $f'(x)=2\sin^2\dfrac{x}{2}\geq0$	5+5	$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$	5
f تابع متزايد على المجال $[0,+\infty[$	5		
مجموع	**40**		

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

السؤال السادس :

التمرين الأول : ليكن العدد العقدي $w=\frac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{i\frac{\pi}{3}}$. المطلوب:

1- بيّن أنّ $|w|=1$ ، ثمّ اكتب العدد w بالشكل الأسي.

2- ليكن z عدد عقدي ما أثبت أنّ $Z=\frac{z-\overline{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

الإجابة		الدرجة	الملاحظات	
-1	$\lvert w\rvert=\frac{\lvert-\sqrt{2}\rvert}{\lvert1+i\rvert}$ بسط + مقام $\lvert w\rvert=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\times1=1$	5+5 5+5+5	طريقة ثانية: لإثبات أن $\lvert W\rvert=1$ $-\sqrt{2}=\sqrt{2}e^{\pi i}$ $1+i=\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ $\left\lvert\frac{-\sqrt{2}}{1+i}\right\rvert=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1$	10 5+5 5
-2	معرفة r معرفة θ الصيغة	5 5 5		
-3	$\overline{Z}=\overline{\left(\frac{z-\overline{z}w}{1-w}\right)}$ $\overline{Z}=\frac{\overline{z}-z\overline{w}}{1-\overline{w}}$ $\overline{Z}=\frac{\overline{z}w-z\overline{w}w}{w-\overline{w}w}$ $\overline{Z}=\frac{\overline{z}w-z}{w-1}$ $\overline{Z}=\frac{z-\overline{z}w}{1-w}$ $\overline{Z}=Z$	5+5 5+5 5 5 5 5	بسط + مقام بسط + مقام نضرب البسط و المقام بـ w	
مجموع		**80**		

ملاحظة:

1- إذا كتب الطالب العدد العقدي w بالشكل الأسّي ثم أثبت أنّ $|w|=1$ ينال الدرجات المخصصة للخطوتين الأولى والثانية كاملة

2- إذا كتب الطالب $\overline{w}=\frac{1}{w}$ وأثبت ذلك ، ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

3- إذا كتب الطالب الصيغة الجبرية لـ w ثم توصّل إلى $|w|=1$ ، ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

السؤال السابع:

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق : $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$. المطلوب:

1− عين التابع المشتق f' للتابع f .

2− نرمز بالرمز g إلى التابع المعرّف على $J=]1,+\infty[$ وفق $g(x)=f(\sqrt{x})$ ، أثبت أن g اشتقاقي على J ،
ثمّ احسب $g'(x)$ على J.

<table>
<tr><th colspan="2">الملاحظات</th><th>الدرجة</th><th>الإجابة</th></tr>
<tr><td colspan="2">إذا كتب الطالب اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى</td><td>5</td><td>-1
$f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$
$f':\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">قانون + نتيجة</td><td>10+10</td><td>$f'(x)=\dfrac{-5}{(x-1)^2}$</td></tr>
<tr><td>5

2
3
5
10×4</td><td>طريقة ثانية:
$g(x)=\dfrac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$
البسط تابع اشتقاقي على J
المقام تابع اشتقاقي على J ولا ينعدم
ومنه g تابع اشتقاقي على J
إيجاد $g'(x)$ قانون + مشتق الجذر + التعويض + النتيجة</td><td>5
5
5

20

10+10</td><td>-2
$g(x)=f(\sqrt{x})$ مركّب تابعين اشتقاقيين على J
$x\mapsto\sqrt{x}$ اشتقاقي على J
إذاً $f(\sqrt{x})$ اشتقاقي على J
$g'(x)=\left(\sqrt{x}\right)'f'\left(\sqrt{x}\right)$
$g'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\left(\dfrac{-5}{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}\right)$</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>**80**</td><td>**مجموع**</td></tr>
</table>

ملاحظة: ممكن مناقشة اشتقاق التابع المركب

التابع $f(x)$ اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

تابع الجذر التربيعي اشتقاقي على المجال $]0,+\infty[$, $1\neq\sqrt{x}$ **فهو اشتقاقي على** J

$g(x)=f(\sqrt{x})$ **اشتقاقي على المجال** J (مركب تابعين اشتقاقيين على J هو تابع اشتقاقي على J **).**

السؤال الثامن - التمرين الثالث:

المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق:

$$d':\begin{cases}x=2s-1\\y=s-2\\z=3s-2\end{cases},\ s\in\mathbb{R}\quad \text{و}\quad d:\begin{cases}x=t+2\\y=2t+1\\z=-t\end{cases},\ t\in\mathbb{R}$$

المطلوب: 1) أثبت أنّ d و d' متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات I نقطة التقاطع.

2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين d و d'.

الإجابة		الدرجة	الملاحظات	
-1	$\vec{u}_d(1,2,-1)$	5	1- طريقة ثانية اختيار نقطة A من d و نقطة B من d'	2+2
	$\vec{u}_{d'}(2,1,3)$	5	إثبات أنّ $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ غير مرتبطين خطيّاً	4×2
	$\frac{2}{1}\neq\frac{1}{2}$ المركّبات غير متناسبة إذاً $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ غير مرتبطين خطيّاً	5	إثبات أنّ الأشعة $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ مرتبطة خطيّاً	4×2
	فالمستقيمان متقاطعان أو متخالفان	5		
	الحلّ المشترك لجملة المعادلتين	5	فالمستقيمان d و d' يقعان في مستو واحد وغير متوازيين فهما متقاطعان	
	إيجاد s و t	5+5	و يتابع له بالحلّ المشترك وإحداثيات نقطة التقاطع	25
	التحقّق من المعادلة المتبقية	5		
	إحداثيات نقطة التقاطع	5		
-2	افتراض الناظم $\vec{n}(\alpha,\beta,\gamma)$			
	$\vec{n}.\vec{u}_d=0$	5		
	$\vec{n}.\vec{u}_{d'}=0$	5		
	إيجاد مركبات الشعاع الناظم	5+5+5		
	كتابة معادلة المستوي	5+5		
مجموع		**80**		

ملاحظة:

في الخطوة الأولى يمكن استنتاج التقاطع من الحل المشترك وتحقّق المعادلة الثالثة والحصول على الحل ّالوحيد

السؤال التاسع - التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \frac{3}{e^3} + ... + \frac{n}{e^n}$. **المطلوب:**

1) أثبت أنّ $n \leq 2^n$ أيّاً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$.

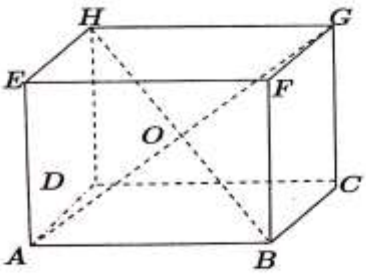
2) استنتج أنّ $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$.

3) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 نفرض $E(n):\ n \leq 2^n \quad : n \geq 1$ نثبت صحّة $E(1)$ محققة $E(1):\ 1 \leq 2$ نفترض صحّة $E(n)$ $E(n):\ n \leq 2^n$ نثبت صحذة $E(n+1)$ $E(n+1):\ n+1 \leq 2^{n+1}$ لدينا $n \leq 2^n$ $n+1 \leq 1+2^n \leq 2.2^n$ فالعلاقة صحيحة من أجل $n+1$ فهي صحيحة من أجل n	2 3 5 5 5 5+3 2	
-2 $U_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + ... + \frac{n}{e^n}$ $U_n \leq \frac{2^1}{e} + \frac{2^2}{e^2} + ... + \frac{2^n}{e^n}$ أو $U_n \leq \left(\frac{2}{e}\right)^1 + \left(\frac{2}{e}\right)^2 + ... + \left(\frac{2}{e}\right)^n$ تمثل مجموع n حدّاً من متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{e}$ و حدّها الأول $\frac{2}{e}$ قانون + نتيجة $U_n \leq \frac{2}{e}\left(\frac{1-\left(\frac{2}{e}\right)^n}{1-\frac{2}{e}}\right)$ $U_n \leq \frac{2}{e-2}\left(1-\left(\frac{2}{e}\right)^n\right)$ عنصر راجح $M = \frac{2}{e-2}$ أو $U_n \leq \frac{2}{e-2}$ $U_{n+1} - U_n \leq \frac{n+1}{e^{n+1}} > 0$ فالمتتالية متزايدة إذاً المتتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	5 5 5+5 5+5 5 5 5 5	إذا حسب المجموع دون ذكر أنّها هندسية ينال الدرجة ضمناً إذا كتب الطالب متتالية مجاميع جزئية موجبة فهي متزايدة
مجموع	**80**	

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر:



المسألة الأولى: مكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 2 ، O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$.

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$. والمطلوب:

1) جد إحداثيات النقاط A و B و G و H و O .
2) أعط معادلة للمستوي (GOB).
3) احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$.
4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC).
5) أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB).
6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ).

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 إيجاد إحداثيات النقاط الخمسة	3×5		
-2 افتراض الناظم $\vec{n}(a,b,c)$ اختيار الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً $\vec{n}.\vec{u}=0$ و المعادلة الناتجة $\vec{n}.\vec{v}=0$ و المعادلة الناتجة إيجاد إحداثيات الناظم $\vec{n}(a,b,c)$ حساب d في معادلة المستوي كتابة معادلة المستوي	5 3+2 3+2 3×3 3 3	طريقة ثانية: لإيجاد معادلة المستوي (OGB): كتابة المعادلة العامة $ax+by+cz+d=0$ تعويض النقاط والوصول إلى المعادلات إيجاد قيم الوسطاء $a\ ,b\ ,c\ ,d$ التعويض	5 3×3 3×4 4
		- طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي: نفرض $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي (OGB) $\overrightarrow{OM}=\alpha\overrightarrow{OG}+\beta\overrightarrow{OB}$ $\overrightarrow{OM}\ ,\overrightarrow{OG}\ ,\overrightarrow{OB}$ كتابة المعادلات الوصول للمعادلة	6 3×3 3×3 6
-3 إيجاد مركبات $\overrightarrow{OG}\ ,\ \overrightarrow{OB}$ حساب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ قانون $\cos GOB$ + النتيجة	3+3 3+3 3+3	يمكن الوصول إلى $\cos\theta$ بتطبيق $\cos\theta=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ حيث $a\ ,b\ ,c$ أطوال أضلاع المثلث $\overset{\Delta}{GOB}$ حساب $a\ ,b\ ,c$ القانون +التعويض+ النتيجة	3×3 3×3
-4 إيجاد مركّبات $\overrightarrow{DC}$ المعادلات الوسيطية (قانون + تعويض)	3 6+6		

	6	-5 إثبات أن (DC) يوازي (GOB) إمّا إثبات أنّ المستقيم (DC) يوازي مستقيماً محتوى في المستوي (GOB) أو بالحلّ المشترك للتمثيل الوسيطي للمستقيم (DC) ومعادلة المستوي (GOB) واستنتاج أن المعادلة مستحيلة أو إثبات تعامد شعاع ناظم على المستوي (GOB) مع شعاع التوجيه للمستقيم (DC)
6 4 2+2+2	طريقة ثانية: نلاحظ $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$ ومنه $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DB}=\vec{0}$ استنتاج أنّ D مركز أبعاد متناسبة وإيجاد قيمة كلٍّ من $\alpha\ ,\ \beta\ ,\ \gamma$	6 2 2 2+2+2	-6 إيجاد $\alpha\ ,\ \beta\ ,\ \gamma$ قانون مركز الأبعاد المتناسبة تعويض استنتاج معادلتين بثلاثة مجاهيل $\alpha\ ,\ \beta\ ,\ \gamma$ حلّ جملة المعادلتين وإيجاد قيمة كلٍّ من $\alpha\ ,\ \beta\ ,\ \gamma$

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$ والمطلوب:

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) اثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً في المجال $]\frac{1}{3},\frac{1}{2}[$.

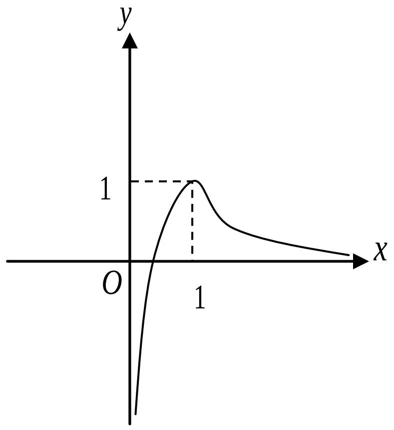
4) في معلم متجانس ارسم الخط C.

5) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع: $g(x)=\frac{1-x+\ln x}{x}$.

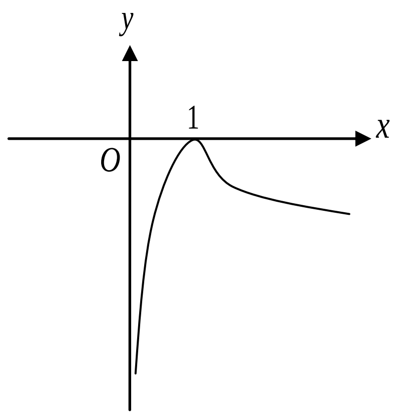
الملاحظات	الدرجة	الإجابة
	5 5 5 5	-1 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ معادلة المقارب الأفقي $y=0$ معادلة المقارب الشاقولي $x=0$
	5+5 5 5 5	-2 $f'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{1-\ln x}{x^2}$ $f'(x)=\frac{-\ln x}{x^2}$ ينعدم $f'(x)$ عندما $x=1$ $f(1)=1$

$$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & 1 & \searrow & 0 \end{array}$$	5+5 5+5	إشارة المشتق انسجام الأسهم مع إشارات المشتق

-3 f مستمرّ ومتزايد على المجال $\left]\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right[$ فللمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد لأن $\left\{\begin{array}{l} f\left(\frac{1}{3}\right)=3-3\ln 3<0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right)=2-2\ln 2>0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right).f\left(\frac{1}{3}\right)<0 \end{array}\right.$	5 3+2 3+2	أو حلّ المعادلة جبرياً $f(x)=0$ الوصول إلى $\ln(x)=-1$ ومنه $x=\frac{1}{e}$ $\frac{1}{3}<\frac{1}{e}<\frac{1}{2}$	5 5 5

-4 رسم الخطّ 	10	

استنتاج رسم الخط C_g

-5 إمّا $g(x)=f(x)-1$ أو بالرسم أو كتابة ينتج عن C_f بانسحاب بمقدار -1 على محور التراتيب أو $(x,y)\mapsto(x,y-1)$	10	

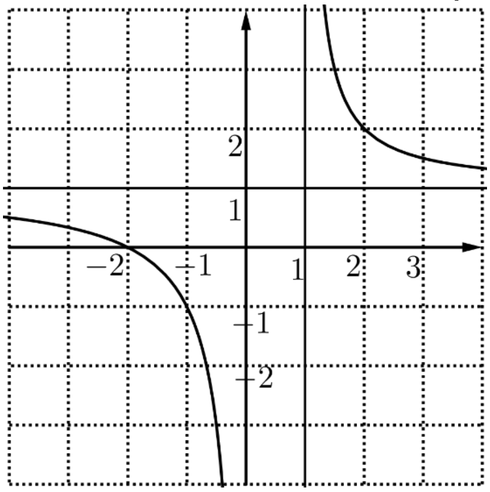
– انتهى السلّم –

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة / الفرع العلمي الدورة الأولى عام 2021

سلم درجات مادة: الرياضيات **الدرجة: ستمئة**

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: **(40 درجة لكل سؤال)**

السؤال الأول:



نتأمل الخط البياني C المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ **والمطلوب:**

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C .

3) جد حلول المتراجحة $f'(x)<0$.

4) جد حل المعادلة $f(x)=0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$	5	
$\lim\limits_{x\to1} f(x)=+\infty$	5	
$\lim\limits_{x\to0} f(x)=-\infty$	5	
$y=1$	5	
$x=1$	5	
$x=0$	5	
$]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$	5	إذا كتب الطالب $(-2,0)$ في حل الطلب الأخير
$x=-2$	5	ينال الدرجة المخصصة
مجموع درجات السؤال الأول	**40**	

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x+\frac{1}{x^2})^{12}$.

$T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}.b^r$	5	إذا كتب الطالب $T_r=\binom{n}{r}a^r.b^{n-r}$ ينال الدرجة المخصصة للقانون ويتابع له
$T_r=\binom{12}{r}(x)^{12-r}(\frac{1}{x^2})^r=\binom{12}{r}x^{12-3r}$	3 × 5	إذا حسب الطالب المنشور كاملاً وحدد القيمة المطلوبة ينال الدرجة المخصصة كاملاً
$12-3r=0$	5	
$r=4$	5	عند حساب r و T_r في الخطوتين الأخيرتين
$T_4=\binom{12}{4}=495$	2 + 3 + 5	يخسر الدرجات المخصصة في حال كان r سالباً أو كسراً
مجموع درجات السؤال الثاني	**40**	

السؤال الثالث: احسب العدد: $I=\int_0^3 (2-|2-x|)dx$.

$I=\int_0^2 (x)dx+\int_2^3 (4-x)dx$	3×5	5 لتجزئة حدود التكامل و 5+5 لعبارتي التكامل 5 لكل تابع أصلي
$I=\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2+\left[4x-\frac{x^2}{2}\right]_2^3$	3×5	إذا كتب الطالب : $I=\int_0^3 2-(2-x)dx=\int_0^3 x\,dx$ $=\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^3=\frac{9}{2}$ ينال الطالب 5 درجات للتابع الأصلي و 2+2 للتعويض والنتيجة
التعويض	4×2	
الناتج	2	
مجموع درجات السؤال الثالث	**40**	

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط الآتية $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$ و $C(5,0,5)$ و $D(6,2,5)$ **والمطلوب:**

1) أثبت أن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عين العددين الحقيقيين α و β بحيث $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد.

$\overrightarrow{AB}(-1,-2,0)$ $\overrightarrow{AC}(3,0,4)$	3 3	لكل مركبة درجة لكل مركبة درجة
$-\frac{1}{3}\neq\frac{0}{4}$ أو المركبات غير متناسبة أو أية عبارة تثبت عدم الارتباط الخطي	3 3	
$\overrightarrow{AD}(4,2,4)$	3	لكل مركبة درجة
تعويض الأشعة في العبارة $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$	2×3	لتعويض الشعاعين في العبارة
الوصول إلى ثلاث معادلات خطية من العبارة السابقة بطريقة صحيحة	3×3	كل معادلة 3 درجات
إيجاد α و β	$2+2$	
التحقق	3	
$\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ أو النقاط تقع في مستوٍ واحد	3	إذا كتب الطالب العبارة $\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ مباشرة بعد تعويض الأشعة في علاقة الارتباط الخطي ينال الدرجات $5\times 3+4$
مجموع درجات السؤال الرابع	**40**	

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+1}{x-1}$ **والمطلوب:**

عين العددين الحقيقيين a و b لتكون $f(-1)=0$ قيمة حدية للتابع f .

التعويض $f(-1)=\dfrac{a-b+1}{-2}=0$	5	إذا أخطأ الطالب بحساب المشتق وتابع الحل ينال الدرجات المخصصة للخطوات اللاحقة فقط
الوصول إلى العلاقة الأولى	5	
حساب المشتق	10	
معرفة أن المشتق ينعدم عند -1	5	
التعويض في المشتق	5	
الوصول إلى العلاقة الثانية	6	
بالحل المشترك $a=1$ و $b=2$	2 + 2	
مجموع درجات السؤال الخامس	**40**	

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملونة بالأسود ووجهان ملونان بالأحمر ، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي ، نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها ، **والمطلوب:**

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X=0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

قيم X هي $X=\{0,1,2,3,4,5\}$	3	ملاحظة: إذا أهمل أو أضاف الطالب أي قيمة من قيم المتغير العشوائي يخسر درجة واحدة لكل قيمة يهملها أو يضيفها بما لا يتجاوز 3 درجات يخسر الطالب 5 درجات إذا بدل بين p و q إذا حسب الطالب: $P(X=0)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$ ينال الدرجة المخصصة لحساب $P(X=0)$ كاملة
قانون حساب الاحتمال	10	
قيم p + قيم q	5 + 5	
التعويض	5	
النتيجة	2	
قانون $E(X)$ + نتيجة	2 + 3	إذا كتب الطالب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ثم حسب التوقع الرياضي والتباين منه ينال الدرجات المخصصة
قانون $V(X)$ + نتيجة	2 + 3	
مجموع درجات السؤال السادس	**40**	

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول: لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق $v_n = u_n + 6$

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية ، عين أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n.

2) نعرف المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب w_0

ثم احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

حساب v_{n+1} بدلالة u_{n+1}	5	
حساب v_{n+1} بدلالة u_n	5	
إظهار v_{n+1} بدلالة v_n	5	
حساب q	5	
حساب v_0	5	
كتابة v_n بدلالة n بأي صيغة صحيحة	5	
القانون $w_{n+1} - w_n$	5	
حساب $w_{n+1} - w_n$ بدلالة v_{n+1} و v_n	5	
استخدام خواص اللوغاريتم	3	
الوصول للعدد الثابت أساس المتتالية الحسابية	2	
حساب w_0	5	
حساب w_5	5	
قانون حساب مجموع متتالية حسابية	5	إذا قام الطالب بحساب كلاً من
التعويض في القانون	5	w_0 و w_1 و w_2 و w_3 و w_4 و w_5
الحساب والنتيجة	5	ثم قام بحساب المجموع S ينال الدرجات المخصصة
مجموع درجات السؤال السابع / التمرين الأول /	**70**	

ملاحظات التمرين الأول:

عند إثبات أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية يمكن الكتابة بأكثر من صياغة بطرائق مختلفة منها:

1) $w_{n+1} - w_n = \ln(v_{n+1}) - \ln(v_n)$ 5 + 5

$= \ln\left(\frac{v_{n+1}}{v_n}\right)$ 3

$= \ln q =$ ثابت 2

(2 $w_{n+1}-w_n=\ln(\frac{1}{2}v_{n+1})-\ln(v_n)$ 5 + 5

$=\ln\frac{1}{2}=$ ثابت 3 + 2

(3 $w_{n+1}-w_n=\ln\left(\frac{1}{2^{n-2}}\right)-\ln\left(\frac{1}{2^{n-3}}\right)$ 10

$=\ln\left(\frac{2^{n-3}}{2^{n-2}}\right)=\ln\frac{1}{2}=$ ثابت 5

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ و $b=-4+4i$ و $c=-4i$ على الترتيب ، **والمطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التعويض في $\frac{b-c}{a-c}$	5	
الإصلاح $=\frac{-4+8i}{8+4i}$	5+5+5+5	
النتيجة	5	في حال كتب الطالب النتيجة مباشرة بعد التعويض ينال الدرجات المخصصة للإصلاح بالإضافة إلى درجة النتيجة
المثلث قائم ومتساوي الساقين	5	
قانون الدوران	5	
التعويض	5	
النتيجة بالشكل الجبري	5	
اختيار طريقة مناسبة لإيجاد E مثل $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{EB}$ أو تناصف القطرين أو تساوي طولي القطرين أو الدوران	5	إذا لم يراعي الطالب ترتيب رؤوس الرباعي يخسر 5 درجات المخصصة للطريقة ويتابع له الحل
تطبيق الطريقة	5 + 5	
الوصول إلى قيمة e	5	
مجموع درجات السؤال الثامن / التمرين الثاني /	**70**	

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$ **المطلوب:**

1) أثبت أن f تابع متزايد تماماً على I ، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d .

$x\mapsto\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I	5	أو: $f'(x)=1+\frac{1}{x(x+1)}>0$ الاشتقاق 5 × 3 $f'(x)>0$ 10
$x\mapsto\ln x$ متزايد تماماً على I	5	
مركب تابعين متزايدين هو تابع متزايد على I	5	
$x\mapsto x-4$ متزايد تماماً على I	5	
ومجموع تابعين متزايدين هو تابع متزايد	5	
$f(]0,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$	5 × 2	ملاحظة: إذا حسب الطالب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ ثم كتب النتيجة يعطى 5 + 5
القانون $f(x)-y_d$	5	ملاحظة: في حال حل الطالب المعادلة $\frac{x}{x+1}=1$ وذكر أن التابع $g(x)=\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I فإنه يحافظ على إشارة واحدة $g(x)<1$ أي $\ln(\frac{x}{x+1})<0$ ينال الطالب الدرجة المخصصة لتعليل الإشارة تابع الفرق على I
إيجاد النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-y_d\right)=0$	5	
الوضع النسبي: الإشارة + التعليل $\frac{x}{x+1}<1$ أي $\ln(\frac{x}{x+1})<0$	5 + 5	
الوضع النسبي المنسجم مع إشارته C تحت المستقيم d	5	
مجموع درجات السؤال التاسع / التمرين الثالث /	**60**	

ثالثاً: حل المسألتين التاليتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ و $B(2,1,1)$ و $C(-3,4,-1)$ و $D(3,1,1)$ **والمطلوب:**

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ، وبين أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة المستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من D والعمودي على المستوي (ABC).

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) بفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

حساب $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$	2×3	كل مركبة درجة واحدة
حساب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ قانون + نتيجة	$3 + 2$	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ التعويض + النتيجة	$3 + 2$	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ التعويض + النتيجة	$3 + 2$	
التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ يعامد شعاعين غير مرتبطين خطياً أو التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ ناظم المستوي	3	
قانون المستوي	5	
التعويض + نتيجة	$5 + 5$	
التعبير عن معرفته لشكل التمثيل الوسيطي	$5 \times 3 + 5$	للقانون 5 ولكل معادلة 5
قانون المسافة + التعويض + النتيجة	$5 + 5 + 3$	كتابة النتيجة مباشرة بشكل صحيح ينال درجة القانون ضمناً
حساب $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$ و $\left\|\overrightarrow{AC}\right\|$	$4 + 4$	
حساب المساحة	4	
قانون الحجم	3	
والنتيجة	3	
$\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$	3	
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{BG}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$	2	
$\overrightarrow{BA}=-2\overrightarrow{GC}$	3	
$\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{GC}$ مرتبطين خطياً	2	
$(BA) \parallel (CG)$		
مجموع درجات السؤال العاشر / المسألة الأولى /	**100**	

ملاحظات المسألة الأولى

طريقة ثانية للطلب الأخير: مجموع ثقلي A و B يساوي الصفر فيكون $(BA)\parallel(CG)$	$5+5$
طريقة ثالثة للطلب الأخير: احداثيات G مركبات $\overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{CG}$	$2+2+2$ 2 2
طريقة رابعة للطلب الأخير: $\overrightarrow{AG}=\dfrac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\dfrac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AG}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CG}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{CG}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ الشعاعان مرتبطان خطياً والمستقيمان متوازيان	2 2 2 2 2
طريقة خامسة للطلب الأخير: نفرض I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(C,2)$ و $(B,-1)$ إذاً $\overrightarrow{BI}=2\overrightarrow{BC}$ تكون C منتصف $[BI]$ يكون مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,1)$ و $(B,-1)$ و $(C,2)$ هو مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A,1)$ و $(I,1)$ حسب الخاصة التجميعية ومنه G في منتصف $[IA]$ وبالتالي $[CG]$ تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث ومنه $(BA)\parallel(CG)$	$2+2$ 1 2 1 2

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\dfrac{(x+1)^2}{e^x}$ **والمطلوب:**

1) احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

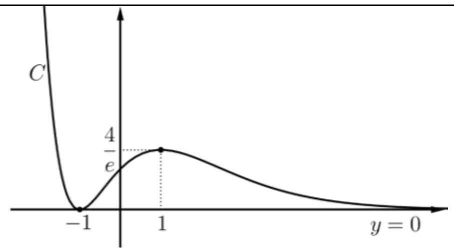
2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) استنتج مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	5	
حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	5 + 3	النهاية + التعليل
$y=0$ مقارب أفقي	5	
$f'(x)$	5 + 5 + 5	قانون + التعويض + النتيجة
ينعدم $f'(x)$ عندما $x=1$ أو $x=-1$	3 + 3	
$f(1)=\dfrac{4}{e}$ و $f(-1)=0$	3 + 3	
$\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -1 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & \frac{4}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	(2+3)× 3	إشارة + أسهم إذا لم يضع الطالب الإشارة في سطر $f'(x)$ يخسر 6 درجات
قيمة صغرى محلياً $f(-1)=0$ قيمة كبرى محلياً $f(1)=\dfrac{4}{e}$	5 5	
	5 + 5	5 للانسجام مع الجدول 5 للانسجام مع المقارب والقيم الحدية
C_1 نظير C بالنسبة لمحور التراتيب أو $g(x)=f(-x)$ أو الرسم	10	
مجموعة التعريف $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	5 + 5	التعليل + النتيجة في الخطوة الأخيرة إذا كتب الطالب $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ينال 10 درجات
مجموع درجات السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية /	**100**	

انتهى السلم