

شغف وفريقك خطوة بخطوة



شغف التعليمي
Educational passion

$2 > -3$
 $0.999... = 1$
 $\pi \approx 3.14$
 $\sqrt{2}$
 5^{2^3}
 $101_2 = 5_{10}$



القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "



<https://t.me/alsh276>

مكتبة شغف " بوت الملفات "



https://t.me/passion_study_bot

شغف الرياضيات 2024

إعداد: Aslan Baset



شغف التعليم
Educational passion



قسم التحليل 1

النهايات والاستمرار



قواعد ايجاد النهايات عند التوابع:

التابع الكسري	التابع الصحيح	
الحد المسيطر من البسط على الحد المسيطر مع المقام ثم نختزل	الحد المسيطر مع الأمثال ثم نعوض بدل كل x ∞	∞
لا يوجد قاعدة: بل التعويض بكامل التابع في استبدال كل x في a مع الانتباه من اليمين أو اليسار ومع الانتباه عند الكسر ظهور صفر بالمقام يجب تحديد اشرته.		a

ملحوظة: يتم ايجاد النهاية عند أطراف مجموعة التعريف
المفتوحة وصورة عند المغلقة

ملاحظات لنهايات الكسر.

- 1: درجة الحد المسيطر البسط أكبر من درجة الحد
المسيطر المقام فتكون النهاية عند اللانهاية هي لانهاية
- 2: درجة الحد المسيطر البسط تساوي درجة الحد المسيطر
المقام فالنهاية عند اللانهاية هي أمثال الحد المسيطر البسط.
- 3: درجة الحد المسيطر البسط أصغر من درجة الحد
المسيطر المقام فالنهاية عند اللانهاية صفر.

تمرين: أوجد نهاية كل من التوابع الآتية عند $\pm\infty$

$$1: f(x) = x^3 + x^2 + x$$

مغزى الرياضيات في النهايات:

اللانهاية:

الجداء: حيث $a \neq 0$	الجمع
$(+\infty)(+a) = +\infty$	$+\infty + a = +\infty$
$(+\infty)(-a) = -\infty$	$+\infty - a = +\infty$
$(+\infty)(+\infty) = +\infty$	$+\infty + \infty = +\infty$
$(-\infty)(+a) = -\infty$	$-\infty + a = -\infty$
$(-\infty)(-a) = +\infty$	$-\infty - a = -\infty$
$(-\infty)(+\infty) = -\infty$	$-\infty - \infty = -\infty$
$(-\infty)(-\infty) = +\infty$	

القسمة	
نهتم بالاشارات	لا نهتم بالاشارات
$\frac{\text{عدد}}{\text{صفر}} = \infty$	$\frac{\text{عدد}}{\infty} = \text{صفر}$
	$\frac{\text{صفر}}{\infty} = \text{صفر}$

القوى	للجذور
$(+\infty)^n = +\infty$	$\sqrt{+\infty} = +\infty$
n : عدد طبيعي موجب تماما	
$(-\infty)^n =$	كفر $\rightarrow \sqrt{-\infty}$
n : فردي	
n : زوجي	
$-\infty$	$+\infty$

$$6: f(x) = 4x^3 - 7x^2 + 3$$

$$7: f(x) = -2x + \sqrt{3}$$

$$8: f(x) = \frac{x^3}{4} + \frac{x^5}{6}$$

$$2: f(x) = x^3 - x$$

$$3: f(x) = x^4 - 1$$

$$4: f(x) = 6 - 2x + \frac{x^3}{5}$$

$$5: f(x) = -5x^2 + 3x - 2$$

$$12: f(x) = \frac{x+1}{2x^2-x}$$

$$9: f(x) = \frac{(x+2)^2}{2}$$

$$13: f(x) = \frac{3x+1}{x+3}$$

$$10: f(x) = x^3 + 2x - 4x^2$$

$$14: f(x) = \frac{-7x^2-5x+1}{x^2}$$

$$11: f(x) = \frac{2x-1}{3x+4}$$

$$18: f(x) = 8x^4 - 12x^3 + 5x^2 - 1$$

$$19: 7x^3 + 2x^2 - 5x - 1$$

$$20: -3x^4 + 1$$

$$15: f(x) = \frac{2x^2+7}{x-1}$$

$$16: f(x) = \frac{(x+2)^2-1}{3-x}$$

$$17: f(x) = -x^3 + x^2 - x + 1$$

$$24f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$$

أوجد النهاية عند $\pm\infty$ والنقطة $a = -1$

$$25f(x) = \frac{x+2}{(x-2)^2}$$

أوجد النهاية عند $\pm\infty$ والنقطة $a = 2$

$$26f(x) = \frac{x^2+2}{x-2}$$

$$21: 5x^3 - 3x - 1$$

$$22: -2x^4 + 100x^3$$

$$23f(x) = \frac{x-3}{x-1}$$

أوجد النهاية عند $\pm\infty$ والنقطة $a = 1$

عدم التعيين:

1: $\frac{\infty}{\infty}$ 2: $\frac{0}{0}$ 3: $\infty - \infty$ 4: $0(\infty)$

الطرق المستخدمة فيها هي المرافق التحليل العامل المشترك.

أولاً: ($\frac{\infty}{\infty}$) تزال عدم التعيين عن طريق العامل المناسب من البسط والمقام:

* نخرج عامل مناسب

* نختزل ثم ننهي.

ملاحظة: أحيانا نحتاج هذه الخواص:

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

ونحتاج من الخاصية $\sqrt{x^2} = |x|$ ونتخلص من القيمة المطلقة بفكها

حسب مسعى الاكس او حسب :

$$+x \rightarrow x \geq 0 \text{ او } -x \rightarrow x \leq 0$$

تمرين: أوجد النهايات الآتية عند قيمة a:

$$1f(x) = \frac{x+\sqrt{x}}{x+1}$$

$$a = +\infty$$

$$2f(x) = \frac{-2x+1}{\sqrt{x^2+1}}$$

أوجد النهاية عند $\pm\infty$ والنقطة $a = 2$

$$27f(x) = \frac{5x+1}{x+1}$$

أوجد النهاية عند $\pm\infty$ والنقطة $a = -1$

$$28f(x) = 3x - 5 + \frac{2}{x+2}$$

أوجد النهاية عند $\pm\infty$

$a = +\infty$

$$5f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+3}$$

$a = +\infty$

$$6f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+5}}{1-3x}$$

$a = +\infty$

$$7f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$a = +\infty$

$$3f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1}$$

$a = +\infty$

$$4f(x) = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x^2-9}$$

$a = +\infty$

أو طريقة المرافق للتوابع التي لا يتحلل بسطها
ومقامها ويحوي جذر

بضرب البسط والمقام بمرافق للجذر ونستفيد
من المتطابقة

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

ثم نخترل ونعوض.

تمرين: أوجد النهايات الآتية عند قيمة a:

$$1f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$$

$$a = +2$$

$$8f(x) = \frac{\sqrt{9x^2+1}}{2x+1}$$

$$a = -\infty$$

$$2f(x) = \frac{2x^2-8}{x-2}$$

$$a = +2$$

ثانياً: (0/0) * نستخدم طريقة تحليل البسط وتحليل المقام
ومن ثم الأختزال.

الثالث: (∞ - ∞) * نستخدم طريقة المرافق عند تحقق الحد داخل الجذر يساوي الحد الخارج الجذر للتربيع وتسمى نهاية (مبتسمة ☺) ونتابع كما سبق.

* طريقة سحب العامل المشترك عند تحقق الحد داخل الجذر لا يساوي الحد الخارج الجذر للتربيع وتسمى نهاية (زعلانة ☹) ونتابع كما سبق.

ملاحظة ☺ أحيانا نحتاج هذه الخواص

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

ونحتاج من الخاصة $\sqrt{x^2} = |x|$ ونتخلص من القيمة المطلقة بفكها

حسب مسعى الاكس او حسب:

$$+x \rightarrow x \geq 0 \text{ او } -x \rightarrow x \leq 0$$

قال ليش عم نضرب بالمرافق هههه ☺

تعال قللك: لحق نقدر نوصل لمطابقة فرق حدين يامحترم ☺

تعال أعطيك كم مثال عن مرافق:

$$a + b \rightarrow a - b$$

$$\sqrt{x+5} - 6 \rightarrow \sqrt{x+5} + 6$$

$$\sqrt{x^2+9} \rightarrow \sqrt{x^2+9}$$

تمرين: لوجد النهايات الآتية عند قيمة a:

$$1f(x) = \sqrt{9x^2+3} - 3x$$

$$a = +\infty$$

$$3f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$$

$$a = +3-$$

$$4f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$$

$$a = +1$$

$$4f(x) = \sqrt{x} - x$$

$$a = +\infty$$

$$2f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$$

$$a = +\infty$$

$$5f(x) = \sqrt{x+1} - x$$

$$a = +\infty$$

$$3f(x) = \sqrt{3x^2 + 1} - \sqrt{3}x$$

$$a = +\infty$$

$$6f(x) = 4x + \sqrt{1-x}$$

$$a = -\infty$$

$$9f(x) = \sqrt{6x^2 + 4x + 3} - \sqrt{5x + 2}$$

$$a = +\infty$$

$$7f(x) = \sqrt{4x + 1} - 3x$$

$$a = +\infty$$

$$10f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5} - x$$

$$a = +\infty$$

$$8f(x) = 5x + \sqrt{x^2 + x + 1}$$

$$a = -\infty$$

تمرين: أوجد النهايات الآتية عند النقطة 0 :

$$1f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

$$2f(x) = \frac{\sin x}{2x}$$

$$3f(x) = \frac{\sin x}{3x}$$

النهايات المثلثية:

قوانين مهمة لـ sin, cos

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	
$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
$1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$	$\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}$
$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$	$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$

المبرهنة:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{\sin t} = 1$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$$

يجب أن تكون صاحب خبرة يا حبيبي درلي بالك وفتح
مخخخخك واشتغل مزبوط :

هههههههه 😊 لما تفرش ياغالي

$$4f(x) = \frac{\sin x}{4x}$$

$$8f(x) = \frac{\cos x - 1}{x}$$

$$5f(x) = \frac{\sin x}{5x}$$

$$9f(x) = \frac{\cos 3x - \cos x}{x \sin x}$$

$$6f(x) = \frac{x^2 - x}{\sin x}$$

$$10f(x) = \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$$

$$7f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$14f(x) = \frac{\cos^2 x - 1}{x}$$

$$15f(x) = \frac{4\cos^2 x - 4}{\sin x}$$

$$16f(x) = \frac{3 - 3\cos 2x}{x^2}$$

$$11f(x) = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

$$12f(x) = \frac{\tan x}{x}$$

$$13f(x) = \frac{6x^3}{3 - 3\cos^2 x}$$

$$17f(x) = \frac{1-\cos 2x}{\sin x}$$

$$18f(x) = \frac{x-x\cos 2x}{x^2\sin x}$$

مبرهنات الاحاطة:

المبرهنة الأولى:

f g h ثلاث توابع

ومطلوب ايجاد نهاية f

$$19f(x) = \frac{5x+6\cos x-6}{\sqrt{4+2x}-2}$$

g

الجواب سالب لانهاية بشيل الطرف الأصغر أي

H

تمرين:

$$f(x) = \sqrt{x+1} - x$$

* $a = +\infty$

ASLAN BASET
Math

المبرهنة الثالثة:

ان كان لدينا $f(x) \geq g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow z_0} g(x) = +\infty \text{ وكانت}$$

$$\lim_{x \rightarrow z_0} f(x) = +\infty \text{ فإن}$$

أي نهاية الصغير موجب لانهاية أي ان نهاية الكبير أيضا موجب لانهاية.

ان كان لدينا $f(x) \leq g(x)$

$$\lim_{x \rightarrow z_0} g(x) = -\infty \text{ وكانت}$$

$$\lim_{x \rightarrow z_0} f(x) = -\infty \text{ فإن}$$

أي أن نهاية الكبير سالب لانهاية أي أن نهاية الصغير أيضا سالب لانهاية.

نستخدمها حسب الطرق الآتية:

*نشكل المترجمات:

$$h(x) \leq f(x) \leq g(x)$$

*نحسب نهايات الأطراف ونميز:

الجواب مووجب لانهاية معناها بشيل الطرف الأكبر أي



ASLAN BASET
Math

$$3 f(x) = (x - 1) \cdot \sin\left(\frac{1}{x - 1}\right)$$

$$a = 1$$

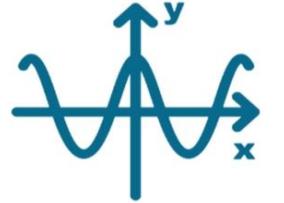




شغف التعليم
Educational passion

شغف الرياضيات 2024

للف الثالث الثانوي العلمي



*أوراق صممت للطالب الضعيف والمتوسط والممتاز

*أوراق جُمعت فيها الزاريات والدورات واسئلة الكتاب

*أوراق كتبت بشكل مبسط ومفهوم



0968225489

@ASLANO12M77

شغف وفريقك خطوة بخطوة



شغف التعليمي
Educational passion

$2 > -3$
 $0.999... = 1$
 $\pi \approx 3.14$
 $\sqrt{2}$
 5^{2^3}
 $101_2 = 5_{10}$



القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "



<https://t.me/alsh276>

مكتبة شغف " بوت الملفات "



https://t.me/passion_study_bot