قوانين مهمة وأساسية في المثلثات للمرحلة الثانوية :

المثلثات :

قوانين هامة جدا في المثلثات :

- $\sin(a+b) = \sin a \,.\cos b + \cos a \,.\sin b$
- $\sin(a-b) = \sin a \,.\cos b - \cos a \,.\sin b$
- $\cos(a+b) = \cos a \,.\cos b - \sin a \,.\sin b$
- $\cos(a-b) = \cos a \,.\cos b + \sin a \,.\sin b$

الزوايا المشهورة و نسبها المثلثية :

$\frac{\pi}{2}$	π	2π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0	
1	0	0	-1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	Sin
0	-1	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	Cos
غير معرف	0	0	غير معرف	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	Tan
0	غير معرف	غير معرف	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف	cot

ملاحظات :

- ✓ الزاويتان المتتامتان : هما زاويتان مجموع قياسيهما = 90 درجة ودوما يكون sin أحدهما مساويا cos الأخرى .

مثال : $\sin 30 = \cos 60 = \frac{1}{2}$

حيث : 30+60=90

- ✓ الزاويتان المتكاملتان : هما زاويتان مجموع قياسيهما = 180 درجة وتكون العلاقة بينهما :

Sin أحدهما = sin الأخرى

Cos أحدهما = معاكس cos الأخرى

مثال : لحساب cos 120 نتبع ما يلي :

إن الزاوية ذات القياس 120 هي مكملة للزاوية 60 لذلك نجد :

$$\cos 120 = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$$

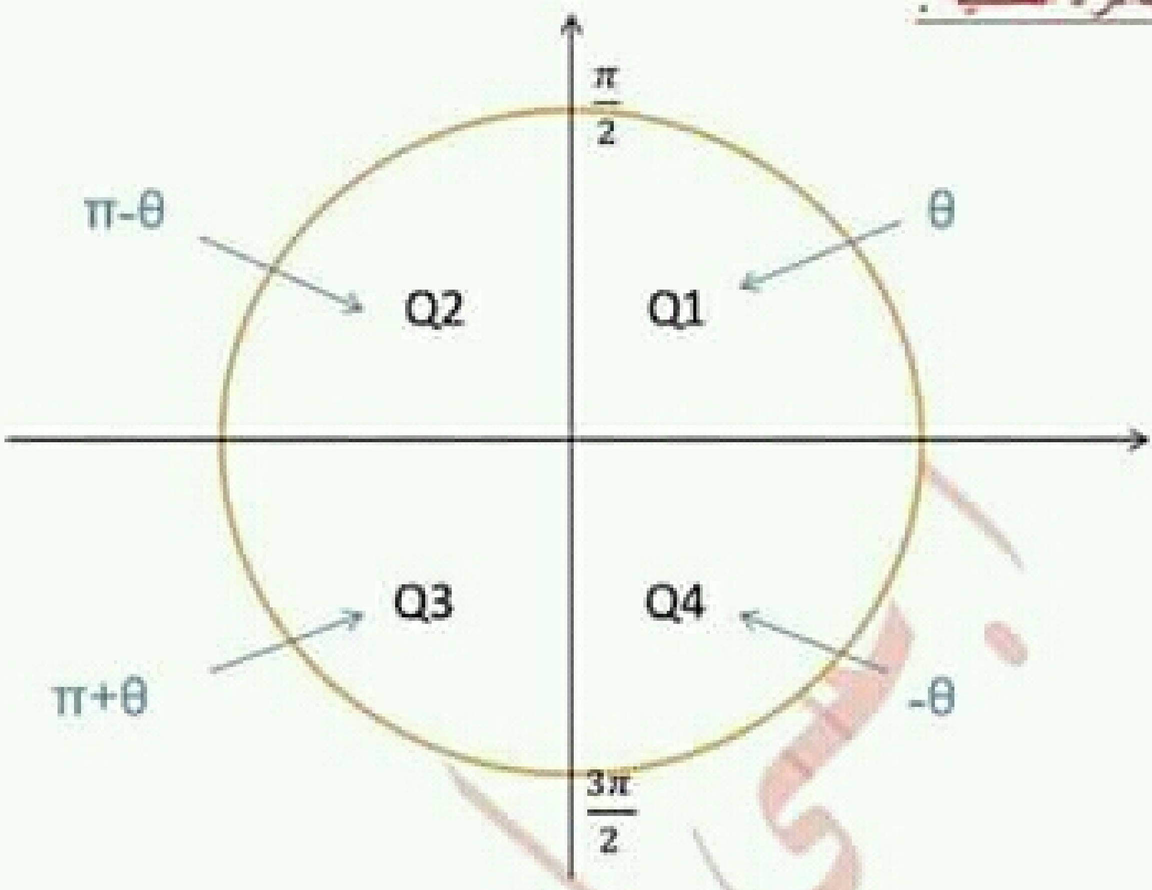
قاعدة : لتحويل قياس الزاوية من الدرجة إلى الراديان نضرب ب $\frac{\pi}{180}$

وللتحويل من الراديان إلى الدرجة نضرب ب $\frac{180}{\pi}$

مثال: $30^{\circ} = 30 * \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}$

$$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} * \frac{180}{\pi} = 45^{\circ}$$

الدائرة المثلثية :



الارجاع إلى الربع الأول :

عند إضافة الزاوية π إلى الزاوية θ حادة أو طرح θ من π عندئذ فإننا نحافظ على النسبة المثلثية .... والإشارة للناتج حسب الربع الذي تنتمي له الزاوية

مثال :

احسب $\sin\frac{4\pi}{3}$:

الحل: $\sin\frac{4\pi}{3} = \sin\left(\frac{3\pi+\pi}{3}\right) = \sin(\pi + \frac{\pi}{3})$

وبما أننا أضفنا π إلى الزاوية $\frac{\pi}{3}$ عندئذ أصبحنا في الربع الثالث أي :

$$\sin\frac{4\pi}{3} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

سؤال امتحاني : احسب : $\sin(15^\circ)$

الحل: نبحث عن زاويتين ناتج طرحهما = 15 كما يلي :

$$\sin 15^\circ = \sin(45-30) = \sin 45 \,.\, \cos 30 - \cos 45 \,.\, \sin 30$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

وهو المطلوب ☺

لاحظ انه كان من الممكن ايضاً اعتبار $15^\circ = 60^\circ - 45^\circ$

دساتير أضعاف الزاوية ونسبها المثلثية :

- $\sin 2\theta = 2\sin\theta \,.\, \cos\theta$
- $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$
  $= 1 - 2\sin^2\theta$
  $= \cos^2\theta - \sin^2\theta$
- $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$
- $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$
- $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

مثال: إذا كان لدينا $\cos\theta = \frac{4}{5}$ فاحسب $\cos 2\theta$

الحل: $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 2\,\frac{16}{25} - 1 = \frac{7}{25}$

دساتير التحويل من مجموع إلى جداء :

- $\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2} . \cos\frac{a-b}{2}$
- $\sin a - \sin b = 2\cos\frac{a+b}{2} . \sin\frac{a-b}{2}$
- $\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2} . \cos\frac{a-b}{2}$
- $\cos a - \cos b = -2\sin\frac{a+b}{2} . \sin\frac{a-b}{2}$

كما ويمكن الانتقال من الطرف الأيمن إلى الطرف الأيسر في كل من العلاقات السابقة فنحصل بذلك على دساتير التحويل من جداء إلى مجموع ☺

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

المدرّس : علي اسماعيل