المسألة الخامسة عشر [illegible]

حل في $\mathbb{R}$ جملة المعادلتين

$$x - 3y = 2\ln 2 \quad -(1)$$
$$x + y = 4\ln 2 \quad -(2)$$

بطرح المعادلتين

$$x - 3y - x - y = 2\ln 2 - 4\ln 2$$

$$-4y = -2\ln 2$$

$$y = \frac{-2\ln 2}{-4}$$

$$y = \frac{\ln 2}{2} = \frac{1}{2}\ln 2$$

$$\Rightarrow y = \ln 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow y = \ln\sqrt{2}$$

نعوض في (2)

$$x + \ln\sqrt{2} = 4\ln 2$$

$$\ln\sqrt{2} = \frac{1}{2}\ln 2$$

$$x = \underset{(2)}{\frac{4}{1}}\ln 2 - \frac{1}{2}\ln 2$$

$$x = \frac{8}{2}\ln 2 - \frac{1}{2}\ln 2$$

$$x = \frac{7}{2}\ln 2$$

$$x = \frac{1}{2}\, 7\ln 2$$

$$x = 7\ln 2^{\frac{1}{2}} = 7\ln\sqrt{2}$$

$$x = 7\ln\sqrt{2}$$

الطلب الثاني

اذا كان $I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x + 3}{e^x + 4}$

$J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x + 4}$

1 احسب $\boxed{I + J}$

احسب $I - 3J$

2 استنتج قيمة كل من I و J.

حساب $I + J$

$$I + J = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x + 3}{e^x + 4}\,dx + \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x + 4}\,dx$$

$$= \int_0^{\ln 16} \frac{e^x + 3 + 1}{e^x + 4}\,dx$$

$$= \int_0^{\ln 16} \frac{e^x + 4}{e^x + 4}\,dx$$

$$= \int_0^{\ln 16} 1\,dx$$

$$= \left[x\right]_0^{\ln 16}$$

$$= \ln 16 - 0$$

$$= \ln 2^4 = 4\ln 2$$

$$I + J = 4\ln 2$$

● حساب $I - 3J$

$$\int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3}{e^x+4} - 3\int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x+4}$$

$$I - 3J = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3-3}{e^x+4}\,dx$$

$$= \int_0^{\ln 16} \frac{e^x}{e^x+4}\,dx$$ البسط مشتقة المقام

$$= \left[\ln\left(e^x+4\right)\right]_0^{16}$$

$$= \left[\ln\left(e^{16}+4\right) - \ln\left(e^0+4\right)\right]$$

$$= \left[\ln(16+4) - \ln(1+4)\right]$$

$$= \ln 20 - \ln 5$$

$$= \ln \frac{20}{5}$$

$$= \ln 4 = \ln 2^2 = 2\ln 2$$

$$\boxed{I - 3J = 2\ln 2}$$

● استنتج قيمة كل من I و J.

نلاحظ أن

$x - 3y = 2\ln 2$ — (1)

$x + y = 4\ln 2$ — (2)

ايضاً

$I - 3J = 2\ln 2$

$I + J = 4\ln 2$

وبفرض أن

$I = x$

$J = y$

لكنه في الحل المشترك لحل المعادلتين (1) و (2)

وجدنا

$x = 7\ln\sqrt{2}$

$y = \ln\sqrt{2}$

ومنه

$I = 7\ln\sqrt{2}$

$J = \ln\sqrt{2}$

تكملة التاسع عشر ●

CamScanner