نهاية متتالية

السؤال الأول :

لتكن المتتالية $U_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \cdots\cdots\cdots\cdots + \frac{n}{3^n}$

١) أثبت بالتدريج أن $n \leq 2^n$.

٢) استنتج أن المتتالية عنصر راجح .

السؤال الثاني : ادرس تقارب المتتالية $U_n = \frac{3^n-2^n}{3^n-1}$.

السؤال الثالث :

$$U_{n+1} = U_n^2 - 2U_n + 2 \; ; \; U_0 = \frac{3}{2}$$

١)أثبت بالتدريج $\forall n \in N : 1 \leq U_n \leq 2$.

٢) أثبت أن $U_{n+1} - U_n = (U_n - 2)(U_n - 1)$.

٣)أثبت أن المتتالية متناقصة .

٤) هل U_n متقاربة.

السؤال الرابع : أثبت أن المتتاليتان متجاورتان

$U_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots\cdots + \frac{1}{n^2}$ ، $V_n = U_n + \frac{1}{n}$

السؤال الخامس :

المتتالية $(U_n)_{n\geq1}$ معرفة وفق $U_n = \frac{\cos(2n)}{\sqrt{n}}$. تحقق أن :

$\frac{-1}{\sqrt{n}} < U_n < \frac{1}{\sqrt{n}}$ وذلك أيا يكن $n \geq 1$ ، ثم استنتج نهاية $(U_n)_{n\geq1}$.

السؤال السادس :

المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ معرفة عند كل $n \geq 1$ وفق :

$$u_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!}$$

١) أثبت مستعملا بالتدرج أن $\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$.

٢) استنتج أن العدد 3 راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$.

٣) أثبت أن $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة .

انتهت الأسئلة

مدرس المادة: أحمد طرقجي
0955 420 349