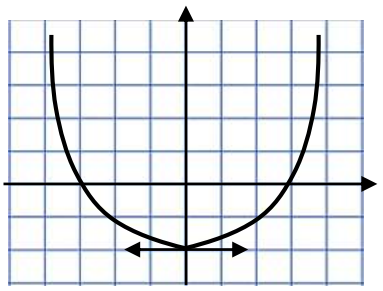
أسئلة دورات مادة الرياضيات – بكالوريا
النهايات والاشتقاق

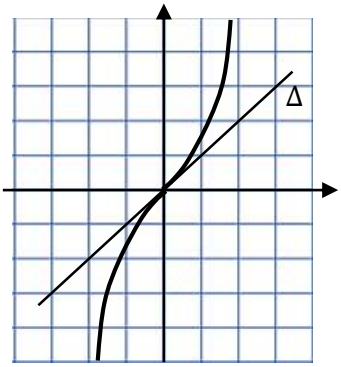
أولًا- حل الأسئلة الآتية:

السؤال الأول- نتأمل الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4,4[$



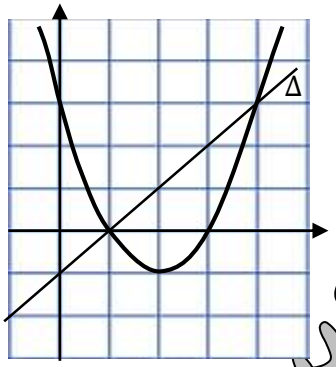
1) احسب $\lim_{x\to -4^+} f(x)$ و $\lim_{x\to 4^-} f(x)$ واستنتج معادلة كل مقارب للخط C.
2) احسب $f(0), f'(0)$.
3) جد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

السؤال الثاني- نتأمل الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-2,2[$



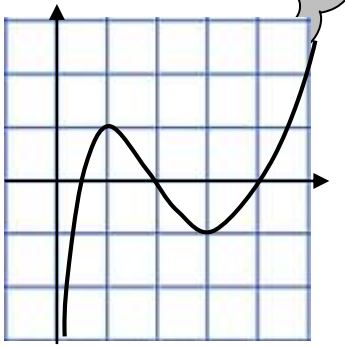
1) احسب $\lim_{x\to -2} f(x)$ و $\lim_{x\to 2} f(x)$.
2) احسب $f(0), f'(0)$.
3) هل التابع f فردي أم زوجي.
4) اكتب معادلة المماس Δ.

السؤال الثالث- نتأمل الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على R والمطلوب:



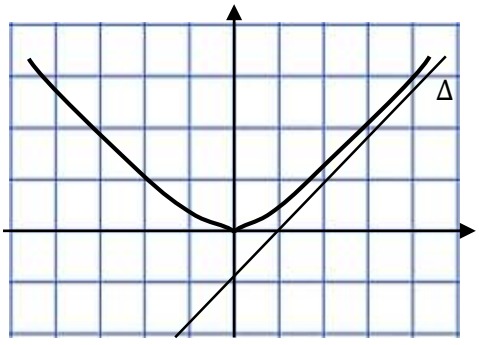
1) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.
2) جد $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.
3) ما حلول المعادلة $f(x) = y_{\Delta}$.
4) اكتب معادلة المستقيم Δ.

السؤال الرابع- في الشكل المرسوم جانبًا، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ والمطلوب:



1) جد $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 0} f(x)$.
2) دل على القيم الحديّة مبيّنًا نوعها.
3) جد حلول المتراجحة $f'(x) \le 0$.
4) جد $f([1,3])$.

السؤال الخامس- في الشكل المرسوم جانبًا، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R والمستقيم Δ مقارب مائل لـ C والمطلوب:

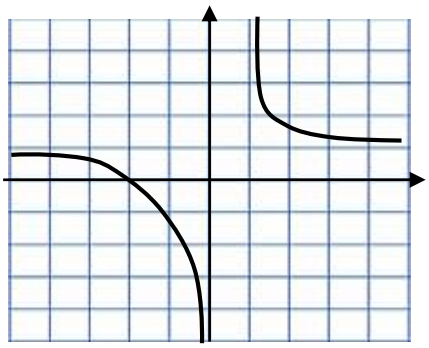


1) جد $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.
2) اكتب معادلة المستقيم Δ.
3) جد $f(0),\ f'(0)$.
4) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

أحمد شيخ حسين صباغ

أسئلة دورات مادة الرياضيات – بكالوريا
النهايات والاشتقاق

السؤال السادس- نتأمل الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 0[\cup]1, \infty[$



1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to1} f(x)$ $\lim_{x\to0} f(x)$.
2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي وكل مقارب شاقولي لـ C.
3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.
4) جد حل المعادلة $f(x) = 0$.

السؤال السابع- تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على R والمطلوب:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	$+\ 0$	$-$	$-\ 0$	$+$	$+$ $+$
$f(x)$	2	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

1) جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f.
3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.
4) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

السؤال الثامن- تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على R والمطلوب:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-\ 0$	$+$	$+\ 0$	$-$	$-$ $-$
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	3

1) جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f.
3) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.
4) احسب $f(]-1,2[)$.

السؤال التاسع- تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على R والمطلوب:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-\ \|\|\ +$		$+\ 0$	$-$	$-$ $-$
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	6	↘	$-\infty$

1) جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2) دل على القيمة الحدية للتابع f مبيّنًا نوعها.
3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.
4) جد حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

أحمد شيخ حسين

السؤال العاشر- تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\|\|-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

1) جد $\lim_{x\to 0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.
2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.
3) دل على القيمة المحلية وبين نوعها.
4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)\geq 0$.

السؤال الحادي عشر- ليكن f التابع المعرف على R وفق: $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$

1) أثبت محدودية f.
2) استنتج $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{3+\cos x}$.

السؤال الثاني عشر- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R^* وفق: $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي بين Δ و C.

السؤال الثالث عشر- ليكن f التابع المعرف على R وفق:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & : x\neq 0\\ m & : x=0\end{cases}$$

1) جد نهاية التابع f عند الصفر.
2) عين قيمة العدد m ليكون f مستمرًا عند الصفر.

السؤال الرابع عشر- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x)=x-E(x)$ والمطلوب:

1) اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2]$.
2) جد $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

السؤال الخامس عشر- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$ والمطلوب:

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.
2) ادرس الوضع النسبي بين C , Δ .

السؤال السادس عشر- نتأمل التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$ والمطلوب:

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2) أثبت أن التابع f متزايد.

أسئلة دورات مادة الرياضيات – بكالوريا
النهايات والاشتقاق

السؤال السابع عشر- ليكن f التابع المعرف على $R\backslash\{1\}$ وفق: $f(x)=\frac{ax^2+bx+1}{x-1}$ المطلوب:

عين العددين الحقيقيين a, b لتكون $f(-1)=0$ قيمة حدية للتابع f.

السؤال الثامن عشر- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 0[$ وفق: $f(x)=\frac{2x^2+\cos^2 x}{x}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

السؤال التاسع عشر- تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $R\backslash\{1\}$ خطه البياني c.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2

1) جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 1} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط c.
3) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.
4) ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$.

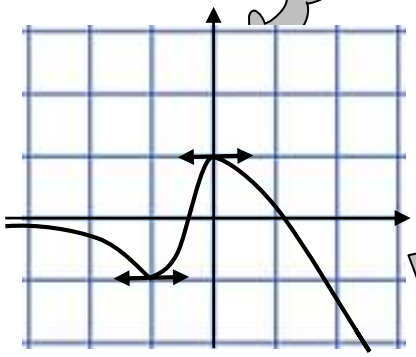
السؤال العشرون- ليكن f التابع المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+1+\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ المطلوب:

أثبت أن المستقيم $d: y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$.

السؤال الواحد والعشرون- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{-1\}$ وفق: $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}$

والمطلوب: عين a , b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0)=4$.

السؤال الثاني والعشرون- نتأمل جانبًا C_f الخط البياني للتابع f المعرف على R



1) جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f.
3) اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)>0$.
4) عين القيم الحدية للتابع f مبينًا نوع كل منها.

ثانيًا- حل التمارين الآتية:

التمرين الأول- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ والمطلوب:

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
2) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$. وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C.

التمرين الثاني- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{-3\}$ وفق: $f(x)=\frac{x^2+2x-2}{x+3}$ والمطلوب:

1) اكتب التابع f بالشكل $f(x)=ax+b+\frac{1}{x+3}$.

أحمد شيخ حسين

2) أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.
3) احسب $\int_0^2 f(x)\,dx$.

التمرين الثالث- ليكن f التابع المعرف على المجال $]2, +\infty[$ وفق: $f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$ والمطلوب:
1) ادرس تغيرات f على المجال $]2, +\infty[$ ونظم جدولًا بها.
2) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا.
3) اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

التمرين الرابع f التابع المعرف على R وفق: $f(0) = 0$ و $f(x) = x^2 \sin\frac{1}{x}$ في حالة $x \neq 0$ والمطلوب:
1) أثبت أن f اشتقاقي عند $x = 0$.
2) احسب $f'(x)$ على R^*.
3) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

التمرين الخامس- ليكن f التابع المعرف على $R\backslash\{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ والمطلوب:
1) عيّن التابع المشتق f' للتابع f.
2) نرمز بالرمز g إلى التابع المعرف على $J =]1, +\infty[$ وفق $g(x) = f(\sqrt{x})$، أثبت أن g اشتقاقي على J، ثم احسب $g'(x)$ على J.

- انتهت الأسئلة -

أحمد شيخ حسين
رهف صباغ