ملزمة

الرخصة المهنية في الرياضيات

بسم الله الرحمن الرحيم

مجموعة الأعداد الطبيعية

مقمة عن مجموعة الأعداد الطبيعية

مجموعة الأعداد الكلية ويرمز لها بالرمز ك حيث ك = {0، 1 ، 2 ، 3 ،....}

لكتابة عدد كلي نتبع جدول المنازل كالتالي:

	الوحدات			الآلاف			الملايين
قيمة الخانة	1	10	100	1000	10000	100000	**1000000**
الخانة	الآحاد	العشرات	المئات	الألوف	عشرات الألوف	مئات الألوف	**الملايين**
مثال	3	50	800	6000	40000	300000	7000000

مثال: العدد: 7346853

يكتب العدد بالصيغة التفصيلية:

7000000 + 300000 + 40000 + 6000 + 800 + 50 + 3

ويُقرأ: سبعة ملايين، وثلاثمائة وستة وأربعون ألفًا، وثمانمائة وثلاثة وخمسون

قابلية القسمة

☑ العدد يقبل القسمة على 2 إذا كان آحاده {0 , 2 , 4 , 6 , 8} ويسمى عددًا زوجيًا.

مثال: 5550، 342، 6478.

☑ العدد يقبل القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3.

مثال: العدد 645 يقبل القسمة على 3 لأن 5 + 4 + 6 = 15 يقبل القسمة على 3

☑ العدد يقبل القسمة على 4 إذا كان آحاده وعشراته تكون عدد يقبل القسمة على 4.

مثال: العدد 2716، 9540

☑ العدد يقبل القسمة على 5 إذا كان آحاده صفر أو 5.

مثال: 220، 335

☑ العدد يقبل القسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على 2 , 3 معًا.

مثال: 354، 816

☑ العدد يقبل القسمة على 10 إذا كان رقم آحاده صفر.

مثال: 750، 800

☑ العدد يقبل القسمة على 100 إذا كان رقم آحاده وعشراته صفر.

مثال: 700، 800

الكسور الاعتيادية

الكسر الاعتيادي هو جزء من كل، ويكتب على صورة بسط ومقام $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$

مثال: الكسر $\frac{3}{4}$ يمثل 3 أجزاء من أصل 4 كما هو موضح بالشكل:

تبسيط الكسور:

- يكون الكسر مكتوبًا بأبسط شكل عندما لا يوجد عدد غير الواحد يقسم بسطه ومقامه معًا.
- أي أنه لتبسيط الكسر لأبسط شكل نقوم بتحليل بسطه ومقامه ثم نحذف العوامل المشتركة للبسط والمقام.

مثال: أبسط الكسر $\frac{18}{36}$ لأبسط شكل.

الحل: $\frac{18}{36}=\frac{3\times6}{6\times6}=\frac{3}{6}=\frac{3}{3\times2}=\frac{1}{2}$

أو : $\frac{18}{36}=\frac{9\times2}{9\times4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

جمع وطرح الكسور:

- كي نجمع (أو نطرح) كسرين مختلفي المقام، نحولهما إلى كسرين مكافئين لهما، على أن يكون مقامهما مشتركًا ثم نجمع (أو نطرح) الكسرين الحاصلين.
- أي أنه لجمع (أو طرح) الكسور نقوم أولًا بتوحيد المقامات سواءً بإيجاد المقام المشترك أو بضرب المقامين ثم نحصل على كسرين مكافئين لهما نفس المقام ثم نجمع أو نطرح.

مثال: أوجد ناتج: $\frac{2}{5}-\frac{1}{2}$

الحل:

$$=\frac{2\times2-1\times5}{5\times2}=\frac{4-5}{10}=\frac{1}{10}$$

مثال: أوجد ناتج: $\frac{3}{8}-\frac{1}{4}$

الحل: $\frac{2}{8}+\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$

ضرب الكسور:

لا بد من تبسيط الكسرين قبل عملية الضرب ثم نضرب البسط في البسط والمقام في المقام.

مثال: أجري عملية الضرب التالية وأبسط الناتج إن أمكن:

$$\frac{6}{7} \times \frac{7}{3}$$

الحل: $\frac{6}{7} \times \frac{7}{3} = \frac{3 \times 2}{7} \times \frac{7}{3} = 2$

قسمة الكسور:

خارج قسمة كسرين يساوي حاصل ضرب الكسر الأول بمقلوب الكسر الثاني.

<u>مثال</u>: أجري عملية القسمة التالية وأبسط الناتج إن أمكن.

<u>الحل</u>: $\frac{6}{7} \div \frac{2}{21} =$

$$\frac{6}{7} \times \frac{21}{2} = \frac{2 \times 3}{7} \times \frac{7 \times 3}{2} = 9$$

تحويل الأعداد الكسرية إلى كسور والعكس:

- لتحويل الكسر إلى عدد كسري لابد أن يكون الكسر غير حقيقي أي لابد وأن يكون بسطه أكبر من أو يساوي مقامه.
- ولعملية التحويل نقسم بسطه على مقامه ويكون خارج القسمة هو العدد الصحيح والباقي بسطًا لكسر مقامه نفس المقام.
- لا تنسى التبسيط عند الحاجة.

<u>مثال</u>: أحول الكسر $\frac{93}{5}$ إلى عدد كسري.

<u>الحل</u>:

$93 \div 5 = 18$ والباقي 3

<u>فيكون</u> $\frac{93}{5} = 18\frac{3}{5}$

لتحويل الأعداد الكسرية إلى كسور

- نقوم بضرب المقام في العدد الصحيح، ونضيف له البسط ونجعل الناتج بسطًا لكسر له المقام نفسه ولا تنسى التبسيط عند الحاجة.

<u>مثال</u>: أحول العدد الكسري $9\frac{1}{4}$ إلى كسر.

<u>الحل</u>:

$$9\frac{1}{4} = \frac{1 + (9 \times 4)}{4} = \frac{1 + 36}{4} = \frac{37}{4}$$

النظير الضربي:

- لإيجاد النظير الضربي (المعكوس الضربي) لأي كسر نقلب الكسر أي نجعل المقام بسط والبسط مقامًا.
- مع ملاحظة أن أي عدد بدون مقام مقامه الواحد.

<u>مثال</u>: أوجد النظير الضربي للكسر $\frac{5}{8}$

<u>الحل</u>:

النظير الضربي هو $\frac{8}{5}$

==================

<u>مثال</u>: أوجد النظير الضربي للعدد 9.

<u>الحل</u>: النظير الضربي هو $\frac{1}{9}$ لأن مقام العدد 9 هو الواحد.

مقارنة الكسور:

- للمقارنة بين كسـرين مختلفي المقام نحولهما إلى كسـرين مكافئين لهما على أن يكون مقامهما مشـتركًا، ثم نقارن بين بسطيهما.
- أي نضـرب مقام الثاني ببسـط الأول ويكون الناتج بسـطًا للأول ونضـرب مقام الأول ببسـط الثاني ويكون الناتج بسطًا للثاني، ثم نقارن البسط الأول والبسط الثاني.

مثال: أقارن الكسرين: $\frac{3}{4}$ ، $\frac{2}{5}$

الحل:

$$\frac{3}{4} = \frac{5 \times 3}{5 \times 4} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4 \times 2}{4 \times 5} = \frac{8}{20}$$

إذًا: $\frac{8}{20} < \frac{15}{20}$

فيكون $\frac{2}{5} < \frac{3}{4}$

وأيضًا ممكن عن طريق ضرب الطرفين والوسطين كالتالي:

$$\frac{3}{4} \quad \frac{2}{5}$$

$15 = 5 \times 3$ ، $8 = 4 \times 2$

وبالتالي: فإن $8 < 15$

فيكون

$\frac{2}{5} < \frac{3}{4}$

تمارين (1 – 3):

1) الكسر $= \frac{4}{5}$

أ	$\frac{8}{5}$	ب	$\frac{4}{10}$	ج	$\frac{8}{10}$	د	$\frac{5}{8}$

2) الكسر الأكبر ضمن الكسور التالية:

أ	$\frac{7}{10}$	ب	$\frac{7}{8}$	ج	$\frac{6}{7}$	د	$\frac{6}{8}$

3) مجموع الكسرين $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} =$

أ	$\frac{6}{5}$	ب	$\frac{22}{15}$	ج	$\frac{6}{3}$	د	$\frac{6}{8}$

4) حاصل ضرب الكسرين $\frac{2}{9} \times \frac{3}{8} =$

أ	$\frac{2}{3}$	ب	$\frac{7}{10}$	ج	$\frac{1}{12}$	د	$\frac{5}{12}$

5) خارج قسمة الكسرين $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} =$

أ	$\frac{9}{32}$	ب	$\frac{1}{2}$	ج	$\frac{1}{3}$	د	2

6) العلامة الصحيحة لمقارنة الكسرين $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{3}{5}$

أ	>	ب	<	ج	≥	د	≤

الكسور العشرية

الكسر العشري:

كل كسر مقامه 10 أو 100 أو 1000 هو كسر عشري، أي أن كل كسر بعد تبسيطه إذا كانت أعداد مقامه قوى للعددين الأوليين 2 , 5 فقط فهو كسر عشري.

<u>مثال</u>: هل الكسر $\frac{18}{15}$ كسر عشري.

<u>الحل</u>: نعم لأن: $\frac{18}{15}$ $\frac{6 \times 3}{5 \times 3}$ $\frac{6}{5}$ =

$$= \frac{6}{5} = \frac{2 \times 6}{2 \times 5} = \frac{12}{10} = 1.2$$

العدد الدوري:

إذا كان الكسر غير عشري، ولا نستطيع تحويله إلى عدد عشري منته، حيث قسمة بسطه على مقامه لا تنتهي فهو عدد دوري.

لكن نجد أن $\frac{2}{3}$ ليس عددًا عشريًا.

<u>مثال</u>: هل الكسر $\frac{2}{3}$ عدد دوري.

<u>الحل</u>: نعم. لأن: $\frac{2}{3} =$ 0,66666

لهذا يكون الكسر عددًا دوريًا.

جمع وطرح الأعداد العشرية:

لجمع أو طرح عددين عشريين نتبع الخطوات التالية:

1) نرتب العددين عمودياً بحيث تكون الفاصلة العشرية تحت الفاصلة العشرية.

2) نضيف أصفاراً إلى يمين الكسر العشري عند الحاجة ليصبح العددان متساويين في عدد المنازل العشرية.

3) نجمع أو نطرح كما نجمع أو نطرح الأعداد الصحيحة ونسقط الفاصلة العشرية فى الناتج عند

<u>مثال</u>: أوجد ناتج 0,561 + 39,009 + 5,4

<u>الحل</u>:

$$\begin{array}{rr} & 0,561 \\ + & 39,009 \\ & 5,400 \\ \hline & 44,970 \end{array}$$

ضرب الأعداد العشرية:

لضرب عددين عشريين نضرب كما نضرب في الأعداد الصحيحة ثم نضع الفاصلة العشرية بحيث يكون عدد المنازل يمين الفاصلة في حاصل الضرب مساوياً لمجموع عدد المنازل العشرية في العددين المضروبين.

<u>مثال</u>: أوجد ناتج 22,2 × 0,5

<u>الحل</u>:

1110 = 5 × 222

فيكون 22,2 × 0,5 = 11,10

قسمة الأعداد العشرية:

لقسمة عددين عشريين نضرب المقسوم والمقسوم عليه بأصغر قوة للعشرة ليصبح المقسوم عليه عدداً صحيحاً ونُتم عملية القسمة على العدد الصحيح. ولا تنسى ننقل الفاصلة إلى خارج القسمة عند الوصول إليها.

مثال: أوجد خارج قسمة $4,08 \div 0,4$

الحل:

$4 = 10 \times 0,4$ ، $40,8 = 10 \times 4,08$

فيكون $40,8 \div 4 = 10,2$

تحويل الكسور إلى أعداد عشرية والعكس:

- لتحويل الكسر إلى عدد عشري نقسم البسط على المقام أو بعد تبسيط الكسر وتحليل مقامه، نضرب البسط والمقام بالقوى المناسبة للعدد 2 أو 5 لتحويل مقامه إلى إحدى قوى العشرة.
- لتحويل العدد العشري إلى كسر نضع العدد العشري في كسر يكون مقامه واحد ثم نضرب البسط والمقام بـ 10 أس عدد الأرقام التي بعد الفاصلة في العدد العشري.

مثال: حول الكسر $\frac{5}{8}$ إلى كسر عشري.

الحل: لا بد من جعل المقام إحدى قوى العشرة فنجد أن المقام 8 يجب أن يُضرب في 125 ليصبح 1000، وبالتالي نضرب البسط كذلك في 125 فيكون:

$$\frac{5}{8} \times \frac{125}{125} = \frac{625}{100} = 0,625$$

مثال: حول الكسر العشري 0,625 إلى كسر اعتيادي.

الحل: $0,625 = \frac{625}{1000} = \frac{125 \times 5}{125 \times 8} = \frac{5}{8}$

أسبقية العمليات الحسابية

يتم تسلسل العمليات الحسابية وفق الصيغة التالية:

1. العمليات داخل الأقواس.
2. رفع الأسس.
3. الضرب والقسمة.
4. الجمع والطرح.

ومن اليمين إلى اليسار (في اللغة العربية)

مثال: ناتج 3 + 2 × 5 – 12 =

الحل: 3 + 10 – 12 = 13 - 12 = 1

==================

مثال: ناتج 3 + 6 × (4 + 5) ÷ 3 - 7

الحل: 3 + 6 × 9 ÷ 3 - 7

= 3 + 54 ÷ 3 - 7

= 3 + 18 - 7

= 21 – 7 = 14

القواسم، والمضاعفات، الأعداد الأولية

قابلية القسمة:

قواسم عدد هي الأعداد التي تقسم العدد دون باق.

مثال:

العدد 4 قاسم من قواسم العدد 28

لأن: $28 \div 4 = 7$

لأن: $7 \times 4 = 28$

مضاعفات عدد:

للحصول على مضاعفات عدد ما نضربه بكل من الأعداد 1 , 2 , 3 , ...

مثال: المضاعفات الخمسة الأولى للعدد 9 هي:

$9 \times 1 = 9$, $9 \times 2 = 18$, $9 \times 3 = 27$

$9 \times 4 = 36$, $9 \times 5 = 45$

تدريب:

أضع (قاسم أو مضاعف) مكان النقاط فيما يلي:

العدد 6 .... للعدد 36

العدد 36 .... للعدد 6

الأعداد الأولية:

- العدد الذي له قاسمان فقط وهما العدد واحد، والعدد نفسه يسمى عدداً أولياً.
- العدد الذي له أكثر من قاسمين يسمى عدداً غير أولي.

من الأعداد الأولية:

2 , 3 , 5 , 7 , 11 , 13 , 17 , 19 , 23 , 29 , 31 , 37 , 41 , 43 , 47 , 53 ,
59 , 61 , 67 , 71 , 73 , 79 , 83 , 89 ....

مثال:

5 , 9 عددان أوليان فيما بينهما:

لأن: قواسم العدد 5 هي: 1 , 5

قواسم العدد 9 هي: 1 , 3 , 9 .

فيكون ق . م . أ = 1 فيكون العددان 5، 9 أوليان فيما بينهما على الرغم من أن 9 ليس أوليًا.

القاسم المشترك الأكبر لعددين (ق . م . أ) :

القاسم المشترك الأكبر لعددين هو حاصل ضرب قوى العوامل الأولية المشتركة فقط والتي لها الأس الأصغر.

مثال:

أوجد ق . م . أ للعددين 98 , 56 ؟

الحل:

$98 = 2 \times 49 = 2 \times 7 \times 7 = 2 \times 7^2$

$56 = 2 \times 28 = 2 \times 4 \times 7 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 2^3 \times 7$

إذًا ق . م . أ $= 2 \times 7 = 14$

المضاعف المشترك الأصغر لعددين (م . م . أ) :

المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو حاصل ضرب قوى العوامل الأولية للعددين والتي لها الأس الأكبر.

أوجد م . م . أ للعددين 8 , 12

الحل: $8 = 2 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$12 = 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

م . م . أ $= 2^3 \times 3 = 8 \times 3 = 24$

تقريب الأعداد

التقريب عملية هامة جدًا في الرياضـيات، وتعني إزالة عدد كبير من الأرقام، وتحويلها إلى عدد صـحيح، أو عدد عشـري منتهي.

أولاً: التقريب إلى عدد صحيح:

ومعناه تقريب العدد إلى عدد صحيح يكون آحاده صفر.

مثال: قرب العدد 985.36 لأقرب عشرة

الحل: نحدد خانة العشرات ونميزها: 985,36

إذًا العدد 8 هو العدد الذي يمثل خانة العشرات في العدد 985,365

ننظر إلى العدد الذي على يمينه وهو 5، ونعرف إن كان عددا بخيلاً (أقل من 5) أم كريمًا (5 أو أكثر)، ويتضـح أن 5 عددا كريمًا فنقوم باسـتلاف 1 منه ونجمعه مع 8 فيصـبح 9 ونحول 5 إلى صـفر ونمحي الأعداد التي على يمين العلامة (الأعداد لعشرية).

إذًا: 985.365 ≈ 990 لأقرب عشرة

مثال: قرب العدد 8934,425 لأقرب 100

الحل: نحدد خانة المئات حيث تكون خانة المئات مميزة عن باقيها من الخانات كالتالي 8934,425

ننظر إلى العدد الذي على يمينة وهو 3 فنجد أنه عدد بخيل فلا يمكن اسـتلاف 1 منه فنحوله إلى صـفر وكذلك خانة الآحاد ونطيح بالأعداد العشرية

إذًا: 8934,425 ≈ 8900 لأقرب مائة

مثال: قرب العدد: 8472564 لأقرب 1000

الحل: نحدد خانة الألوف: 8472564

ثم ننظر إلى يمينها فنجد العدد 5 فنجده عددًا كريمًا فنسـتلف منه 1، ويجمع على 2 فتصـبح ثلاثة، ونطيح بالباقي من الأعداد التي على يمينه (تحويلها إلى صفر)

إذًا: العدد 8472564 ≈ 8473000 لأقرب ألف

مثال: قرب العدد 8452958515965 لأقرب مليون

الحل: نحدد خانة الملايين ونميزها: 8452958515965

ثم ننظر إلى العدد الذي على يمينه فنجد العدد 5 وهو عدد كريم فنقوم باستلاف 1 منه، ونطيح بالأعداد التي على يمينه وتصبح كلها صفر.

إذًا: 8452958515965 ≈ 8452959000000 لأقرب مليون

ثانيًا: التقريب لأقرب وحدة:

مثال: قرب العدد التالي لأقرب وحدة 584,65

الحل: نميز خانة الآحاد حتى يصبح العدد 584,65

ثم ننظر إلى العدد الذي يقع على يمينه (على يمين العلامة العشـرية) وهو 6 فنجده عددًا كريمًا فنسـتلف منه 1 ونجمعه مع 4.

إذًا: 584,65 ≈ 585 لأقرب وحدة

ثالثًا: التقريب لأقرب جزء:

في هذا النمط من التقريب ستكون القيمة التقريبية عددًا عشريًا مبسطًا.

مثال: قرب العدد 854,684 لأقرب جزء من عشرة الحل: نحدد خانة الجزء من عشرة 854,684

ثم ننظر إلى ما على يمينه فنجده العدد 8 فنجده عددًا كريمًا فنسـتلف منه 1، ونطيح بكل ما على يسـار خانة الجزء من عشرة

إذًا: 854,684 ≈ 854,7 لأقرب جزء من عشرة

مثال: قرب العدد 85,3541 لأقرب جزء من مائة

الحل: نحدد خانة الجزء من مائة 85,3541 ثم ننظر إلى العدد الذي على يمينها فنجده 4، والعدد 4 عدد بخيل فنطيح بكل الأعداد التي بعد خانة الجزء من مائة.

إذًا: 85,3541 ≈ 85,35 لأقرب جزء من مائة.

النسبة والتناسب

1) النسبة

- النسبة هي مقارنة بين كميتين من نفس النوع في أبسط صورة.
- تكتب النسبة (س إلى ص) على احدى الصور الأتية:
- س : ص أو $\frac{س}{ص}$ (س، ص يسميان حدي النسبة)
- مجموع النسب = 1
- نسبة أي صنف = عدد أجزاء الصنف ÷ مجموع الأجزاء للأصناف
- لإيجاد النسبة نضع العدد الذي معه كلمة إلى في المقام ثم نبسط الكسر إن أمكن

مثال:

مع أحمد 15 ريال ومع على 20 ريال. أوجد النسبة بين ما مع أحمد إلى ما مع علي.

<u>الحل</u>:

النسبة = $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

إذًا النسبة بينهما 3 : 4

مثال:

مدرسة ثانوية نسبة طلاب الأول الثانوي إلى الثاني الثانوي إلى الثالث الثانوي هي 2 : 3 : 4 فما نسبة كل صف بالمدرسة على حدا؟

الحل:

نسبة طلاب الأول الثانوي = 2 : 9

نسبة طلاب الثاني الثانوي = 3: 9 = 1 : 3

نسبة طلاب الثالث الثانوي = 4 : 9

2) التناسب

- التناسب هو تساوى نسبتين أو أكثر.
- إذا كانت الكميات س، ص، ع، ل متناسبة فإن $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ع}}{\text{ل}}$
  حيث أن كل من ص، ل لا يساوى صفر
- إذا كانت: $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ع}}{\text{ل}}$ فإن : س × ل = ص × ع

أي أن حاصل ضرب الطرفين يساوى حاصل ضرب الوسطين(المقص).

- مقياس الرسم = الطول في الرسم : الطول الحقيقي

3) مقياس الرسم:

- مقياس الرسم هو نسبة بين بعدين أحدهما في الرسم (الخارطة) والآخر في الحقيقة.
- يتم حساب مقياس الرسم باتباع القاعدة:

مقياس الرسم = $\frac{\textbf{الطول في الرسم}}{\textbf{الطول الحقيقي}}$

مثال:

ظهر البعد بين مدينتين على خارطة 5سم، فإذا كانت المسافة الحقيقية بينهما 150كم. فما مقياس الرسم لهذه الخارطة.

الحل:

مقياس الرسم = $\frac{\textbf{الطول في الرسم}}{\textbf{الطول الحقيقي}} = \frac{\textbf{5 سم}}{\textbf{150 كم}}$

لا بد من تحويل كم إلى سم لأن النسبة يجب أن تكون بين كميتين من نفس النوع

كم = 1000م ، م = 100 سم ← كم = 100000سم

مثال: رسمت خارطة بمقياس رسم 1 : 400000 ما المسافة الحقيقية بين مدينتين البعد بينهما على هذه الخارطة 5سم؟

الحل: $\frac{\text{5 سم}}{100000 \times 150}$

ملخص حقائق الكسور والعمليات عليها

*** لتبسيط الكسر: نحلل كلاً من البسط والمقام ثم نحذف العوامل المشتركة بينهما**
*** جمع وطرح: لا بد من توحيد المقامات**
*** ضرب: تضرب البسط × البسط ؛؛ المقام × المقام**
*** قسمة: تتحول إلى ضرب في مقلوب الكسر الثاني**
*** عند تساوي كسرين (أو نسبتين) فإن: حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين**
*** إذا كان: ا × ج = ب × ء فإن:** $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$
*** لتحويل العدد الكسري إلى كسر غير حقيقي (بسطه أكبر من مقامه)** **نضرب الصحيح في المقام، ونضيفه إلى البسط، ويصير الناتج بسطاً لنفس المقام**
*** عند جمع (أو طرح) عدد صحيح مع (أو من) كسر: نضرب المقام في الصحيح ونضيفه (أو نطرحه) إلى (من) بسط الكسر، ونضع الناتج بسطًا لكسر مقامه هو مقام الكسر نفسه.**
*** عند ضرب كسر في عدد صحيح (أو العكس):** **نضرب العدد الصحيح في بسط الكسر، ونضع الناتج بسطًا لكسر مقامه هو مقام الكسر نفسه**
*** عند قسمة عدد صحيح على كسر: نضرب هذا العدد في مقلوب الكسر**
*** عند قسمة كسر على عدد صحيح: نضرب الكسر في مقلوب هذا العدد**
*** للمقارنة بين كسرين: توجد ثلاث حالات:** **1) إذا كان الكسران لهما نفس المقام: الكسر الذي له البسط الأكبر يكون هو الكسر الأكبر.** **2) إذا كان الكسران لهما نفس البسط: الكسر الذي له المقام الأكبر يكون هو الكسر الأصغر.** **3) إذا كان مقامي الكسرين مختلفين: نوحد مقامهما ونقارن بين بسطهما أو نعمل عملية المقص.**
*** عندما يكون حاصل ضرب كسرين = 1 فإن كلا منهما معكوسا ضربيًا للأخر**
• القاسم المشترك الأكبر لعددين (ق. م . أ) : **هو حاصل ضرب العوامل المشتركة فقط بين العددين والتي لها الأس الأصغر**
• المضاعف المشترك الأصغر لعددين (م . م . أ) : **هو حاصل ضرب العوامل المشتركة والغير مشتركة للعددين والتي لها الأس الأكبر**
*** النسبة المئوية: هي كسر مقامه = 100.** **ولتحويل الكسر إلى نسبة مئوية: تقسم البسط على المقام ثم × 100** *** النسبة المئوية =** $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100$
*** لإيجاد كسر (أو نسبة) من عدد: تضرب الكسر (النسبة) في هذا العدد.**
*** لإيجاد عدد عُرفت قيمة كسر(نسبة) منه: تقسم هذه القيمة على الكسر (النسبة)**

* العدد العشري هو عدد مؤلف من جزء صحيح وجزء عشري
* عند جمع أو طرح الأعداد العشرية: تجمع (أو تطرح) الأعداد ذات المنازل المتشابهة
* عند إضافة أصفار يمين الكسر العشري: فإن قيمته لا تتغير
* في حالة ضرب العدد العشري في قوى العدد 10 تحرك الفاصلة العشرية جهة اليمين عدداً من المنازل = عدد الأصفار
* وفي حالة قسمة العدد العشري على قوى العدد 10 تحرك الفاصلة العشرية جهة اليسار عدداً من المنازل = عدد الأصفار
* كل عدد صحيح هو كسر مقامه = 1 والعكس صحيح
* ينعدم الكسر (= صفر) إذا كان: بسطه = صفر ويكون الكسر غير معرفًا إذا كان: مقامه = صفر
* لإيجاد النسبة بين عددين: نكتب العدد الأول في البسط والعدد الثاني في المقام ثم نُبسط الكسر كلما أمكن والنسبة لا تُميز
التناسب هو تساوي نسبتين أو أكثر
* إذا كانت كميات في تناسب فإن:
* مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$ $\frac{\text{الأول}}{\text{الثاني}} = \frac{\text{الثالث}}{\text{الرابع}}$

قوانين القوى

يمكن كتابة حاصل ضرب العدد 2 مضروبًا بنفسه 3 مرات بإحدى صورتين:

الأولى: $2 \times 2 \times 2$

الثانية: 2^3 وتسمى 2 الأساس، 3 الأس

إذًا العدد س^{ص} يعني أن س مضروبًا في نفسه عدد ص من المرات

- **ضرب وقسمة القوى إذا كانت الأساسات متساوية:**

1) س^{م} × س^{ن} = س$^{م+ن}$ (تجمع الأسس)

2) س^{م} ÷ س^{ن} = س$^{م-ن}$ (تطرح الأسس)

مثال:

1) س^{2} × س^{3} =........

ا~ س^{6} ب~ س^{5} ج~ س د~ س^{32}

2) س^{7} ÷ س^{5} = ...

ا~ س^{12} ب~ س^{35} ج~ س^{2} د~ س^{35}

- **توزيع الأس على عمليتي الضرب والقسمة:**

(س × ص)^{م} = س^{م} × ص^{م} ، $\left(\frac{س}{ص}\right)^{م} = \frac{س^{م}}{ص^{م}}$

(حيث ص ≠ صفر)

مثال:

1) (س × ص)^{3} = ...

ا~ س^{3}ص ب~ س ص^{3} ج~ س^{3} ص^{3} د~ س^{9} ص^{9}

2) $\left(\frac{س}{ص}\right)^{2}$ = ...

ا~ $\frac{س^{2}}{ص}$ ب~ $\frac{س}{ص^{2}}$ ج~ د~ $\frac{س^{2}}{ص^{2}}$ $\frac{س}{ص}$

ملخص حقائق القوى

* في ضرب الأساسات المتشابهة تجمع الأسس $ا^{م} \times ا^{ن} = ا^{م+ن}$
* وفي القسمة تطرح الأسس: $ا^{م} \div ا^{ن} = ا^{م-ن}$
* في حالة الأس لأس تضرب الأسس: $(ا^{م})^{ن} = ا^{م \times ن}$
* إذا كان الأس سالب تقلب الكسر $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-1} = \frac{ص}{س}$ حيث س، ص لا تساوي صفر
* تتوزع الأسس على الضرب والقسمة $\left(\frac{س}{ص}\right)^{ن} = \frac{س^{ن}}{ص^{ن}}$ حيث: ص لا تساوي الصفر ،، $(س\ ص)^{ن} = س^{ن}\ ص^{ن}$
* $ا^{صفر} = 1$ ؛ حيث ا لا تساوي صفر
* إذا كان الأساس سالبًا، والأس عدد زوجي يصير الناتج موجبًا.   وإذا كان الأس عدد فردي فيظل الناتج سالبًا.

تمارين عامة

تمارين (1 – 1):

1) اكتب القيمة المكانية للرقم ٥ في العدد ٨ ٣٥٦ بالحروف والأرقام.

أ	المئات، ٥٠٠	ب	الآحاد، ٥	ج	العشرات، ٥٠	د	الألوف، 5000

2) الصيغة العددية للعدد خمسة ملايين وثلاثة وأربعون ألفًا ومئتين هي:

أ	5340200	ب	5030042	ج	5043200	د	5430200

3) العدد 6+800+.....+4000+ 50000= 545806 العدد الناقص في الفراغ هو:

أ	50	ب	500	ج	5000	د	50000

4) منزلة الرقم ٩ في العدد ٤٥٩٢٣٥ هي:

أ	90	ب	900	ج	9000	د	90000

تمارين (1 – 2):

1) العدد الذي يقبل القسمة على 5 من الأعداد التالية:

أ	213	ب	216	ج	217	د	220

2) العدد الذي يقبل القسمة على 3 من الأعداد التالية:

أ	212	ب	216	ج	217	د	220

3) العدد الذي يقبل القسمة على 2، 5 معًا من الأعداد التالية:

أ	213	ب	216	ج	217	د	220

4) العدد الذي يقبل القسمة على 6 من الأعداد التالية:

أ	213	ب	216	ج	217	د	220

5) العدد الزوجي من الأعداد التالية:

أ	244	ب	3761	ج	105	د	143

تمارين (1 – 4):

1) 11 + 1,1 + 0,110 + 0,011 =

أ	12,211	ب	12,221	ج	12,201	د	12,0211

2) 1 - 0,0007 =

أ	0,9993	ب	0,993	ج	0,9003	د	0,003

3) 50 ÷ 0,5 =

أ	50	ب	100	ج	30	د	20

4) غلاية ماء سعتها 2,28 لتر، وكوب الشاي سعته 0,4 لتر. كم كوبًا من الشاي يمكن أن يُجهز من تعبئة الغلاية مرة واحدة؟

أ	6	ب	7	ج	8	د	9

5) لدينا عدد من علب الصابون حجم العلبة الواحدة 0,6م^3 نريد تخزينها في مستودع سعته 48م^3. كم علبة سنحتاج؟

أ	80	ب	90	ج	800	د	900

تمارين (1- 5):

1) 4 + 3 × 6 ÷ 2 =

أ	21	ب	13	ج	11	د	8

2) 48 – 24 ÷ 6 + 12 × 2 =

أ	20	ب	32	ج	48	د	76

3) 6 × (15 – 5) + 12 ÷ 4 =

أ	12	ب	18	ج	63	د	72

تمارين (1 – 6):

1) العدد الأولي من الأعداد 9، 15، 24، 29 هو:

أ	9	ب	15	ج	24	د	29

2) القاسم المشترك الأكبر للعددين 12، 24 هو:

أ	2	ب	3	ج	12	د	24

3) المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12، 24:

أ	2	ب	3	ج	12	د	24

4) العدد الأولي الزوجي الوحيد هو:

أ	2	ب	4	ج	6	د	8

تمارين (1 – 7):

1) العدد 37,542 مقربًا لأقرب عدد صحيح هو:

أ	37,5	ب	37	ج	37,6	د	38

2) العدد 37,542 مقربًا لأقرب جزء من عشرة هو:

أ	37,5	ب	37	ج	37,6	د	38

3) العدد 37,542 مقربًا لأقرب جزء من مائة هو:

أ	37,54	ب	30	ج	37,55	د	40

4) العدد 37,542 مقربًا لأقرب عشرة هو:

أ	37,5	ب	37	ج	30	د	40

تمارين (1 – 8):

1) تقدم لإحدى المسابقات 120 متسابقًا حصل 5% منهم على جوائز. فإن عدد الذين حصلوا على الجوائز:

أ	5	ب	6	ج	7	د	8

2) مدرسة ثانوية عدد طلابها 200 طالب، نسبة طلاب الصف الأول منهم 28%، ونسبة طلاب لصف الثاني منهم 32%.

كم عدد طلاب الصف الثالث:

أ	40	ب	60	ج	80	د	100

3) حصل طالب على 17 درجة من 20 درجة في اختبار مادة الرياضيات. كم تكون النسبة المئوية لدرجته؟

أ	%85	ب	%86	ج	%87	د	%88

4) المسافة بين مدينتين 120كم، وكان مقياس الرسم لهذه الخارطة 1سم لكل 6كم. فما الطول بين المدينتين على الرسم؟

أ	30سم	ب	25سم	ج	20سم	د	12سم

5) مدرسة بها 240 طالب لكل 20 طالب معلم واحد. كم عدد المعلمين بالمدرسة؟

أ	10	ب	11	ج	12	د	13

تمارين (1 – 9):

1) قيمة العدد 2^5 =

أ	10	ب	16	ج	32	د	64

2) القيمة العددية للقوة الثالثة للعدد 3 =

أ	3	ب	9	ج	27	د	81

3) $(2^2)^3$ =

أ	2^6	ب	2^5	ج	12	د	16

4) قيمة العدد 4^0=

أ	صفر	ب	1	ج	4	د	16

5) $(س^2 \times ص^3)^2$=

أ	$س^4 ص^3$	ب	$س^2 ص^6$	ج	$س^4 ص^6$	د	$س^6 ص^6$

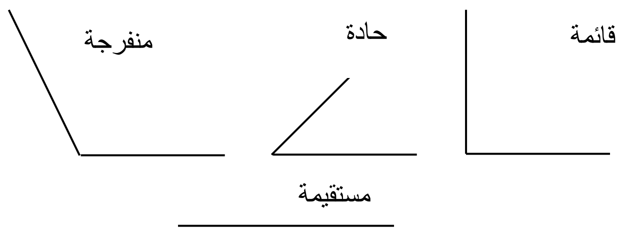
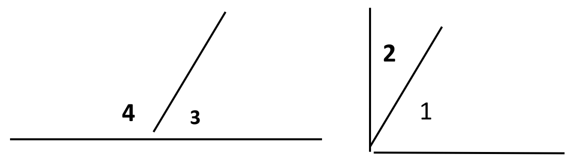
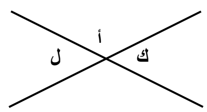
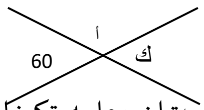
إجابة التمارين

تمارين (1-1)									
1	أ	2	ج	3	ج	4	ج	-	-
تمارين (1-2)									
1	د	2	ب	3	د	4	ب	5	أ
تمارين (1-3)									
1	ج	2	ب	3	ب	4	ج	5	د
تمارين (1-4)									
1	ب	2	أ	3	ب	4	أ	5	أ
تمارين (1-5)									
1	ب	2	أ	3	ج	-	-	-	-
تمارين (1-6)									
1	د	2	ج	3	د	4	أ	-	-
تمارين (1-7)									
1	د	2	أ	3	أ	4	د	-	-
تمارين (1-8)									
1	ب	2	أ	3	أ	4	ج	5	ج
تمارين (1-9)									
1	ج	2	ج	3	أ	4	ب	5	ج

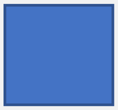
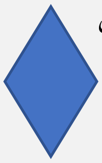
المفاهيم الهندسية

والتطبيقات عليها

المهارات والمفاهيم والأساسيات على المستقيمات والزوايا

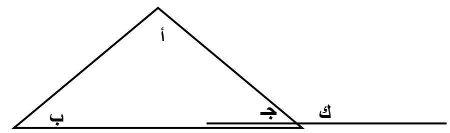
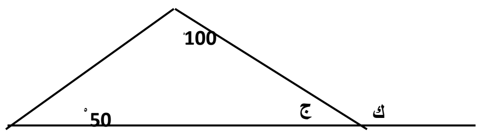
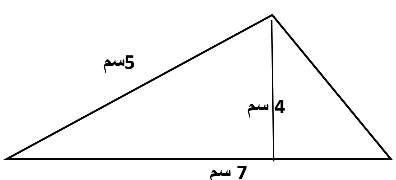
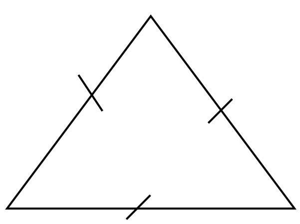
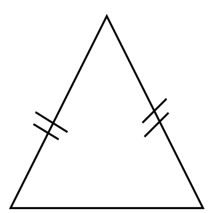
أنواع الزوايا: • الزاوية الحادة: هي زاوية قياسها أقل من 90°. • الزاوية القائمة: هي زاوية قياسها 90°. • الزاوية المنفرجة: هي زاوية أكبر من 90° وأقل من 180°. • الزاوية المستقيمة: هي زاوية قياسها 180°.	
الزوايا المتتامة – الزوايا المتكاملة: تكون الزاويتان متتامتين إذا كان مجموعهما زاوية قائمة تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموعهما زاوية مستقيمة.	مثال: 
المستقيمات المتقاطعة:  الزوايا المتجاورة متكاملة أي (أ + ل = 180°) الزوايا الرأسية متساوية أي (ك = ل)	مثال:  في الشكل المجاور أوجد قيمة الزاوية أ ، ك الحل: من الرسم الزاويتان ك ، 60° رأسيتان وعليه تكونان متساويتين وبالتالي ك = 60° ومن الرسم ك + أ = 180°. وعليه أ = 120°.

المهارات والمفاهيم والأساسيات في الأشكال الرباعية

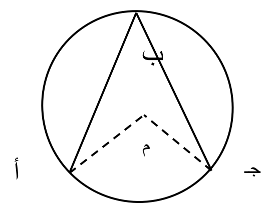
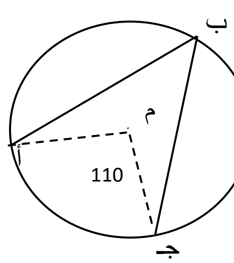
الشكل الرباعي	تعريفه	علاقته بالأشكال الأخرى	خصائص أضلاعه	خصائص زواياه	خصائص قطريه	القوانين الخاصة به
المستطيل 	شكل رباعي جميع زواياه قوائم	المستطيل متوازي أضلاع جميع زواياه قوائم	كل ضلعين متواجهين متطابقين	جميع زواياه قوائم أي قياس كل زاوية يساوي 90ْ	قطراه متطابقان وينصف كل منهما الآخر	مساحة المستطيل = الطول × العرض محيط المستطيل = 2 (الطول + العرض)
المربع 	شكل رباعي أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قائمة	المربع هو مستطيل ومعين في آن معاً	جميع أضلاعه متطابقة	جميع زواياه قوائم أي قياس كل زاوية يساوي 90ْ	قطراه متطابقان ومتعامدان وينصف كل منهما الآخر	مساحة المربع = الطول × العرض محيط المربع = طول الضلع × 4
المعين 	شكل رباعي جميع أضلاعه متطابقة	المعين متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة	جميع أضلاعه متطابقة	كل زاويتين متواجهتين متطابقين	قطراه متعامدان وينصف كل منهما الآخر	مساحة المعين = القاعدة × الارتفاع محيط المعين = طول الضلع × 4
متوازي الأضلاع 	شكل رباعي فيه كل ضلعين متواجهين متوازيان		كل ضلعين متواجهين متطابقين	كل زاويتين متواجهتين متطابقين	قطراه ينصف كل منهما الآخر	مساحة متوازي الأضلاع = القاعدة × الارتفاع محيط متوازي الأضلاع = مجموع أطوال الأضلاع

 شبه المنحرف	شكل رباعي له ضلعان فقط متوازيان		شبه المنحرف المتطابق الساقين له ضلعين متوازيين وآخرين متطابقين	في شبه المنحرف المتطابق الساقين الزاويتان المجاورتان لقاعدتي شبه المنحرف متطابقتان	قطرا شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقان	مساحة شبه المنحرف = ½ ×(طول القاعدة الأولى+ طول القاعدة الثانية) × الارتفاع محيط شيه المنحرف = مجموع أطوال أضلاعه

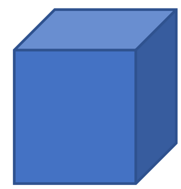
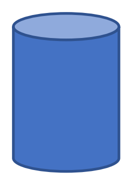
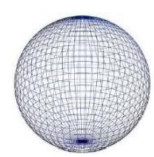
المهارات والمفاهيم والأساسيات في المثلثات

الزوايا الداخلية والخارجية للمثلث:  • مجموع زوايا المثلث 180°. (أ+ ب + جـ=180°) • الزاوية الخارجية في المثلث تســاوي مجموع الزاويتين الداخليتين غير المجاورة لها (أي ك = أ+ ب)	مثال: في الشكل المجاور أوجد قيمة الزاوية جـ والزاوية ك  الحل: بما أن جـ + 100° + 50° = 180° تكون جـ = 180° -15° =30° أما الزاوية الخارجية ك = 100° + 50° = 150°
مساحة المثلث: • مساحة المثلث $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع • الارتفاع هو المســافة العمودية بين الطرف الذي تم اختياره كقاعدة مع الرأس المقابل لها	مثال: في الشكل المجاور أوجد مساحة المثلث.  الحل: المساحة = $\frac{1}{2}$ × 7 × 4 = 14 سم^2
المثلثات المتطابقة الضلعان ومتطابقة الأضلاع: • المثلث المتطابق الضلعان له ضلعان متساويان وتكون الزاويتان المقابلتان للضلعين المتساويين متساويتين • المثلث المتطابق الأضلاع تكون جميع أضلاعه متساوية وكذلك جميع زواياه متساوية وكل زاوية تساوي 60°	 مثلث متطابق الأضلاع  مثلث متطابق الضلعين
نظرية فيثاغورس: (المقابل)^2 + (المجاور)^2 = (الوتر)^2	مثال: مثلث قائم الزاوية طول الضــلعين المتعامدين 2ســم ، 3ســم ما طول الضلع الثالث؟ الحل: الضلع الثالث = الوتر= 4+9 = 13سم

المهارات والمفاهيم والأساسيات في الدائرة

محيط الدائرة: محيط الدائرة = 2 ط نق	مثال: أوجد محيط دائرة نصف قطرها 3سم الحل: محيط الدائرة = 2 ط نق = 2ط (3) = 6ط سم
مساحة الدائرة: مساحة الدائرة = ط نق^2	مثال: أوجد مساحة دائرة نصف قطرها 4سم الحل: مساحة الدائرة = ط نق^2 = ط (4)^2 = 16ط سم^2
الزاوية المركزية والمحيطية:  • الزاوية المركزية هي زاوية يقع رأسها على مركز الدائرة (م) • قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المحدد بين ضلعيها = أ م جـ • الزاوية المحيطية هي زاوية ضلعها وتران في الدائرة ورأسها يقع على محيط الدائرة (أ ب جـ) • الزاوية المركزية = 2× الزاوية المحيطية (المشتركة معها بالقوس)	مثال: أوجد قياس أ ب جـ في الشكل المجاور:  الحل: أ ب جـ محيطية = $\frac{1}{2}$ المركزية م $\frac{1}{2}$ × 110° = 55°

المهارات والمفاهيم والأساسيات في هندسة المجسمات

متوازي المستطيلات: 	• مساحة سطح متوازي المستطيلات = 4(الطول × العرض) +2(العرض × الارتفاع) • حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع	مثال: أوجد حجم متوازي مستطيلات أبعاده 2سم ، 3سم ، 4سم الحل: حجم متوازي المستطيلات = 2×3×4 = 24سم^3
المكعب: 	• مساحة سطح المكعب = 6 × (الضلع)^2 • حجم المكعب = (الضلع)^3	مثال: أوجد مساحة السطح والحجم لمكعب طول ضلعه 3سم الحل: مساحة سطح المكعب = 6(3)^2 = 54سم^2 حجم المكعب = (3)^3 = 27 سم^3
الأسطوانة: 	• مساحة سطح الأسطوانة = 2ط نق ع + 2ط نق^2 • حجم الأسطوانة = ط نق^{2}ع حيث ع الارتفاع، نق نصف قطر القاعدة	مثال: أوجد حجم أسطوانة نصف قطر قاعدتها 2سم وارتفاعها 3سم الحل: حجم الأسطوانة = ط (2)^2(3) = 12ط سم^3
الكرة: 	• مساحة سطح الكرة = 4ط نق^2 • حجم الكرة = $\frac{4}{3}$ ط نق^3	مثال: أوجد حجم ومساحة سطح كرة نصف قطرها 3سم الحل: حجم الكرة = $\frac{4}{3}$ط (3)^3 = 36ط سم^3 مساحة سطح الكرة = 4ط(3)^2 = 36ط سم^2

تمارين عامة

تمارين (2 – 1):

1) مربع طول ضلعه 9سم فإن محيطه=

أ	81	ب	36	ج	32	د	18

2) مستطيل بعداه 5سم، 9سم فإن مساحته=

أ	28	ب	45	ج	54	د	60

3) حديقة مستطيلة بعداها 10م، 20م يراد إحاطتها بسياج ثمن المتر منه 40 ريالاً. ما التكلفة اللازمة؟

أ	2000 ريال	ب	2400ريال	ج	3000ريال	د	3600ريال

4) يمشي خالد حول مضمار ملعب مربع الشكل طول ضلعه 10م. كم مترًا يقطع إذا أكمل 5 دورات؟

أ	50	ب	100	ج	150	د	200

5) سور يحيط بأرض دائرية الشكل طول نصف قطرها 10م. كم يكون طول هذا السور؟

أ	60م	ب	62,8م	ج	64,2م	د	65م

تمارين (2 – 2):

1) مكعب حجمه 64سم^3 فإن طول حرفه =

أ	4سم	ب	6سم	ج	8 سم	د	16سم

2) متوازي مستطيلات أبعاده هي 3سم، 4سم، 5سم فإن حجمه =

أ	12سم^3	ب	60سم^3	ج	70سم^3	د	80سم^3

3) حجم أسطوانة نصف قطر قاعدتها 4سم وارتفاعها 2سم =

أ	8ط نق	ب	16 ط نق	ج	32 ط نق	د	64 ط نق

4) خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات أبعاده هي 4م، 5م، 6م فإذا كان ثمن المتر المكعب من الماء 10 ريالات فإن تكلفة ملئ الخزان بالماء هي:

أ	1200 ريال	ب	2000 ريال	ج	2400 ريال	د	2600ريال

5) صندوق على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 4م، 5م، 6م إذا أريد ملئه بقطع مكعبة طول حرف الواحد 2م منها فإن عدد المكعبات سيكون:

أ	8	ب	10	ج	12	د	15

إجابة التمارين

تمارين (2 -1)									
1	ب	2	ب	3	ب	4	د	5	ب
تمارين (2 -2)									
1	أ	2	ب	3	د	4	أ	5	د

وحدات القياس، وتطبيقاته

وحدات الطول

الكيلومتر = 1000متر

المتر = 100 سم

المتر = 10 ديسيمتر

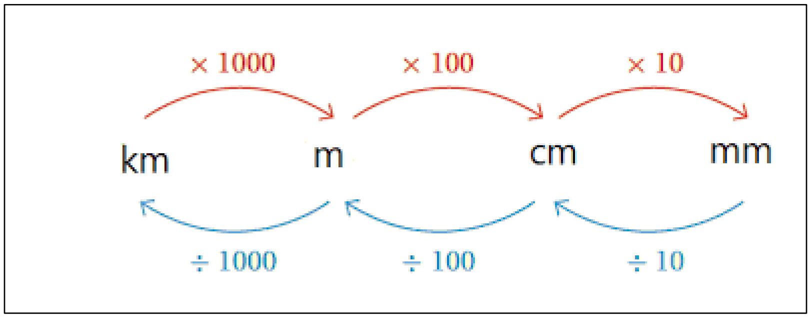
الديسيمتر = 10 سم

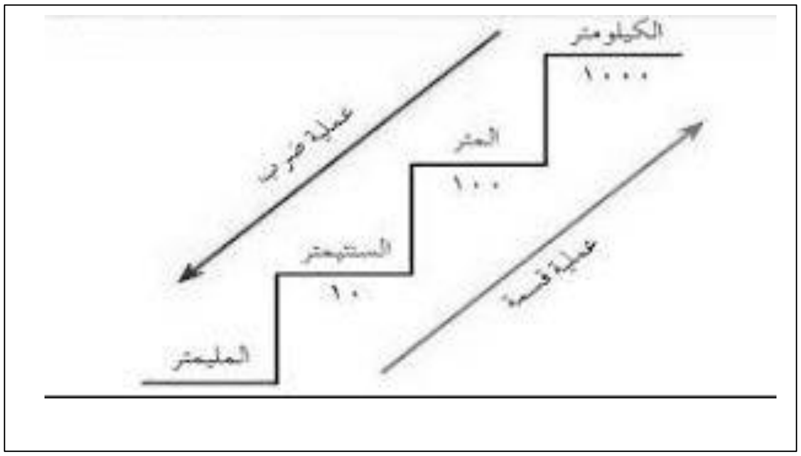
السنتيمتر = 10 مليمتر

وفيما يأتي جدول وحدات الطول في النظام المتري:

الوحدة (بالنظام المتري)	رمز الوحدة بالعربية	رمز الوحدة بالإنجليزية
المليمتر (Millimeter) ؛ تُستخدم لقياس الطول أو السمك القصير جدًا مثل طول رأس قلم الرصاص	ملم	**mm**
السنتيمتر (Centimeter) ؛ تُستخدم لقياس الأطوال القصيرة مثل قياس طول قلم الرصاص.	سم	**cm**
المتر (Meter) ؛ تُستخدم لقياس الأطوال الكبيرة مثل قياس طول الصف الدراسي.	م	**M**
الكيلومتر (Kilometer) ؛ تُستخدم لقياس المسافات الطويلة جدًا مثل قياس المسافة بين منطقتين.	كم	**Km**

التحويل بين وحدات الطول:





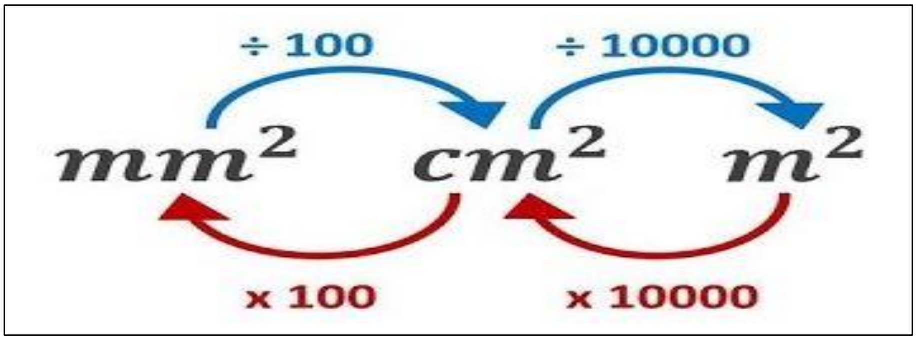
وحدات المساحة

تُستخدم وحدة قياس المساحة بالإنجليزية (Area unit) للتعبير عن مقدار امتداد سطح ما. فالمساحة هي وصف لمقدار السطح الذي يُغطّيه جسم ما، ويُشار إلى وجود وحدات مشتركة بين الطول والمساحة، حيث تستخدم المساحة نفس وحدات قياس الطول لكنّها تختلف بكونها وحدات مربعة.

وفيما يأتي جدول وحدات المساحة في النظام المتري:

الوحدة (بالنظام المتري)	رمز الوحدة بالعربية	رمز الوحدة بالإنجليزية
سنتيمتر مربع (square centimeter)؛ تُكافئ هذه الوحدة مربعاً يبلغ طول ضلعه 1 سم، وتُستخدم في قياس المساحة الصغيرة مثل قياس مساحة رقعة الشطرنج	سم^2	Cm^2
المتر المربع(square meter) ؛ تُكافئ هذه الوحدة مربعًا طول ضلعه 1 متر، وتُستخدم في قياس مساحة قطع الأرض	م^2	M^2
الكيلومتر المربع (square kilometer)؛ تُكافئ هذه الوحدة مربعًا طول ضلعه 1000 متر، ويساوي 1000000م^2	كم^2	Km^2

التحويل بين وحدات المساحة:



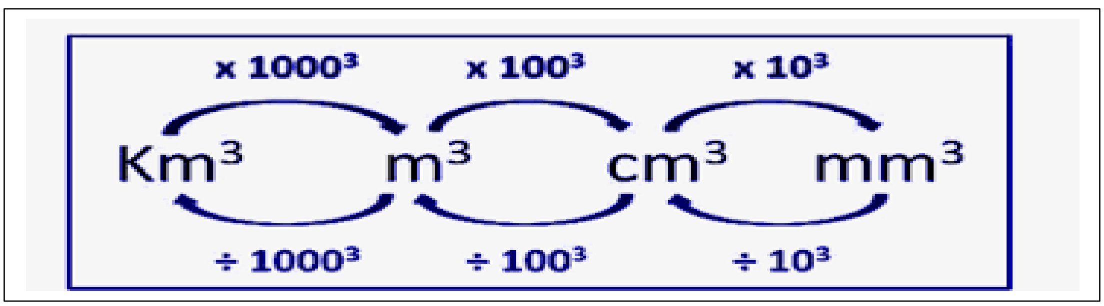
وحدات الحجم / السعة

تُستخدم وحدة قياس الحجم بالإنجليزية (Volume unit) أو السعة للتعبير عن مقدار الكمية التي يُمكن أن تحتوي عليها إناء أو علبة ما.

وفيما يأتي جدول وحدات قياس الحجم في النظام الدولي للوحدات (المتري).

الوحدة (بالنظام المتري)	رمز الوحدة بالعربية	رمز الوحدة بالإنجليزية
الملليلتر(Milliliter) ؛ تُمثّل وحدة قياس الكميات الصغيرة جدًا.	مل	**ml**
السنتيمتر المكعب (Cubic Centimeter) ؛ تُمثّل وحدة قياس الكميات الصغيرة	سم^3	**cm^3**
اللتر(Liter) ؛ يُمثّل وحدة قياس حجم السوائل، مثل قياس حجم العصير أو الحليب.	لتر	**L**
المتر المكعب (Cubic Meter) واحد متر مكعب هو حجم المكعب الذي طول ضلعه 1 متر، ويساوي 1000 لتر	م^3	**m^3**

التحويل بين وحدات الحجم / السعة:



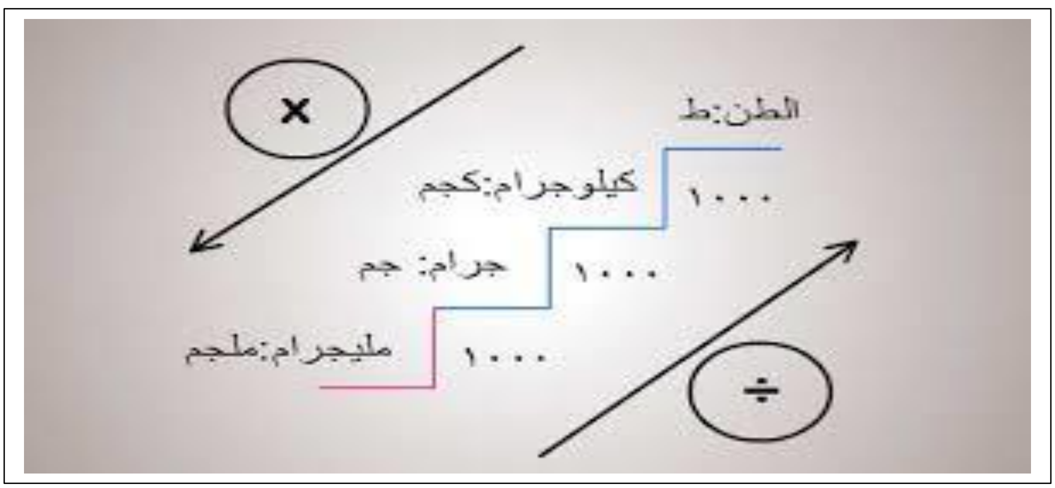
وحدات الكتلة

تُستخدم وحدة قياس الكتلة بالإنجليزية (Mass unit) بشكل عام للتعبير عن مدى مقاومة جسم ما للتغيّرات في الحركة، كما تُستخدم الكتلة لوصف مدى ثقل شيء معين.

وفيما يأتي جدول وحدات قياس الكتلة في النظام الدولي للوحدات (المتري):

الوحدة (بالنظام المتري)	رمز الوحدة بالعربية	رمز الوحدة بالإنجليزية
مليجرام (milligram)	ملج	**mg**
جرام (Gram)	ج	**g**
الكيلوجرام (kilogram)	كجم	**Kg**
الطن tonne	طن	**t**

التحويل بين وحدات الكتلة:



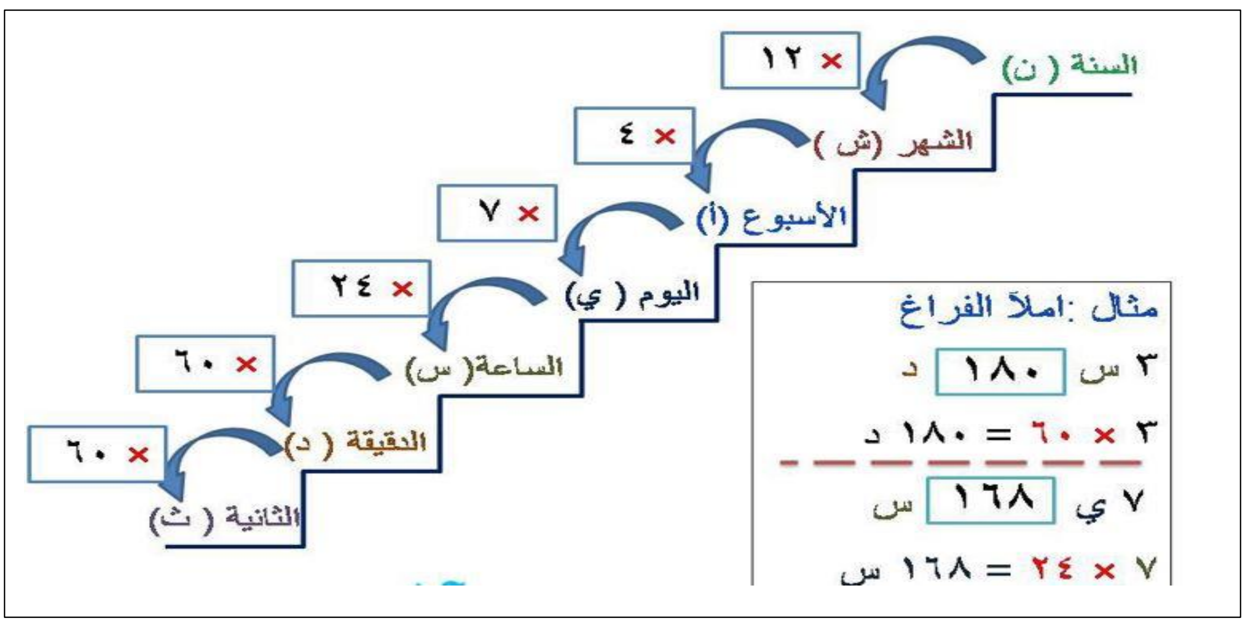
وحدات الزمن

تُستخدم وحدة قياس الزمن بالإنجليزية (Time unit) للتعبير عن الوقت الذي يُمثّل التسلسل المستمر للأحداث.

وفيما يأتي جدول يُوضّح وحدات قياس الزمن في النظام المتري:

الوحدة (بالنظام المتري)	رمز الوحدة بالعربية	رمز الوحدة بالإنجليزية
الثانية (Second)	ث	**s**
الدقيقة (Minute) ؛ تُعادل 60 ثانية.	ق	**mi**
الساعة (Hour) ؛ تُعادل 60 دقيقة.	س	**hr**
اليوم (Day) ؛ يُعادل 24 ساعة.	يوم	**d**
الأسبوع (Week) ؛ يعادل 7 أيام.	أسبوع	**wk**
الشهر (Month) ؛ يُعادل 30 أو 31 يوم.	شهر	**mo**
السنة (Year) ؛ تُعادل 12 شهر.	سنة	**yr**

التحويل بين وحدات الزمن:



تمارين عامة

تمارين (3 – 1):

1) 6 كم^2 = ... م^2

أ	6000	ب	60000	ج	600000	د	6000000

2) 5,6 كم = ... م

أ	5,6	ب	56	ج	560	د	5600

3) ساعة وخمس وعشرون دقيقة = ... دقيقة

أ	70	ب	75	ج	80	د	85

4) خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات أبعاده هي 4م، 5م، 6م فإن سعته باللتر=

أ	120	ب	1200	ج	12000	د	120000

5) صومعة بها 3 طن من القمح يراد تفريغها في أكياس كتلة الواحد 60 كجم. كم كيسًا يلزم لذلك؟

أ	30	ب	4	ج	50	د	60

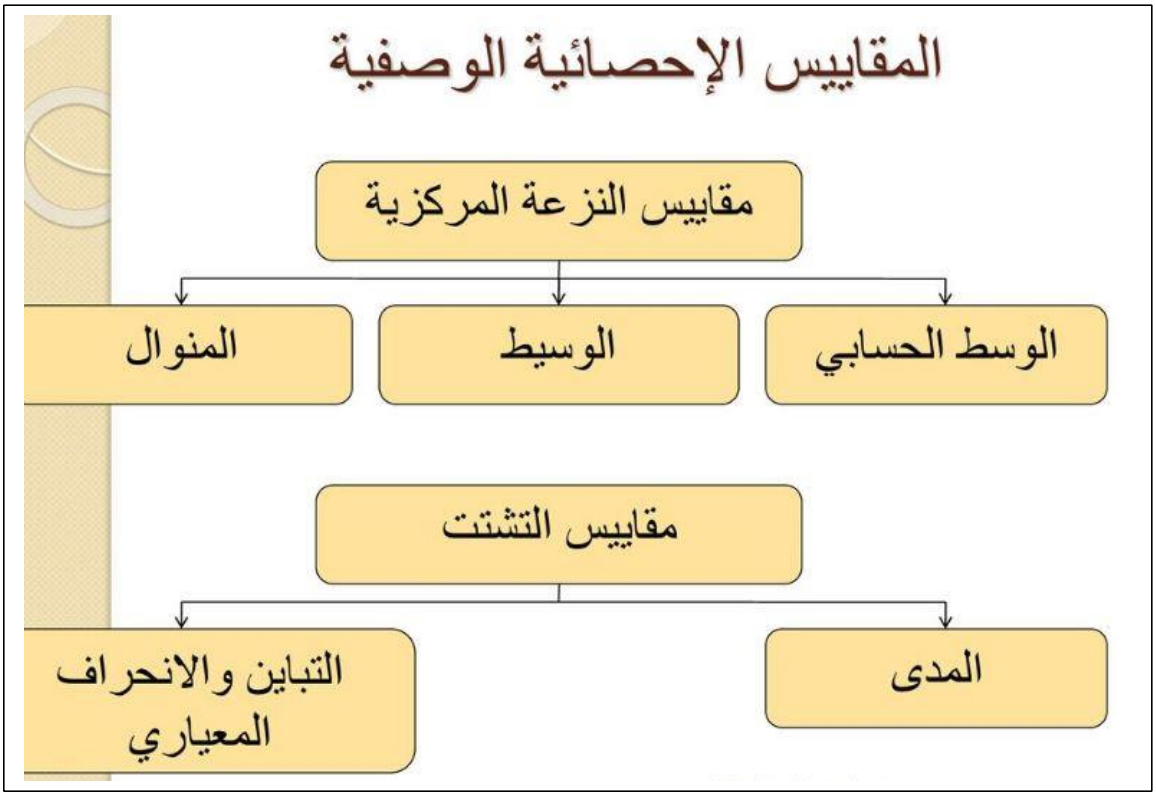
إجابة التمارين

تمارين (3 -1)									
1	د	2	د	3	ب	4	د	5	ج

الإحصاء

المقاييس الإحصائية الوصفية

مقاييس النزعة المركزية، ومقاييس التشتت



أولاً: مقاييس النزعة المركزية (Central Tendency):

هي مجموعة من المقاييس الإحصائية التي يتم تطبيقها على مجموعة من البيانات بهدف الحصول على ملخص وصفي لها.

تتمثل العمليات الإحصائية للنزعة المركزية بثلاثة مقاييس وهي المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال، وفيما يأتي سيتم الحديث عن كل منها:

1) المتوسط الحسابي (الوسط الحسابي):

يُعد المتوسط الحسابي بأنه المقياس الأكثر استخدامًا بين مقاييس النزعة المركزية الأخرى، ويتم حساب المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات عن طريق جمع جميع القيم ثم قسمة الناتج على عدد تلك القيم.

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

مثال1:

أوجد المتوسط الحسابي للأعداد التالية: 9 , 13 , 14

الحل:

المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{14 + 13 + 9}{3} = 12$

=======================

مثال2:

حصــل أحمد على درجة مقدارها 15 في كل ماده من أربع مواد، وحصــل على درجة مقدارها 12 في كل مادة من مادتين، فما معدل درجاته؟

الحل:

المعدل = الوسط الحسابي = $\frac{12 + 12 + 15 + 15 + 15 + 15}{6} = \frac{84}{6} = 14$

=======================

2) الوسيط:

يُعرف الوســيط بأنه القيمة التي يكون ترتيبها في منتصــف مجموعة البيانات، حيث يتوجب ترتيب البيانات من الأكبر إلى الأصغر أو العكس عند حساب الوسيط.

ويقسم حساب الوسيط البيانات إلى نصفين أي بنسبة مئوية 50% أعلى منه و50% أقل منه.

معادلة حساب الوسيط حال كانت مجموعة البيانات زوجية: الوسيط = مجموع القيمتين اللتين تقعان في المنتصف / 2.

- إيجاد الوسيط لعدة قيم:

أ) في حال كان عدد البيانات المراد حساب الوسيط لها فرديًا فيتم أخذ القيمة التي تقع في المنتصف كوسيط.

مثال:

أوجد الوسيط للمجموعة التالية: { 3 , 4 , 8 , 7 , 4 , 6 , 9 , 2 , 5 }

الحل:

بما أن عدد القيم فردي

إذًا الوسيط هو القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها تنازليًا أو تصاعديًا:

القيم بعد الترتيب تصاعديًا: { 2 , 3 , 4 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 }

إذًا الوسيط بعد الترتيب هو $\boxed{5}$

ب) بينما في حال كان عدد البيانات المراد حساب الوسيط لها زوجيًا فسيتم أخذ القيمتين اللتان تقعان في منتصف البيانات، ثم يتم جمعهما معًا وقسمة الناتج على 2.

مثال:

أوجد الوسيط للمجموعة التالية: { 3 , 7 , 4 , 8 , 2 , 6 }

الحل:

بما أن عدد القيم زوجي

إذًا الوسيط هو متوسط القيمتين اللتين تتوسطا مجموعة القيم بعد ترتيبها تنازليًا أو تصاعديًا

القيم بعد الترتيب: { 2 , 3 , 4 , 6 , 7 , 8 }

الوسيط = $\frac{6 + 4}{2}$ = 5

3) المنوال:

المنوال لعدة قيم هو:

القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها (القيمة الأكثر شيوعًا)، وقد لا يكون للقيم منوال، وقد يكون لها أكثر من منوال.

مثال:

أوجد المنوال للمجموعة التالية: { 3 , 4 , 8 , 7 , 4 , 6 , 9 , 2 , 5 }

الحل:

المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا

إذًا المنوال = 4

مقاييس التشتت (Dispersion)

يعبر التشتت في الإحصاء عن الاختلاف أو بعد انتشار القيم عن بعضها البعض، كما يعبر عن انتشار البيانات حول القيمة المركزية. فإنها قد تكون قريبة منها أو منتشرة حولها في نطاق أكبر، لذا تستخدم مقاييس التشتت لمعرفة مدى القرب أو البعد عن القيمة المركزية.

يتم حساب التشتت عن طريق مجموعة من المقاييس الإحصائية؛ كالمدى، والانحراف المعياري، والتباين، والالتواء.

1) المدى:

يُعد من أكثر قوانين التشتت سهولة وشهرة، حيث يختصّ هذا القانون بحساب الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة من بين قيم المعلومات والبيانات.

أي أن: المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

مثال:

أوجد المدى للمجموعة التالية: {5 , 2 , 9 , 6 , 4 , 7 , 8 , 4 , 3}

الحل:

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

إذًا المدى = 9 – 2 = 7

2) الانحراف المعياري:

مقياس من مقاييس التشتت، يقيس مدى تباعد أو تقارب البيانات عن متوسطها الحسابيّ، ويمثل الجذر التربيعي الموجب لمتوسطات مربعات القيم المعطاة، ويعدّ أساسًا لمجموعة قوانين أخرى تابعة لمقاييس التشتت.

يحسب الانحراف المعياري من المعادلة:

جذر مجموع مربعات فرق القيم عن المتوسط الحسابي مقسومًا على عدد القيم.

3) التباين:

هو مقياس من مقاييس التشتت، وهو يمثّل مربع الانحراف المعياري. التباين = $ع^2$.

4) معامل الالتواء:

في حالة عدم تطابق مقاييس النزعة المركزية المنوال والوسيط والوسط الحسابي يعد التوزيع ملتويًا، وفي حالة التوزيعات المتماثلة يتساوى المتوسط والوسيط والمنوال، وكلما بعد المنحنى عن التماثل بعدت هذه القيم بعضها عن البعض، ولذلك يمكن استخدام الفرق بين هذه القيم كمقياس للالتواء، ويكون معامل الالتواء بين -3، +3.

قياس الالتواء بطريقة بيرسون:

يعطي المقياس النسبي الذي قدمه " كارل بيرسون" إشارة سالبة للالتواء جهة اليسار، وإشارة موجبة للالتواء جهة اليمين، وذلك عن طريق استخدام القانون التالي:

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{3(\text{الوسط الحسابي} - \text{المنوال})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

================================

مثال:

إذا كان عدد الساعات اليوميّة التي يقضيها 4 طلاب في الدراسة ممثلة بالبيانات الآتية: 2، 5، 2، 3، أوجد قيم كل من: المدى والانحراف المعياري، والتباين.

الحل:

المدى:

المدى= أكبر قيمة - أصغر قيمة = $5-2=3$.

الانحراف المعياري:

ع = مجموع مربع فرق القيم عن المتوسط ÷ عدد القيم √

- يتم حساب الوسط أو المتوسط الحسابي والذي هو $12÷4= 3$
- ثم يتم طرح المتوسط الحسابيّ من كل قيمة ثم تربيعها:

$2-12= (-10)^2=100$

$5-12= (-7)^2=49$

$2-12= (-10)^2 =100$

$3-12= (-9)^2=81$

- تجمع القيم المربّعة: $100+100+49+81=330$
- يقسم المجموع السابق على عدد القيم: $330÷4=82,5$
- يؤخذ الجذر التربيعي لناتج القسمة والذي يمثل قيمة الانحراف المعياري

ع = $\sqrt{82.5}=9,\overline{0829}$

التباين:

مربع الانحراف المعياري: $(9,0829)^2=82,5$ تقريبًا.

الدرجة المعيارية:

الدرجة المعيارية (Z-Score): مصطلح إحصائي يُعبّر عن علاقة قيمة بعينها مع متوسط مجموعة قيم، وقد تكون الدرجة موجبة أي أن القيمة أعلى من الوسط الحسابي، أو سالبة أي أنها أقل قيمة من الوسط الحسابي، أما إذا كانت قيمتها صفراً فهذا يدل على أن الدرجة مساوية للوسط الحسابي.

تستعمل الدرجة المعيارية عند المقارنة بين مفردتين من مجموعتين مختلفتين. وتمتاز الدرجة المعيارية عن غيرها من الوسائل الإحصائية بأنه يمكن عن طريقها تحويل الدرجات الخام للطلاب إلى درجات قابلة للمقارنة مع الطلبة الآخرين في نفس الشعبة أو مع شُعب أخرى في المدرسة، أو مع مدارس أخرى ضمن نفس المرحلة الدراسية كما يمكن وضع مقارنة لدرجات الطالب نفسه في الامتحانات الدراسية المختلفة.

يتم حساب الدرجة المعيارية عن طريق المعادلة:

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{درجة الطالب} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

مثال:

إذا كان متوسط درجات الطالب في مقرر الإحصاء هو70 درجة بانحراف معياري 10 درجات حصل أحد الطالب على90 درجة. ما الدرجة المعيارية للطالب؟

الحل:

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{درجة الطالب} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$= \frac{90 - 70}{10} = \frac{20}{10} = 2$$

درجة الأداء:

أحيانًا ما يجري المعلم عددًا من الاختبارات، ويريد أن يعرف أي الاختبارات كان طلابه أفضل أداءًا خلال هذه الاختبارات، وهنا يلجأ لما يسمي درجة الأداء ويتم حسابها عن طريق المعادلة التالية:

$$\text{درجة الأداء} = \frac{\text{عدد الطلاب} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

مثال:

أجرى معلم الرياضيات اختبارين لنفس المادة بفصلين مختلفين. أي الفصلين أفضل أداءًا لهذا الاختبار؟

الفصول	1	2
الوسط الحسابي	14	15
الانحراف المعياري	2,6	2,2
عدد الطلاب	20	18

الحل:

نحسب درجة الأداء لكل فصل باستخدام المعادلة:

$$\frac{\text{عدد الطلاب} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

درجة الأداء للفصل الأول = $\frac{20-14}{2,6} = 2,3$

درجة الأداء للفصل الثاني = $\frac{18-15}{2,2} = 1,4$

إذًا درجة الأداء للفصل الأول أفضل من الفصل الثاني.

معامل الصعوبة، ومعامل السهولة:

يفيد معامل الصعوبة في إيضاح مدى سهولة أو صعوبة سؤال ما في الاختبار، وهو عبارة عن النسبة المئوية من الطلاب الذين أجابوا عن السؤال إجابة صحيحة.

ويشير مستوى صعوبة وسهولة الفقرة إلى النسبة المئوية المفحوصين الذين أجابوا على الفقرة أو السؤال فكلما زاد عدد الإجابات الصحيحة للسؤال أو الفقرة زاد أو ارتفع معامل السهولة، وكلما قل انخفض معامل الصعوبة، ويعد الاختبار جيدا آدا تراوحت معدل معامل الصعوبة لفقراته بين (20% - 80%).

طريقة حساب معامل الصعوبة، ومعامل السهولة:

معامل الصعوبة = $\frac{\text{عدد الطلاب الذين أجابوا إجابة خاطئة}}{\text{العدد الكلي للطلاب}} \times 100$

معامل السهولة = $\frac{\text{عدد الطلاب الذين أجابوا إجابة صحيحة}}{\text{العدد الكلي للطلاب}} \times$

100

مثال: إذا كان عدد الطلاب الذين أجابوا على أحد أسئلة اختبار مادة الرياضيات 100 طالبًا، وأجاب منهم 70 طالبًا إجابة صحيحة على هذا السؤال. ما معامل الصعوبة للسؤال؟

الحل:

$$\text{معامل الصعوبة} = \frac{\text{عدد الطلاب الذين أجابوا إجابة خاطئة}}{\text{العدد الكلي للطلاب}} \times 100$$

$$= \frac{100 - 70}{100} \times 100 = 30\%$$

معامل التمييز:

يرتبط معامل التمييز إلى درجة كبيرة بمعامل الصعوبة، فإذا كان الغرض من الاختبار هو أن يفرق بين القادرين من الطلاب، وأولئك الأقل قدرة فإن السؤال المميز هو ما يؤدي هذا الغرض.

إذا أن مهمة معامل التمييز تتمثل في تحديد مدى فاعلية سؤال ما في التمييز بين الطالب ذي القدرة العالية، والطالب الضعيف بالقدر نفسه الذي يفرق الاختبار بينهما في الدرجة النهائية بصورة عامة وتكون قيمة معامل التمييز محصورة بين -1 و +1.

وبناء على نتيجة معامل التمييز الذي نحصل عليه يتم اتخاذ الإجراء التالي:

- أي فقرة (سؤال) ذات معامل تمييز سالب يتم حذفها.
- أي فقرة (سؤال) ذات معامل تمييز من صفر إلى 0,19 تعتبر ضعيفة التمييز، وينصح بحذفها أيضًا.
- أي فقرة (سؤال) ذات معامل تمييز بين 0,20 إلى 0,39 تعتبر ذات تمييز مقبول، وينصح بتحسينها.
- أي فقرة ذات تمييز أعلى من 0,40 تعتبر فقرة جيدة التمييز.
- إذا كان معامل تمييز الفقرة أو السؤال تساوي (1) هذا يعني أن الفقرة ذات تمييز عال.

يتم حساب معامل التمييز من خلال المعادلة التالية:

$$\text{معامل التمييز} = \frac{\text{عدد الإجابات الصحيحة في المجموعة العليا} - \text{عدد الإجابات الصحيحة في المجموعة}}{\text{الأدنى نصف عدد الطلاب} - \text{الانحراف المعياري}}$$

تمارين عامة

تمارين (4 – 1):

1) المتوسط الحسابي للأعداد 3، 4، 6، 7، 10 هو:

أ		5	ب	6	ج	7	د	8

2) الوسيط للأعداد 7، 4، 10، 3، 6 هو:

أ	5	ب	6	ج	7	د	8

3) المنوال للقيم: 42، 90، 24، 16، 32، 42، 12 هو:

أ	16	ب	24	ج	42	د	90

4) الوسيط للأعداد 12، 10، 8، 14، 12، 16 هو:

أ	8	ب	12	ج	14	د	16

5) إذا كانت أوزان خمس طلاب هي 40، 50، 90، 60، 100 فإن الوسيط لهم هو:

أ	40	ب	50	ج	60	د	90

تمارين (4 – 2):

1) حصل طالب على درجة 60 في اختبار لغتي، ومتوسط درجات الفصل 40، والانحراف المعياري 5. فإن درجته المعيارية:

أ	3	ب	4	ج	5	د	6

2) الانحراف المعياري لمجموعة من القيم = 5، فإن قيمة التباين تساوي:

أ	5	ب	10	ج	25	د	50

3) إذا كان عدد الطلاب الذين أجابوا على أحد أسـئلة اختبار مادة الرياضـيات 50 طالبًا، وأجاب منهم 30 طالبًا إجابة صحيحة على هذا السؤال. ما معامل الصعوبة للسؤال؟

أ	%20	ب	%30	ج	%40	د	%50

4) إذا كان التباين لمجموعة من القيم هو 36 فإن الانحراف المعياري لها:

أ	5	ب	6	ج	8	د	10

5) المدى لمجموعة القيم {4، 11، 8، 14، 16، 9، 13، 14} هو:

أ	11	ب	12	ج	13	د	14

تمارين (4 – 3): الجدول التالي يبين عدد الطلاب بالنسبة لنتيجة اختبار مادة الرياضيات:

النتيجة	**1**	**2**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
عدد الطلاب	**1**	**3**	**1**	**0**	**10**	**4**	**1**

1) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على أكثر من 6 درجات؟

أ	4	ب	5	ج	14	د	15

2) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على 4 درجات وأقل؟

أ	1	ب	4	ج	5	د	7

3) ما النسبة المئوية للطلاب الذين حصلوا على أقل من 6 درجات؟

أ	%20	ب	%25	ج	%30	د	%50

إجابة التمارين

تمارين (4 -1)									
1	ب	2	ب	3	ج	4	ب	5	ج
تمارين (4 -2)									
1	ب	2	ج	3	ج	4	ب	5	ب
تمارين (4 -3)									
1	ب	2	ج	3	أ	-	-	-	-

فهرس المحتويات