الجلسة الامتحانية
لمادة الرياضيات

يتضمن أبحاث الأشعة بالإضافة إلى التحليل التوافقي و الاحتمالات

إعداد المدرس عدي الخميس

السؤال الأول :

في معلم متجانس لتكن النقاط

$A(1,0,-1)$ ، $B(2,2,3)$ ، $C(3,1,-2)$ ، $D(-4,2,1)$

1) أثبت أنّ النقاط A ، B ، C ليست على استقامة واحدة .

2) أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي (ABC) و استنتج معادلة المستوي (ABC) .

3) أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من D و العمودي على المستوي (ABC) .

4) عيّن إحداثيات النقطة D' المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC) .

5) أثبت أنّ المثلث ABC قائم و احسب مساحته .

6) احسب بُعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$.

7) اكتب معادلة للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

8) جد إحداثيات النقطة K بحيث يكون الرباعي $ABCK$ متوازي أضلاع ، ثم احسب إحداثيات النقطة I مركز متوازي الأضلاع $ABCK$.

9) جد إحداثيات E نظيرة B بالنسبة إلى A .

10) جد نقطة F على محور الفواصل متساوية البعد عن A و B .

11) أوجد العدد الحقيقي λ الذي يجعل النقطة $N(1,0,\lambda)$ متساوية البعد عن عن A و B .

12) جد إحداثيات M التي تحقّق العلاقة $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.

13) أعطِ معادلة للكرة التي مركزها O و نصف قطرها $\sqrt{3}$.

14) أعطِ معادلة للكرة التي مركزها B و تمر من A .

15) أعطِ معادلة للكرة التي تقبل $[AB]$ قطراً لها .

16) اكتب معادلة للكرة التي مركزها D و تمس المستوي (ABC) .

17) أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) و لنصف المستقيم $(AB]$ و للقطعة المستقيمة $[AB]$.

18) عيّن إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث (BCD) .

19) عيّن إحداثيات H مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,-2)$ ، $(B,2)$ ، $(C,3)$

20) عيّن مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقّق :

- $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=\sqrt{5}$
- $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|-2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|$
- $\left\|-2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{BC}\right\|$

السؤال الثاني :

في معلم متجانس نتأمّل النقاط

$A(2,0,1)$ ، $B(1,-2,1)$ ، $C(5,5,0)$ ، $D(-3,-5,6)$

و المستوي $P: 5x-3y+4z=8$

1) أعطِ معادلة للمستوي Q المار بالنقطة A موازياً المستوي P .

2) هل النقطة B تنتمي للمستوي P ؟

3) أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة A و موجّه بالشعاع $\vec{u}(0,1,-2)$.

4) أثبت أنّ النقاط A ، B ، C ، D تقع في مستوٍ واحد .

5) استنتج أنّ D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) ، (B,β) ، (C,γ)
حيث α ، β ، γ أعداد حقيقيّة يُطلب تعيينها .

6) تيقّن أنّ المستقيم (AB) ليس عمودياً على المستوي P ، ثم جد معادلة للمستوي R العمودي على P و يمر من A و B .

7) نضع $r=\frac{1}{2}AB$ و نعرّف I منتصف $[AB]$
أثبت أنّه في حالة نقطة M من الفراغ تتحقّق المساواة
$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MI^2-r^2$
ثم أثبت أنّ مجموعة نقاط الفراغ M هي الكرة التي تقبل $[AB]$ قطراً فيها و اكتب معادلتها .

8) عيّن طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقّق

- $x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$
- $x^2+y^2+z^2-10x+2z+26=0$

9) عيّن قيمة α حتى يكون الشعاعان متعامدان
$\vec{u}(3,-1,\alpha)$ ، $\vec{v}(\alpha,1,-2)$

المدرس عدي الخميس

السؤال الثالث :

في معلم متجانس لتكن النقاط

$A(1,0,0)$ ، $B(0,1,0)$ ، $C(0,2,0)$

1) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج $\cos BAC$.

2) اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه O و محوره $(O,\vec{i})$ و قاعدته الدائرة التي مركزها A و نصف قطرها 3 .

3) جد معادلة الأسطوانة التي محورها $(O,\vec{j})$ و قاعدتها الدائرة التي مركزها B و نصف قطرها $\sqrt{6}$.

السؤال الرابع :

صف مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقّق

1) $x^2+y^2=25$ و $1\le z\le 4$

و هل النقطة $E(\sqrt{3},\sqrt{6},4)$ تقع عليها ؟

2) $x^2+y^2-\frac{4}{25}z^2=0$ و $0\le z\le 5$

و هل $T(1,1,3)$ تقع عليها ؟

السؤال الخامس :

نتأمّل المستويين $P:2x+y-z+2=0$ ، $Q:x+2y-z+1=0$

و النقطة $A(1,-1,0)$.

1) تيقّن أنّ المستويين P و Q متقاطعان .

2) جد تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك d .

3) اكتب معادلة للمستوي R العمودي على المستويين P و Q و المار من النقطة A .

4) جد نقطة تقاطع المستوي R مع المستقيم d .

5) استنتج بعد A عن المستقيم d .

6) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A و تمس المستوي Q .

السؤال السادس :

نتأمّل في معلم متجانس المستوي $P:3x+y-4z+2=0$

و الكرة $S:(x-3)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=75$

1) أثبت أنّ المستوي P يقطع الكرة بدائرة .

2) عيّن مركز الدائرة الناتجة عن التقاطع و نصف قطرها .

السؤال السابع :

نتأمّل المستقيمين

$$d:\begin{cases}x=3+s\\y=2s\\z=1-s\end{cases};s\in\mathbb{R} \quad ، \quad d':\begin{cases}x=1-\frac{1}{2}t\\y=-2-t\\z=3+\frac{1}{2}t\end{cases};t\in\mathbb{R}$$

و النقطة $A(1,-1,0)$.

1) أثبت أنّ المستقيمين d و d' متوازيان و غير منطبقين .

2) أوجد نقطة A من المستقيم d و نقطة B من المستقيم d' ثم تحقّق أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{u_d}(1,2,-1)$ غير مرتبطين خطياً

ثم اكتب معادلة المستوي P المحدّد بالمستقيمين d,d' .

السؤال الثامن :

في معلم متجانس نتأمّل المستقيمين

$$L':\begin{cases}x=4-5s\\y=3-2s\\z=-1+2s\end{cases};s\in\mathbb{R} \quad ، \quad L:\begin{cases}x=-1\\y=1-t\\z=1-2t\end{cases};t\in\mathbb{R}$$

1) أثبت أنّ L و L' متقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

2) أوجد معادلة المستوي المحدّد بالمستقيمين L و L' .

السؤال التاسع :

في معلم متجانس نتأمّل المستقيمين

$$d':\begin{cases}3x-y-2z=1\\x-y-z=0\end{cases} \quad ، \quad d:\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=2t-1\end{cases};t\in\mathbb{R}$$

1) اكتب شعاع توجيه المستقيم d .

2) أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d' .

3) بيّن فيما إذا كان $d\parallel d'$ أو كان d منطبقاً على d' .

السؤال العاشر :

نتأمّل النقطة $A(2,1,2)$ و المستويين $P:x+y-2z-1=0$ ، $Q:x+y+z=0$

1) أثبت أنّ المستويين P و Q متعامدان .

2) احسب بعد A عن كل من المستويين P و Q

ثم استنتج بعد A عن الفصل المشترك للمستويين P و Q .

السؤال الحادي عشر :

نتأمّل رباعي وجوه $ABCD$ و نقطتين I و J معرفتين وفق

$$\overrightarrow{IA}=2\overrightarrow{IB}\ ,\ \overrightarrow{JC}=2\overrightarrow{JD}$$

1) أثبت أنّه أياً كانت النقطة M من الفراغ كان :

$$\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MI}\ ,\ \overrightarrow{MC}-2\overrightarrow{MD}=-\overrightarrow{MJ}$$

2) جد مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقّق :

- $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right\|$
- $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$
- $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

السؤال الثاني عشر :

لدينا النقطتان $A(2,-1,2)$ ، $B(-2,1,-2)$

نقرن بكل نقطة $M(x,y,z)$ من الفراغ المقدار

$$f(M)=MA^2+MB^2$$

1) احسب $f(M)$ بدلالة x و y و z .

2) أثبت أنّ مجموعة النقاط M التي تحقّق $f(M)=18$ مؤلفة من نقطة واحدة .

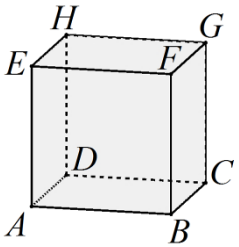
3) أثبت أنّ مجموعة النقاط M التي تحقّق $f(M)=30$ كرة مركزها O أوجد نصف قطرها .

السؤال الثالث عشر :

$ABCDEFGH$ مكعب فيه

I منتصف $[EF]$

و J منتصف $[FG]$



1) بيّن إذا كانت M تنطبق أو لا تنطبق على أحد رؤوس المكعب :

$\boxed{1}\ \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{DG}$ $\qquad$ $\boxed{3}\ \overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{HB}\right)$

$\boxed{2}\ \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FJ}$ $\qquad$ $\boxed{4}\ \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{EI}$

على الطالب مراجعة ما يلي في الأشعة

5/27 , 1/35 , 6/38 , 13/41 , 3/53 , 6+7/67 , 80 , 4/94

2) أتنتمي النقطة J إلى المستوي (ABI) ؟

3) أتقع الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AI}$ ، $\overrightarrow{AJ}$ في مستوٍ واحد ؟

4) M نقطة تحقّق العلاقة $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EH}$

و N نقطة تحقّق العلاقة $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

- أثبت أنّ $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{EA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$.
- أتكون الأشعة $\overrightarrow{HB},\overrightarrow{MN},\overrightarrow{EA}$ مرتبطة خطياً ؟

5) أثبت أنّ النقطة K التي تحقّق $2\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}+3\overrightarrow{AG}$ تقع في المستوي (BCG) ثم ارسم النقطة K .

6) احسب $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{CH}$, $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AF}$

$\overrightarrow{EI}.\overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{EI}.\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{HC}$

السؤال الرابع عشر :

A,B,C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة من الفراغ

D,E نقطتان تحقّقان $3\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{CE}$

1) أثبت أنّ النقاط A,B,C,D,E تقع في مستوٍ واحد .

2) لتكن I منتصف $[CD]$ و J منتصف $[BE]$

أثبت وقوع A,I,J على استقامة واحدة .

السؤال الخامس عشر :

نتأمّل رباعي وجوه $ABCD$ و نقطتين E,F معرّفتين وفق

$$\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\ ,\ \overrightarrow{BE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$$

أثبت أنّ النقطة G التي هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط

$(A,1)$, $(B,3)$, $(C,1)$, $(D,2)$

تقع على $[EF]$ ، ثمّ عيّن النقطة G على $[EF]$.

السؤال السادس عشر :

$ABCD$ رباعي وجوه ، K و I منتصفا الحرفين $[AB]$ و $[CD]$

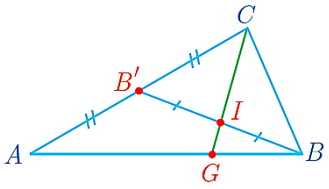
J و L نقطتان تحقّقان $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{CJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

و أخيراً G هي منتصف $[JL]$.

أثبت أنّ النقاط G,I,K تقع على استقامة واحدة .

السؤال السابع عشر :

انطلاقاً من الشكل المجاور

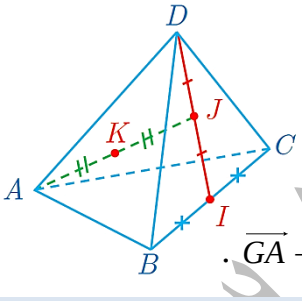


جد الأمثال α , β , γ لتكون I مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A,α) , (B,β) , (C,γ)

و استنتج λ التي تحقّق $\overrightarrow{GA}+\lambda\overrightarrow{GB}=\vec{0}$.

السؤال الثامن عشر :

انطلاقاً من الشكل المجاور



جد الأمثال α , β , γ لتكون K مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma),(D,\delta)$

و استنتج λ التي تحقّق $\overrightarrow{GA}+\lambda\overrightarrow{GB}=\vec{0}$.

السؤال التاسع عشر :

$ABCD$ رباعي وجوه . استعمل الخاصة التجميعية لتعيين موضع النقطة G في الحالتين الآتيتين :

- G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,1)$, $(B,1)$, $(C,1)$, $(D,3)$
- G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,-1)$, $(B,2)$, $(C,-1)$, $(D,-2)$

السؤال العشرون :

$ABCD$ رباعي وجوه مركز ثقله G . I منتصف $[AD]$

J منتصف $[BC]$. أثبت أنّ I , J , G تقع على استقامة واحدة .

السؤال الحادي و العشرون :

نتأمّل مثلثاً ABC . جد عددين حقيقيّين x , y يحقّقان

$$\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$$

حيث M مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,3),(B,1),(C,1)$.

السؤال الثاني و العشرون :

نتأمّل مثلثاً ABC . جد الأعداد α , β , γ لتكون M مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A,α) , (B,β) , (C,γ) حيث :

$$\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}$$

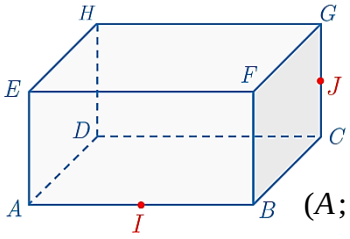
السؤال الثالث و العشرون :

$ABCD$ رباعي وجوه . أثبت في كل من الحالتين الآتيتين أنّ النقاط M , B , C , D تقع في مستوٍ واحد ، ثمّ وضّع النقطة M

- $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{DA}$
- $\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{MC}$

السؤال الرابع و العشرون :

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=2$ ، $BC=GC=1$



النقطة I هي منتصف $[AB]$

و J هي منتصف $[CG]$.

في المعلم المتجانس $(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$

1) احسب المسافتين DJ و IJ .

2) أثبت أنّ المستقيمين (DI) و (IJ) متعامدان و احسب $\cos IJD$.

3) اكتب معادلة المستوي (DIJ) ثم احسب بعد النقطة H عنه .

4) احسب حجم رباعي الوجوه $HDIJ$.

5) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة J و الذي يعامد المستوي (HDI) .

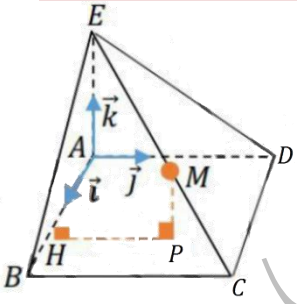
6) احسب إحداثيات النقطة J' نقطة تقاطع d مع المستوي (HDI) .

السؤال الخامس و العشرون :

$E-ABCD$ هرم قاعدته مربع رأسه E

EA عمودي على $ABCD$

نختار المعلم المتجانس $(A;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$



حيث $\overrightarrow{AB}=3\vec{i}$, $\overrightarrow{AD}=3\vec{j}$, $\overrightarrow{AE}=3\vec{k}$

1) عين مركز ثقل المثلث BDE .

2) احسب $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{ED}$ و $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{BD}$ ، ماذا تستنتج ؟

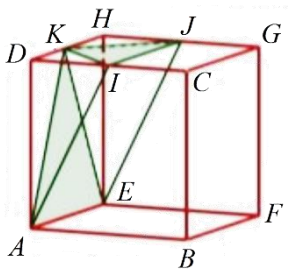
3) أوجد معادلة المستوي (EDB) .

4) أوجد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC) .

5) M نقطة تحقّق $\overrightarrow{CM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CE}$ و P المسقط القائم لـ M على المستوي $(ABCD)$ و H مسقط P على (AB) . احسب المسافة MH .

السؤال السادس و العشرون :

نتأمّل مكعباً $ABCDEFGH$



لتكن $I\,,J\,,K$ بالترتيب منتصفات الأضلاع $[HD]\,,[HG]\,,[DC]$

نتخذ المعلم المتجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$

1) أوجد إحداثيات النقاط $A\,,I\,,E$.

2) اكتب معادلة للمستوي $(AIJE)$.

3) احسب بُعد K عن المستوي $(AIJE)$ ثم حجم الهرم $KAIJE$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(AIJE)$ و المار بالنقطة K .

5) احسب إحداثيات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $(AIJE)$.

6) أثبت أنّ N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط

$(A,\alpha)\ ,\ (I,\beta)\ ,\ (E,\gamma)$

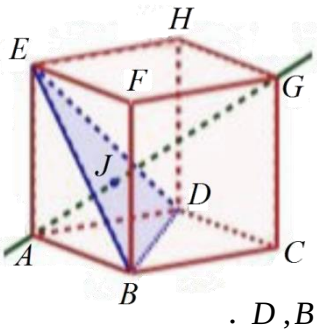
حيث $\alpha\,,\beta\,,\gamma$ هي أثقال يُطلب تعيينها .

السؤال السابع و العشرون :

$ABCDEFGH$ مكعب

طول ضلعه يساوي 3

نتخذ المعلم المتجانس $(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$



1) عين إحداثيات النقاط $G\,,E\,,B\,,D$.

2) أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) .

3) أثبت أنّ المستقيم (AG) ناظمي على المستوي (EDB) .

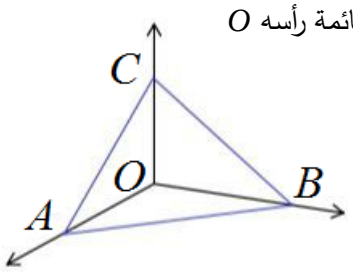
4) المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في النقطة J عيّن إحداثياتها .

5) أثبت أنّ J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB و مركز ثقله .

6) احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$.

السؤال الثامن و العشرون :

ليكن رباعي الوجوه ثلاثي الزوايا القائمة رأسه O



نختار المعلم المتجانس $(O;\frac{1}{3}\overrightarrow{OA},\frac{1}{3}\overrightarrow{OB},\frac{1}{3}\overrightarrow{OC})$

1) أوجد إحداثيات $A\,,B\,,C$.

2) اكتب معادلة للمستوي (ABC) .

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O و يعامد (ABC) .

4) استنتج مسقط النقطة B على المستقيم Δ .

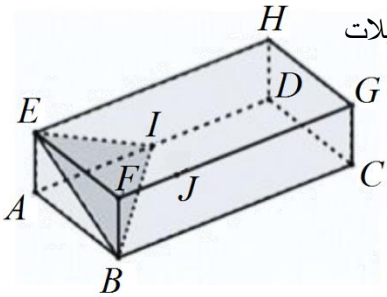
5) أثبت أنّ مسقط النقطة O على المستقيم Δ هي نفسها G مركز ثقل المثلث ABC .

6) اكتب معادلة الكرة المارة من النقطة A و مركزها النقطة G .

7) أثبت أنّ المثلث ABC متساوي الأضلاع و احسب مساحته و أوجد حجم رباعي الوجوه $OABC$.

السؤال التاسع و العشرون :

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات



فيه $AB=2$ ، $AD=4$

و $AE=1$

I منتصف $[AD]$

و J نقطة تحقّق $\overrightarrow{FJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{FG}$

نتأمّل المعلم المتجانس $(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$. **المطلوب:**

1) جد إحداثيات رؤوس متوازي المستطيلات و إحداثيات $I\,,J$.

2) أثبت أنّ معادلة المستوي (EIB) هي $x+y+2z-2=0$

3) بيّن نوع المثلث EIB ثم احسب مساحته .

4) احسب بعد G عن المستوي (EIB) .

5) احسب حجم رباعي الوجوه $G-EIB$.

6) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من J عمودياً على المستوي (EIB) .

7) استنتج أنّ المسقط القائم للنقطة J على المستوي (EIB) تقع على القطعة المستقيمة $[BI]$.

المدرس عدي الخميس

السؤال الأول :

1) عيّن قيمة n في الحالتين

- $\binom{14}{2n}=\binom{14}{n+2}$
- $8\binom{n+1}{2}=P_{n+2}^{4}$

2) ما الشرط على العدد الطبيعي n ليحتويَ منشور $\left(x^{2}+\frac{1}{x}\right)^{n}$ على حد ثابت مستقل عن x ؟

3) عيّن الحد المستقل عن x في منشور $\left(\frac{1}{x}-\sqrt{x}\right)^{9}$.

4) ما هي أمثال $x^{2}y$ في منشور $\left(\frac{y^{2}}{x}+\frac{x}{y}\right)^{8}$.

5) احسب قيمة r حيث $\frac{1}{\binom{4}{r}}=\frac{1}{\binom{5}{r}}+\frac{1}{\binom{6}{r}}$.

6) أثبت صحّة المساواتين :

- $\frac{\binom{n+1}{r}}{\binom{n}{r}}=\frac{n+1}{n+1-r}$
- $n\binom{n-1}{r-1}=r\binom{n}{r}$

السؤال الثاني :

يلتقي عشرة أصدقاء في حفل ، يصافح كل منهم الأشخاص التسعة الآخرين مرة واحدة فقط . **المطلوب :**

1) كم عدد المصافحات التي جرت في الحفل ؟
عمّم النتيجة السابقة إلى حالة n صديقاً .

2) كم عدد المصافحات التي جرت في الحفل علماً أنّ هناك أربعة أشخاص متخاصمين لا يجتمعون في آن معاً ؟

السؤال الثالث :

أراد صف فيه إثنا عشر طالباً و ثماني طالبات تأليف لجنة نشاط للصف مؤلفة من خمسة أشخاص . **المطلوب :**

1) كم لجنة مختلفة يمكن تأليفها ؟

2) كم لجنة مختلفة مكوّنة من ثلاثة طلاب و طالبتين ؟

3) كم لجنة مختلفة مكوّنة من طالبتين على الأكثر ؟

السؤال الرابع :

نريد تأليف لجنة مكوّنة من ثلاثة أشخاص مأخوذين من مجموعة تحوي خمسة رجال و ست نساء .

1) كم لجنة مختلفة يمكننا تأليفها ؟

2) كم لجنة مختلفة مكوّنة من رجلين و امرأة يمكننا تأليفها ؟

3) كم لجنة مختلفة مكوّنة من أشخاص من نفس الجنس ؟

4) كم لجنة مختلفة مكوّنة من رجلين على الأقل ؟

السؤال الخامس :

يريد معلم توزيع 5 جوائز مختلفة على 4 تلاميذ بحيث يحصل كل تلميذ على جائزة واحدة على الأقل .

ما عدد النتائج المختلفة لهذه العمليّة ؟

السؤال السادس :

يريد معلم توزيع 5 هدايا مختلفة على 5 تلاميذ بحيث يحصل كل تلميذ على هدية واحدة .

1) بكم طريقة يمكن توزيعها ؟

2) إذا أُجبِر طالب على هديّة معيّنة ، بكم طريقة يمكن التوزيع؟

السؤال السابع :

$A-$ يتألف مجلس إدارة نادي رياضي من ستة أعضاء

1) بكم طريقة يمكن اختيار أعضاء النادي ؟

2) بكم طريقة يمكن اختيار رئيس و نائب رئيس و أمين سر للنادي ؟

3) بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة علماً بأنّ في المجموعة شخصان متخاصمان لا يجتمعان في اللجنة ذاتها ؟

$B-$ نريد تأليف لجنة مكوّنة من ثلاثة أشخاص من مجموعة تحوي خمسة أشخاص ، بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة علماً بأنّ في المجموعة شخصان متخاصمان لا يجتمعان في اللجنة ذاتها ؟

السؤال الثامن :

في الشكل المجاور جدول القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X .

k	0	1	α
$\mathbb{P}(X=k)$	$\frac{3}{10}$	β	$\frac{1}{10}$

عيّن α , β بحيث يكون $\mathbb{E}(X)=\frac{4}{5}$.

المدرس عدي الخميس

السؤال التاسع :

نتأمّل صندوقاً يحوي أربع كرات تحمل الأرقام 6 ، 7 ، 8 ، 9
نسحب ثلاث كرات من الصندوق . **المطلوب** :

1) كم عدد النتائج الممكنة لهذه العمليّة ؟
2) كم نتيجة ممكنة في الحالات :
a) الكرة المسحوبة أولاً تحمل الرقم 6 و الثانية تحمل الرقم 9 و الثالثة تحمل الرقم 7 ؟
b) الكرة المسحوبة أولاً تحمل الرقم 8 و الثانية تحمل الرقم 7 ؟
c) الكرة المسحوبة ثانياً تحمل الرقم 7 ؟

السؤال العاشر :

نتأمّل صندوقاً يحوي أربع كرات تحمل الأرقام 6 ، 7 ، 8 ، 9
نسحب من الصندوق ثلاث كرات معاً . **المطلوب** :

1) كم عدد النتائج الممكنة لهذه التجربة ؟
2) كم عدد النتائج الممكنة و التي يظهر فيها العدد 7 ؟
3) كم عدد النتائج الممكنة و التي يظهر فيها العددان 8 و 9 ؟

السؤال الحادي عشر :

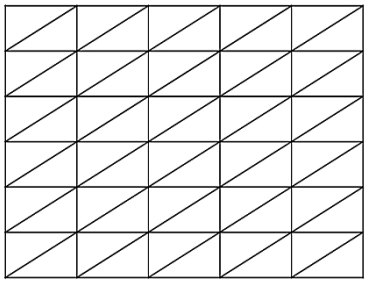
صندوق يحوي 10 كرات : 6 حمراء و 3 بيضاء و واحدة سوداء
نسحب من الصندوق ثلاث كرات و المطلوب :

1) كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب ؟
2) كم عدد النتائج المختلفة التي تشتمل على ثلاث كرات مختلفة الألوان ؟
3) كم عدد النتائج المختلفة التي تشتمل على ثلاث كرات من لون واحد ؟

السؤال الثاني عشر :

أثبت أنّ عدد أقطار مضلّع محدب عدد رؤوسه n حيث $n \geq 4$ يعطى بالعبارة $\frac{n(n-3)}{2}$.

السؤال الثالث عشر :

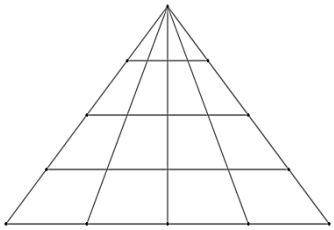


في الشكل المجاور
نتأمّل شبكة منتظمة

ما عدد المستطيلات ؟

ما عدد المثلثات ؟

السؤال الرابع عشر :



تأمّل الشكل المجاور

ما عدد المثلثات في الشبكة ؟

السؤال الخامس عشر :

يحتوي صندوق U_1 على كرة سوداء و كرتين بيضاوين ، و يحتوي صندوق U_2 على كرتين سوداوين و كرتين بيضاوين و كرة حمراء .
نختار عشوائياً أحد الصندوقين ، و نسحب منه عشوائياً كرة .
نسمي B الحدث الموافق لسحب كرة سوداء .

1) أعطِ تمثيلاً شجرياً للتجربة .
2) احسب $\mathbb{P}(B)$.
3) لقد سحبنا كرة سوداء اللون
ما احتمال أن نكون قد سحبناها من الصندوق U_1 ؟

السؤال السادس عشر :

في مدرستنا يمارس 30% من الطلاب لعبة كرة المضرب . و نعلم أنّ مدرستنا تضم نسبة 60% من الذكور ، و أنّ 55% من هؤلاء لا يلعبون لعبة كرة المضرب .
ما احتمال أن تكون طالبة مختارة عشوائياً من بين طالبات المدرسة من بين اللاتي لا يمارسن لعبة كرة المضرب ؟

السؤال السابع عشر :

نلقي حجر نرد متوازن مرة واحدة ، و نتأمّل الحدثين
A :"العدد الظاهر زوجي" B : "العدد الظاهر أولي"
أيكون هذان الحدثان مستقلين احتمالياً ؟

السؤال الثامن عشر :

نلقي حجر نرد متوازن وجوهه مرقّمة من 1 إلى 6 .
نحصل على درجة واحدة إذا ظهر الوجه 1 ، و نحصل على ست درجات إذا ظهر الوجه 6 ، و نخسر درجتين في بقية الحالات .
ليكن X المتحوّل العشوائي الذي يمثل الدرجة التي نحصل عليها .

1) اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X .
2) احسب كلاً من $\mathbb{E}(X)$ و $\mathbb{V}(X)$.

السؤال التاسع عشر :

يحتوي صندوق على خمس كرات : ثلاث كرات سوداء و كرتان بيضاوان . نسحب عشوائياً دون إعادة كرتين من الصندوق .
نسمي X المتحول العشوائي الذي يمثّل عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

1) عيّن مجموعة قيم X و اكتب قانونه الاحتمالي .
2) احسب كلاً من $\mathbb{E}(X)$ و $\mathbb{V}(X)$.

السؤال العشرون :

يحتوي صندوق على خمس كرات : اثنتان تحملان الرقم 1 و اثنتان تحملان الرقم 2 و واحدة تحمل الرقم 3 .
نسحب عشوائياً و في آن معاً كرتين من الصندوق . نسمي X المتحول العشوائي الذي يمثّل مجموع رقمَي الكرتين المسحوبتين .

1) عيّن مجموعة قيم X و اكتب قانونه الاحتمالي .
2) احسب كلاً من $\mathbb{E}(X)$ و $\mathbb{V}(X)$.

السؤال الحادي و العشرون :

أكمل الجدول الآتي الذي يمثّل القانون الاحتمالي لزوج (X, Y) من المتحولات العشوائية . علماً أنّ المتحولين العشوائيين مستقلان احتمالياً :

Y / X	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الثاني و العشرون :

يتواجه لاعبان A و B في لعبة كرة المضرب في مباراة مكوّنة من ثلاثة أدوار . يكسب A الدور الواحد باحتمال يساوي 0.6 .
يربح المباراة اللاعب الذي يكسب أكبر عدد من الأدوار .

ما احتمال أن يربح اللاعب B المباراة ؟

السؤال الثالث و العشرون :

تتألّف عائلة من أربعة أطفال . نقبل أنّه عند كل ولادة احتمال ولادة طفل ذكر يساوي احتمال ولادة طفلة أنثى ، و نفترض أنّ الولادات المتتالية هي أحداث مستقلة احتمالياً . نتأمّل الحدثين
A :"للأطفال الأربعة الجنس نفسه" ، B : "الطفل الثالث أنثى"

1) احسب $\mathbb{P}(A)$ و $\mathbb{P}(B)$.
2) احسب $\mathbb{P}(A \cap B)$ ثم $\mathbb{P}(B|A)$
3) أيكون الحدثان A و B مستقلين احتمالياً ؟

السؤال الرابع و العشرون :

نتأمّل صندوقاً يحتوي على كرتين سوداوين و أربع كرات حمراء .
نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً .
X متحول عشوائي يمثّل عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟
2) اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X .
3) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X و تباينه .

السؤال الخامس و العشرون :

يحتوي صندوق 6 بطاقات مرقّمة بالأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6
نسحب منه عشوائياً بطاقتين على التتالي دون إعادة ، و ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثّل أصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين .

1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟
2) اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X .
3) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X و تباينه .

المدرس عدي الخميس

السؤال السادس و العشرون :

نتأمّل صندوقين . يحتوي الصندوق الأول على (3) كرات مرقّمة بالأعداد 1,2,3 ، و يحتوي الصندوق الثاني (4) كرات مرقّمة بالأعداد 2,3,4,5 . نسحب عشوائياً كرة من الصندوق الأوّل ثم نسحب كرة من الصندوق الثاني . **المطلوب :**

1) اكتب فضاء العينة المرتبط بهذا الاختبار .

2) ليكن الحدثان

A << إحدى الكرتين المسحوبتين على الأقل تحمل الرقم(3) >>

B << مجموع رقمَي الكرتين المسحوبتين أكبر تماماً من (5) >>

هل الحدثان A و B مستقلان احتمالياً ؟ علّل إجابتك .

3) نعرّف متحولاً عشوائياً X يدلّ على مجموع رقمَي الكرتين المسحوبتين . اكتب مجموعة قيم X و اكتب جدول قانونه الاحتمالي ثم احسب توقعه الرياضي و تباينه .

السؤال السابع و العشرون :

يحوي صندوق ثلاث كرات سوداء و خمس كرات بيضاء ، عند سحب كرة سوداء يخسر اللاعب نقطة واحدة ، و عند سحب كرة بيضاء ينال نقطتين . يسحب اللاعب كرتين على التتالي دون إعادة

1) أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

2) ما احتمال أنّ يحصّل اللاعب نقطة واحدة فقط ؟

السؤال الثامن و العشرون :

لتكن المجموعة $S=\{2,3,5,6,7,9\}$

1) ما عدد الأعداد المكوّنة من ثلاث خانات مختلفة مثنى مثنى و أرقامها مأخوذة من S ؟

2) ما عدد الأعداد المؤلفة من ثلاث خانات مختلفة و كل عدد منها من مضاعفات العدد 5 ؟

السؤال التاسع و العشرون :

لتكن المجموعة $S=\{1,2,5,8,9\}$

1) كم عدداً مؤلفاً من منزلتين يمكن تشكيله من عناصر S ؟

2) كم عدداً مختلف الأرقام و مؤلفاً من منزلتين يمكن تشكيله من عناصر S ؟

3) كم عدداً زوجياً مؤلفاً من منزلتين يمكن تشكيله من S ؟

السؤال الثلاثون :

لتكن المجموعة $S=\{1,2,3,...,15\}$

1) كم عدد المجموعات الجزئية المكونة من عنصرين من S ؟

2) كم عدد المجموعات الجزئيّة المكونة من 3 عناصر من S ؟

3) كم عدد المجموعات الجزئية المكوّنة من عنصرين من S مجموعهما عدد فردي ؟

4) كم عدد المجموعات الجزئية المكوّنة من عنصرين من S مجموعهما عدد زوجي ؟

5) كم عدد المجموعات الجزئية المكوّنة من ثلاثة عناصر من S مجموعها من مضاعفات العدد 3 ؟

السؤال الحادي و الثلاثون :

لتكن المجموعة $E=\{1,2,3,4,5,6,7\}$

1) كم عدد المجموعات الجزئيّة المكونة من 3 عناصر من E ؟

2) كم عدد المجموعات الجزئية المكوّنة من عنصرين من E مجموعهما مضاعف للعدد 2 ؟

السؤال الثاني و الثلاثون :

نتأمّل حجر نرد متوازن وجوهه مرقمة بالأعداد 1,1,1,2,2,3 نلقي هذا الحجر مرتين متتاليتين

الحدث A : ظهور وجهين مجموعهما أصغر تماماً من 4

الحدث B : ظهور وجهين فرقهما معدوم

1) كم عدد عناصر فضاء العينة ؟

2) احسب $\mathbb{P}(A)$ و $\mathbb{P}(B)$ و $\mathbb{P}(B|A)$.

3) X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات ظهور العدد 3 اكتب مجموعة قيم X و جدول قانونه الاحتمالي ، و احسب توقعه الرياضي و تباينه .

على الطالب مراجعة ما يلي في التحليل التوافقي

مثال 151 ، مثال 152 ، 7+5/152 ، مثال 154

في الاحتمالات

مثال 177 ، مثال 179 ، مثال 191 (برنولي)

3+2/192 (برنولي) ، 1/198 ، 7/200

السؤال الثالث و الثلاثون :

لدينا ثلاثة صناديق : الصندوق الأول يحوي خمس كرات زرقاء و كرة حمراء ، الصندوق الثاني يحوي أربع كرات زرقاء و كرتين حمراوين ، و الصندوق الثالث يحوي ثلاث كرات زرقاء و ثلاث كرات حمراء . نختار عشوائياً أحد الصناديق ثم نختار منه كرة .

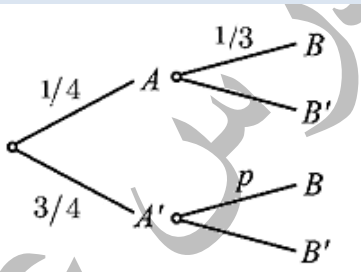
1) أعطِ تمثيلاً شجرياً للتجربة .

2) احسب احتمال سحب كرة زرقاء اللون .

3) إذا كانت نتيجة السحب كرة زرقاء فما احتمال أن تكون مسحوبة من الصندوق الثاني ؟

السؤال الرابع و الثلاثون :

A و B حدثان مرتبطان بتجربة عشوائية معروضة بالمخطّط الشجري المجاور



كيف نختار قيمة p حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتمالياً ؟

السؤال الخامس و الثلاثون :

k	0	1	2	3	4
$\mathbb{P}(X=k)$					$\frac{16}{81}$

X متحوّل عشوائي يمثّل عدد النجاحات في تجربة برنولية .
الجدول غير المكتمل هو القانون الاحتمالي لـ X .

1) ما عدد الاختبارات في التجربة ؟

2) أكمل الجدول المجاور .

3) احسب التوقع الرياضي و تباين المتحول العشوائي X .

السؤال السادس و الثلاثون :

لدينا مستقيمان متوازيان . نحدّد على أحدهما 6 نقاط مختلفة و على الثاني 4 نقاط مختلفة .

1) ما عدد المثلثات التي يمكن أن تشكل بين هذه النقاط ؟

2) ما عدد الرباعيات التي يمكن رسمها من هذه النقاط ؟

السؤال السابع و الثلاثون :

صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء و أربع كرات سوداء
نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً
و ليكن الحدث A الحصول على كرة حمراء على الأقل
و الحدث B الحصول على كرتين سوداوين على الأقل

1) احسب $\mathbb{P}(A)$ و $\mathbb{P}(B)$ و $\mathbb{P}(A|B)$.

2) X متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة
اكتب قانون X و احسب توقعه الرياضي و تباينه .

السؤال الثامن و الثلاثون :

نكرر أربع مرات تجربة إلقاء قطعتي نقود متوازنتين و نسحب في كل مرة الوجهين الظاهرين .
X متحول عشوائي يدل على عدد الشعارات الظاهرة .

1) اكتب مجموعة قيم X و احسب احتمال الحدث
A << الحصول ثلاث مرات فقط على وجهين H >>

2) احسب التوقع الرياضي $\mathbb{E}(X)$ و تباينه $\mathbb{V}(X)$.

السؤال التاسع و الثلاثون :

صندوق يحوي 6 كرات : ثلاث كرات حمراء و كرتين بيضاء و كرة واحدة سوداء .
نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع إعادة الكرة المسحوبة في كل مرة .

1) كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب ؟

2) كم عدد النتائج المختلفة التي تحتوي على كرتين اثنتين فقط من اللون ذاته ؟

السؤال التاسع و الثلاثون :

يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء ، و ثلاث كرات خضراء ، و واحدة بيضاء . نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً
X يمثل عدد الألوان الظاهرة بين الكرات المسحوبة . **المطلوب :**

1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟

2) احسب كلاً من $\mathbb{P}(X=1)$ و $\mathbb{P}(X=3)$
ثم استنتج قيمة $\mathbb{P}(X=2)$ ، و احسب التوقع الرياضي $\mathbb{E}(X)$.