



أوجد نهاية التابع $f: -\infty, +\infty \rightarrow \mathbb{R}$ وفق

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty - \infty = +\infty$$

عند $+\infty - \infty$ حالة عدم تعيين من الشكل $+\infty - \infty$

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x^2 + 3} - x)(\sqrt{x^2 + 3} + x)}{\sqrt{x^2 + 3} + x}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 3} + x}$$

$$f(x) = \frac{3}{\sqrt{x^2 + 3} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

$$f(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty - \infty = -\infty$$

عند $+\infty - \infty$ حالة عدم تعيين من الشكل $+\infty - \infty$

$$f(x) = 2x - \sqrt{x^2 \left(1 + \frac{5}{x^2}\right)}$$



عند $+\infty$ حالة عدم تعيين من الشكل $|x| = +x$

$$f(x) = 2x - x \sqrt{1 + \frac{5}{x^2}}$$

$$f(x) = x \left[2 - \sqrt{1 + \frac{5}{x^2}} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty (2 - 1) = +\infty$$

معرفة على $]0, +\infty[$

$$f(x) = 3x - \sqrt{9x^2 + 2x}$$

$f(x)$

$$= \frac{(3x - \sqrt{9x^2 + 2x})(3x + \sqrt{9x^2 + 2x})}{3 + \sqrt{9x^2 + 2x}}$$

$$f(x) = \frac{-2x}{3x + \sqrt{9x^2 + 2x}}$$

$$f(x) = \frac{-2x}{3x + \sqrt{x^2 \left(9 + \frac{2}{x} \right)}}$$

عند $+\infty$ يكون $|x| = +x$



$$f(x) = \frac{-2x}{x(3 + \sqrt{9 + \frac{2}{x}})}$$

$$f(x) = \frac{-2}{3 + \sqrt{9 + \frac{2}{x}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$f(x) = \sqrt{4x^2 + 3} - \sqrt{9x^2 + 2x}$$

عند $-\infty$ حالة عدم تعيين من الشكل $+\infty - \infty$

$$f(x) = \sqrt{x^2 \left(4 + \frac{3}{x^2}\right)} - \sqrt{x^2 \left(9 + \frac{5}{x^2}\right)}$$

عند $-\infty$ يكون $|x| = -x$

$$f(x) = -x \sqrt{4 + \frac{3}{x^2}} - (-x) \sqrt{9 + \frac{5}{x^2}}$$

$$f(x) = -x \sqrt{4 + \frac{3}{x^2}} + x \sqrt{9 + \frac{5}{x^2}}$$



$$f(x) = x \left[-\sqrt{4 + \frac{3}{x^2}} + \sqrt{9 + \frac{5}{x^2}} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty(-2 + 3) = -\infty$$

أوجد مجموعة تعريف التابع ثم أوجد النهايات عند أطراف مجموعة التعريف

$$f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x} - 1}$$

لإيجاد مجموعة تعريف التابع لدينا شرطين

• شرط الجذر

$$x \geq 0$$

• شرط الكسر

$$\sqrt{x} - 1 = 0$$

$$\sqrt{x} = 1 \rightarrow x = 1 \rightarrow D = [0, 1[\cup], +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{2}{0^+} = +\infty$$



عند $+\infty$ حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{+\infty}{+\infty}$

$$f(x) = \frac{x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{\sqrt{x} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

لدينا معرف على $]-\infty, 2[$

$$f(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

احسب نهاية f عند 2_-

نحصل على حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{0}{0}$

$$f(x) = \frac{(x + 2)(\sqrt{x^2 - 4})}{(\sqrt{x^2 - 4})(\sqrt{x^2 - 4})}$$

$$f(x) = \frac{(x + 2)(\sqrt{x^2 - 4})}{x^2 - 4}$$

$$f(x) = \frac{(x + 2)(\sqrt{x^2 - 4})}{(x + 2)(x - 2)}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \frac{0}{-4} = 0$$

لا تستسلم أمامك مستقبل مشرق بدعواتكم نستمر

د. محمد سليم الفخاري

