تم التحميل من اسهل عن بعد

المملكة العربية السعودية
جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية
عمادة التعليم عن بعد
"كلية الاقتصاد والعلوم الإدارية"

مختصر مادة :
الإحصاء التحليلي

قام باختصارها أخوكم :
أبو يوسف العنزي

لا تنسونا من دعوة صالحة بظهر الغيب لنا ولوالدينا وذرياتنا والمسلمين
ودعوة خاصة لمن قام بإعداد المذكرة الأصل من الأخوة في المستوى السابق

تعريف علم الإحصاء

هو : علم الإحصاء علم يهتم بعملية تجميع وتنظيم وعرض البيانات ثم تحليل وتفسير النتائج .
فعلم الإحصاء يشتمل (5) عمليات أساسية : (جمع البيانات وتنظيمها في جداول ثم عرضها في رسوم بيانيه أو مقاييس رقميه مثل المتوسطات (وهذا الجزء من التعريف هو الاحصاء الوصفي أو مبادئ الاحصاء) ، والتحليل والتفسير (وهذا هو الاحصاء التحليلي) .

فروع علم الإحصاء

1/ الإحصاء الوصفي أو ما يسمى بمبادئ الإحصاء .
2/ الإحصاء التحليلي .

لماذا ندرس الإحصاء التحليلي ؟؟

لو رغبت في دراسة ظاهرة ما في المجتمع ادرسها على مستوى عينة , هذا هو علم الإحصاء , فمثلاً لو أردنا معرفةنسبة الأميه في المملكة إما نعمل دراسة على كل سكان المملكة وهذي عملية صعبة ومستحيلة وتتم مرة وحداة كل عشر سنين , أو نأخذ عينة ونحسب فيها نسبة الأمية ، ونعرف النسبة عن طريق أدوات الإحصاء التحليلي ، ومثال آخر : لو أردنا معرفة متوسط دخل الأسرة السعودية فإما نعمل دراسة على كل أسر المملكة وهذا صعب ومستحيل ومكلف , أو نأخذ عينة من الأسر 200 أسرة أو 300 أسرة ونأخذ متوسط الدخل (مثلاً4000) ريال ، وهذا في العينة فلكي أعرف ذلك في المجتمع أعرفه عن طريق أدوات الإحصاء التحليلي .

فالإحصاء التحليلي هو : أسلوب إحصائي نتمكن عن طريقه أن نصل لبعض المؤشرات في المجتمع عن طريق العينة .

مصطلحات علم الإحصاء :

1/ المجتمع : كلمة المجتمع إذا سمعناها يتبادر إلى الذهن هو العنصر السكاني , لكن كلمة المجتمع في علم الإحصاء لها معنى أشمل وأوسع فهو **(أي أرقام تجمع عن أي ظاهرة)** , فأي أرقام أو بيانات تشترك في خاصية معينه اسميها مجتمع ، فعندما أسجل أطوال طلاب المستوى الأول ل 300 طالب وأسجل أطوالهم يظهر لدي 300 رقم هذي ال300 رقم اسميهم مجتمع الأطوال .

2/ العينة : هي جزء من المجتمع نختارها لأجل الوصول لمقاييس منها أعممها على المجتمع الذي هو الإحصاء التحليلي , لو أردنا أن نعرف البطالة في المجتمع نعرفها عن طريق أخذ عينة ونعممها على المجتمع , **الشرط أن تكون العينة عشوائية .**

العشوائية : أي الاختيار بدون قصد .

3/ **المتغيرات العشوائية : أي ظاهرة تتغير من من وقت لآخر نسميها متغير** فمثلاً : طلاب المستوى الأول طولهم متغير ، والوزن والعمر والمسافة كلها تعتبر متغير من شخص لأخر ، **والمتغيرات العشوائية نوعين : أ/ وصفية ب/ رقمية** ، فالحالة الاجتماعية مثلا صفة متزوج أعزب والمستوى التعليمي وصفي ابتدائي ثانوي ، لكن العمر والطول والوزن رقمية يعبر عنها بأرقام .

والمتغيرات الرقمية أو الكمية تنقسم إلى نوعين :

كمي منفصل (متقطع)	كمي متصل
متغير لايقبل القيم الكسرية مثل عدد المساجد في مدن المملكة مدينه فيها 30 ومدينه فيها 20 لا يصح أن نقول 30 مسجد ونص , ومثل عدد الجامعات ينفع وعدد المدرسين وعدد الطلاب وعدد السيارات .	المتغير الذي يقبل القيم الكسرية مثل الطول : شخص طوله 160 وآخر طوله 161 ، فممكن أن نجد أشخاص أطوالهم بين 160 و161 مثل 160 ونص ، وهي تتغير شخص طوله العام 160 وهذه السنة 161 ، ومثل الوزن والعمر والزمن .

مقدمة في نظرية الاحتمالات

تعريف الاحتمال في اللغة : تعني شئ أو حدث غير مؤكد حدوثه مثلاً (نقول من المحتمل أن تمطر السماء ليلاً) ، وأحياناً الاحتمال أقرنه بنوع من الثقة مثال (فأقول : هناك احتمال قوي أن تفوز السعودية) ، احتمال ضعيف أن تسقط الطائرة) فقلت مرة احتمال قوي ومرة ضعيف ، من مشاهدتي لهذا الحدث في الماضي .

حساب الاحتمال :

أمثلة تقليدية لحساب الاحتمال : قطعة العملة تتكون من وجهين صورة وكتابة لما نرميها نسمي ذلك (تجربة) ، إذا قمت بهذه التجربة لا أكون واثقاً على أي وجه ستقع ، فطالما القطعة سليمة ففرصة ظهور الصورة = فرصة ظهور

الكتابة فتصبح فرصة الظهور كل وجه50 % .
مثال آخر : قطعة النرد (زهرة الطاولة) هي عبارة عن مكعب فيه 6 أوجه وفرص ظهور أي وجه من الأوجه إل 6 متساوية , فمعنى هذا أن احتمال ظهور أي وجه = (ا على 6) ، وكلمة فرصة هنا معناها احتمال .

نظرية حساب الاحتمال : إذا كان هناك حدث ما (أ) وهذا الحدث يتكرر حدوثه (م) من المرات في تجربة حجمها (ن) من المرات فإن احتمال وقوع هذا الحدث وفق القانون التالي : ح (أ) = $\frac{م}{ن}$

ح تعني احتمال , احتمال وقوع الحدث أ = م على ن (م) تعني عدد مرات وقوع الحدث (ن) عدد الحالات الكلية للتجربة .

مثال : عند ألقاء قطعة نرد سليمة ماهو احتمال ظهور الوجه 3 ؟

الحل / ح (3) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{1}{6}$

(ن) عدد الحالات الكلية للتجربة وتساوي 6 ، (م) عدد مرات ظهور الوجه 3 وتساوي 1 .

مثال / يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من 5 محاسبين و6 مهندسين و4 اقتصاديين أختير أحدهم عشوائياً لأداء العمرة , ماهو احتمال أن يكون مهندساً ؟

الحل / (مجموع أعضاء المجلس 15) .

ح (مهندس) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{6}{15}$

ح (اقتصادي)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{4}{15}$

مثال/ ألقيت قطعة نرد مرة واحدة , ماهو احتمال ظهور رقم زوجي ؟

الحل/ ح (رقم زوجي) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{3}{6}$.

مثال/ يضمُ أحد الفصول الدراسية 40 طالباً سعودياً و20 طالباً أفريقياً أختير أحدهما عشوائياً , ما احتمال أن يكون سعودياً ؟

الحل/ ح (طالب سعودي) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{40}{60}$ = $\frac{4}{6}$

مثال/ يضمُ المستوى الأول 80 طالباً منهم 20 طالباً متزوجاً , أختير أحد الطلبة , ماهو احتمال أن يكون :
1/ متزوجاً ؟ 2/ يتحدث اللغة العربية ؟ 3/ يتحدث اللغة اليابانية ؟

الحل/ 1 / ح (متزوج)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{20}{80}$ = $\frac{1}{4}$

2/ ح (اللغة العربية) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{80}{80}$ = 1 ويسمى حدثاً مؤكداً .

3/ح (اللغة اليابانية)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{0}{80}$ = (0) ويسمى حدثاً مستحيلاً .

فنلاحظ (أن جميع الاحتمالات عبارة عن كسر بسط ومقام ودائماً البسط أقل من المقام ، وأقصى قيمة للاحتمال أقصى (1) ويسمى حدث مؤكد ، وأصغر قيمة له (0) ويسمى حدث مستحيل) .

أنواع الحوادث :

في الأمثلة السابقة قلنا أحتمال اختيار مهندس حدث واحد ، احتمال ظهور الصورة حدث واحد ، احتمال أن يتحدث لغة عربية حدث ، لكن في بعض الأحداث تقع معاً في وقت واحد ، **فالأحداث في الاحتمال نوعين (أحداث بسيطة وأحداث مركبة)** ، **فالاحداث البسيطة هي حوادث لا يمكن تقسيمها إلى حوادث فرعية** مثل : احتمال ظهور الصورة حدث واحد ، **والحوادث المركبة أي عدة حوادث في وقت واحد** فاحتمال اختيار المهندس حدث بسيط لكن اختيار المهندس أو المحاسب هنا حدثين المهندس أو المحاسب فهو حدث مركب , ومثال احتمال اختيار مهندس حاملاً للدكتوراه هنا حادثين أن يكون مهندساً وأن يكون حاملاً للدكتوراه ، .

الحادث البسيط يحسب الاحتمال له بالقانون السابق : $\frac{م}{ن}$.
الحوادث المركبة يحسب الاحتمال لها بأحد قانونين (قانون الجمع وقانون الضرب) .
قانون جمع الاحتمالات : وهو أنه يجب التفرقه بين الحوادث المتنافية وغير متنافية .
الحوادث المتنافية : هي التي لا يمكن إن تقع معاً في وقت واحد ، فعند رمي قطعة العملة فإن ظهور الصورة ينفي ظهور الكتابة .
الحوادث غير المتنافية : هي تلك الحوادث التي يمكن إن تقع معاً في وقت واحد ، فاحتمال اختيار محاسب لا ينفي إن يكون متزوجاً .
قوانين الجمع : 1/ احتمال ظهور الحدث (أ) أو الحدث (ب) .
نظرية : إذا كان لدينا حدثين (أ) و (ب) فإن احتمال وقوع (أ) أو (ب) أو كلاهما هو :
ح(أ أو ب) = <u>ح (أ+ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)</u> (هذا قانون الجمع) (كلمة (أو) تعني قانون الجمع) (أ،ب غير متنافيان) .
ولو كان (أ) و (ب) حوادث متنافية ، <u>فالقانون الثاني : ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب)</u> .
مثال : (مجلس إداره احدى الشركات يضم 6 مهندس , 4 محاسب , 8 اقتصادي واختير أحدهم لاداء العمرة ماهو :
1) احتمال أن يكون محاسباً ؟
2) احتمال أن يكون اقتصادياً ؟
3) احتمال أن يكون محاسباً أو اقتصادياً ؟
4) احتمال أن يكون محاسباً أو مهندساً ؟
الإجابة : المطلوب الأول والثاني يتكلم عن حدث واحد أي احتمال (محاسب) (اقتصادي) فهذه حوادث بسيطة لا يمكن تقسيمها .
والمطلوب الثالث والرابع (محاسب أو اقتصادي) فهذه حوادث مركبة فنستخدم قانون الجمع أو قانون الضرب ؟ فما دام ظهر في المسألة كلمة (أو) نستخدم مباشرة قانون الجمع ، والحل :
1/ ح (محاسب)= $\frac{م}{ن} = \frac{4}{18}$.
2/ ح (اقتصادي) = $\frac{م}{ن} = \frac{8}{18}$.
3/ ح (محاسب أو اقتصادي) القانون = ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)
= $\frac{4}{18} + \frac{8}{18} - \frac{0}{18} = \frac{12}{18}$ (4 محاسب ، 8 اقتصادي) (الصفر لأنه حدث متنافي محاسب أو اقتصادي)
4) ح (محاسب أو مهندس) = ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ب)
= $\frac{4}{18} + \frac{6}{18} - \frac{0}{18} = \frac{10}{18}$
قانون الضرب : في قوانين الجمع نفرق بين الحوادث المتنافية وغير المتنافية , أما في قانون الضرب فنفرق بين نوعين آخرين من الحوادث وهي الحوادث المستقلة وغير المستقلة .
الحوادث المستقلة : هي الحوادث التي لا تؤثر ولا تتأثر بغيرها من الحوادث , حدث قائم بذاته لا يؤثر ولا يتأثر لا علاقه بينهما .
الحوادث الغير مستقلة : هي العكس ، الحوادث التي تؤثر أو تتأثر بغيرها من الحوادث يعني في علاقه تأثيرية فيما بينهما , أي يوجد ترابط بينهما , وبمعنى آخر أحدهما يعتمد على الآخر ، فإذا كان عندنا حدثين مستقلين (أ,ب) (أ) لايعتمد على (ب) إذاً احتمال وقوعهما معاً عبارة عن احتمال (أ) × احتمال وقوع (ب) مثلاً احتمال ذهاب الأب إلى المزرعة 0,8، واحتمال ذهاب الابن إلى المزرعة 0,6 فهذان الحدثان مستقلان احتمال خاص بالأب لوحده , واحتمال خاص بالابن لوحده ، وإذا كانا غير مستقلين : فمثلاً احتمال ذهاب الأب 0,8 واحتمال ذهاب الابن بشرط أن يسبقه والده , إذاً الحدث الثاني اشترط لوقوعه حدث آخر وهو ذهاب الأب .
<u>قانون الضرب للحوادث المستقلة : ح (أ ب) = ح (أ) × ح (ب) .</u>
<u>قانون الضرب للحوادث الغير مستقلة : ح (أ ب) = ح (أ) × ح (ب/أ)</u>
ح (أ وَ ب) الواو (و) تعني قانون الضرب ، الفاصلة (/) تعني بشرط ، ح (ب/أ) يعني يقع ب بشرط وقوع أ .
مثال : احتمال ذهاب الأب إلى المزرعة 0,6 واحتمال ذهاب الابن بشرط أن يسبقه الأب 0,9 , ما هو احتمال ذهاب الأب والابن معاً ؟

الجواب : الأب : أ , الابن : ب
احتمال ذهاب الأب : ح (أ) = 0,6 ، احتمال ذهاب الابن ولكن بشرط أن يذهب الأب : ح (ب/أ) = 0,9
إذاً احتمال ذهاب الأب والابن : ح (أب) = ح (أ) × ح (ب/أ)
= 0,6 × 0,9 = 0,54
مثال : احتمال ذهاب أحمد إلى جدة 0,7 , واحتمال ذهاب خالد 0,6 , فما هو احتمال ذهابهما معاً ؟
الحل : أحمد : أ ، خالد : ب
احتمال ذهاب أحمد : ح(أ) = 0,7 ، احتمال ذهاب خالد : ح (ب) = 0,6
احتمال ذهاب أحمد وخالد : ح (أب) = ح (أ) × ح (ب)
= 0,7 × 0,6 = 0,42
مثال : احتمال نجاح الطالب في الاحصاء 0,8 , واحتمال نجاحه في الاحصاء والمحاسبة معاً هو 0.4 , ماهو احتمال أن نجد طالباً ناجحاً في المحاسبة بشرط أن يكون ناجحاً في الاحصاء ؟..
الحل : الاحصاء : أ ، المحاسبة : ب
ح (أ) = 0,8 ، ح (أ و ب) = 0,4
ح (أب)= ح (أ) × ح (ب / أ)
والمجهول عندنا هو الطرف الثالث في القانون وهو : ح (ب/أ) ، ولكي نستطيع استخراجه نقوم بعملية القسم وتكون المسألة بهذا الشكل :
ح (أب) = ح (أ) × ح (ب/أ)
0.4 = 0.8 × ح (ب/أ)
إذاً : ح(ب/أ) = $\frac{0.4}{0.8}$
مثال : في احدى الإدارات الحكومية , نسبة الموظفين المتزوجين والمقيمين في منطقة الرياض هي 40% , بينما نسبة الموظفين المتزوجين هي 70% , اختير أحد الموظفين , فماهو احتمال أن يكون مقيماً في الرياض بشرط أن يكون متزوجاً ؟
الحل : (المتزوج : أ , المقيم بالرياض : ب) ، ملاحظة : كلمة النسبه في المسأله معناها احتمال .
40% (نرجعها لأصلها وهي : $\frac{40}{100} = \frac{4}{10}$ ومعناها 0,4) إذاً ح (أب) = 40% = 0,4
نسبة المتزوجين : ح (أ) = 70 % ومعناها كالسابق = 0,7
ح (أب) = ح (أ) × ح (ب/أ)
0.4 = 0.7 × ح (ب/أ)
إذاً : ح(ب/أ) = $\frac{0.4}{0.7}$

الدالة الاحتمالية

الدالة الرياضية : هي العلاقة بين متغيرين أحدهما مستقل ويرمز له بالرمز (س) والآخر متغير تابع ويرمز له بالرمز (ص) , والعلاقة بين التابع والمستقل تكتب في صورة عامة ص = د (س) , معناها أن المتغير (ص) هو متغير تابع يعتمد على المتغير المستقل .
المتغير المستقل : هو المتغير الذي تتحدد قيمه مسبقاً , وبعد أن تتحدد قيمة المتغير المستقل , تتحدد تبعاً لذلك قيمة المتغير التابع .
فلو أخذنا متغيرين (الدخل والانفاق) الدخل يعتبر متغير مستقل الدولة تحدد راتب الموظف ، ويتحدد تبعاً لذلك الانفاق بعد معرفة الدخل .
ومثال العلاقة بين تكلفة الوحدة المكلفة وأسعار المادة الخام , يتحدد سعر المادة الخام بعد تحديد تكلفة الوحدة المنتجة ، أي بزيادة أو انخفاض أسعار المواد الخام يتحدد تكلفة الوحدة المنتجة , إذاً تكلفة الوحدة المنتجة متغير تابع , وأسعار المادة الخام متغير مستقل .
وحرف الدال في قانون العلاقة بين ص وَ س (ص=2(س)) هو القانون الذي يربطهم مع بعض , وهذه العلاقه قد تكون مثلاً علاقة الخط المستقيم (ص = 5س +1), وقد تكون علاقه منحنى بالدرجة الثانية (ص = 2 س + س2+1) , هذه امثله لأشكال العلاقات بين س وَ ص , .
الدالة الاحتمالية : تعريفها لا يختلف عن الدالة الرياضية , الدالة الاحتمالية علاقة بين متغيرين متغير مستقل (متغير عشوائي ورمزه س) , ومتغير تابع (احتمالات الحدوث لهذه القيم ورمزه ح (س)) , و (ح) معناها احتمال (س) , **فدالة الاحتمال علاقة بين المتغيرين س وَ ح (س) .**

والعلاقه بين س وَ ح (س) إما أن تكون في شكل جدول أو في شكل قانون (التوزيع الاحتمالي) ، أهل الرياضيات يسمونـها القانون , وأهل الحصاء يسمونـها (التوزيع الاحتمالي) .
ودالة الاحتمال لـها وضعين إما أن تستخرجها أو تعطى لك جاهزة :
مثال : ألقيت قطعتي عملة مرة واحدة (إلقاء قطعتي عملة مرة واحدة = إلقاء قطعة واحدة مرتين متتاليتين) ، والمطلوب :
أولاً : حدد فراغ العينة .
ثانياً : أوجد دالة الاحتمال للمتغير (س) , حيث إن (س) ترمز لعدد مرات ظهور الصورة .
الحل :
1/ يقصد بفراغ العينة عدد الحالات الكلية للتجربة , فعندما ألقي قطعتي عملة مرة واحدة فإن فراغ العملة للعينه = 2 حالة للقطعة الأولى وَ2 حالة للقطعة الثانية أي = 2 × 2 = 4 حالات كلية ، ونواتج رمي قطعتي العملة :

القطعة الأولى	القطعة الثانية	ملاحظات
ص	ص	تظهر الصورة مرتين
ص	ك	صورة وكتابة
ك	ص	كتابة وصورة
ك	ك	لا تظهر الصورة

فالحالات الاربع هي فراغ العينة ، وهوالمطلوب الاول .
2/ دالة الاحتمال : علاقه بين متغيرين س وَ ح (س) , ولكي اقوم بعمل جدول دالة الاحتمال لابد أن تتوفر القيم س وَ ح (س) , (س) تعني عدد مرات ظهور الصورة , فإما أن تأتي صورتين بالأولى والثانية أو صورة واحدة فقط على احدى القطعتين ، وإما لا تأتي صورة أبداً .
ح (س) أي احتمال وقوع الحدث

س (عدد مرات ظهور الصورة)	عدد الحالات	ح (س)
2	1	1÷ 4
1	2	2÷ 4
صفر	1	1÷ 4
المجموع	4	1

العامود س والعامود ح (س) , هذان العامودان هما دالة الاحتمال , ولكن هنا اخذت شكل جدول .
مثال : ألقيت 3 قطع عملة مرة واحدة فقط (أو القيت قطعة عملة واحدة 3 مرات متتالية) والمطلوب :
حدد فراغ العينة .
أوجد دالة الاحتمال للمتغير (س) ، حيث (س) نرمز له لعدد مرات ظهور الصورة .
الحل : 1/ فراغ العينة : عندما نرمي قطعة مرة واحد , لها حالتين كلية ، وعندما نرميها مرتين 2×2 ، وعندما نرميها 3 مرات 2×2×2= 8 حالات :

	القطعة الاولى	القطعة الثانيه	القطعة الثالثه	ملاحظات
الحالة الاولى	ص	ص	ص	3 صور
الحالة الثانية	ص	ص	ك	صورتين وكتابة
الحالة الثالثة	ص	ك	ص	صورتين وكتابة
الحالة الرابعة	ك	ص	ص	صورتين وكتابة
الحالة الخامسه	ص	ك	ك	كتابتين وصورة
الحالة السادسه	ك	ص	ك	كتابتين وصورة
الحالة السابعة	ك	ك	ص	كتابتين وصورة

الحاله الثامنه	ك	ك	ك	3 كتابات فقط

دالة الاحتمال للمتغير (س)

س (عدد مرات ظهور الصورة)	عدد الحالات (ك)	ح (س)
3 (أي 3 صور)	1	8/1
2	3	8/3
1	3	8/3
صفر	1	8/1
المجموع	8	1

الخصائص الاحصائية الهامة لدالة الاحتمال : 1/ القيمة المتوقعة 2/ التباين , فعند دراسة أي ظاهرة من الناحية الاحصائية لا بد من دراسة القيمة المتوقعة والتباين .

القيمة المتوقعة هي (الوسط الحسابي) , فعندما نتكلم عن متغير عشوائي مثل أطوال وأوزان وأعمار ونأتي بالمتوسط المتعلق بها فالأصح والأدق أن نقول القيمة المتوقعة وليس الوسط الحسابي .

التباين يعني اختلاف ، والتباين مقياس احصائي يقيس درجة تشتت وتباين وتباعد المفردات , لو القراءات التي عندي قريبة جداً من بعضها , أقول عنها إنها قليلة التشتت أي شبه متجانسة , ولو الأرقام متباعدة عن بعضها جداً نسميها أرقام متباينة غير متجانسة .

و**نستخدم القيمة المتوقعة بدل قيمة الوسط الحسابي لأننا نتعامل مع متغير عشوائي** , أطوال وأوزان وأعمار متغيرة والوسط الحسابي عبارة عن مجموع القيم على العدد , وهنا سيختلف التعريف قليلاً فالقيمة المتوقعة وهي الوسط الحسابي **رمزه ميو (μ)** وهو حرف يوناني أو لاتيني وهو من الحروف الثابتة في علم الحصاء ومعناه وسط حسابي أي (قيمة متوقعة)

القيمة المتوقعة (μ) = مجـ س × ح (س) ، (مجـ) معناها مجموع ميم

والوسط الحسابي إذا حسبته لعينة اسميه اكس بار او سَ , وإذا حسبته للمجتمع اسميه ميو (μ) .

والتباين يقيس درجة تقارب القيم له قانون رمزه σ2 (سيجما تربيع) , وهذا حرف يوناني وهو رمز ثابت في علم الاحصاء ، وقانونه :

σ2= مجـ س 2 × ح (س) – (μ)2

مثال : في تجربه القاء قطعة نرد سليمة مرة واحدة ، احسب القيمة المتوقعه والتباين للمتغير س (س معناها عدد النقط التي تظهر على السطح العلوي بالقطعة) ؟

الحل : احتمال ظهور رقم 1 مرة واحدة من 6 حالات (6 أوجه) وكذلك احتمال ظهور بقية الأرقام 1 من 6 .

والحالات الستة هذه اسميها فراغ العينة .

س هي عدد النقط , والاحتمالات متساوية ، س و ح (س) العامودين الأول والثاني نسميها دالة الاحتمال .

وهو الآن يريد التوقع والتباين , ففي هذه الحالة سنضيف عامودين على يسار الجدول , العامود الأول حاصل ضرب س × ح س , والقانون يقول مجـ أي أجمع هذه الاعداد , فيكون الناتج عباره عن :

مجـ س ح (س) $= \frac{21}{6} = 3,5$ فالمتوسط أي القيمه المتوقعه ميو (μ) $= 3,5$

س	ح (س)	س ح (س)	س 2 ح (س)
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$
3	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{9}{6}$
4	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{16}{6}$
5	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{25}{6}$

6	$\frac{1}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{36}{6}$
المجموع	1	$\frac{21}{6}$	$\frac{91}{6}$

واما التباين فنضيف عامود جديد الا وهو عامود س 2 ح (س) , هذا العامود الاخير هو الذي نستطيع منه نأتي بالتباين , وهذه صيغة التباين $\sigma^2 =$ مجـ س 2 ح (س) – $(\mu)^2$

مجـ س 2 ح (س) هي $= \frac{91}{6}$ وكما هو موضح بصيغة التباين نطرح الناتج بميو تربيع (ميو تربيع وليس ميو فقط)

اذاً : مجـ س 2 ح (س) – $(\mu)^2$

$\frac{91}{6} - \left(\frac{21}{6}\right)^2 = 2,92$ هذا هو التباين .

الانحراف المعياري = الجذر التربيعي للتباين = $\sqrt{2,92} = 1.01$

مثال : ألقيت 3 قطع عملة مرة واحدة (أو إلقاء عملة واحدة 3 مرات متتالية) والمطلوب :

1/ حدد فراغ التعبئة .

2/ أوجد دالة الاحتمال للمتغير (س) حيث س يرمز لعدد مرات ظهور الصورة .

3/ القيمة المتوقعة والتباين والانحراف المعياري .

الحل : (الفقرة 1 و 2 سبق حلهم سابقاً صفحة 7) وهي باختصار :

1/ إلقاء العملة 3 مرات , إذاً فراغ العينة للحالات الكلية : $2 \times 2 \times 2 = 8$ حالات .

2/ دالة الاحتمال للمتغير س :

س (عدد مرات ظهور الصورة)	عدد الحالات (ك)	ح (س)
3 (أي 3 صور)	1	8/1
2	3	8/3
1	3	8/3
صفر	1	8/1
المجموع	8	1

3/ القيمة المتوقعة والتباين : يستلزم إضافة عمودين على جدول دالة الاحتمال ، كقاعدة عامة عندما يأتي س و ح (س) كجدول فيها هاتان الصيغتان مباشرة أستخرج س ح (س) وَ س2 ح (س) ,

س ح (س) هو المتوقع واستخرجه كما المثال ومن ثم استخرج المجموع ، والمجموع هو 1,5

س2 ح (س) هو التباين واستخرجه كما المثال الاخر واستخرج المجموع وهو 3

وقانون التباين هو : مجـ س 2 ح (س) – $(\mu)^2$

مجـ س 2 ح (س) هو 3

$(\mu)^2 = 2,25$

$3 - 2,25 = 0,75$ هذا هو التباين .

والانحراف المعياري هو جذر $0,75 = 0,866$

س	ح (س)	س ح (س)	س2 ح (س)
3	8/1	8/3	8/9

2	8/3	8/6	8/12
1	8/3	8/3	8/3
صفر	8/1	صفر	صفر
المجموع	1	1,5 = 8/12	3 = 8/24

مثال : نفترض ان المتغير س له دالة الاحتمال التالية :

س	2-	1-	0	1	2
ح (س)	0,1	0,3	0,1	0,3	0,2

أوجد : 1- القيمة المتوقعة 2- التباين والانحراف المعياري

س ممكن أن تكون سالبة ، أما (ح س) فهذا احتمال فلا بد أن يكون موجباً قيمة كسرية موجبة تقع بين الصفر والواحد .

الحل : نقوم بأخذ الجدول وتعديله على هيئة اعمده رئيسيه ، ونلاحظ هنا أن دالة الاحتمال معطاة والمطلوب هو القيمة المتوقعة والتباين :

س	ح (س)	س ح (س)	س2 ح(س)
2-	0,1	0,2-	0,4
1-	0,3	0,3-	0,3
صفر	0,1	صفر	صفر
1	0,3	0,3	0,3
2	0,2	0,4	0,8
المجموع	1	0,2-	1,8

إذاً القيمة المتوقعة = مجـ س ح(س) = 0,2

التباين $\sigma 2$ = مجـ س 2 ح (س) – (μ 2) = 1,8 – 0.04 = 1,76

والانحراف المعياري هو جذر 1,76 = 1,326

خصائص او شروط دالة الاحتمال :

يقال على أي دالة بأنها دالة احتمالية إذا تحقق فيها شرطين معاً يتعلقان بعمود ح (س) :

1/ أن تكون قيمة الاحتمال لأي قيمة من قيم (س) قيمة كسريه موجبة بين صفر وواحد .

2/ أن يكون مجموع ح (س) يساوي 1 صحيح (مجـ ح (س) = 1.

مثال : بين ما اذا كانت الدالة احتمالية ام لا مع ذكر السبب :

س	1	2	3	4	5
ح (س)	0,2	0,4	0,3	0	0,1

الحل : الدالة السابقة دالة احتمالية لأن الشرطين متحققين وهما : 1/ جميع قيم الاحتمالات ح (س) موجبة تقع بين (1/0) .

2/ مجموع الاحتمالات أي مجـ ح (س) =1, (0,1+0+0,4+0,2= 1) .

مثال : بين ما اذا كانت الدالة احتمالية ام لا مع ذكر السبب :

س	2-	1-	0	1	2
ح (س)	0,2	0,4	0,3	0,5	0,2

الحل : ليست دالة احتمالية لأن الشرط الثاني غير متحقق فمجموع الاحتمالات أكبر من 1 (0,2+0,4+0,3+0,5+0,3=1,6).

مثال : بين ما اذا كانت الدالة التالية تعتبر دالة احتمالية ام لا مع ذكر السبب :

س	1-	0	1	2
ح (س)	0,2	0,4	0,3-	0,2-

الحل : ليست دالة احتمالية لوجود قيم احتمالية سالبة (-0,3, -0,2) ، ولأن مجموعها أكثر من (1) .

مثال : في الجدول التالي : المتغير العشوائي (س) يمثل عدد السيارات المباعه في اليوم الواحد اما ح (س) فتمثل احتمال ان يتم بيع هذا العدد من السيارات :

س : عدد السيارات المباعة	0	1	2	3

يومياً				
ح (س)	0,4	0,3	ك	0,1

وعلى فرض أن المتغير س يحقق شروط دالة الاحتمال ، فالمطلوب كالتالي :

1/ أوجد قيمة المجهول ك : بما أنها دالة احتمالية فإن ك هي القيمة التي تجعل مجموع الاحتمالات = 1 فيكون ك = 0.2

عدد السيارات	0	1	2	3
ح (س)	0,4	0,3	0,2	0,1

2/ قيمة ح (س =1) : من الجدول ح (س=1) هي = 0,3

3/ قيمة ح (س = 0) = 0,4

4/ قيمة ح (س < 2) = 0.3 + 0,4 = 0,7

5/ قيمة ح (س اصغر من او يساوي 2) = = 0.3 + 0,4+ 0,2 = 0,9

6/ قيمة ح (س >1) = 0,2 + 0,1 = 0,3

7/ قيمة ح (س اكبر من او يساوي 1) = 0,2 + 0,1 + 0,3 = 0,6

8/اوجد القيمة المتوقعة ، 9/ اوجد قيمة التباين ، 10/ اوجد الانحراف المعياري : لعمل ذلك نكونالجدول التالي :

س	ح (س)	س ح (س)	س2 ح (س)
0	0,4	0	0
1	0,3	0,3	0,3
2	0,2	0,4	0,8
3	0,1	0,3	0,9
المجموع	1	1	2

القيمة المتوقعة : = مجـ س ح (س) = 1

التباين = س 2 = مجـ س 2 ح (س) – (1)2 = 2- (1) = 1

الانحراف المعياري = جذر التباين = جذر 1 = 1

التوزيعات الاحتمالية

دالة الاحتمال هي علاقه بين س وَ ح(س) هذه العلاقه عندما تكون في شكل جدول نسميها دالة الاحتمال ، وعندما تكون في شكل قانون نسميها التوزيع الاحتمالي .

التوزيعات الاحتمالية :

1_ توزيع ذو حدين .

2_ توزيع بواسون .

3_ التوزيع الطبيعي .

التوزيع الاول والثاني يتعاملان مع المتغيرات المتقطعة والتوزيع الثالث مع المتغيرات المتصلة او المستمره .

المتغيرات المتقطعه : هي متغيرات لا تقبل قيم كسريه (مثل عدد افراد الاسره , عدد المساجد , عدد الطلاب , عدد الجامعات)

المتغيرات المتصلة : متغيرات تقبل القيم الكسريه (مثل الاطوال , الاوزان , الاعمار) .

وفي الواقع التوزيعين ذو الحدين و البواسون هي توزيعات متقطعة **وتوزيع بواسون حالة خاصة من توزيع ذو الحدين** , أي أن لدينا توزيعين فقط في الاساس الاول توزيعات المتقطعة وهي ذو الحدين والاخر متغيرات متصله وهو الطبيعي ، واما البواسون فهي حالة استثنائية من توزيعات ذو الحدين لأهميته في الحياة العمليه مثل حوادث الطرق , والحرائق واخطاء الطباعه وانتاج السيارات والاجهزه الكهربائيه وانتاج الطائرات والتامين على السيارات والمنشات والحياة , هذه كلها ظواهر تخضع لقانون البواسون .

توزيع ذو الحدين :

هناك ظواهر تصنف الى وضعين اثنين او حالتين او حدين , (معيب او سليم ، متزوج او غير متزوج , مدخن او غير مدخن) ، إذاً في التجارب التي يكون الحدث فيها مره واحده من بين حالتين ممكنتين نسمي هذه الظواهر انها ظواهر خاضعة لذو حدين .

أسس ذو الحدين (شروطه) :

1/ هناك تجربه عشوائية نكررها (ن) من المرات (مثل القاء قطعة عمله عدة مرات) بهدف الحصول على حدث معين .

2/ هذه المحاولات مستقله عن بعضها لبعض .
3/ كل محاولة أقوم بها نتيجتها حالة من اثنين إما أن يقع الحدث أو لا يقع .
4/ احتمال وقوع الحدث في أي محاوله مقدار ثابت يساوي (ل) , واحتمال عدم وقوع الحدث (الفشل) هو (1- ل) .
قانون ذو الحدين او توزيع ذو الحدين هو : ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (1- ل)$^{ن-س}$
ح (س) : أي احتمال وقوع الحدث ح (س)
ن ق س : تقرأ هكذا نون قاف سين , القاف هنا هي التبديل والتوفيق .

الخصائص الحصائية توزيع ذو الحدين :

يقصد بالخصائص الاحصائيه هنا أمرين وهما : القيمة المتوعة والتباين , فأي ظاهره ندرسها لابد من حساب التوقع و التباين :
فإذا كان س متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين فإن القيمة المتوقعة والتباين لهذا المتغير يكونان على الصورة التالية :
القيمة المتوقعة μ = ن × ل والتباين = σ2 = ن × ل × (1- ل)
مثال : اذا كانت نسبة المعيب في انتاج احد المصانع هي 20% , سحبت عينه عشوائيه (تجربة) حجمها 5 وحدات , ماهو احتمال :
1/ ألا نجد وحدات معيبه بالعينه .
2/ أن نجد وحده واحده معيبه .
3/ أن نجد وحده واحدة على الأكثر .
الحل : التجربه خاضعه لقانون ذو حدين , لأن أي وحده في العينه نفحصها تصنف الى معيب او سليم , والمعلومات عندنا هنا بالمسأله أن :
ن = 5 (حجم العينه) , نسبة المعيب ل = 0,02 ، 1- ل = 0,08
وحسب قانون ذو الحدين : ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (1- ل)$^{ن-س}$
ح (س) : تعني احتمال وقوع الحدث س من المرات .
اما الـ ن ق س : س هنا هي متغير عشوائي يرمز لعدد الوحدات المعيبة أي تاخذ القيم المطلوبة بالمسألة :
*_ الا نجد وحدات معيبه بالعينه . (هنا تكون س = صفر)
*_ ان نجد وحده واحده معيبه .(هنا تكون س = 1)
*_ ان نجد وحده معييه واحده على الأكثر (هنا تكون س = 1 أو صفر)
ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (1- ل)$^{ن-س}$
المطلوب الاول (الا نجد وحدات معيبه بالعينه) :
ح (س= صفر) = ^{5}ق $_{0}$ × $(0.2)^{0}$ × (1- ل)$^{5-0}$
= 1×1× (0,8) 5 = 0,3277
المطلوب الثاني (ان نجد وحده واحده معيبه) :
ح (س= 1) = ^{5}ق $_{1}$ × $(0.2)^{1}$ × (1- ل)$^{5-1}$
= 5 ×0,2 × 0,4096 = 0,4096
المطلوب الثالث (ان نجد وحده معيبه واحده على الأكثر) : أي أن ح (س <_ 1) أقل من أو تساوي 1.
وعندما س = 1 (استخرجنا الناتج في المطلوب الثاني وكان الاجابه 0,4096)
عندما س = صفر (استخرجنا الناتج في المطلوب الاول وكانت الاجابه 0,3277)
إذاً : ح (س <_ 1) = ح (س = 1) + ح (س = صفر)
= 0,4096 + 0,3277 = 0,7373
نذكركم الان بعض الحاجات في البديل والتوفيق , اخذتموها في مادة الرياضيات في المستوى الاول مثلاً :
5 ق 0 = 1 , 5 ق 5 = 1 , 5 ق 1 = 5
8ق 3 = $\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1}$ = 84
الشرح : لمعرفة كيفية حل 8ق 3 : انزل بـ 8 الموجوده هنا بـ 3 درجات وهي 8 وَ 7وَ 6 , وانزل بـ3 الى ان تصل الى 1 .
7 ق 2 = $\frac{7 \times 6}{2 \times 1}$ = 21
الشرح : لمعرفة حل 7 ق 2 انزل بـ 7 الموجوده هنا بـ درجتين وهي 7 وَ 6 واضربهم على بعض , وانزل بـ 2 الى

ان تصل الى 1 .

$$9 \text{ ق } 3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

الشرح : لمعرفة حل 9 ق 3 انزل بـ 9, 3 درجات واضربهم على بعض , وانزل بـ 3 الى ان تصل الى 1 ,

5 ق صفر = 1 (أي رقم اس صفر يساوي 1 سواء كان رقم صحيح او عشري)
(0.23) ق صفر = 1 (كالسابق أي رقم اس صفر يساوي 1 سواء كان رقم صحيح او عشري)
$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 730$
الشرح : 6 ! (هذه 6 وبجانبها علامة الاستفهام تسمى مضروب 6 , تتفكك من اول سته الى ان تصل الى الرقم 1)
$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
الشرح : كما سبق 4! تعني مضروب 4 تتفكك من اول 4 الى ان تصل الى 1 .
مثال : (حل مثال رمي ثلاث قطع عملة مره واحدة بطريقة ذو الحدين) . احسب الاحتمالات التالية :
1/ احتمال ظهور الصورة مرة واحدة .
2/ احتمال ظهور الصورة مرة واحدة على الأقل .
3/ احتمال ظهور الصورة مرتين .
4/ القيمة المتوقعة والتباين لعدد مرات ظهور الصورة .
عدد الحالات الكلية أي فراغ العينة = $2 \times 2 \times 2$ = 8 حالات

القطعة	القطعة	القطعة	ملاحظات
(1)	(2)	(3)	حالة واحده تظهر في الصورة 3 مرات
ص	ص	ص	
ص	ص	ك	ثلاث حالات تظهر فيها الصورة 2 مرات
ص	ك	ص	
ك	ص	ص	
ص	ك	ك	ثلاث حالات تظهر فيها الصورة 1 مرة
ك	ص	ك	
ك	ك	ص	
ك	ك	ك	حالة واحدة تظهر فيها الصورة صفر مرة

دالة الاحتمال : من الباب السابق أن دالة الاحتمال لهذا المثال كانت على شكل جدول كما يلي : (لاحظ أن س تمثل عدد الصور)

س	عدد الحالات (ك)	ح (س)
3	1	8/1
2	3	8/3
1	3	8/3
صفر	1	8/1
	8	1

من هذا الجدول أي من دالة الاحتمال هذه يمكن ايجاد المطالب السابقة كما يلي:
1/ ظهور الصورة مرة واحدة : ح (س =1) = 8/3

2/ ظهور الصورة مرة واحدة على الأقل : ح (س ≤ 1) = ح (س=1) + ح (س=2) + ح (س=3)

3/8 + 3/8 + 1/8 = 7/8

3/ ظهور الصورة مرتين : ح (س=2) = 3/8

لكن يمكن أعادة الحل وحساب الاحتمالات السابقة باستخدام توزيع ذو الحدين كما يلي:

في هذه التجربة تم إلغاء قطعة العملة ثلاث مرات أي ان : (ن = 3) ولأن القطعة سليمة فإن احتمال ظهور الصورة = ل = ½

ملاحظة مهمة : في أي مسألة إذا لم نذكر قيمة الاحتمال (ل) في المثال تعتبر ل = ½

س ترمز لعدد مرات ظهور الصورة والمطلوبة في السؤال وبالتالي فان قيم س المطلوب إيجاد الاحتمال لها هي :-

س = 1 أو 2 أو أكثر من ذلك أو أقل ، وعن طريق قانون ذو الحدين :-

ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (1- ل)$^{ن-س}$

يمكن إيجاد قيم الاحتمالات المطلوبة كما يلي :-

1/ مرة واحدة : ح (س=1) = ^{3}ق$_{1}$ (½)^{1}(½)$^{3-1}$ = 3× ½ × ¼ = ⅜

2/ مرة واحدة على الأقل : ح (س ≤ 1) = ح (س=1) +ح (س=2) + ح (س=3)

إذاً نطبق القانون ثلاث مرات كالتالي :

= ^{3}ق$_{1}$ (½) ^{1}(½)^{2} + ^{3}ق$_{2}$ (½)^{2} (½) ^{1} + ^{3}ق$_{3}$ (½) ^{1} (½) ^{صفر}

= ⅜ + ⅜ + ⅛ = ⅞

3/ 3 مرات : ح (س=3) = ^{3}ق$_{2}$ (½)^{2} (½)^{1} = ⅜

4/ القيمة المتوقعة والتباين :

التوقع : μ= ن × ل = 3 ×½ = 1,5

التباين : σ^2 = ن × ل × (1- ل) = 3 × ½ × ½ = ¾ = 0,75

وهي نفس النتائج التي حصلنا عليها عند استخدام توزيع ذو الحدين ويتضح الفرق في الجهد والعمليات الحسابية بين الطريقتين وكيف أن استخدم توزيع ذو الحدين يعطي النتائج بسرعه وبأقل جهد حسابي .

مثال :

إذا كان مدير الفريق القومي السعودي لكرة القدم يرى احتمال أن يفوز في أي مباراه يلعبها في الخارج هو 0,6 فإذا كان سيلعب 5 مباريات في الخارج وعلى فرض أن أي مباراه سيلعبها ستكون نتيجتها أما الفوز او عدم الفوز (أي استبعاد حالة التعادل) أوجد مايلي مستخدماً توزيع ذو الحدين :-

1- احتمال ان يفوز 3 مرات فقط (حيث ^{5} ق $_{3}$ = 10)

2- احتمال أن يفوز 4 مرات فقط (حيث ^{5} ق $_{4}$ = 5)

3- احتمال أن يفوز في جميع المباريات (حيث ^{5} ق $_{5}$ = 1)

4- احتمال أن يخسر جميع المباريات (حيث ^{5} ق $_{صفر}$ = 1)

5- ماهي القيمة المتوقعه لعدد مرات الفوز

الحل : حجم التجربة أي عدد المباريات هو ن = 5 اما احتمال النجاح أي احتمال الفوز هو ل = 0,6 ، ولنفرض أن س ترمز إلى عدد مرات الفوز فتصبح قيم س وفق المطلوب في السؤال هي : س = 3 أو 4 أو 5 أو صفر

ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (1- ل)$^{ن-س}$

1/ ح (س=3) = ^{5}ق$_{3}$ × (0,6)^{3} × (1- 0,6)$^{5-3}$

= 10× 0,216 × 0,16= 0,3456 ، لاحظ أن : (1-0,6 =0,4)

2/ ح (س=4) ^{5}ق$_{4}$ (0,06)^{4} × (1-0,6)$^{5-4}$ = 5 × 0,1296 × 0,4 = 0,2592

3/ ح (س= 5) ^{5}ق$_{5}$ × (0,06)^{5} × (1-6,)$^{5-5}$ = 1 × 0,777 × 1 = 0,777

4/ ح (س = صفر) = ^{5}ق$_{0}$ × (0,6) ^{0} × (1-6,)$^{5-0}$ = 1 × 1 × (0,4) = 0,0102 لاحظ أن : (0,06)^{0} = 1)

5/ القيمة المتوقعة = μ = ن × ل = 5 × 0,6= 3 مباريات

ملاحظة : أي أحتمال في أي مطلوب لابد أن يكون أقل من 1

توزيع بواسون :

هو توزيع آخر للمتغيرات المنفصلة أو المتقطعة ويستخدم هذا التوزيع في حالة المتغيرات العشوائية التي تتصف بالندرة ، أي احتمال تحققها ضعيف جداً لذا يسمى التوزيع البواسوني توزيع الحوادث النادرة ، وحالة خاصة من توزيع ذو الحدين يستخدم بشروط هي نفسها شروط ذو الحدين مع تعديل بسيط وهو أن حجم التجربة يكون أكبر من 30 عينه .

العينه الصغيره أقل من أو يساوي 30 ، العينه الكبيره أكبر من 30 .

يفضل أن يستخدم توزيع بواسون إذا تحقق الآتي : أن (ن) اكبر من 30 واحتمال وقوعها (ل) ضئيل جداً أقل من 10% أو 1 من 10 (قانون الحوادث النادرة) مثال : في أحد الاحياء 100 منزل واحتمال وقوع حريق في احدها احتمال ضعيف فهنا ن اكبر من 100 و(ل) أقل من 10% ، ومثال آخر : في احد الطرق السريعه يمر عليها في اليوم مئات السيارات احتمال نجد حادث مروري واحد أو اثنان أو ثلاثه من آلاف السيارت التي تمشي على الطريق فاحتمال وقوع حادث سياره احتمال ضعيف ، ومن الامثلة الشهيرة : أخطاء الطباعه ، والمعيب في إنتاج السيارات والاجهزة الكهربائيه بصفه عامه الانتاج حجمه كبير لكن احتمال تجد وحدات معيبه قليله اقل من 10%

قانون بوسون ح (س) = $\frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!}$

(م) : متوسط عدد مرات وقوع الحدث ، في البواسون إما (م) معلومة أو مجهوله ، فإذا كانت م مجهوله فنقول م = ن × ل

هـ -م = 2,718 مقدار ثابت حرف a بالآله الحاسبة

س : عدد مرات وقوع الحدث (المتغير الذي في المسألة ونريد أن نحسب له الاحتمال) .

الخصائص الاحصائية لتوزيع بواسون :

يقصد بالخائص الاحصائية كل من : التوقع والتباين ، والتوقيع والتباين لأي متغير عشوائي يتبع بواسون يكونان على الصورة :

القيمة المتوقعة : μ= م

التباين : σ^2 = م ، حيث م = ن ل

أي أنه في توزيع بواسون نجد أن : التوقع = التباين = م

مثال : إذا كانت نسبه المعيب في انتاج أحد المصانع هي 0,01 سحبت عينه عشوائيه من انتاج المصنع حجمها 50 وحدة ماهو احتمال :

1/ ألا نجد بها وحدات معيبه ؟

2/ أن نجد بها وحده واحدة معيبه ، (حيث : هـ $^{-5}$ = 0,61)

الحل: المسألة تأخذ قانون ذو الحدين ، وإذا كانت شروط البوسون متحققة يكون أدق استخدام بواسون فـ(ن) كبيره =50 و (ل) أقل من 0,01 فالشرطين متحققين ، ولكي أستخدم البواسون يجب معرفة (س) ، فـ س ترمز للوحدات المعيبة فنجد أن :

س = صفر أو س = 1 وفق المطلوب بالسؤال

حيث إن م = متوسط عدد مرات الحدوث مجهولة فعلينا حسابها عن طريق القاعدة : م = ن × ل = 50 × 0,01 = 0,5

1/ ح (س= صفر) = $\frac{هـ^{-0.5} (0.5)^{صفر}}{صفر !}$ = هـ $^{-0,5}$ = 0,61

لاحظ أن : (صفر ! =1) , $(0.5)^{صفر}$ = 1

إذا : هـ $^{-0,5}$ = 0,61 وهي قيمة معطاه بالسؤال

2/ (ب) ح (س=1) = $\frac{هـ^{-0.5} (0.5)^{1}}{1 !}$, (1! =1)

= هـ $^{-0.5}$ (0.5)= 0.61 × 0.5 = 0.305

عن طريق الآلة الحاسبه تجيب مضروب الصفر فيه مفتاح عليه علامة ! مكتوب خلف الأزرار فالحروف في الآلة الحاسبة بعضها مكتوب على الزر وبعضها على نفس الآلة فوق الزر ، فالمكتوب على الزر عملية رياضيه مباشرة والذي بالخلف عملية رياضيه تأتي بعد الضغط على مفتاح shift ، فإذا أردنا استخراج مضروب صفر تضغط صفر ثم shjft ثم مفتاح علامة ! ويعطيك الناتج .

مثال : إذا كانت نسبة المعيب في انتاج أحد المصانع هي 0,01 وسحبت عينه عشوائيه من المصنع حجمها 50 وحده ماهو احتمال :

(أ) أن نجد بها وحده واحده معيبه على الاكثر ؟

(ب) أقل من وحده واحده معيبه ؟

(ج) أوجد كل من القيمة المتوقعه والتباين والانحراف المعياري . (حيث : هـ $^{-0,5}$ = 0,61)

الحل : ل = 0,01 , ن = 50

س ترمز إلى عدد الوحدات المعيبه نجد ان : ح(س) = $\underline{هـ^{2} م^{س}}$ ، حيث م = متوسط عدد مرات الحدوث

س !

م = ن ل = $50 \times 0,06 = 0,5$

(أ) ح (س $\leq$ 1) = ح (س=1) + ح (س=صفر)

$$= \frac{\text{هـ}^{-0,5}\,(0,05)^{1}}{1\,!} + \cancel{\text{هـ}^{-0,5}\,(0,05)}_{\text{صفر}}$$

$= \text{هـ}^{-0,5} \times 0,5 + \text{هـ}^{-0,5}$

$= 0,61 \times 0,05 + 0,61$

$= 0,305 + 0,61 \qquad = 0,915$

ح (س < 1) = ح (س- صفر) $\dfrac{\text{هـ}^{-0,5}\,(0,05)^{\text{صفر}}}{\text{صفر}\,!}$

$= \text{هـ}^{-0,5} = 0,61$

(ج) القيمة المتوقعه والتباين :

القيمة المتوقعه = التباين = م = 0,05

أما الانحراف المعياري = جذر التباين = 0,07

مثال : أظهرت سجلات شركة لإنتاج الملابس الجاهزة أنه يظهر 60 قطعه معيبه من كل 600 قطعه تم انتاجها سحبت عينه عشوائيه حجمها 30 قطعة ماهو احتمال أن نجد بها :

أ/ 5 قطع معيبه .

ب/ 3 قطع معيبه على الأكثر . (حيث $\text{هـ}^{-3} = 0,05$)

الحل : ن = 30 ، وبما أن ل غير مذكورة في المثال فلا بد من استخراجها كالتالي :

ل= نسبة المعيب = $\frac{60}{600} = 0.1$ ولا بد من معرفة م متوسط عدد الوحدات المعيبه = م = ن × ل =30 × 0.1= 3

(أ) ح (س=5) = $\dfrac{\text{هـ}^{-3}\,(3)^{5}}{5\,!} = 0.1$

(ب) ح (س $\leq$ ... (1) + ح(س=صفر)

$$= \frac{\text{هـ}^{-3}(3)^{3}}{3\,!} + \frac{\text{هـ}^{-3}(3)^{2}}{2\,!} + \frac{\text{هـ}^{-3}(3)^{1}}{1\,!} + \frac{\text{هـ}^{-3}(3)^{\text{صفر}}}{\text{صفر}\,!}$$

= ... +0,

مثال : إذا كان متوسط عدد حوادث السيارات على الطريق الدائري هو 5سيارات أسبوعياً :

(أ) ماهو احتمال عدم وقوع أي حادث في أسبوع معين ؟

(ب)ماهو احتمال وقوع حادث واحد في أسبوع معين ؟

(ج) ماهو احتمال وقوع 3حوادث في اسبوع معين ؟ (حيث $\text{هـ}^{-5} = 0,01$)

الحل : س= عدد الحوادث في الاسبوع , م = متوسط الحوادث في الاسبوع = 5

أ/ ح (س= صفر) = $\dfrac{\text{هـ}^{-5}\,5^{\text{صفر}}}{\text{صفر}\,!} = \text{هـ}^{-5} = 0,01$

(ب) ح (س=1) = $\dfrac{\text{هـ}^{-5}\,5^{1}}{1!}$ 0,0

(ج) ح (س=3) = $\dfrac{\text{هـ}^{-5}\,5^{3}}{3!} = 0,21$

مثال : إذا كانت نسبة المعيب في إنتاج أحد المصانع هي 0,01 سحبت عينه عشوائيه حجمها 5 وحدات ، ماهو احتمال :

أ/ أن نجد بها وحده واحده معيبه ؟

ب/ أقل من وحده واحده معيبه ؟

الحل : ل = 0,01 , ن = 5 ، وعلى الرغم من أن ل أقل من 0,01 لكن حجم العينه هنا أقل من 30 فلم يتحقق احد شروط استخدام بوسون وهو أن يكون ن أكبر من 30 لذا نرجع إلى التوزيع الأصلي وهو توزيع ذو الحدين :

ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (1-ل) $^{ن-س}$

أ/ ح (س=1) = ^{5}ق$_{1}$× (0,01) ^{1} × (1- 0,01) $^{1-5}$

= 5 × (0,01) × (0,99)^{4} = 0,05 × 0,96 = 0,048

ب/ ح (س) < 1) = ح (س=صفر)

= ^{5}ق $_{صفر}$ × (0,01) ^{صفر} × (1- 0,01) $^{5- صفر}$

= 1× 1× (0,99) ^{5} = 0,95

5 ق صفر من الحاسبة تكتب 5 ncr صفر (ncr هي عبارة عن shift ثم علامة ncr موجودة فوق علامة ÷ بالآلة الحاسبة) .

التوزيع الطبيعي

وهو توزيع يتعامل مع المتغيرات الكميه المتصله او المستمره ، والتوزيع الطبيعي من اهم التوزيعات في علم الاحصاء ، ويعتبر من اهم التوزيعات الاحتمالية والأكثر شيوعاً واستخداما في علم الاحصاء .

والدالة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي على الصورة التالية : (غير مطالب بحفظه القانون)

حيث : μ= الوسط الحسابي للمجتمع (او المتوقع)

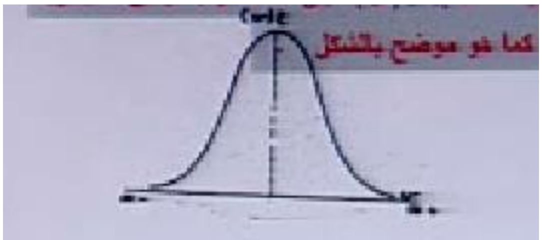
σ = الانحراف المعياري للمجتمع

ط = $\frac{22}{7}$ = 3.1416 نسبة تقريبية (غير مطالب بحفظه)

هـ = 3.718 الأساس الطبيعي للوغاريتم (غير مطالب بحفظه)

س = المتغير العشوائي محل الدراسة . –)) ≤ س ≤ +))

والمنحنى البياني الممثل للدالة الإحتمالية للتوزيع الطبيعي عبارة عن منحنى ناقوسي الشكل يمتد طرفاه الى مالا نهاية ولكن لا يقتربا من المحور الأفقي كما هو موضح بالشكل



بعض خصائص المنحنى :

1) منحنى متماثل : عند محوره الرأسي أي لو اسقطنا عمود من قمه المنحنى على المحور الافقي سينفصل الى قسمين متساويين ومتطابقين .

2) المساحة تحت المنحنى (الفراغ) هو الاحتمالات , المحور الافقي قيم (س) قيم المتغير (اوزان , اطوال , اعمار) ، والمحور الرأسي يمثل الاحتمالات ، وإجمالي المساحه تحت المنحنى اجمالي الاحتمالات تحت المنحنى = (1) واحد صحيح ، وبالتالي مساحه النصف الايمن تكون 5,0 ومساحه النصف الايسر 5,0 .

3) من خصائص المنحنى : أنه يصل للقمه (اعلى نقطه فيه) اذا كانت قيمه المتغير العشوائي (س) على المحور = الوسط الحسابي ، فقمه المنحنى تتحقق عندما (س = ميو) .

4) أنه عند قمة المنحنى وعند المحور الافقي (النقطة التي في النصف أسفل) عندها تتساوى مقاييس الموضع الثلاث (المتوسطات : الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال) .

5) أنه منحنى ناقوسي على شكل ناقوس او جرس .

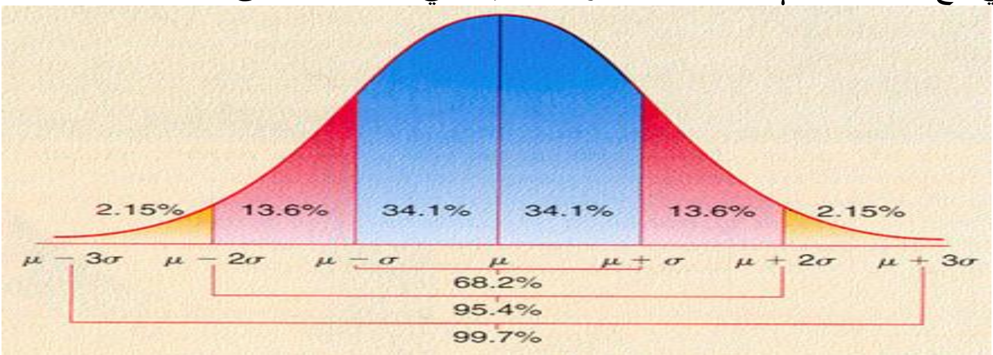
6) هناك بعض المساحات الأخرى التي تقع تحت المنحى الطبيعي ولها أهمية خاصة في التحليل الاحصائي منا :

(لازم تحفظ هذه الخصائص)

أ. المساحة التي تقع بين $\mu \pm \sigma$ تعادل 68% تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى .

ب. المساحة التي تقع بين $\mu \pm 2\sigma$ تعادل 95% تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى .

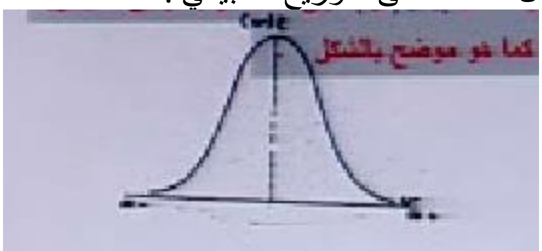
ج. المساحة التي تقع بين $\mu \pm 3\sigma$ تعادل 99% تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى .



السؤال مثلاً : ما احتمال وجود شخص بين $\mu \pm 2\sigma$ ؟ نقول 95 % ، ولو قال خارجها اذا نأخذ المتبقي وهو 5 % ؟

مثل مانشاهد في الرسم : شكل المنحنى والخط الذي يقع في النص هو الميو , فلو افترضنا ان ميو كانت متوسط الوزن 70 كيلو , سقما (الانحراف المعياري) كانت 2 , فلو قلنا ميو + سيقما يعني (70 + 2 = 72) , وميو - سيقما (70 – 2 =)68 , إذاً اجمالي المساحه مابين ميو - سيقما وميو + سيقما (المساحه اللي تحت المنحنى) = 68 % , واحتمال وجود شخص وزنه خارج الحدين الاثنين سيكون الباقي 32 % .

منحنى التوزيع الطبيعي مهم لأن معظم القياسات على الانسان والحيوان والنبات تتبع التوزيع الطبيعي ، فلو نظرنا للشكل العا لمنحنى التوزيع الطبيعي :



القمة : الاكثريه عند محور التماثل : فعندما نقول غالبيه الناس وزنهم عند الوزن المتوسط يعني الوزن يتبع توزيع طبيعي ، وهذا لا يمنع ان يكون فيه قيم شاذه في أشخاص وزنهم ثقيل جداً فوق الـ 80 و الـ 90 كيلو وفيه وزن ضعيف جداً 40 و 45 , فأي ظاهره طبيعيه الأكثريه عند المتوسط ويوجد قله عند الطرفيين ، اذاً عندما نجد ظاهره غالبيه قراءاتها تتركز وتتواجد عند القمم المتوسطه , نقول انها ظاهره تتبع التوزيع الطبيعي .

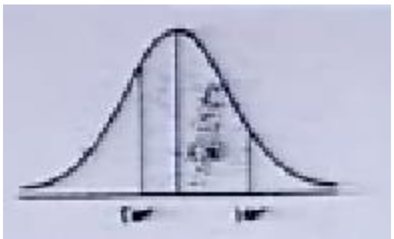
اهميه التوزيع الطبيعي :

هناك اسباب كثيره جداً تجعل التوزيع الطبيعي يعتبر من اهم التوزيعات في علم الاحصاء , ونكتفي بسببين اثنين فقط :

1) كثير من الظواهر الطبيعية تتبع التوزيع الطبيعي خاصةً اذا قيست على عدد كبير من المفردات ، فمعظم القياسات (اطوال , اوزان , اعمار) سواءً قستها على انسان او حيوان او نبات تتبع توزيع طبيعي ,
2) ان معظم التوزيعات في علم الاحصاء يمكن تحويلها تحت شروط معينه لتوزيع طبيعي , وهذا التحويل يوفر جهد ووقت كبير جدا , ويمكن احياناً نستبدل التوزيع الطبيعي بتوزيع ذو الحدين تحت شروط معينه ، وضمن الاسباب : أن كل نظريات الاحصاء قائمه على خصائص منحنى التوزيع الطبيعي ..

التوزيع الطبيعي هو توزيع لمتغير متصل مثل الاوزان , فالاوزان عمليه متصله لا يوجد أحد يقفز من 70 كيلو لـ 71 كيلو مره وحده ، فالوزن يزيد بمقادير متناهيه في الصغر تكاد تلتصق ببعضها , والطول عمليه مستمره فالانسان يطول سم واحد مثلاً على مدار سنتين او ثلاثه بمقادير متناهيه في الصغر في اليوم ، والعمر والمسافه والزمن ودرجه الحراره , **فالمتغير المتصل هو المنغير الذي يقبل قيماً كسريه .**

في التوزيعات الاحتمالية لمتغيرات عشوائية متصلة للبحث عن احتمال أن يقع المتغير العشوائي بين قيمتين معينتين (س1 ، س2) ، فيبقى الاحتمال يأخذ صوره من ثلاثه , اما احتمال ان شخص معين وزنه اقل من مثلاً 70 كيلو , او اقول احتمال ان شخص وزنه اكبر من 90 كيلو او شخص وزنه بين 70 و 90 كيلو هذه هي ثلاث صور , اما اقول احتمال س اقل من قيمه معينه أو أكبر من قيمه معينه او بين قيمتين , فلا يصح في المتغيرات المتصله أن نقول احتمال ان (س) تساوي قيمه معينه , (س) هو المتغير الوزن , العمر ... , والاحتمال عباره عن مساحه تحت المنحنى في التوزيع الطبيعي قمه الاحتمال هي مساحه تحت المنحنى , المساحه كلها =1 صحيح .



فس الشكل احتمال ان شخص معين وزنه مابين (س2) و (س1) المحور الافقي هذا هو محور المتغير , الوزن او العمر او الطول , والذي فوق هذه الاحتمالات , افرض (س2) بـ 70 كيلو و (س1) مثلاً بـ 40 كيلو فما هو احتمال شخص وزنه مابين 70 و 40 , فالاحتمال هو المساحه تحت المنحنى المحصوره بين هذين الخطين , اذاً احتمال ان شخص وزنه اكبر من (س2) وأقل من (س1) يقع بينهما فنقيم عمود عند (س1) وعمود عند (س2) والمساحه التي تقع بين هذين العمودين هي الاحتمال .

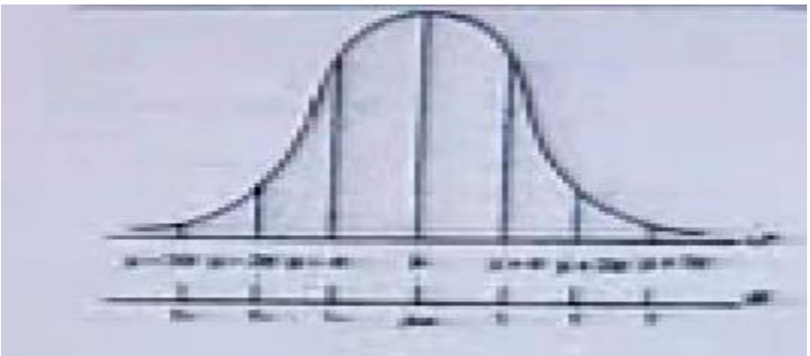
واحتمال ان احمد وزنه اكبر من (س1) ، و(س1) مثلاً 70 كيلو نضع الـ 70 كيلو على المحور الافقي ونقيم عمود ويصبح الاحتمال هو المساحه الواقعه على يمين العمود (س1) الذيل أو الطرف الأيمن وهكذا .

حساب قيمة الاحتمال :

بيانياً قلنا الاحتمال اما مساحة في الطرف الايمن او مساحه في الطرف الايسر أو مساحه بين حدين ,، فبدلاً من أن نستخدم قانون التوزيع الطبيعي الكبيرسنستخدم جدول ، فالاحتمالات لاي ظاهره تتبع توزيع طبيعي مثل الاوزان والاطوال و الاعمال وبدلاً من أن نعمل لكل ظاهره جدول فإننن نحول المتغير بدلاً من متغير وحدات مطلقه أي مقترنه بوحدات قياس 70 كيلو , 160 سم , 20 سنه , نحولها الى قيم معياريه ، أي قيم مستبعد منها اصغر وحدات القياس :

القيمة المعيارية : $ي = \dfrac{س - \mu}{\sigma}$

فالقيمة المعيارية هي قيمه مخفضه لكل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري , فلو القيمه الاصليه اسمها (س) الطول مصلاً نحولها الى قيمه معياريه نسميها (ي) , فنأخذ الـ(س) , 60 كيلو مثلاً نطرح منها الميو μ ونقسم على سيقما , فالـ 60 كيلو - متوسطها (70) كيلو ÷ الانحراف المعياري (2) , 60 - 70 ÷ 2 = الرقم الناتج ليس له وحدات قياس , فهو قيمه معياريه محرره من وحدات القياس , لذلك نسمي الجدول المعياري , جدول التوزيع الطبيعي المعياري , لأنه يصلح لجميع الظواهر (اطوال , اوزان , اعمار , درجات , رواتب , انتاج .. الخ) بعدما نحول هذه الظواهر الى قيم معياريه لنتخلص من وحدات القياس .



في الرسم منحنى التوزيع الطبيعي , (قيم س) قيم اصليه الميوا والسيجما , مثلاً ميو =70 كيلوا وبعدها 71و72 و73 و74 وهكذا وقبلها 69 وَ68 و67 وهكذا , لو حولنا هذه القيم الى قيم معياريه فميو – الميو = صفر , وصفر ÷ سيجما = صفر , إذاً ميو تكون تناظر الصفر , وبصفه عامه محور ي بالنص صفر وعلى يمينه 1وَ2وَ3وَ4 , وعلى شماله 1وَ2وَ3وَ4 , ثم نحول ونكشف الجدول , (ح) لها العديد من الجداول , منها جدول الاحتمال في النص الايمن من المنحنى فقط , وجدول يعطيني الاحتمال الواقع مابين الصفر وقيمه معينه :

مثال : اذا كان متوسط عمر المصباح الكهربائي الذي تنتجه احدى الشركات هو 750 ساعه بأنحراف معياري 80 ساعه , سحب مصباح واحد من انتاج الشركه , وعلى فرض ان عمر المصباح متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي احسب الاحتمالات الاتيه :

1/ أن يزيد عمر المصباح عن 810 ساعه .

2/ أن يزيد عمر المصباح عن 670 ساعه .

3/ أن يقل عمرو المصباح عن 770 ساعه .

يمكنك استخدام هذا المقطع من الجدول التوزيع الطبيعي :

ي	0,25	0,50	0,58	0,75	1	1,25	1,50
ح (ي)	0,09	0,19	0,22	0,27	0,34	0,39	0,43

الصف الاول من الجدول : قيم ي ، والصف الثاني من الجدول هي احتمالات ي وتكون أقل من 1 .

الحل : عمر المصباح هو القيمه الاصليه (س) (س هو المتغير الاصلي) والمطلوب : احتمال ان س >810 ، ولكي استطيع استخرج القيم الموجوده في الجدول السابق يجب ان احول س الى قيم معياريه رمزها ي , ناتي عند س , وهي قيمه معطاه في السؤال ، نفرض ان س = 810, أو س = 670 , أو س =770 , ، ونحول باستخدام المعادلة :

$$ي = \frac{س - \mu}{\sigma}$$

س هنا هي القيم العشوائيه المعطاة وهي س = 810 , س = 670 , س =770

وَ μ (ميوا) هي القيمه الثابته 750 ، وسيجما σ هي 80 ساعه ، إذاً :

/1 $ي = \frac{810 - 750}{80}$

$= 0,75$

إذاً السؤال : ماحتمال أن تكون ي اكبر من 0,75 %

ملاحظه عندما يكون الناتج على يمين العمود نزيد نص وإذا كان يسار العامود ننقص نص .

0.75 على يسار العمود اذا ننقص نص

ي = 0.5 – مايقابل قيمة ح 0.75 وهو 0.27

اذا الناتج هو ي = 0.5 – 0.27 = 0.23 %

/2 عندما س = 670 فالحل كالاتي

$ي = \frac{670 - 750}{80}$ = 1 – وعندما تكون الاجابه بالسالبه نعطيها مايقابلها بالموجب وهي 0.34

وهذا الاحتمال عباره عن مساحة النصف اليمين من المنحنى وقدرها (0.5+) + المساحه التي تقع بين (ي) = 1- و(ي) = صفر ، وحيث انه لايوجد قيم سالبه في الجدول فإن القيمه الموجبه المناظره لها تحل محلها بسبب تماثل المنحنى :

إذا ح (ي < 1-) = 0.5 + ح (صفر < ح < 1+)

= 0.5 + ح (ي < 1)

= 0.5 + 0.34 = 0.84

/3 عندما س = 770 فالحل كالاتي :

$ي = \frac{770 - 750}{80}$ = 0,25

= 0.5 + ح (صفر < ح < 0,25)

= 0.5 + ح (ي < 0,25)

= 0.5 + 0.09 = 0.59

مستخدماً بيانات المثال السابق احسب الاحتمالات التالية :

/1 أن يتراوح عمر المصباح بين 750 , 830 ساعة .

/2 أن يتراوح عمر المصباح بين 790 , 870 ساعة .

/3 أن يتراوح عمر المصباح بين 730, 850 ساعة .

يمكنك استخدام هذا المقطع من جدول التوزيع الطبيعي :

ي	صفر	.,25	0 ,5	0 ,58	,75 0	1	1,25	1,50
ح(ي)	صفر	.,09	0 ,19	0 ,22	,27 0	,34 0	0 ,39	0 ,43

الحل : نفرض أن س هو متغير عشواي يدل على عمر المصباح الكهربائي بالساعات إذاً س تأخذ القيم :

في المطلوب الأول س بين 750 و 830 ساعة

وفي المطلوب الثاني س بين 790 و 870 ساعة

وفي المطلوب الثالث س بين 730 و850 ساعة

علشان نجيب هذا الاحتمال نجيب قيم س ونحولها إلى قيم معياريه $ي = \frac{س - \mu}{\sigma}$

و μ من المثال السابق =750   ي و80 = σ كل رقم من فوق نشيل منها 750 وقسم على 80

1/ ح = (750> س > 850) ، إذاً نحول 750 و (س) و830 لقيم معياريه ، وذلك بأن نطرح منها μ وقيمتها 750 ونقسمها على σ وقيمتها 80 فتكون الصيغة كالتالي : ح $(\frac{750\_750}{80} > \frac{س\_\mu}{\sigma} > \frac{830\_750}{80})$

$0 = 750\_750$ ، $ي = \frac{س-\mu}{\sigma}$ $= \frac{830\_750}{80} = 1$

فتكون الصيغة النهائية : (صفر > ي > 1)

إذاً احتمال ي مابين صفر و 1

ح = (ي ≤ 1) - ح (ي ≤ صفر) ، ومن الجدول :

ح=0 ,34_ صفر = 0 ,34

2/ بنفس الطريقة السابقة (790> س >870)

ح = $(\frac{790-750}{80} > \frac{س-750}{\sigma} > \frac{870-750}{80})$ μ

= ح (0 ,5 > س> 1,5) إذاً احتمال ي بين 790 و 870 هي احتمال ي مابين 0 ,5 و 1,5

=ح (ي ≤ 1,5) – ح (ي ≤0 ,5)

ومن الجدول نعرف القيم فتصبح كالتالي :

= 0 ,43 – 0 ,19 = 0 , 24

ولو كتبنا 19, قبل 43, أو العكس يكون صحيح ، وحيث لا يوجد احتمال بالسالب لذا نلغي إشارة السالب .

3/ بنفس الطريقة نحول إلى قيمه معياريه

=ح (730 > س >850) =ح $(\frac{730\_750}{80} > \frac{س\_\mu}{\sigma} > \frac{850\_750}{80})$

=ح (-0 ,25 > ي > 1,25)

وإذا خرجت قيمة ي سالبة نهمل الإشارة ونأخذ من الجدول ما يقابلها بالموجب ، وقيمة الاحتمال هنا عبارة عن حاصل جمع المسافة التي تقع على يمين الصفر وحتى ي = 1,25 ، والمساحة التي تقع يسار الصفر وحتى ي = - 0,25 ، وحيث تقع إحدى القيمتين في اليمن والأخرى في اليسار إذاً نجمع القيمتين فتصبح := 0 ,9 + 0 ,39 =0 ,48 .

ملاحظة : عند كتابة المتباينة : ح (س ≤ 1) = ح (س> 1) أي إن وضع أو حذف علامة التساوي من المتتالية لا يوثر في عمليه الكشف من الجدول كذالك يمكن كتابة المتتالية على النحو التالي : ح (-1 ≤ ي ≤ 2) = ح (-1 >ي ≤ 2) = ح (-1 >ي > 2).

مثال : إذا كانت مده بقاء المريض بأحد المستشفيات يتبع توزيع طبيعي بمتوسط 12 يوم ، وانحراف معياري 4 أيام ، فإذا استقبل المستشفى مريض في احد الأيام : 1/ماهو احتمال أن يبقى بها اقل من 8 أيام؟

2/ماهو احتمال أن يبقى بها أكثر من 15 يوم؟

الحل : المتغير س : متغير عشوائي يمثل مدة بقاء المريض في المستشفى .

1/ نحول 8 أيام إلى قيمه معياريه ونكشف عنها بالجدول : فنطرح منها المتوسط μ (12) ، ونقسم على 4 ، ثم نكشف الجدول :

ي	0.5	0.7 5	1	1.2 5	1.5 0	2	3
ح (ي)	0.1 9	0.2 7	0.3 4	0.3 9	0.4 3	0.47	0.49

وفي المثال : μ=12 هي مده بقاء المريض σ = 4 ، س : ترمز لعدد أيام بقاء المريض

المطلوب = ح (س > 8) = (ي > $\frac{8\_12}{4}$) = ح (ي>-1) =0 ,50 – 0 ,34 =0 ,16

2/ نحول 15 إلى قيمه معياريه : =ح (س>15)= ح (ي > $\frac{15-12}{4}$) = (ي > 0 ,75) = 0 ,5 -0 ,27 = 0 ,23

مثال : مصنع فيه 1000 عامل متوسط إنتاجية العامل 200= μ بانحراف معياري 10=σ وحدات ، الإنتاج يتبع توزيع طبيعي ، اختير أحد العمال عشوائياً ، والمطلوب :

1/ احتمال ان تزيد إنتاجيه احد العمال عن 220 وحدة يومياً .
س : هي الإنتاجية ، فنحول س إلى قيمه معياريه 220-200 ÷ 10 = 2 (ي)
وإذا كانت ي في الطرف اليمين أو في الطرف اليسار فنقول : 0,5 – قيمة ح (ي) بعد الكشف بالجدول .

ي	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	3
ح(ي) (	0.19	0.27	0.34	0.39	0.43	0.47	0.49

ح (س>220)= ح (ي> <u>220-200</u>) = ح(ي > 2)   =0 ,50 – 0 ,47 = 0 ,03
10

2/ إذا علمت ان أي عامل يزيد إنتاجه عن230 وحده يوميا يمنح علاوة تشجيعية فماهو <u>عدد</u> العمال المتوقع منحهم علاوة تشجيعية ؟

المصنع فيه 1000 عامل كم واحد يستحق علاوة ؟ هنا هو يطلب عدد العمال وليس احتمال ، والحل :
أولاً نعرف ما هو احتمال وجود عامل تزيد إنتاجيته عن 230 والناتج نضربه × 1000= عدد العمال الذين يستحقون العلاوة .
إذاً احتمال وجود عامل إنتاجه اكبر من 230 ، نحول 230 إلى قيمه معياريه س الانتاجيه ، ي =230 _ 220 ÷ 10 = 3 إذاً ح(ي>3)
ح (ي >3) = 0 ,5 – 0 ,49 = 0 ,01 احتمال ان يكون فيه عامل إنتاجه >230 .
و عدد العمال المتوقع حصولهم على علاوة تشجيعية = 1000× 0 ,01 =10 عمال .

الاستنتاج الاحصائي :

واحياناً يسمى بالاحصاء التحليلي , والاحصاء التحليلي احد فروع علم الاحصاء وهي :
1/ احصاء وصفي او ما يسمى بمبادئ الاحصاء .
2/ الاحصاء التحليلي .

الاستنتاج الاحصائي : هو استنتاج معلومات تخص المجتمع عن طريق العينة ، لذلك يقال ان الاستنتاج الاحصائي هو تعميم نتائج العينه على المجتمع , او يسمى التعميم من الخاص الى العام .

والاستنتاج الاحصائي له أداتين اثنين او ينقسم الى فرعين :
1/ نظرية التقدير او التقدير الاحصائي .
2/ اختبارات الفروض .

فالهدف من الاحصاء ان استنتج معلومات من المجتمع عن طريق العينه , فلو أردنا أن نعرف نسبة الاميه في المجتمع فطبيعياً لا نستطيع عمل حصر شامل (تعداد) , فهو يعمل مره كل عشر سنين , ونحن نريد معرفة نسبة الاميه في الدوله اليوم , فنعرفها عن طريق العينه ونحسب كم فيها نسبة الاميه مثلاً 30 % , هذه في العينه ولكني نعرف نسبة الاميه في المملكه يكون من خلال موضوعات الاحصاء التحليلي بتعميم نتائج العينه على المجتمع , هذه طرق التقدير او نظرية التقدير .

التقدير الاحصائي :

يقصد بطرق التقدير ان نقدر معالم المجتمع المجهوله عن طريق بيانات العينه المتاحه ، ويقصد بمعالم المجتمع المجهوله المؤشرات أو الأدلة , مثل متوسط عمر الفرد في المملكه , متوسط دخل الاسره في المملكه , نسبة الاميه او نسبة البطاله في المملكه , هذه جميعها تسمى مؤشرات في مجتمع المملكه وهي مجهوله , نستطيع تقديرها عن طريق سحب عينه من المجتمع وحساب مايقابل تلك االمؤشرات بالعينه ..

ونظرية التقدير نوعان : (أ/ التقدير بنقطه او التقدير وحيد القيمه ، ب/ التقدير بفترة ثقه) .

التقدير بنقطة نعتبر التقدير بالعينه هو نفسة القيمه الحقيقه بالمجتمع , فنسقط تقدير العينه على مؤشر المجتمع المجهول ، فمثلاً : نسبة الاميه في المملكه ل نستخرجها بأخذ عينه من المواطنين ونحسب نسبة الاميه مثلاً 30 % , فنعتبر نسبة العينه هي نفسها النسبه في المملكه ، فنعتبر :

متوسط المجتمع المجهول ميو μ = متوسط العينه المعلوم $\overline{س}$ **(سين شرطة) : μ =** $\overline{س}$

طريقة التقدير هذه لا تصلح في العلوم الاجتماعيه ولكنها تصلح في علوم البحث ، لأننا لو أخذنا عينه من المواطنين ووجدنا متوسط العمر 60 سنه اذاً نستنتج ان متوسط عمر الفرد في الدوله 60 , ولو جائ شخص آخر واخذ عينه غير العينه الاولى ستختلف النسبة مثلاً 40 سنه , فلا نستطيع ان نقول ان الدوله لها متوسطين بالعمر مره 60 سنه ومره 40

سنه , وبالتالي نلجأ الى طريقه اخرى من طرق التقدير , هي طريقة التقدير بفتره الثقه , فبدلاً من أن نقول متوسط عمر الفرد بالدوله 60 سنه وهذا القول ليس صحيح , نقول متوسط عمر الفرد بالدوله بين حدين حد أدنى وحد أعلى , مثلاً بين 55 و66 , **فنقدر متوسط عمر الفرد بين قيمتين أي بين حدين , نسميها التقدير بفترة ثقة** .

واختلاف الوسط الحسابي بين عينه واخرى , يعني عينه فيها المتوسط 60 سنه , وعينه 40 سنه , وعينه 52 سنه , هذا الاختلاف راجع الى مايسمى خطأ العينه , وهي اخطاء البيانات , وتسمى الخطأ العشوائي .

ولكي نحل هذه المشكله بدلاً من اختيار قيمه واحده , نقدر الميو **μ** بحد ادنى وحد اعلى , أي بفتره تسمى التقدير بفتره ثقه .

التقدير بفتره ثقه له عدة قوانين :

أولاً : تقدير متوسط المجتمع الميو μ بفترة ثقة : ذكرنا من قبل أنه لتقدير متوسط المجتمع μ فإننا نعتبر متوسط العينة $\bar{س}$ ممثلاً لمتوسط المجتمع أي أن : **μ** = $\bar{س}$ وهنا يسمى التقدير بنقطه وهذا لا يصلح الاستخدام مع العلوم الاجتماعيه ، لأنه قد يخرج عدة متوسطات كما سبق ، لذا م الأفضل أن نقول أن متوسط المجتمع **μ** يقع بين قيمتين معينتين (كحد أنى وحد أعلى) ، والوسيلة التي تمكننا من الوصول إلى تلك القيم الحدودية والتي يمكن أن تقع داخلها القيمة الحقيقية في المجتمع هي التقدير بفترة ثقة وفق العلاقة التالية :

$$\mu = \bar{س} \pm 1,96 \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

وهذه النسبه هي النسبه التي ستجعل نسبة الثقة في **μ** 95% ، وهذه النسبه 1,96 من جدول التوزيع الطبيعي بعلمية كشف عكسيه .

$\bar{س}$ وَ ن وَ ع هي بيانات العينه , $\bar{س}$ وسط حسابي في العينه , ع الانحراف المعياري في العينه , ن حجم العينه ,

اذاً عن طريق بيانات العينه نستطيع الوصول الى مؤشر المجتمع المجهول ميو μ , ونعمم نتائج العينه على المجتمع , وهي تسمى الاستنتاج الاحصائي .

وقلنا : ± فلو أضفنا (+) أي الحد الأعلى لقيمة μ ، ولو طرحنا (-) الحد الأدنى لقيمة μ .

ومن الواضح أن أسلوب التقدير بفترة ثقة يعتمد كلياً على أسلوب التقدير بنقطة ، وبمعنى آخر عندما نأخذ في الاعتبار الخطأ المعياري للتقدير الاحصائي $\bar{س}$ نكون بصدد أسلوب التقدير بفترة ثقة ، والصورة العامة له هي :

$$\mu = \bar{س} \pm ي \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$ حيث :

$\bar{س}$: الوسط الحسابي في العينة , ع : الانحراف المعياري للعينه وهو الجذر التربيعي للتباين ، ن : حجم العينه ، ي : قيم أو درجات معيارية شائعة الاستخدام لها 3 قيم وهي :

عند درجة ثقه 90% (أي ميوا تكون بـ 90%) ي = 1,64

عند درجة ثقه 95% (أي ميوا تكون بـ 95%) ي = 1,96

عند درجة ثقه 99% (أي ميوا تكون بـ 99%) ي = 2,58

مثال : أخذت عينه عشوائيه من 64 طالب في إحدى فكان متوسط عمر الطالب في هذه العينه 21 سنه بأنحراف معياري 3سنوات, قدر بدرجة ثقه 95% متوسط عمر الطالب في تلك الكليه ؟

الحل : من المثال نجد أن : حجم العينة (ن=64) ، والوسط الحسابي ($\bar{س}$ = 21) ، والانحراف المعياري (ع=3) ، و(ي = 1,96)

$$\mu = \bar{س} \pm ي \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

$$\mu = 21 \pm 1,96 \frac{3}{\sqrt{64}}$$

$$\mu = 21 \pm 1,96 \times 0,375$$

$\mu = 21 \pm 0,735$ = (21,735 سنه / 20,265 سنه) .

فالناتج μ = 21 بخطأ قدره 0.735 فمرة نضيف (+) فتصبح 21,735 الحد الاعلى ومره نطرح (-) فتكون20,265

الحد الادنى ، إذاً μ متوسط المجتمع بين 20,265 سنه وَ 21,735 سنه وهذا الكلام نثق منه بنسبة 95%.

مثال : في عينه من 100 فدان في منطقة القصيم كان انتاجية الفدان من احد المحاصيل 8 طن بأنحراف معياري 3 طن قدِّر بدرجة ثقه 95% متوسط انتاجية الفدان بمنطقة القصيم ككل .

الحل : من المثال : (ن = 100) ($\bar{س}$ = 8) (ع =3) (ي = 1,96) ، والان نعوض بالقانون : $\mu = \bar{س} \pm ي \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

$\mu = 8 \pm 1{,}96 \times \frac{3}{\sqrt{100}} = 8 \pm 0{,}588 = (8{,}588$ طن / 7.412 طن) .

اذاً انتاجية الفدان في المنطقه بين 8,588 و 7.412 , وانا واثق بهذا التقدير بنسبة 95%.

مثال : أخذنا عينه عشوائيه حجمها 100عامل من عمال احدى الصناعات ووجد ان متوسط الأجر الشهري للعامل700ريال , بإنحراف معياري100ريال ، والمطلوب تقدير متوسط الأجر الشهري للعامل في المجتمع (أي في الصناعه ككل) الذي سحبت منه هذه العينه عند درجة ثقه 95% , ثم اعد التقدير مرة أخرى عند درجة ثقه 99% .

الحل : من المثال : (ن=100) ، ($\bar{س}$ = 700) ، (ع =100) ، (درجة ثقه 95% : ى = 1,96) (درجة ثقه 99% : ى = 2,58)

(أ) عند درجة ثقه 95 % : $\mu = \bar{س} \pm ي \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

$\mu = 700 \pm 1{,}96 \times \frac{100}{\sqrt{100}} = 700 \pm 1{,}96 \times 10 = 700 \pm 19.6 = (719.6$ ريال / 680.4 ريال) .

(ب) عند درجة ثقه 99% : نفس الحل إلا قيمة ي تتغير إلى 2,58 وتصبح المسألة :

$700 \pm 2.58 \times \frac{100}{\sqrt{100}} = 700 \pm 25.8 = (725.8$ ريال / 674.2 ريال)

يلاحظ هنا ان طول فترة الثقه أو مدى الثقة {وهي الفرق بين الحد الأعلى والحد الأدنى} وقد زادت عن سابقتها فعندما كانت درجة الثقه 95% كان طول فترة الثقه الأولى = 39,3 بينما طول فترة الثقه في الثانية = 51,6 وهذا ناتج من زيادة درجة الثقه من 95% إلى 99% .

وكقاعده علميه نجد انه بزيادة درجة الثقه من 90% إلى 95% أو إلى 99% تزداد فترة الثقه , وهذا يؤدي إلى تناقض الدقه في التغيرات الناتجه , فعندما تكون فترة الثقه قصيره , فإن هذا يعني اقتراب تقدير متوسط المجتمع من القيمه الحقيقيه المجهوله ، ومن ثم يزداد الثقه في التقدير , وعلى ذلك فليس من المرغوب دائماً المبالغه في رفع درجة الثقه .

ثانيا: تقدير النسبه في المجتمع ل بفترة الثقه :

بنفس الأسلوب الذي أتبع في إنشاء فتره الثقه لمتوسط المجتمع μ {مثل: متوسط عمر الفرد في الدوله , متوسط دخل الأسره السعوديه , متوسط الأجر الشهري لعمال صناعة الإسمنت ...الخ} , يمكن انشاء فتره ثقه لنسبة حدوث صفه ما في المجتمع ل {مثل نسبة الأميه في المملكه , نسبة البطاله في المملكه , نسبة الاصابه بمرض معين في المجتمع , نسبة المدخنين بين الشباب ...الخ } وذلك من خلال الاستعانه بنسبة الحدوث لهذه الصفه في عينه عشوائيه ل^ (تقرأ : ل هاد) (هاد يعني قبعة) , مسحوبه من هذا المجتمع .

وعند مستوى ثقة 95% أو 99% فإن فترة الثقه للنسبه ل هي :

$ل = ل\hat{} \pm ي \sqrt{\frac{ل\hat{}(1 - ل\hat{})}{ن}}$

حيث ي = إما : 1.96 عند درجة ثقة 95% ، أو : 2.85 عند درجة ثقة 99%

مثال : في عينه حجمها 1000 مواطن من سكان مدينة الرياض , كانت نسبة الأميه فيها 30% , قدر بدرجة ثقه 95% نسبة الأميه في مدينة الرياض .

الحل: البيانات المتاحه هنا هي :حجم العينه (ن =1000) ، نسبه الأميه في العينه (ل^ =30% = 0,3) (ي = 1,96)

.

فترة الثقه للنسبه في المجتمع ل هي : $ل = ل\hat{} \pm ي \sqrt{\frac{ل\hat{}(1 - ل\hat{})}{ن}}$

$$= 0.3 \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{0.3 \times (1-0.3)}{100}}$$

$$= 0.3 \pm 1.96 \times 0.014$$

= 0.3 ± 0.03 = (0.33 / 0.27) . مرة نضيف (+) 0,03 = 0,33 ، ومرة نطرح (-) 0,03 = 0,27

إذاً : نسبة الأميه في الرياض تقع بين 33% , 27% وهذا تقدير صحيح بنسبة 95% .

مثال : أجري إستطلاع ميداني بشأن تسويق أحد المنتجات الجديده على عينه من 200 أسره فوجد أن هناك 150 أسره أقبلت على شراء هذا المنتج الجديد , قدر بفترة ثقه 95% ثم بفترة ثقه 99% نسبة الإقبال على هذا المنتج في هذه المدينه .

الحل :

ن = ٢٠٠ ، $ل^ = \frac{س}{ن} = \frac{١٥٠}{٢٠٠} = ٠,٧٥$

(أ) فترة الثقة ٩٥% للنسبة ل في المجتمع :

$$ل = ل^ \pm ى \times \sqrt{\frac{ل^ (١ - ل^)}{ن}}$$

$$= ٠,٧٥ \pm ١,٩٦ \times \sqrt{\frac{٠,٧٥ \times ٠,٢٥}{٢٠٠}}$$

=0,75 + 0,06 = (0,81 / 0,69)

.:. نسبة الاقبال على هذا المنتج في هذه المدينه تقع بين 81% , 69% .

(ب) فترة الثقه 99% لنسبة ل في المجتمع :

$$ل = ٠,٧٥ \pm ٢,٥٨ \times \sqrt{\frac{٠,٧٥ \times ٠,٢٥}{٢٠٠}}$$

= ٠,٧٥ ± ٠,٠٨ = ٠,٨٣ ، ٠,٦٧

تذكر :

عند درجة ثقة ٩٥% ، فان قيمة ى = ١,٩٦

وعند درجة ثقة ٩٩% فان قيمة ى = ٢,٥٨

ثالثآ: تقدير الفرق بين متوسطي مجتمعين بفتره ثقه :

في كثير من التطبيقات العمليه يتطلب الأمر إيجاد فتره ثقه للفرق بين متوسطي مجتمعين , فمثلا قد نرغب في تقدير الفرق بين متوسط انتاجية العاملين , ومتوسط انتاجية العاملات في صناعة ما , اوتقدير الفرق بين متوسط مدة الاقامه للمرضى في المستشفيات الحكوميه ومتوسط مدة الاقامه للمرضى في المستشفيات الخاصه , او دراسة الفرق بين متوسط انتاجية الفدان لمحصول معين في محافظتين مختلفتين , اوتقدير الفرق بين متوسطي درجات الطلبه في شعبتين من شعب احدى الكليات ....الخ , مثل هذه المشاكل وغيرها يمكن ايجاد فترة ثقه لها على النحو التالي :

إذا كان لدينا مجتمعين منتظمين كل منهما يتبع التوزيع الطبيعي الأول معالمه ($\mu1 , \sigma1^2$) والثاني معالمه ($\mu2 , \sigma2^2$) سحب من المجتمع الأول عينه حجمها ن , وكان متوسط قرآءاتها $\bar{س}$ بإنحراف معياري ع , وسحب من المجتمع الثاني عينه حجمها ن , ومتوسط قراءاتها $\bar{س}$, بإنحراف معياري ع , فإن الفرق بين متوسطي المجتمعين يناظر الفرق بين متوسطي العينيتين بعد الأخذ في الإعتبار خطأ التقدير لهذا الفرق ,

وتصبح فترة الثقه الفرق بين متوسطي مجتمعين على الصورة :

$$\mu1 - \mu2 = (\bar{س}1 - \bar{س}2) \pm ي \times \sqrt{\frac{ع1^2}{ن1} + \frac{ع2^2}{ن2}}$$

$$\mu_1 - \mu_2 = (\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2) \pm \text{ى} \times \sqrt{\frac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}}$$

ع2 : التباين ، ع : الانحراف المعياري .

مثال :البيانات التاليه تمثل نتائج درجات احد الاختبارات على عينتين مستقلتين من طلاب كلية العلوم بجامعتي الامام محمد بن سعود وجامعة الملك سعود , اوجد فترة الثقه للفرق بين متوسطي درجات الإختبار في تلك الكليتين عند درجة ثقه 95% .

	كلية العلوم في جامعة الإمام	كلية العلوم في جامعة الملك سعود
حجم العينه	100	200
متوسط الدرجات	90	80
تباين الدرجات في العينه	25	64

الحل : من المثال (ن1=100 ، ن2= 200) ، ($\bar{\text{س}}_1$=90 ، $\bar{\text{س}}_2$ = 80) (ع$_1^2$ =25 ، ع$_2^2$ = 64) .

$$\mu_1 - \mu_2 = (\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2) \pm \text{ى} \sqrt{\frac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}}$$

$$= (90 - 80) \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{25}{100} + \frac{64}{200}}$$

$$= 10 \pm 1.96 \times 0.75$$

$$= 10 \pm 1.48 = \left.\begin{matrix} 11.48 \\ 8.52 \end{matrix}\right] \text{درجة}$$

أي ان الفرق بين متوسطي درجات الاختبار في تلك الكليتين يتراو بين 8,52 , 11,48 وهو تقدير صحيح بدرجة ثقه 95% .

مثال : أجريت دراسة عن ظاهرة الاجور على عينتين من عمال صناعتي الخدمات العامه والمقاولات وحصلنا على مايلي : في عينه من عمال صناعة الخدمات من 50 عامل , كان متوسط الاجر اليومي 100 ريال بإنحراف معياري 10 ريال , وفي عينه من عمال صناعة المقاولات من 50 عامل كان متوسط الاجر اليومي 80 ريال بإنحراف معياري 30 ريال ، قدر بدرجة ثقه 95% الفرق بين متوسطي الأجور في الصناعتين .

الحل : حيث ن1 =50 , $\bar{\text{س}}_1$= 600 ع$_1^2$ = 100 (تربيع العشرة) (في السؤال أعطانا الانحراف فنستخرج منه التباين) .

ن2 = 50 , $\bar{\text{س}}_2$ =80 ع$_2^2$ = 900 (تربيع الثلاثين)

$$(\mu_1 - \mu_2) = [100 - 80] \pm \text{ى} \times 1.96 \times \sqrt{\frac{100}{50} + \frac{900}{50}}$$

$$= 20 \pm 1.96 \times 4.47$$

$$= 20 \pm 8.76 = \left.\begin{matrix} 28.76 \\ 11.24 \end{matrix}\right]$$

أي ان الفرق بين متوسطي الأجور في تلك الصناعتين يتراوح بين 28,76 , 11,24 وهو تقدير صحيح بدرجة ثقه 95% .

تحديد حجم العينه :

اذا تم اختيار عينه بحجم اكبر مما تحتاجه الدراسه فهذا له ميزه وله عيب , فالميزه أنها تقترب من القيمه الحقيقيه , لكن في نفس الوقت تكلفتها مرتفعه ، ولو اخذنا عينه صغيره اقل من اللازم الميزه ان تكلفتها قليله لكن دقة النتائج ضعيفه

، **إذا عندنا ميعارين متناقضين (الدقه , التكلفه) .**

حجم العينه يجب ان يحدد في ضوء 3 معايير لكي نصل الحجم الذي نوازن به بين الدقه والتكلفه : 1/ درجة تباين الظاهره في المجتمع لو كانت الظاهره متباينه أي مختلفه متشتته فيقتضي أخذ عينه كبيره , **فالعلاقه بين حجم العينه ودرجة التباين علاقه طرديه .**

2/ درجة الخطأ في التقدير : إذا رغبنا في تقديرات اونتائج من العينه ذات درجة خطأ منخفضه , يلزم تكبير حجم العينه والعكس ، **فالعلاقه عكسيه بين درجة الخطأ في التقدير (د) وحجم العينه ن .**

3/ درجة الثقه في التقدير : التقدير الذي سنحصل عليه من العينه لابد وأن يقترن بدرجة ثقه معينه, مثل 95% , 99% وهذه الدرجات يناظرها لدرجات معياريه: ى : 1,96 , 2,58 على التوالي وبالتالي كلما زادت درجة الثقه كلما زادت الثقه كلما زادت الدرجه المعياريه (ى) وبالتالي يزداد حجم العينه (ن) ، **فالعلاقه طرديه بين درجة الثقه (أي الدرجه المعياريه) وحجم العينه ن .**

في ضوء هذه المعايير يمكن وضع صيغ رياضيه تحدد حجم العينه سواء استخدمت في قياس متوسط μ او في قياس نسبة على النحو التالي :

أ/ حجم العينه ن اللازم لتقدير متوسط المجتمع μ : ن = ي^2× σ^2 ÷ د^2

ي^2: الدرجة المعياريه التي تناظر درجة الثقه التي يحددها الباحث وعادة تكون ى = 1,96 , 2,58 عند مستويات ثقه 95% , 99% .

σ^2 = تباين المفردات في المجتمع . د^2 : خطأ التقدير وفي قيمة يضعها الباحث لنفسه مقدماً .

ب/ حجم العينه ن اللازمه لتقدير نسبة حدوث صفه ما في المجتمع : ن = ي^2× ل × (1- ل) ÷ د^2

ل : نسبة الظاهره في المجتمع ، وعندما تكون النسبه ل في المجتمع مجهوله فإنه يمكن اعتبار ان : ل = 0,5

مثال : أوجد حجم العينه العشوائيه اللازمه لتقدير متوسط العمر لعينه من الطلبه إذا كنا نرغب في ألا يزيد الخطأ في التقدير عن 2 سنه وبدرجة ثقه 95% , بفرض ان تباين الأعمار في المجتمع 50 =σ2 .

الحل: د=2 , درجة الثقه95% .:. ى=1,96 , σ2=50 .

ن = ي^2× σ^2 ÷ د^2 : = (1,96)2 × 50 ÷ (2)2 = 48 طالب .

أي انه اذا سحبنا عينه عشوائيه بسيطه حجمها 50 طالب فإننا نكون واثقين بدرجة ثقه 95% فإن متوسط العمر في هذه العينه لن يختلف ± 2 سنه عن متوسط العمر الحقيقي في المجتمع الذي سحبت منه هذه العينه .

مثال : ماهو حجم العينه اللازم سحبها من طلاب جامعة الإمام لتقدير متوسط وزن الطالب , بشرط ألا يتجاوز الخطأ في تقدير متوسط الوزن عن 4 كجم وبدرجة ثقه 99% بفرض أن الانحراف المعياري للأوزان في المجتمع هو 8 كجم .

الحل : د = 4 , **σ** =8 ، ي = 2,58

ن = ي^2× σ^2 ÷ د^2 = (2,58)2 × (8)2 ÷ (4)2 = 26,6 وتقرب النتيجه لتصبح = 27 طالب .

مثال : ماهو حجم العينه العشوائيه اللازم سحبها من طلاب جامعة الإمام لتقدير نسبة الطلبه كبار السن , بشرط الأ يتجاوز الخطأ في التقدير (د) عن 2% , وبدرجة ثقه 95% , بفرض أن هذه النسبه من دراسات سابقه هي 25% .

الحل : ل (النسبه في المجتمع) = 25% = 0,25 ، (د = 0,2) ، (ي = 1,96)

قانون النسبة : ن = ي^2× ل × (1- ل) ÷ د^2 = (1,96)2 × 0,25 × 0,75 ÷ (0,02)2 = 1801 طالب

أي انه اذا سحبنا عينه عشوائيه من الطلبه حجمها 1875 طالب من الجامعه , وحسبنا نسبة الطلبه كبار السن , فإن الخطأ في هذه النسبه لن يتعدى 0,02 من النسبه الحقيقيه في المجتمع , وهذا الإستنتاج صحيح بنسبة 95% .

مثال : ماهو حجم العينه العشوائيه اللازم سحبها من إحدى المدن لتقدير نسبة البطاله بشرط ألا يتجازو الخطأ في تقدير هذه النسبه عن 3% وبدرجة ثقه 95% .

الحل: (د=3% =0,03) (ي=1,96) ، وحيث ان النسبه ل في المجتمع مجهوله فيمكن اعتبارها 0,5

قانون النسبة : ن = ي^2× ل × (1- ل) ÷ د^2 = (1,96)2 × 0,5 × 0,5 = 1067

اختبارات الفروض الاحصائية

الاحصاء التحليلي مكون من شقين : (اختبارات الفروض و فترات الثقه) .

القرار الاحصائي :

في الكثير من الاحيان يواجه الباحث مشكلة اتخاذ قرار بشأن احد مؤشرات المجتمع (مثل المتوسط في المجتمع , النسبه في المجتمع ....الخ) وذلك اعتماداً على المعلومات المتوفره من عينة عشوائيه مسحوبه من هذا المجتمع ، وطبيعي ان يتخذ هذا القرار بشيء من الحكمه وبأقل قدر ممكن من المخاطر الماديه والماليه وغيرها ..

فمثلاً : متوسط انتاجية العامل في احد المصانع 50 وحده يومياً (يوجد عمال انتاجيتهم اعلى من 50 وعمال انتاجيتهم اقل من 50) ، ولكن يرغب صاحب المصنع في رفع هذه الانتاجيه وكان احد البدائل المطروحه هي أن يقوم بعملية تبديل لآلات الموجوده بالمصنع او منح العمال حوافز نقديه ، لكن صاحب المصنع يعلم ان هذا القرار سوف يترتب عليه تحمل

نفقات كبيره وقد لا يتحقق الغرض المطلوب , لذا يجري تجربه بمنح عينه عشوائيه من العمال حوافز نقديه لمدة معينه ، ولنرفض ان متوسط انتاجيه العمال في تلك العينه 60وحده ، هنا يقوم صاحب المصنع بمقارنة انتاجية العامل في المصنع (أي في المجتمع μ) وهي 50 وحده مع متوسط انتاجيه العامل في العينه وهي $\bar{س}$ = 60 وحده ، ويحدد ما اذا كان الفرق بين (μ ، $\bar{س}$) راجعا لعوامل عشوائيه ، أي ناتج من استخدام أسلوب العينة وبالتالي يعد فرقاً ، **فالقرار الذي يتخذ يسمى القرار الاحصائي ، والوسيلة التي تمكن الباحث من اختيار القرار السليم هي اختبارات الفروض الاحصائية .**

الفروض الاحصائية : (الفرض العدمي والفرض البديل) :

الفرض الاحصائي هو تفسير أو تحديد مبدئي يتعلق بواحد أو أكثر من معالم أو مؤشرات المجتمع المجهولة ، وهذا التفسير مبدئي لعدم معرفتنا الكاملة بقيم هذه المعالم في المجتمع ، وعلينا اتخاذ قرار بقبول أو رفض هذا التفسير أو هذا التحديد المبدئي ، ويقوم أسلوب اختبارات الفروض الاحصائية بدور أساسي في المساعدة على اتخاذ قرارات سليمة (بالقبول أو الرفض) في ظل عدم المعرفة المؤكدة بقيم المعالم في المجتمع ، لذلك فإن علم الاحصاء يشار إليه حديثاً على انه علم اتخاذ القرارات في ظل ظروف عدم التأكد .

هذا التفسير المبدئي عن أحد معالم المجتمع المجهولة يسمى (الفرض العدمي) أو فرض عدم التغيير أو عدم التأثير أو فرض التساوي ، وكثيراً ما يتم صياغته بصورة حيادية أي توحي بعدم وجود فرق بين قيمة معلمة (مؤشر) مجهولة وقيمة معينة لها .

فمثلاً إذا كنا نريد اتخاذ قراراً بشأن فاعلية أحد أنواع الأسمدة ، فإن الفرض العدمي يتم صياغته على الصورة : لا يوجد فرق في انتاجية الأرض قبل وبعد استخدام السماد .

وأما الفرض المقابل للفرض العدمي يسمى (الفرض البديل) وهو تفسير مغاير أو معاكس للفرض العدمي ، وكنتيجة لتطبيق خطوات الاختبار الاحصائي نصل إلى قرار إما بقبول الفرض العدمي وهذا يعني رفض الفرض البديل ، والعكس بأن نصل إلى قرار رفض الفرض العدمي وهذا يعني قبول الفرض البديل .

وسيلة الاختبار الاحصائي :

للوصول إلى قرار إحصائي بشأن قبول أو رفض الفرض العدمي نستعين بوسيلة أو بعلاقة رياضية تربط ما بين قيمة المؤسر في المجتمع ونظيره في العينة ، هذه العلاقة الرياضية ما هي إلا متغير عشوائي (لأنها تعتمد على التقدير في العينة وهو متغير عشوائي) لها دالة احتمالية محددة مثل دالة توزيع ذو الحدين أو بواسون أو التوزيع الطبيعي أو توبع ت أو توزيع كا2 ... إلخ ، ومن ثم يمكن مقارنة القيمة الحسابية لهذه العلاقة الرياضية مع القيمة المستخرجة من الجدول الاحصائي للتوزيع الاحتمالي الذي تتبعه هذه العلاقة الرياضية ، وكنتيجة للمقارنة بين القيمتين الحسابية والجدولية يمكن اتخاذ قرار إحصائي بقبول أو رفض الفرض العدمي .

إذاً لكي نختار أو نرفض الفرض العدمي ننتقل الى خطوه اخرى نسميها وسيلة الاختبار وهي علاقه رياضيه أو قانون نستخدم فيه كل مايتوفر لدينا من بيانات اثناء التجربه (مثل حجم العينه , متوسط العينه , الانحراف المعياري) وفي النهايه يعطيني رقم يساعدني للوصول الى القرار .

مستوى المعنوية :

امستوى المعنويه هو نسبة أو احتمال اتخاذ قرار خاطئ : والقرار الخاطئ يقصد به رفض الفرض العدمي على الرغم انه صحيح ويجب قبوله , ومستوى المعنويه له عدة قيم شائعه الاستخدام (1% , 5% , 10%) هذه القيم ماهي الا مساحات احتماليه تحت منحنى التوزيع الطبيعي وهذه المساحات الاحتماليه يقابلها درجات معياريه (ي) ، وعندما نرسم مستوى المعنوية بيانياً سيمثل مساحه تحت المنحنى هذه المساحه اللي تعبر مستوى المعنوية ويرمز لها بالرمز (ألفا :α) ، الذي يعبر عن احتمال الرفض اسميها منطقه الرفض او اسميها المنطقه الحرجة .

فعندما يتخذ الباحث قراراً بقبول او رفض الفرض العدمي فأنه يضع لنفسه حدوداً للخطأ الذي يمكن تحمله كنتيجة لاتخاذ قرار خاطئ (قبول الفرض العدمي وكان المفروض ان يرفضه ، او العكس انه يرفض الفرض العدمي رغم انه الصح) .

المنطقه الحرجه :

المنطقة الحرجة او منطقة الرفض وهي : التعبير البياني لمستوى المعنويه ، مستوى المعنويه هو احتمال الرفض وهو 5% , وعندما نرسم 5% كجزء من المنحنى , هذه المنطقه نسميها منطقة الرفض او المنطقه الحرجه , ومنطقه الرفض او المنطقه الحرجه هي المنطقه التي إذا وقعت فيها قيمة وسيلة الاختبار نرفض الفرض العدمي ، كأن المنحنى قسم الى قسمين : منطقة رفض والباقي منطقة قبول .

منطقة الرفض اذا وقعت فيها قيمه الوسيله الاختبار أي القانون , اذا وقعت قيمه القانون الذي هو وسيلة الاختبار اذا وقعت قيمته في المنطقه الحرجه او في منطقة الرفض يرفض الفرض العدمي ، واذا وقعت قيمه وسيلة الاختبار او قيمه

القانون في منطقه اخرى وهي منطقة القبول يقبل الفرض العدمي ، فلكي اتخذ القرار برفض او قبول الفرض العدمي نستخدم قانون والنتيجه المستخرجه منه نضعها على منحنى التوزيع الطبيعي ، فاذا وقعت القيمه في منطقة الرفض في اليمين او الشمال نرفض الفرض العدمي , واذا وقعت هذا القيمه في منطقة القبول يقبل الفرض العدمي .

أنواع الاختبارات :

الفرض العدمي ينص على عدم فاعلية المؤثر (عدم فاعلية السماد , عدم فاعلية الدواء , عدم فاعلية الحوافز الماديه) والفرض البديل العكس , وقد تكون الحوافز الماديه تحسن الانتاج **(يقال له اختبار الطرف الايمن)** ، وقد تكون الحوافز الماديه تخفض الانتاج **(اختبار الطرف الايسر)** ، وقد لا يكون هناك اتجاه واضح بالزيادة أو النقص **(اختبار الطرفين)** ، ومنطقة الرفض اما ان تكون في الطرفين الايمن والايسر ونسميهما منطقة الرفض وما بينما (في الوسط) يسمى منطقة القبول او المستوى المعنوي (الفا α) .

اخطاء القرار الاحصائي :

القرار الاحصائي يمكن أن يكون أحد أربع صور وهي :

قبول الفرض العدمي وهو صح ويجب قبوله .

رفض الفرض العدمي وهو خطأ ويجرب فضه (وهما قرارن صحيحان) .

قبول الفرض العدمي وهو خطأ ويجب رفضه .

رفض الفرض العدمي وهو صحيح ويجب قبوله .

مايهمنا بالقرارت الاربع هو القرار الاخير وهو رفض الفرض العدمي وهو صحيح ويجب قبوله والذي سميناه مستوى المعنويه وسميناه خطأ من النوع الاول والذي ترجمناه بيانياً بمنطقة الرفض تحت المنحنى او المنطقة الحرجه الذي اعطيناه الرمز (الفا α) .

خطوات الاختبار الاحصائي :

تحديد الفرض العدمي ومن ثم الفرض البديل ، فلكي اختار واحد من الفرضين هناك قوانين نستخدمها وسيلة الاختبار , هذا القانون يساعدني في اختيار الفرض العدمي او رفضه ، تحديد نسبة خطأ معين , مستوى خطأ معين اسمه مستوى المعنويه وهذا يقابله قيمه جدوليه ومن ثم اقارن بين القيمه الجدوليه ووسيلة الاختبار , ومن ثم اخذ القرار برفض او قبول الفرض العدمي .

يوجد اختبارات يستخدم فيها عينه واحده واختبارات يستخدم بها عينتين ، والاختبارات التي تعتمد على عينه واحده نوعين من الاختبارات اختبار متوسط المجتمع (ميو μ) واختبار النسبه في المجتمع (ل) :

اختبار متوسط المجتمع μ :

سنكتفي بتوضيح كيفية هذا الاختبار من خلال الأمثلة التالية :

مثال : في احد المحافظات وجد انه متوسط انتاج الفدان من احد المحاصيل هو 80 وحده , جرب سماد حديث على عينه من 100فدان ، وفي نهاية العام وجد ان متوسط انتاج الفدان في هذه العينه اصبح 85 وحده بأنحراف معياري 7 وحدات ، هل تعتقد ان استخدام السماد الحديث يؤدي الى الزياده الانتاجيه ؟ (α = 5%)

هل الفرق بين في العينه راجع لأستخدام السماد او للعوامل اخرى مثل خصوبة الارض ، فلكي احدد هذا الفرق راجع للسماد او لا ألجأ لخطوات الاختبار .

اذا كان السؤال في المسأله ينم عن ناحيه ايجابيه , مثل كلمة زياده او تحسن او نمو او مكسب او فاعليه فهذه كلها مترادفات تنم عن ناحيه ايجابيه وهذا معناه أن نستخدم اختبار الطرف الايمن وإذا كان ينم عن ناحية سلبية مثل كلمة نقص فهذا معناه نستخدم اختبار الطرف الأيسر (ملاحظة : ذكر الدكتور أنه سيضع خط تحت الكلمة التي تدل على الناحية الإيجابية أو السلبية ، وإذا لم يوجد خط فهذا يدل على اختبار الطرفين) .

الحل : من المهم في أمثلة اختبارات الفروض الاحصائية الفصل بين القيم التي تخص المجتمع وتسمى بالمؤشرات أو المعالم ، وبين القيم التي تخص العينة وتسمى بالتقديرات أو بالاحصاءات ، وفي هذا المثال نجد أن :

متوسط انتاج المحافظه μ = 80 ، ن حجم العنيه = 100 ، سَ متوسط العينه = 85 ، ع الانحراف المعياري = 7

α مستوى المعنويه = 5% (يعني نسبة الخطأ المسموح فيه) .

خطوات الاختبار : نضع انواع الفروض (العدمي والبديل) :

1/ الفرض العدمي 80 = μ : يقول ان السماد ليس له تأثير يعني استخدمت السماد او لم استخدمه يظل الانتاج كما هو عند المستوى 80 وحده ,, اذاً الفرض العدمي ينص على عدم فاعليه تأثير السماد .

2/ الفرض البديل : 80 < μ : هنا اما ان اقول اختبار الطرف الايمن او اختبار الطرف الايسر او اختبار الطرفين ، وكما قلنا اذا كان السؤال في المسأله ينم على الناحيه الايجابيه ككلمة زياده او فاعليه هنا اختبار الطرف الايمن حينها نقول (80 < μ) ، وهذا معناها ان السماد يزود من الانتاج أي يرفع من الانتاج عن 80 وحده .

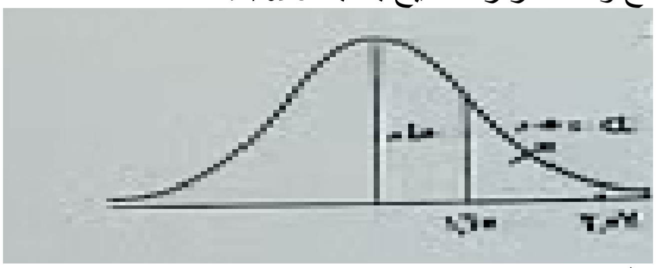
3/ وسيلة الاختبار الاحصائي : هي قانون (يجب حفظه) نضع فيه كل ماتوفر لدينا من بيانات ، والقانون :

$$ي = \frac{(سَ - \mu)\sqrt{ن}}{ع} = \frac{(85 - 80)\sqrt{100}}{7} = 7,14$$

4/ تحديد القيمة الجدولية عند مستوى معنوية α = 5% : الرقم 7,14 اما ان يقع في منطقة القبول او منطقة الرفض ، واختبار الطرف الايمن (مستوى المعنويه هو احتمال ان القيمه الجدوليه عند مستوى المعنويه 5% في اختبار الطرف الايمن ويصبح (ي = + 1,65) او ان يكون الاختبار في الطرف الايسر ويصبح العدد نفسه ولكن بالسالب) ، اذاً عند مستوى معنويه 5% سنجد ان قيمه ي الجدوليه 1,65 ، فإذا كانت منطقة الرفض 5% ستكون منطقة القبول 95% .

5/ المقارنة : هنا نقارن القيمة المحسوبة من وسيلة الاختبار الاحصائي ، وتسمى عادة (ي) المحسوبة ، مع القيمة الجدولية عند مستوى المعنوية وتسمى عادة (ي) الجدولية ، فإذا وقعت ي المحسوبة في منطقة القبول ، كان القرار قبول الفرض العدمي ، وإذا وقعت ي المحسوبة في منطقة الرفض كان القرار رفض الفرض العدمي ، وفي هذا المثال نجد أن ي المحسوبة = 7,14 وهي تتعدى القيمة الجدولية أي تقع في منطة الرفض ، (في البداية نرسم المحور العامودي ونضع في المحور الأفقي الصفر ، ثم نحدد ي الجدولية وهي هنا (1,65) على المحور الأفقي ، ثم نضع قيمة ي المحسوبة على المحور الأفقي وهي هنا (7,14) أي أنها تقع يمين ي الجدولية في منطقة الرفض .

6/ القرار الاحصائي : هو رفض الفرض العدمي وبالتالي قبول الفرض البديل ، أي أن السماد له فاعلية في زيادة الانتاج وهذا القرار صحيح بنسبة 95% .



مثال : اذا كان متوسط الدرجه الطالب في مادة الاحصاء هو 75 درجه استخدمت طريقه حديثه في تدريس هذه الماده على عينه من الطلبه حجمها 100 طالب فوجد ان متوسط درجة الطالب 70 درجه بانحراف معياري 5 درجات ، هل تدل هذه البيانات على ان المستوى التحصيل للطالب قد انخفض نتيجه لأستخدام هذه الطريقه الحديثه ؟ α = 1%

الحل : بينات هذا المثل هي : (μ = 75) , (ن= 100) , (سَ =70) , (ع =5) (α = 1 %) .

بما أنه ذكر في السؤال كلمة انخفض فيعني استخدم اختبار الطرف الأيسر (أصغر من) .

خطوات الاختبار :

1/ الفرض العدمي : μ = 75 .

2/ الفرض البديل : μ < 75 (اختبار الطرف الايسر)

3/ وسيلة الاختبار الاحصائي هي :

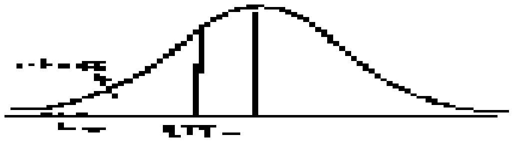
$$ي = \frac{(سَ - \mu)\sqrt{ن}}{ع} = \frac{(70 - 75)\sqrt{100}}{5} = -10$$ (ي المحسوبة = -10) .

4 / القيمه الجدوليه عند مستوى المعنويه 0,01 :

في هذا المثال وطبقاً للفرض البديل نجد ان منطقة الرفض تقع كلها في الطرف الايسر تحت المنحنى الاحتمالي ، وعلى ذلك عند مستوى المعنويه 1 % , اختيار طرف ايسر نجد ان قيمة ي الجدوليه = - 2,33

5 - المقارنه : يوضع القيمه المحسوبه على المنحنى الاحتمالي (-10) تجد انها في منطقة الرفض .

-



6.القرار : رفض الفرض العدمي وبالتالي قبول الفرض البديل أي ان الطريقه الحديثه في التدريس ادت الى انخفاض مستوى للطالب , وهذا القرار صحيح بنسبة 99% وعرضه ليكون خطأ بنسبة 1% .

مثال : اذا كان متوسط وزن الطفل في العام الاول من ولادته 9كجم , جربنا نوع حديث من الاغذيه على عينه من 64 طفل فوجد ان متوسط وزن الطفل اصبح 10 كجم بانحراف معياري 3 كجم , والمطلوب اختيار تأثير هذا النوع من الغذاء على وزن الطفل عند مستوى معنوية 5% .

الحل : بيانات هذا المثال هي : μ = 9   ن = 64   سَ = 10   ع = 3 α = 5%

الفرض العدمي سوف ينفي أي تأثير او أي فاعليه للغذاء الجديد وان متوسط وزن الطفل سيظل كما هو 9 كجم سواء

استخدمنا هذا النوع من الغذاء او لا , اما الفرض البديل فانه لا يهتم بناحيه معينه من التأثير الذي يحدثه الغذاء فقد يؤدي هذا النوع من الغذاء الى زيادة وزن وقد يؤدي الى إنقاص الوزن وعلى ذلك يكون الفرض البديل هنا عباره عن اختبار الطرفين وقرارنا باختيار الفرضين (العدمي والبديل) يتم بناءاً على الخطوات الآتيه :

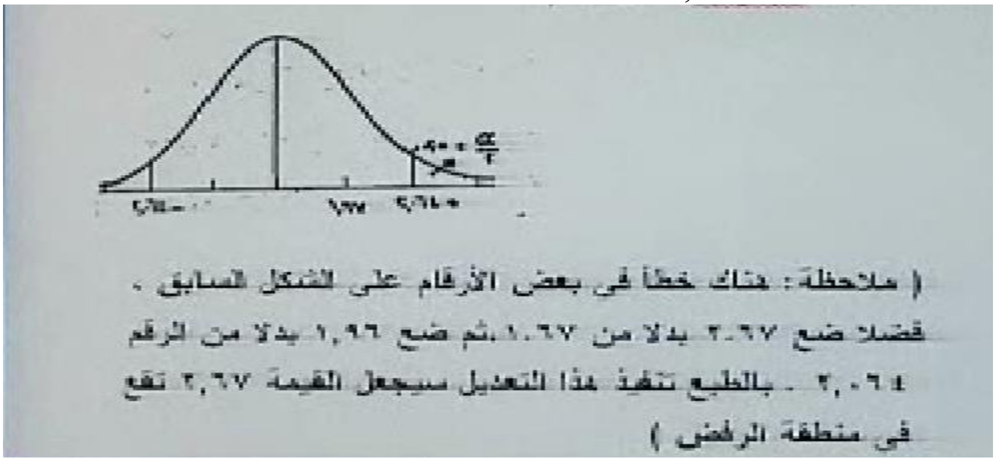
1- الفرض العدمي $\mu = 9$

2- الفرض البديل $\mu \neq 9$ (اختبار الطرفين)

3- وسيلة الاختبار الاحصائي هي :

$$\text{ي المحسوبة} = \frac{(\text{سَ} - \mu)\sqrt{\text{ن}}}{\text{ع}} = \frac{(10 - 9)\sqrt{64}}{3} = 2,67$$

4 – القيمه الجدوليه = 1,96



5/ المقارنه : بوضع القيمه المحسوبه (2,67) على المنحنى نجدها تقع في منطقة الرفض .

القرار رفض الفرض العدمي وبالتالي قبول الفرض البديل أي ان الغذاء الجديد له تأثير على وزن الطفل , وهذا قرار صحيح بنسبة 95% .

اختبار النسبة في المجتمع :

اختبارات الفروض التي تبنى على عينه واحده نوعين اختبار خاص بمتوسط المجتمع واختبار خاص بنسبة الحدوث في المجتمع .

وأختبار النسبه في المجتمع لا يختلف اطلاقاً عن اختبار النسبه عن المتوسط في المجتمع نفس خطوات الاختبار لا تتغير 6 خطوات , والاختلاف كله في شكل القانون المستخدم .

في كثير من الحالات قد لا يهتم الباحث بمعرفة ما إذا كانت النسبة في المجتمع (ل) تساوي قيمة العينة ، وللاستدلال على ذلك نستخدم النسبة المناظرة لها في العينة (ل^) حيث : (ل^) = س ÷ ن

س : عدد الحالات التي يتحقق فيها الحدث داخل العينة ، وهو متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين .

ن : حجم العينة .

عند إجراء الاختبار ، وتكون وسيلة الاختبار الاحصائي على الصورة :

$$\text{ي} = \frac{\text{ل}^{\wedge} - \text{ل}}{\sqrt{\frac{\text{ل}(1 - \text{ل})}{\text{ن}}}}$$

مثال : اذا كانت نسبة الاميه بأحد المدن 40% من 200 مواطن وجدنا فيها نسبة الاميه 45% ، هل تعتقد ان هذه العينه غير ممثله للمجتمع الذي اخذناها منه ؟ $\alpha = 5\ \%$

الحل : البيانات في السؤال : (ل : النسبه في المجتمع 40% = 0,4) ، (ن = 200 حجم العينه) ، (ل^ : النسبة في العينة 45%)

خطوات الاختبار :

1/ الفرض العدمي : ل = 0,4

2/ الفرض البديل : ل) ≠0,04 (اختبار الطرفين لا يوجد كلمة تحتها خط) .

3/ القانون :

$$\text{ي} = \frac{\text{ل}^{\wedge} - \text{ل}}{\sqrt{\frac{\text{ل}(1 - \text{ل})}{\text{ن}}}} = 0,05 \div 0,035 = 1,43$$ (ي المحسوبة) .

4/ ي الجدولية عند مستوى المعنوية = 0,05 لاختبار الطرفين = 1,96
القيمه 1,34 % نأخذ هذه القيمه ونضعها على المنحنى وبما ان عندي اختبار للطرفين إذاً عندي منطقتين للرفض منطقه من جهة اليمين ومنطقه من جهة الشمال عند 5 % اما (+ 1,96) او (- 1,69)
5/ المقارنة : ي المحسوبة أقل من ي الجدولية (لأنها واقعة في منطقة القبول) ،
6/ القرار : قبول الرفض العدمي لوقوع ي المحسوبة في منطة القبول .
إذاً هذه العينة ممثلة للمجتمع ولا يوجد شك عشوائية العينة .
مثال : احد الصحف تدعي ان نسبة توزيعها 30% اخذنا عينه من 200 مواطن وجدنا عدد المشاركين 52 ، هل هذه البيانات تدل على ان انخفاضاً حقيقياً في نسبة توزيع الاشتراكات ؟ α = 5 %
الحل : هنا لم يذكر النسبة في العينه لذا يجب ان نستخرجها : 52 ÷ 200 = 0,26
البيانات في السؤال : (ل = 0,03) (ل^ = 0,26) (ن = 200)
1/ الفرض العدمي ل = 0,03
2/ الفرض البديل ل^ < 0,03 (الطرف الأيسر لأنه ذكر كلمة انخفاض)
3/ القانون :

$$ي = \frac{ل\hat{} - ل}{\sqrt{\frac{ل(1 - ل)}{ن}}} = - 0.04 \div 0,032 = - 1,25$$

4/ (منطقة الرفض كلها في جهة الشمال لأن القيمة بالسالب) ، والخط الحرج المقابل ل 5% هو (1,65 % بالسالب)
.
5/ المقارنة : إذاً ي المحسوبه (- 1,25) تقع يمين قيمة α ، إذاً وقعت في منطقة القبول .
6/ القرار : قبول الفرض العدمي .
(يمكن المقارنة عن طريق المنحنى أو عن طريق الأرقام فإذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية يرفض الفرض العدمي ، وإذا كانت أقل نقبل الفرض العدمي ، وإذا كانت القيمة المحسوبة بالسالب نهمل الإشارة) .
ملاحظة : عندما تكون α = 5 % يكون المقابل لها في الخط الحرج 1,65 ، وعندما تكون α = 1 % يكون المقابل لها 2,33 ، وإذا كان اختبار الطرف الأيسر نضع إشارة سالب ، وإذا كان اختبار الطرف الأيسر نضع إشارة موجب ، وإذا كان اختبار الطرفين نضع مرة + ومرة _ (±))

اختبار الفرق بين متوسطين "متوسطي مجتمعين" :

عند تحليل بيانات عينتين مستقلتين نجد أن هناك اختلافاً بين المتوسطين (سَ1 ، سَ2) أو بين النسبتين (ل^1 ، ل^2) ، هذا الاختلاف قد يرجع إلى عوامل الصدفة أو العشوائية ، وقد يرجع إلى عوامل سببية ، وعلى الباحث أن يجد تحديداً أو تفسيراً لهذا الاختلاف ، والقرار الذي يتخذه الباحث كتفسير لهذه الاختلافات يكون بناء على اختبار معنوية الفرق بين (سَ1 ، سَ2) أو بين النسبتين (ل^1 ، ل^2) .
مثال: لو رأينا متوسط درجة الطالب في الإحصاء في كلية الاقتصاد 75 درجة ومتوسط درجة الإحصاء للطالب في عينة أخرى من كلية العلوم 60 درجة "هنالك كليتين اقتصاد وعلوم" أخذ من كل كليه عينه وعمل لهم اختبار في الإحصاء متوسط درجة العينة الأولى 75 والعينة الثانية 60 ، فيوجد فرق بينهم 15 درجة , هذا الفرق هل يرجع لكون الكلية الأولى أفضل من الكلية الثانية أو فرق عشوائي نتيجة استخدام أسلوب العينة ؟ فلتحديد الإجابة نلجأ لموضوع اختبارات الفروض
.
يوجد اختبارات خاصة بالفرق بين متوسطين واختبارات خاصة بالفرق بين نسبتين ، وسنكتفي بالفرق بين متوسطين فقط.
مثال : أعطي اختبار لمجموعتين من الطلبة في مادة الإحصاء الأولى مكونه من 40 طالب والثانية من 50 طالب , وكانت النتائج كالآتي : (سَ1 = 74) ، (ع1 = 8) ، (سَ2=78) ، (ع2= 7) ، هل هناك اختلاف حقيقي (معنوي) بين مستوى المجموعتين ؟ **α = 5 %**
الحل : البيانات التي لدينا بالإضافة إلى نا سبق (ن1=40) (ن2 = 50) .
خطوات الاختبار :
1/ الفرض العدمي : $\mu1 = \mu2$ (لا يوجد فروق بين المجتمعان اللذان أخذنا منهما العينتين) .
2/ الفرض البديل : $\mu1 \neq \mu2$.
الفرض العدمي : $\mu1 = \mu2$ ، أي أنه لا توجد فروق بين متوسطي المجتمعين (م1= م2) .
والبديل إما م1 اكبر من أو أقل من أو لا يساوي ، فإذا كان الاختبار طرف واحد أيمن أكبر من وإذا كان أيسر أصغر من ، وإذا لم يوجد ما يدل على ذلك فيكون اختبار الطرفيت لا يساوي .

3/ وسيلة الاختبار (القانون) ي المحسوبة =

$$= \frac{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}{\sqrt{\frac{\text{ع}_1^{2}}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}_2^{2}}{\text{ن}_2}}} = \frac{74 - 78}{\sqrt{\frac{64}{40} + \frac{49}{50}}} = \frac{-4}{1,606} = -2,49$$

هذه قيمة ي المحسوبة .

4/ قيمة ي الجدولية عند مستوى معنوية 5% = $\pm$ 1,96 (ستعطى لك جاهزة) .

5/ المقارنة : كنا نقارن مقارنة بيانية عن طريق المنحنى , ويمكن أن نقارم مقارنةحسابية بين (– 2,49) و (1,96) ، وهنا ي المحسوبة ظهرت بالسالب فنهمل الإشارة ، وبعد المقارنة إذا كانت قيمة ي المحسوبة اقل من القيمة الجدولية يقبل الفرض العدمي ، ,وإذا كانت قيمة ي المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية يرفض الفرض العدمي ، وإذا رفضت العدمي فذلك يعني انك ستقبل البديل .

6/ القرار : رفض الفرض العدمي وقبول الفرض البديل ، أي أنه توجد هنالك فروق حقيقية بين العينتين أو المجتمعين .

مراجعة ما سبق دراسته :

س1/اختر الإجابة الصحيحة : (ملاحظة : وضعت الإجابة الصحيحة فقط) .

1. علم الإحصاء هو العلم الذي يهتم بعملية : جمع وتنظيم وعرض وتحليل وتفسير البيانات .
2. ينقسم علم الإحصاء إلى : الإحصاء الوصفي و الإحصاء التحليلي .
3. يهتم الإحصاء التحليلي باستنتاج معلومات عن المجتمع عن طريق العينة : صح .
4. الإحصاء التحليلي هو احد فروع علم الإحصاء : صح .
5. العينة العشوائية هي عينه تمثل المجتمع : صح .
6. تنقسم المتغيرات العشوائية إلى : متغير وصفي وكمي .
7. الحالة الاجتماعية تمثل متغير عشوائي : وصفي .
8. المستوى التعليمي يمثل متغير عشوائي : وصفي .
9. أعمار الموظفين يمثل متغير عشوائي : كمي .
10. أطوال الطلاب يمثل متغير عشوائي : كمي متصل (المتصل يقبل الكسور مثل 160,4سم) .
11. عدد المساجد في المملكة يمثل متغير عشوائي : كمي منفصل (المنفصل لا يقبل الكسور ، مسجد ونص أو ربع لايعقل) .
12. مرتبات موظفي جامعة الإمام يمثل متغير عشوائي : كمي متصل .
13. تقديرات النجاح لطلبه كلية الاقتصاد تمثل متغير عشوائي : كمي متصل .
14. تقع قيمه الاحتمال بين : صفر وَ 1+ .
15. إذا كانت قيمه الاحتمال لحدث ما =صفر فإن هذا الحدث يسمى : حدث مستحيل .
16. إذا كانت قيمه الاحتمال لحدث ما= 1 فإن هذا الحدث يسمى : حدث مؤكد .
17. الحوادث في الاحتمال نوعين هما :حدث بسط وحدث مركب : صح .
18. الحدث البسيط يمكن تقسيمه إلى حوادث فرعيه أخرى : خطاء (لانه حدث واحد فكيف يتم تقسيمه) .
19. الحوادث المركبة هي حوادث تتعلق بـ : بعدة حوادث بسيطة .
20. احتمال وقوع الحدث المستحيل يساوي : صفر .
21. احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوي : 1+ .
22. إذا كان هناك حدث ما (أ) يتكرر وقوعه (م) من المرات في تجربة حجمها (ن) فاحتمال وقوع الحدث يساوي : ح(أ)= م ÷ ن .
23. إذا كانت أ , ب حدثان متنافيان فإن =ح (أ +ب) المتنافيان لا يقعان مع بعض أبداً : ح (أ+ب)= ح (أ) +ح (ب) .
24. إذا كانت أ,ب حدثان غير متنافيان فإن ح(أ+ب) = : ح (أ+ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أب) .
25. الحوادث المتنافية هي تلك الحوادث التي : لا يمكن ان تقع معاً في وقت واحد .
26. الحوادث غير المتنافية هي تلك الحوادث التي : يمكن أن تقع معاً في وقت واحد .
27. وجهي قطعة العملة (الصورة والكتابة) تمثل : حوادث متنافية .
28. الأوجه الستة لقطعة النرد تمثل : حوادث متنافية .
29. عند اختيار موظف متزوج ويحمل مؤهل عالي :فإن الحدثان متزوج ويحمل مؤهل عالي تمثلان : حوادث غير متنافية .
30. عند اختيار احد أعضاء مجلس الإدارة : فإن الحدثان يكون من سكان الرياض ويحمل مؤهل عالي يمثلان : حوادث غير متنافية .
31. يتكون مجلس إدارة شركة من :5 محاسبين و7 مهندسين و3 اقتصاديين اختير احدهم بطريقة عشوائية ماهو احتمال ان يكون محاسب ؟ : ح (محاسب) = 7 ÷ 15 (القاعدة : م ÷ ن) .
32. يضم المستوى الأول في احد الكليات 40 طالباً سعودياً و 12 طالباً أفريقاًي و8 طلاب من آسيا اختير احدهم عشوائياً لأداء العمرة ما هو احتمال ان يكون أفريقياً : ح (أفريقي) = 12÷ 60 .
33. صندوق بداخلة 20 ورقة متماثلة في الشكل واللون والحجم مرقمة من 1 الى 20 اخترت ورقة واحده عشوائياً ، ماهو احتمال ان يكون عليها رقم زوجي ؟ : ح (رقم زوجي) =10 ÷20 .
34. ماهو احتمال أن يقبل القسمة على 3 ؟ : ح (يقبل القسمة على 3) = 6÷20 .
35. ماهو احتمال ان يقبل القسمة على 7 ؟ : ح (رقم يقبل القسمة على 7) = 2÷20 وهي 7و14.
36. ماهو احتمال ان يقبل القسمة على3 أو7 مستخدما قانون الجمع :ح (أ+ب)= ح(أ)+ح(ب)-ح (أب) : يقبل القسمة على 3 (6 ورقات :3.6.9.12.15.18) ، ويقبل القسمة على 7 ورقتان (7.14) ، ويتضح انه لا يوجد

مشترك بينهم يقبل القسمة على 3,7 في نفس الوقت (أي حوادث متنافية) (إذا كانت متنافية فيكون (-ح (أب) = صفر) : إذاً : ح (أ+ب)= (6÷20)+(2÷20) – صفر = (8÷20) .
37.ماهو احتمال ان يكون رقم يقبل القسمة على3 أو 5 ؟
حوادث غير متنافية فيكون (-ح(أب) لا يساوي صفر) إذاً : ح (أ+ب) = (6÷20) + (4÷20)- (1÷20) = (9÷20) .
38.ماهو احتمال ان يكون رقم يقبل القبل القسمة على 4 أو 8 ؟ : ح(أ+ب)=(5÷20)+(2÷20)-(20-2)= (5÷20) .
39.يتكون مجلس إدارة شركة من 5 محاسبين و7 مهندسين و3 اقتصاديين ، اختير احدهم بطريقة عشوائية ماهو احتمال ان يكون محاسباً أو مهندساً ؟ مستخدما قانون الجمع :ح(أ+ب)=ح(أ)+(ب)-ح(أ ب) : أ : محاسب 5 ، ب : مهندس 7 ، (حوادث متنافية) لا يوجد شخص محاسب ومهندس في نفس الوقت إذاً : ح(أ+ب)=(5÷15)+(7÷15) – صفر =(12÷15) .
40.ماهو الاحتمال ان يكون محاسباً أو اقتصادياً ؟ : ح (محاسب واقتصادي)=ح(أ+ب)=8÷15 .
41.أظهرت نتائج العام الماضي نسبة النجاح في الرياضيات 70% ونسبة النجاح في المحاسبة هي 80% ونسبة النجاح في مادتي الرياضيات والمحاسبة معاً 60% اختير احد الطلبة عشوائيا ماهو احتمال ان يكون ناجحا في الرياضيات أو المحاسبة ؟
ذكر (أو) مباشرة استخدم قانون الجمع :ح(أ+ب)=ح(أ)+ح(ب) – ح(أ ب) ، أ:الرياضيات ب:المحاسبة ، معطى في السؤال :
ح (أ)=70, 0 ح(ب)=80, 0 ح(أب)=60, (حوادث غير متنافية) : ح(الرياضيات والمحاسبة)=ح(أ+ب)=9, 0
42.يضم المستوى الاول في احد الكليات 40 طالباً سعودياً و12 أفريقياً و8 من آسيا اختير احدهم عشوائيا لأداء العمرة ماهو احتمال ان يكون سعودي أو أفريقي ؟ : قانون الجمع : ح (سعودي وافريقي) = ح (أ+ب) =52 ÷ 60
43.إذا كان أ,ب حدثان مستقلان ، فإن ح(أب) : ح(أب)=ح(أ)×ح(ب) (قانون الضرب للحوادث المستقلة) .
44.إذا كان أ,ب حدثان غير مستقلان فإن ح(أب) : ح(أب)=ح(أ)×ح(ب/أ) (قانون الضرب للحوادث غير المستقلة) .
45.الحوادث المستقلة هي تلك الحوادث التي : لا تؤثر ولا تتأثر بغيرها من الحوادث .
46.الحوادث غير المستقلة هي تلك الحوادث التي : تؤثر وتتأثر بغيرها من الحوادث .
47.في قانون ضرب الاحتمالات يجب التفرقة بين الحوادث : الحوادث المستقلة وغير المستقلة .
48.في قانون جمع الاحتمالات يجب التفرقة بين الحوادث : الحوادث المتنافية وغير المتنافية .
49.احتمال نجاح احمد في المحاسبة 0,8 واحتمال نجاح خالد في المحاسبة 0,6 فما هو احتمال نجاحهما معا في المحاسبة ؟ : أ : أحمد ب: خالد (حوادث مستقلة) ، ومن المعطيات ح(أ)= 0,8 ح(ب)= 0,6 : إذاً ح(أب)= ح(أ)×ح(ب) = 0,48
50.احتمال ذهاب خالد إلى جدة هو0,4 واحتمال ذهاب كمال إلى جدة بشرط ان يسبقه خالد 0,7 فما هو احتمال ذهاب خالد وكمال معا إلى جدة؟ أ:خالد ب:كمال ومن المعطيات: ح(ب/أ) =0,7: إذاً : ح(أب)=ح(أ) ×ح(ب/أ)= 0,4×0,7= 0,28
51.إذا كان احتمال ان يذهب الأب إلى المزرعة هو 8, واحتمال ان يذهب الابن هو 6, فما احتمال ان يذهب الأب والابن معا إلى المزرعة؟ : المطلوب : ح (أ ب) : ح(أب)=ح(أ)×ح(ب)=8,×6,=48, .
52.إذا كان احتمال ان يذهب الأب إلى المزرعة 0,6 واحتمال ان يذهب الابن إلى المزرعة بشرط ان يسبقه أبيه 0,9 فماهو احتمال ان يذهب الاب والابن إلى المزرعة معا ؟ ح(أب)= ح(أ)×ح(ب/أ)=6,×9,=54, .
53.في العلاقة بين الدخل والانفاق , يكون الدخل : متغير مستقل .
54.في العلاقة بين الدخل والانفاق, يكون الانفاق: متغبر تابع .
55.في العلاقة بين تكلفة الوحدة المنتجة واسعار الخامات تكون التكلفة: متغير تابع .
56.في العلاقة بين تكلفة الوحدة المنتجة واسعار الخامات تكون اسعار الخامات : متغير مستقل .
57.الدالة الرياضية هي علاقة بين: علاقة بين متغير مستقل ومتغير تابع .
58.فراغ العينه هو: عدد الحالات الكلية للتجربة .
59.تنقسم الحوادث في الاحتمالات الى : حوادث بسيطة ومركبة .
60.دالة الاحتمال هي علاقة بين : س , ح (س) (س: تعني متغير عشوائي ياخذ قيم مختلفة ، ح(س): الاحتمالات المناظرة له .

61.شروط دالة الاحتمال: (1 ≤ ح(س) ≤ صفر) (مجـ ح(س) =1) .

62.بفرض ان المتغيرس له الدالة التالية:

س	1	2	3	4
ح(س)	0,3	0,2	0,1	صفر

هل الدالة السابقة دالة احتمالية؟ : الدالة ليست دالة احتمالية لأن مجموعها أقل من 1 .

63.بفرض ان المتغير س له الدالة التالية:

س	1	2	3	4
ح(س)	0.3	0.2	0.4	0.3

هل الدالة السابقة دالة احتمالية؟ الدالة ليست دالة احتمالية .

64.بفرض ان المتغيرس له الدالة التالية:

س	-1	صفر	2	3
ح(س)	0.3	0,2	0.2	0.3

هل الدالة السابقة دالة احتمالية ؟ : دالة احتمالية .

65.بفرض ان المتغيرس له الدالة التالية:

س	1	2	3	4
ح(س)	0,3-	0,2-	0,1	صفر

هل الدالة السابقة دالة احتمالية؟ الدالة ليست دالة احتمالية (لأنه يوجد قيم سالبة) .

66.اذا كان س متغير عشوائي فان التوقع له هو: μ=مجـ س × ح(س) .

67.اذا كان س متغير عشوائي فان التباين له هو : σ2=مجـ س2 ×ح(س)-μ2 .

68.بفرض ان المتغيرس له الدالة الاحتمالية التالية:

س	1	2	3	4
ح(س)	0,2	0,3	0,4	0,1

القيمة المتوقعة μ = 2,4 : μ = .(نجعل الجدول رأسي العمود الاول س والثاني ح(س) ونضرب قيم س × ح(س) ونجمعها) .

69.بفرض ان المتغي س له الدالة الاحتمالية التالية:

س	1	2	3	4
ح(س)	0,2	0,3	0,4	0,1

التباين σ2 يساوي : نضيف عمودين ونجمع التوقع العمود الثالث س ×ح(س) ، العمود الرابع س2×ح(س) ، ثم نجمع ونطبق قانون التباين : مجـ س2 ×ح(س)-2,4 – 6,6 = σ2 ، μ2 تربيع .

ملاحظة للاجابة على السؤالين السابقين نكون الجدول التالي ثم نستخدم قوانين التوقع والتباين :

س	ح(س)	س ح(س)	س2 ح (س)
1	0,2	0,2	0,2
2	0,3	0,6	1,2
3	0,4	1,2	3,6
4	0,1	0,4	1,6
مج	1	2,4	6,6

هذه العمودين معطيات

هذان العمودان دائما وابدا نضيفهم

70.بفرض ان المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية:

س	1	2	3	4
ح(س)	0.1	0.3	ك	0.1

فان قيمة ك تساوي : ك =0,5 (ك هي القيمة التي تجعل المجموع = 1) .
71.عند القاء قطعة عملة سليمة 3 مرات فان فراغ العينة يساوي : 8 حالات (يعني 2اس 3 = 2×2×2=8) .
72.عند القاء قطعة عملة سليمة 5 مرات فان فراغ العينة يساوي : 32 حالة لأن 2 اس 5 =2×2×2×2×2=32 .
73.عند القاء قطعة نرد سليمة مرة واحدة فان فراغ العينة يساوي : 6 حالات .
74.بفرض ان المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية:

س	-1	صفر	1	2
ح(س)	0.1	0.2	0,2	0.5

القيمة المتوقعة μ = 1,1 .
75.توزيع ذو الحدين يصف متغيرات : متقطعة .
76.القانون التالي : ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (1- ل) $^{ن-س}$ يسمي بتوزيع : ذو الحدين .
77.في توزيع ذو الحدين , القيمة المتوقعة هي : μ = ن× ل .
78.في توزيع ذو الحدين , قيمة التباين هي: σ2 = ن × ل × (1- ل) .
79.رمي قطعة عملة سليمة عدة مرات , هي تجربة خاضعة لتوزيع : توزيع ذو الحدين .
80.فحص عينة من الانتاج الي وحدات سليمة ومعيبة هي تجربة خاضعة لتوزيع : توزيع ذو الحدين .
81.تصنيف عينة من العمال الي مدخنين وغير مدخنين هي تجربه خاضعة لتوزيع: توزيع ذو الحدين .
82.عند استخدام توزيع ذو الحدين ,كانت ن=10, ل =0,3 فان القيمة المتوقعة تساوي : 3 = μ (ن×ل) .
83.عند استخدام توزيع ذو الحدين ,كانت ن=10 , ل =0,3 فان القيمة التباين تساوي : (10×0,3×(1_ل) =0,21
84.اذا كانت نسبة الانتاج المعيب في احد المصانع هي 20% سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات , وعلي فرض ان الانتاج المعيب هو متغيرعشوائي يتبع توزيع ذو الحدين, ماهو احتمال ان نجد بالعينة وحده واحدة معيبة ؟ مع العلم أن :
5ق1 = 5 ، (0,8)4 = 0,41 ، نسبة يعني احتمال ل = 0,2 ، ن = 5
باستخدام القانون ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (1- ل) $^{ن-س}$ ، ح (س=1) =1,41
85.اذا كانت نسبة الانتاج المعيب في احد المصانع هي 20% سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات , وعلي فرض ان الانتاج المعيب هو متغيرعشوائي يتبع توزيع ذو الحدين,ماهو احتمال ان نجد بالعينة ثلاث وحدات معيبة؟
(5ق3 =10, (0,2)3 =0,008) ، بالقانون : ح(س=3)=0,0512
86.اذا كانت نسبة الانتاج المعيب في احد المصانع هي 20% سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات , وعلي فرض ان الانتاج المعيب هو متغيرعشوائي يتبع توزيع ذو الحدين,ماهو احتمال ان لا نجد بالعينة اية وحدات معيبة؟
(5ق صفر =1, (0,8)5 =0,33) ، ح(س=صفر)=0,33
87. اذا كانت نسبة الانتاج المعيب في احد المصانع هي 20% سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات , وعلي فرض ان الانتاج المعيب هو متغيرعشوائي يتبع توزيع ذو الحدين,ماهي القيمة المتوقعة لعدد الوحدات المعيبة في تلك العينة ؟
μ = 1 ، ن = 5 ول =0,2 يعني ن × ل = 5 × 0,2 =1 .
88.اذا كانت نسبة الانتاج المعيب في احد المصانع هي 20% سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات , وعلي فرض ان الانتاج المعيب هو متغيرعشوائي يتبع توزيع ذو الحدين , ماهي قيمة التباين ؟
σ2= 0,8، التباين ن × ل × 1- ل .
89. توزيع بواسون يصف المتغيرات المتقطعة : صحيح .
90. يسمي توزيع بواسون بتوزيع الاحداث النادرة : صحيح .
91. يعتبر توزيع بواسون حاله خاصة من توزيع ذو الحدين : صحيح .
92. يعتبر توزيع بواسون هو احد التوزيعات الاحتمالية: صحيح (هناك 3 توزيعات ذو الحدين+بواسون+التوزيع الطبيعي) .
93. توزيع بواسون يصف المتغيرات المتصلة مثل الأطوال والاعمار : خطأ (لأن بواسون متغيرات متقطعة صحيحة لاياخذ كسور) .
القانون التالي : يسمي بتوزيع : بواسون : ح (س) = { هـ $^{-م}$ × م ^{س}} ÷ س !
94. في توزيع بواسون القيمة المتوقعة هي : μ = م = ن× ل .
في البواسون التوقع هو التباين و م :معناها متوسط وقد تكون معلومه او مجهوله لو م مجهوله تجئ عن

طريق م = ن× ل

95. في توزيع بواسون التباين هو : σ^2 = م = ن ل .

96. حوادث السيارات على الطريق السريعة هي ظاهرة خاضعة لتوزيع : بواسون .

97. أخطاء الطباعة في أي كتاب هي ظاهرة خاضعة لتوزيع : بواسون .

98. حوادث حرائق المنازل هي ظاهرة خاضعة لتوزيع : بواسون .

99. يستخدم توزيع بواسون بدلا من توزيع ذو الحدين اذا كان : (حجم العينة اكبر من 30 / احتمال وقوع الحدث أقل من 10%)

100. اذا كانت ن=15 ول=0,05 فاننا نستخدم : توزيع ذو الحدين .

101. إذا كانت ن=75 ول= 0,5 فاننا نستخدم : توزيع ذو الحدين (لأن 0,5 أكبر من 10%) (0,5 = 50%) .

102. اذا كانت ن=100 ول=0,03 فاننا نستخدم : توزيع بواسون .

103. عند استخدام توزيع بواسون كانت ن=50, ل= 0,3 فان القيمة المتوقعة تساوي : 50 × 0,03 μ = م = 1,5

104. عند استخدام توزيع بواسون كانت ن=100 , ل= 0,03 فان قيمة التباين تساوي : 3 = σ^2 .

105. اذا كانت نسبة الانتاج المعيب في احد المصانع هي 6% (0,06) سحبت عينة عشوائية من 50 وحده , وعلي فرض ان الانتاج المعيب هو متغيرعشوائي يتبع توزيع بواسون ,ماهو احتمال ان نجد بالعينة وحدة واحده معيبة ؟ (هـ $^{-3}$ =0,05, 1! = 1)

ل=6% و ن = 50 س =1 ، والقانون : ح (س) = { هـ $^{-م}$ × م ^{س}} ÷ س !

م : متوسط عدد مرت وقوع الحدث مجهوله = ن × ل = م = 3 ، إذاً : ح(س=1)=0,15 .

106. اذا كانت نسبة الانتاج المعيب في احد المصانع هي 6% (0,06) سحبت عينة عشوائية من 50 وحده , وعلي فرض ان الانتاج المعيب هو متغيرعشوائي يتبع توزيع بواسون , ماهو احتمال ان نجد بالعينة ثلاث وحدات معيبة؟ (هـ $^{-3}$ =0,05 3!=6)

ل=0,6 ون=50، وم = ن×ل =3 ، س الوحدات المعيبة س=3 ، والقانون : ح (س) = { هـ $^{-م}$ × م ^{س}} ÷ س ! = 0,225

107. اذا كانت نسبة الانتاج المعيب في احد المصانع هي 6% (0,06) سحبت عينة عشوائية من 50 وحده , وعلي فرض ان الانتاج المعيب هو متغيرعشوائي يتبع توزيع بواسون ,ماهو احتمال ألا نجد وحدات معيبة ؟

(هـ$^{-3}$=0,05, صفر!=1) ، ل=0,06 ون=50 ، س= صفر ، م= ن×ل = 3 . وبتطبيق القانون : ح(س=صفر)=0,05

108. اذا كانت نسبة الانتاج المعيب في احد المصانع هي 6% (0,06) سحبت عينة عشوائية من 50 وحده , وعلي فرض ان الانتاج المعيب هو متغيرعشوائي يتبع توزيع بواسون ,ماهي القيمة المتوقعة لعدد الوحدات العيبة في تللك العيينة؟ μ = م = 3 ، القيمة المتوقعة في البواسون = الوسط الحسابي م = التباين .

109. اذا كان متوسط عدد حوادث السيارات على احد الطرق السريعة هو2 حادث يوميا ,وعلى فرض ان عدد الحوادث متغير عشوائي يتبع بواسون ماهو احتمال ان تقع 4 حوادث في احد الايام ؟ (هـ $^{-2}$ =0,15 4!=24)

إذا أعطانا م المتوسط مباشرة نستخدم بواسون : م=2 ، س =4 ، وبالقانون : ح(س=4)=0,1

110. وماهو احتمال ان تقع 3 حوادث في احد الايام ؟ (هـ $^{-2}$ =0,15 3!=6) : الجواب : ح(س=3)=0,2

111. وماهو احتمال ألا تقع حوادث في احد الايام ؟ (هـ $^{-2}$ = 0,15 2^0 =1 صفر!=1) : ح(س=صفر)=0,15 .

112. التوزيع الطبيعي يصف المتغيرات المتقطعة : خطأ .

113. التوزيع الطبيعي يصف المتغيرات المتصلة : صحيح .

114. يسمي التوزيع الطبيعي بتوزيع الاحداث النادرة : خطأ .

115. يعتبر التوزيع الطبيعي حاله خاصة من توزيع ذو الحدين : خطأ .

116. يعتبر التوزيع الطبيعي هو احد التوزيعات الاحتمالية : صحيح .

117. التوزيع الطبيعي يصف المتغيرات المتصلة مثل الأطوال والاعمار : صحيح .

118. اطوال وأعمار طلاب المستوي الاول هي ظاهرة خاضعة للتوزيع : الطبيعي .

119. من خصائص منحني التوزيع الطبيعي انه : منحني متماثل (يعني قمته تأتي في الوسط) .

120. من خصائص منحني التوزيع الطبيعي ان : الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال .

121. من خصائص منحني التوزيع الطبيعي ان 68% من قيم الظاهرة بين : $\mu \pm \sigma$.

122. من خصائص منحني التوزيع الطبيعي ان 95% من قيم الظاهرة بين: $\mu \pm 2\sigma$.

123. من خصائص منحني التوزيع الطبيعي ان اجمالي المساحة تحت المنحني تساوي : واحد .
124. مساحة النصف الايمن من المنحني تساوي : 0,5 .
125. الدرجة المعيارية ى تساوي : ي=[س - μ]÷ σ .
126. اذا كانت σ=10 ,μ=100 فان القيمة المعيارية ي المقابلة للقيمة الاصلية س=80هي: ي= -2 .
127. اذا كانت σ=10 ,μ=120 فان القيمة المعيارية ي المقابلة للقيمة الاصلية س=150هي : ى=3 .
128. اذا كان متوسط الدرجات في اختبارالاحصاء 70 درجة بانحراف معياري10 درجات وعلى فرض ان الدرجات متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي اختبر احد الطلبة عشوائيا , ماهي الدرجة المعيارية ى المناظرة للدرجة الاصلية س=85 درجة؟

μ= 70 ، والانحراف معياري σ=10 ، ي = 85-70 ÷10=1,5

129. وماهو احتمال ان يكون حاصلاً على اكثر من 80 درجة ؟ (اليك جزء من جدول التوزيع الطبيعي)

ى	0,50	0,58	0,75	1	1,96	2,94
ح(ى)	0,19	0,22	0,27	0,34	0,47	0,49

المتوسط 10 = σ , 70=μ ، ي = 80- 70 ÷10 = (1) ، والاحتمال الذي أمامها في الجدول 0,34 وعندما نرسم المنحنى ونقيم الواحد إما نضيف نص أو نطرح نص (عندما نرسم الرسمه يكون الخط على الصفر فنلاحظ ان الواحد بعد الصفر من اليمين والمساحه المتبقيه اقل من 0.5 فلذلك نقوم بطرح نصف) 0,5 – 0,34 = 0,16 .

(والعكس صحيح في السؤال التالي يطلب من اقل من 80 وهذا يعني جزء من الجهه اليمنى والجزء الكامل من اليسرى فلذلك نضيف 0.5)

130. وماهو احتمال ان يكون حاصلاعلي اقل من 80 درجة؟ (اليك جزء من جدول التوزيع الطبيعي)

ى	0,50	0,58	0,75	1	1,96	2,94
ح(ى)	0,19	0,22	0,27	0,34	0,47	0,49

نفس المسألة السابقة : ي = 1 ، واحتمال أقل من الواحد س<80 نجد بالرسم أن المساحة اليسار الواحد اكثر من النص لذا نضيف نصف فيكون 0,5 + 0,34 = 0,84

131. وماهو احتمال ان يكون حاصلاعلي اقل من 90 درجة؟ (اليك جزء من جدول التوزيع الطبيعي)

ى	0,50	0,58	0,75	1	2	3
ح(ى)	0,19	0,22	0,27	0,34	0,47	0,49

نفس المسألة السابقة : ي=2 ، تع على يمين العامود وحيث المطلوب أقل من 90 نضيف 0,5+0,47 = 0,97

132. وماهو احتمال ان يكون حاصلاعلي اكثر من 85 درجة ؟
(اليك جزء من جدول التوزيع الطبيعي)

ى	0,50	0,58	0,75	1	1.5	2
ح(ى)	0,19	0,22	0,27	0,34	0,43	0,47

نفس المسألة ي = 1,5 ، والاحتمال 0,43في الجدول ، وحيث المطلوب ي > 85 وعند رسم المنحنى من نقطة 1,5 تأتي يمين الصفر والمطلوب المساحة على اليمين إذاً نطرح : 0,5 – 0,43 = 0,7 .

133. فترات الثقه هي احدى ادوات الإحصاء التحليلي : صح .
134. التقديرات نوعان : تقدير بنقطه وتقدير بفترة ثقه : صح .
135. فترة الثقه هي اسلوب التقدير : (متوسط المجتمع فقط , النسبه في المجتمع) .
136. فترة الثقه عباره عن حدين يقع داخلها : (متوسط المجتمع فقط , النسبه في المجتمع) .
137. اذا كانت : μ = س- , فإن هذه تسمى : تقدير المتوسط بنقطه .
138. اذا كانت : μ=س- ± ى× (ع ÷ جذر نون) , فإن هذت تسمى : تقدير المتوسط بفترة ثقه .
139. اذا كانت : ل = ل^ , فإن هذا يسمى : تقدير النسبه بنقطه.
140. إذا كانت : ل= ل^ ± ى ×(جذر)[ل^ (1- ل^) ÷ن] فإن هذا يسمى: تقدير النسبه بفترة الثقه .
141. عند درجة ثقه 95% , فإن قيمه الدرجة المعياري ى: =1,96
142. عند درجة ثقه99% فإن قيمة الدرجة المعياريه ى : =2,58
143. عندما تزيد درجة الثقه من 95% الى 99% فإن قيمة ى : تزيد .
144. اختبارات الفروض الإحصائية هي إحدى أدوات الإحصاء التحليلي الإجابة : صح .
145. اختبارات الفروض الإحصائية هي إحدى أدوات الإحصاء الوصفي : خطأ .
146. الإحصاء التحليلي هو احد علم الإحصاء : صح .
147. فترات الثقة واختبارات الفروض الإحصائية يكونان معا الإحصاء التحليلي : صح .

148. اختبارات الفروض الإحصائية تبحث في مدى فاعلية مؤثر ما من خلال تجربة عشوائية : صح .
149. الفروض الإحصائية نوعان: فرض عدمي وفرض بديل : صح .
150. يسمى الفرض العدمي بفرض التساوي أو فرض عدم التغير : صح .
151. الفرض العدمي هو احد الفروض الإحصائية : صح .
152. الفرض البديل هو احد الفروض الإحصائية : صح .
153. الفرض العدمي هو فرض ينفي أي اثر : صح .
154. الفرض البديل هو فرض مركب يأخذ احد الصور التالية > أو < أو ≠ : صح .
155. يتعرض القرار الإحصائي إلى عدة أخطاء : اثنان من الأخطاء .
156. أخطاء القرار الإحصائي نوعان : صح .
157. مستوى المعنوية هو احد أنواع إحصاء القرار الإحصائي : صح .
158. يرمز لمستوى المعنوية بالرمز α : صح .
159. مستوى المعنوية هي نسبة الخطأ التي يحددها الباحث مقدما : صح .(إما 1 % أو 5 %) .
160. يعرف مستوى المعنوية α على النحو التالي : فرض الفرض العدمي وهو صحيح ويجب قبوله .
161. بفرض توفر البيانات التالية بعد إجراء تجربة عشوائية اختبار الطرفين : (60= μ) (ن =100) (سَ =50) (ع =10) (α = 5%) فالفرض العدمي يكون على صورة : 60= μ ، والفرض البديل هو : ≠ μ 60 .
162. بفرض توفر البيانات التالية بعد إجراء تجربة عشوائية اختبار للطرفين: (70= μ) (ن =100) (سَ =80) (ع= 10) (α = 5%) فقيمة وسيلة الاختبار (ي) : ي = 10 .

ي = (سَ - μ) × ن = (70-80) ×10 ÷ 10 = 10

ع

163. إذا كانت قيمة وسيلة الاختبار ي المحسوبة = 6 ، والقيمة الجدولية= 1,96 . فهذا يعني : رفض الفرض العدمي .
164. إذا كانت قيمة وسيلة الاختبار (ي) المحسوبة= 2,2 والقيمة الجدولية= 1,96 هذا يعني: رفض الفرض العدمي.
165. إذا كانت قيمة وسيلة الاختبار (ي) المحسوبة = 1,2 والقيمة الجدولية = 1,96 فهذا يعني : قبول الفرض العدمي .
166. القيم الجدولية: 1,96 – 2,85 هي قيم مستخرجة من جدول : التوزيع الطبيعي .
167. إذا كان متوسط إنتاجية عامل في احد المصانع هي 30 وحده في اليوم, جرب نظاما للحوافز المادية على عينة من 100 عامل لمدة معينة. تبين بعدها ان متوسط إنتاجية العامل في العينة أصبح 37 وحده بانحراف معياري 4 وحدات أريد اختبار اثر الحوافز المادية على إنتاجية العامل في ضوء هذا الاختبار يكون شكل الفرض العدمي والفرض البديل هو : فرض عدمي 30 = μ , الفرض البديل 30 ≠ μ .
168. إذا كان متوسط إنتاجية عامل في احد المصانع هي 30 وحده في اليوم, جرب نظاما للحوافز المادية على عينة من 100 عامل لمدة معينة . تبين بعدها ان متوسط إنتاجية العامل في العينة أصبح 37 وحده بانحراف معياري 4 وحدات يريد اختبار الفرض القائل بأن الحوافز المادية تحسن من إنتاجية العامل في ضوء هذا الاختبار يكون شكل الفرض العدمي والفرض البديل هو: فرض عدمي 30 = μ , الفرض البديل 30 < μ .
169. إذا كان متوسط إنتاجية عامل في احد المصانع هي 30 وحده في اليوم, جرب نظاما للحوافز المادية على عينة من 100 عامل لمدة معينة , تبين بعدها أن متوسط إنتاجية العامل في العينة أصبح 38 وحده بانحراف 3 وحدات. وفق هذه البيانات كم تكون قيمة (ي) المحسوبة ؟ .

الحل: " المعطيات 30 = μ , ن = 100 , المتوسط في العينة = 38 , ع=4

ي = (سَ - μ) × ن = (38 – 30) ×10 ÷ 4 = 20

ع

170. إذا كان متوسط إنتاجية عامل في احد المصانع هي 30 وحدة في اليوم , جرب نظاما للحوافز المادية على عينة من 100 عامل لمدة معينة , تبين بعدها أن متوسط إنتاجية العامل في العينة أصبح 38 وحدة بانحراف معياري 4 وحدات وعلى فرض أن القيمة الجدولية عند مستوى المعنوية 5% هي 1,96 أريد اختبار اثر الحوافز المادية على إنتاجية العامل, بهذه المعلومات ماذا يكون القرار الإحصائي:

الحل: أقارن ي المحسوبة مع ي الجدولية ، ي الجدولية معطاة = 1,96 والمتبقي ي المحسوبة =

ي = $\frac{(\bar{س} - \mu) \times ن}{ع}$ = (38 – 30) × 100 ÷ 4 = 20

إذا القرار : رفض الفرض العدمي .

171. إذا كانت نسبة توزيع احد المنتجات هي 60% , نظمت حملة إعلانية لهذا المنتج لمدة معينة , تبين بعدها أنه في عينة من 10000 أسرة , أن نسبة التوزيع أصبحت 77% . اختبر أثر الحملة الإعلانية على توزيع هذا المنتج . وفق هذه البيانات يكون الفرض العدمي والفرض البديل على الصورة : الفرض العدمي ل = 0,6 الفرض البديل ل ≠ 0,6

172. إذا كانت نسبة توزيع احد المنتجات هي 60% , نظمت حملة إعلانية لهذا المنتج لمدة معينة , تبين بعدها أنه في عينة من 10000 أسرة , أن نسبة التوزيع أصبحت 77% . اختبر الفرض القائل بأن الحملة الإعلانية ساهمت في زيادة نسبة توزيع هذا المنتج . وفق هذه البيانات يكون الفرض العدمي والفرض البديل : الفرض العدمي ل = 0,6 الفرض البديل ل > 0,6

173. إذا كانت نسبة توزيع احد المنتجات هي 60% , نظمت حملة إعلانية لهذا المنتج لمدة معينة , تبين بعدها أنه في عينة من 10000 أسرة , أن نسبة التوزيع أصبحت 66% . اختبر أثر الحملة الإعلانية على توزيع هذا المنتج . وفق هذه البيانات كم تكون (ي) المحسوبة ؟ .

المعطيات : (ل : 0,60) , (ل^ : 0,66) (ن = 10000) .

القانون :

$$ي = \frac{ل^\wedge - ل}{\sqrt{\frac{ل(1 - ل)}{ن}}} = 12,26$$

174. إذا كانت نسبة أحد المنتجات 60% , نظمت حملة إعلانية لهذا المنتج تبين بعدها أنه في عينة من 10000 أسرة أن نسبة التوزيع أصبحت 66% اختبر أثر الحملة الإعلانية على توزيع هذا المنتج على فرض أن القيمة الجدولية = 1,96. وفق هذه البيانات , فما هو القرار الإحصائي ؟

المعطيات (ل المجتمع : 60%) (ل^ العينة = 66%) (ن =10000) .

القانون :

$$ي = \frac{ل^\wedge - ل}{\sqrt{\frac{ل(1 - ل)}{ن}}} = 12,26$$

إذا ي المحسوبة أكبر من ي الجدولية ويكون القرار : رفض الفرض العدمي .

175. بصفه عامة إذا كانت قيمة (ي المحسوبة) أكبر من القيمة الجدولية (ي الجدولية) فهذا يعني: رفض الفرض العدمي.

176. بصفه عامة إذا كانت قيمة (ي المحسوبة) أصغر من القيمة الجدولية (ي الجدولية) فهذا يعني: قبول الفرض العدمي.

177. بصفه عامة إذا كانت قيمة (ي المحسوبة) تساوي من القيمة الجدولية (ي الجدولية) فهذا يعني : رفض الفرض العدمي.

178. أجري اختبار في مادة الإحصاء على عينتين من الطلبة وحصلنا على النتائج التالية,في العينة الأولى والتي تضم 50 طالب كان متوسط الدرجة = 18 بانحراف معياري = 2 درجه. أما في العينة الثانية والتي تضم 50 طالب كان متوسط الدرجة = 15 بانحراف معياري = 4 درجات . اختبر الفرض القائل بعدم وجود اختلاف حقيقي بين العينتين عند مستوى المعنوية 5% عند وجود القيمة الجدولية = 1,96. وفق هذه البيانات يكون الفرض العدمي والفرض البديل على الصورة : الفرض العدمي: $\mu_1 = \mu_2$, الفرض البديل: $\mu_1 \neq \mu_2$

179. فترات الثقة هي احد أدوات الإحصاء التحليلي: صح .

180. فترات الثقة هي إحدى أنواع التوزيعات الاحتمالية : خطأ .

181. التقديرات نوعان : تقدير بنقطة وتقدير بفترة ثقة : صح .

182. فترة الثقة هي أسلوب لتقدير : (متوسط المجتمع ، والنسبة في المجتمع) .

183. فترة الثقة عبارة عن حدين يقع داخلها : (متوسط المجتمع ، والنسبة في المجتمع) .

184. إذا كانت μ = س فإن هذا يسمى : تقدير متوسط بفترة الثقة .

185. إذا كانت μ = سَ ± ي × [ع ÷ √ن] فإن هذا قانون : تقدير المتوسط بفترة الثقة.
186. إذا كانت ل = ل^8 فإن هذا يسمى : تقدير النسبة بنقطة .
187. إذا كانت ل = ل^8 ± ي × [√ل^8 (1- ل^8) ÷ ن] فإن هذا يسمى: تقدير النسبة بفترة الثقة.
188. عندما تزيد فترة الثقة من 95% إلى 99% فإن قيمة ي : ي تزيد .
189. إذا توفرت لك البيانات التالية : سَ = 70 , ع = 14 , ن = 49 , ي = 1,96 ، فإن μ تقع بين :
نطبق القانون : μ = سَ ± ي × [ع ÷ √ن]
أولاً بالموجب = 70 + 1,96 × (14÷7) = 70 + 1,96 ×2 = 70 +3,92 = 73,92
ثانياً بالسالب = 70 - 1,96 × (14÷7) = 70 - 1,96 ×2 = 70 -3,92 = 66,8
إذاً μ تقع بين : 73,92 , 66,8
190. في أحدى الشركات سحبت عينة من 100 موظف , كان متوسط عمر الموظف فيها = 32 بانحراف معياري = 5سنة ، قدر بدرجة ثقة 95% متوسط عمر الموظف في هذه الشركة : بنفس القانون السابق و(ي) عند 95% = 1,96
إذاً بالموجب : 32 + 1,96 × (5÷10) = 32 + 0,98 = 32,98
وبالسالب : 32 – 1,96× (5÷10) = 32 – 0,98 = 31,02
فيكون متوسط عمر الموظف في الشركة 31,02 , μ = 32,98
191. إذا توفرت لديك البيانات التالية : ل^8 = 0,4 , (1- ل^8) = 0,6 , ن = 400 , ي = 2,58 ، فإن ل تقع بين :
نعوض بالقانون : ل = ل^8 ± ي × [√ل^8 (1- ل)^8 ÷ ن] .
بالموجب : ل = (0,04 + 2,58 × √ = 0,4 ± 2,58 × [0,4 × 0,6 ÷ 400] = 0,063+0,4=0,463
بالسالب : ل = (0,04 - 2,58 × √ = 0,4 ± 2,58 × [0,4 × 0,6 ÷ 400] = 0,4-0,063= 0,337
192. في جامعة الإمام اختبرت عينة عشوائية من 200 طالب , كان عدد الوافدين بها 50 طالب, قدر بدرجة ثقة 95% نسبة الطلاب الوافدين في جامعة الإمام :
ن = 200 ل^ = 50 ÷ 200 = 0,25 درجة الثقه 95 % << ي = 1,96
ل = ل^ ± ي × [√ل^ (1 – ل^) ÷ ن]
= 0,25 ± 1,96 × [√0,25 × (1 - 0,25) ÷ 200] = 0,25 ± 0,06
0,25 + 0,06 = 0,31 0,25- 0,06 = 0,19
إذاً : نسبة الطلاب الوافدين في الجامعة ل = 0,31 , 0,19
193. أذا توفرت لديك البيانات التالية: ن$_1$ =100 , سَ$_1$ = 70 , ع$_1$ = 5
ن$_2$ =100 , سَ$_2$ = 50 , ع$_2$ = 5
وعند درجة ثقة 95% فإن الفرق بين متوسطي المجتمعين يكون :
" قانون الفرق بين متوسطين (μ$_1$ - μ$_2$) = (سَ$_1$ - سَ$_2$) ± ي [√ ع$_1^2$ / ن$_1$ + ع$_2^2$ / ن$_2$]

(70-50) ± 1,96 × √ 25/100 + 25/100

(μ$_1$ - μ$_2$) = 21,4 , 18,6
194. يتناسب حجم العينة مع تباين المفردات في المجتمع (σ^2) تناسبا : طردياً .
195. يتناسب حجم العينة مع تباين خطأ التقدير (د) تناسباً : عكسياً .
196. يتناسب حجم العينة مع تباين درجة الثقة في التقدير تناسباً : طردياً .
197. إذا كانت النسبة في المجتمع ل مجهولة , فإننا نعتبرها: ل = 5,
198. القانون المستخدم في تقدير حجم العينة في حالة المتوسط هو: ن = [ي^2 × σ^2] ÷ د^2
199. القانون المستخدم في تقدير حجم العينة في حالة النسبة هو : ن = [ي^2 × ل × (1 – ل)] ÷ د^2
200. بفرض توفر البيانات التالية : ي = 1,96 , د = 3 , σ^2 = 50 , فإن حجم العينة ن يكون : نعوض في القانون ن = (ي^2 × σ^2) ÷ د^2 = 21 تقريباً .
201. بفرض توفر البيانات التالية : ي = 1,96 , ل = 0,7 , د = 0,1 , فإن حجم العينة ن يكون : نعوض في القانون ن = [ي^2 × ل × (1 – ل)] ÷ د^2 = [1,96^2 × 0,7 × (1- 0,7)] ÷ 0,1^2 = 80,7