

النواس المرن

تعريفه: نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته K يتصل به جسم صلب كتلته m يقوم بحركة اهتزازية على جانبي نقطة ثابتة تدعى **مركز الاهتزاز**.

• عند وصل النهاية السفلية للنابض بجسم صلب نلاحظ أن

النابض يستطيل بمقدار x_0 ومن ثم يصبح مركز العطالة C ساكناً في **مركز الاهتزاز (التوازن) O**.

• x_0 **استطالة سكونية**: وهي بعد مركز عطالة الجسم

الصلب عن مركز الاهتزاز (التوازن) عند **سكون** مركز العطالة.

• نوتر على النهاية السفلية للنابض بقوة شد وضمن حدود مرونة

النابض بحيث يستطيل النابض مسافة x (المطال) ثم نترك النابض يهتز

فنلاحظ أن النابض يهتز على جانبي مركز التوازن

لهذا نقول ان حركة الجسم الصلب **حركة اهتزازية**.

• **المطال x** : هو البعد الجبري لمركز عطالة الجسم الصلب

عن مركز التوازن.

دراسة تحريكية: برهن أن محصلة القوى المؤثرة

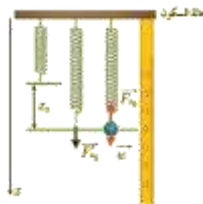
في مركز عطالة الجسم الصلب في النواس المرن هي قوة

إرجاع تعطى بالعلاقة $F = -KX$.

(1) **حالة السكون**: يستطيل النابض مسافة x_0 بعد تعليق الجسم

فيه ثم **يتوازن الجسم** بتأثير قوتين

قوة ثقله \vec{W} وقوة توتر النابض \vec{F}_{S_0}



وبما أن **الجسم ساكن**:

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{W} + \vec{F}_{S_0} = \vec{0}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجه نحو الأسفل:

$$W - F_{S_0} = 0$$

$$\textcircled{1} \quad W = F_{S_0}$$

تؤثر في النابض قوة شد \vec{F}'_{S_0} التي تسبب له الاستطالة x_0

$$F'_{S_0} = kx_0$$

لكن $F_{S_0} = F'_{S_0}$ (لأنهما قوتى داخلية)

بالتعويض بـ $\textcircled{1}$ نجد أن: $W = kx_0$

حيث x_0 الاستطالة السكونية للنابض.

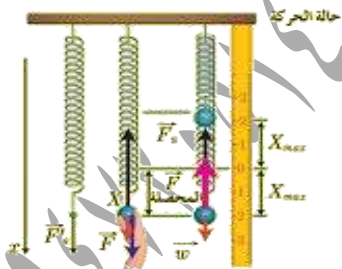
(2) **حالة الحركة**: القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة

الجسم: قوة الثقل \vec{W} وقوة توتر النابض \vec{F}_S

بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{W} + \vec{F}_S = m\vec{a}$$



بالإسقاط على محور شاقولي موجه نحو الأسفل:

$$\textcircled{2} \quad \sum F = W - F_S = ma$$

$(\omega_0 t + \bar{\varphi})$ طور الحركة في اللحظة t .

$\bar{\varphi}$ الطور الابتدائي في اللحظة $t=0$ ويقدر بالـ rad وهو مقدار ثابت

للتحقق من صحة الحل نشتق تابع المطال مرتين بالنسبة للزمن

$$(x)_t' = \bar{v} = -\omega_0 X_{\max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(x)_t'' = \bar{a} = -\omega_0^2 X_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})_t'' = -\omega_0^2 \bar{x} \quad \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

بالمقارنة بين (1) و (3) نجد أن:

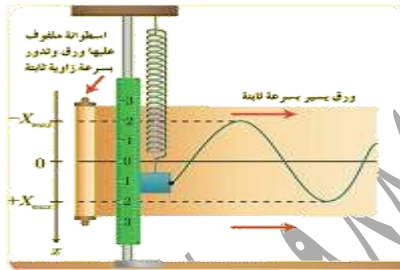
$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$$

وهذا محقق لأن k, m موجبان.

نتيجة: إن حركة النواس المرنب هي هزازة جيبيية

توافقية انسحابيه بسيطة.



استنتاج علاقة الدور الخاص للنواس المرنب:

بما أن: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ و $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

بالمساواة نجد: $\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ بالتالي:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

وهي علاقة الدور الخاص للنواس المرنب غير المتخامد.

من العلاقة السابقة أستنتج أن الدور الخاص:

(1) لا يتعلق بسعة الاهتزاز X_{\max} .

(2) يتناسب طردياً مع الجذر التربيعي لكتلة الجسم المهتز m .

(3) يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت صلابة النابض k .

تؤثر في النابض قوة شد \vec{F}_S التي تسبب له الاستطالة

$$F'_S = k(x_0 + \bar{x}) \quad \text{إذا: } x_0 + \bar{x}$$

$$F_S = F'_S \quad \text{لكن (لأنهما قوتى داخلية)}$$

بالتعويض بـ (2) نجد: $\Sigma F = kx_0 - k(x_0 + \bar{x}) = m\bar{a}$

$$\Sigma F = kx_0 - kx_0 - k\bar{x} = m\bar{a}$$

$$F = -k\bar{x} = m\bar{a}$$

نتيجة: إن محصلة القوتى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة

الجسم في كل لحظة هي **قوة إرجاع** لأنها **تعيد الجسم إلى**

مركز الاهتزاز دوماً، وهي تتناسب **طردياً** مع المطال X

و**تعاكسه** بالإشارة.

استنتاج طبيعة حركة النواس المرنب:

برهن أن حركة الجسم الصلب المعلق بالنابض في النواس

المرنب غير المتخامد حركة جيبيية انسحابية توافقية بسيطة ثم

استنتج الدور الخاص لهذا النواس.

البرهان: إن محصلة القوتى الخارجية التي يخضع لها

مركز عطالة الجسم تعطى بالعلاقة:

$$\bar{F} = m\bar{a} = -K\bar{x}$$

$$\bar{a} = -\frac{k}{m}\bar{x}$$

$$(\bar{x})_t'' = -\frac{k}{m}\bar{x} \quad \dots \dots \dots \textcircled{1} \quad \text{وهي}$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية قبل **حلاً جيبيياً** من

الشكل: $\bar{x} = X_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \quad \dots \dots \dots \textcircled{2}$

وهو الشكل العام للتابع الزمني للمطال (الموضع) حيث:

\bar{x} المطال أو موضع الجسم في اللحظة t ويقدر بالمتري m .

X_{\max} سعة الحركة وتقدر بالمتري m مقدار ثابت وموجب.

ω_0 النبض الخاص للحركة ويقدر بالـ rad.s^{-1} مقدار ثابت وموجب

(2) تابع السرعة:

تتابع حركة النّواس المرّن:

إنّ تابع السرعة هو المشتقّ الأول لتابع المطال بالنسبة للزمن .

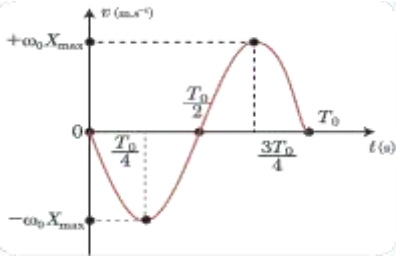
$$\bar{v} = (\bar{x})'_t$$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t)$$

• أكمل الجدول الآتي :

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
v	0	$-\omega_0 X_{max}$	0	$+\omega_0 X_{max}$	0

• ارسم المنحني البياني لتغيرات السرعة بدلالة الزمن خلال دور .



• أجدّد قيمة سرعة الجسم، ووجهة حركته في اللحظة $t = \frac{5T_0}{4}$.

$$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t) = -\omega_0 X_{max} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{5T_0}{4}\right) = -\omega_0 X_{max} \sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) = -\omega_0 X_{max}$$

الجسم الصلب يتحرك بعكس الاتجاه الموجب للمحور الشاقوليّ الموجه نحو الأسفل

أستنتج: السرعة أعظميّة (طويلة) $v = |+\omega_0 X_{max}|$ لحظة المرور

في مركز الاهتزاز.

- السرعة معدومة $v = 0$ لحظة المرور في المطالين

الأعظميين (الموضعين الطرفيين) .

(3) تابع التسارع:

إنّ تابع التسارع هو المشتقّ الأول لتابع السرعة بالنسبة للزمن ،

وهو المشتقّ الثاني لتابع المطال بالنسبة للزمن .

$$\bar{a} = (\bar{v})'_t = (\bar{x})''_t$$

(1) تابع المطال: الشكل العام لتابع المطال

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

لكن بفرض أنّ الجسم كان في مطاله الأعظمي

الموجب $x = +X_{max}$ في اللحظة $t=0$ بالتالي :

$$X_{max} = X_{max} \cos(\bar{\varphi})$$

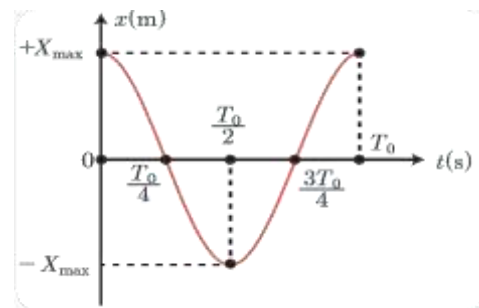
$$\cos(\bar{\varphi}) = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$$

بالتالي : $\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t)$

• أكمل الجدول التالي :

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
x	$+X_{max}$	0	$-X_{max}$	0	$+X_{max}$

• ارسم المنحني البياني لتغيرات المطال بدلالة الزمن خلال دور .



• أجدّد مطال الجسم في اللحظة $t = \frac{3T_0}{2}$

$$x = X_{max} \cos \omega_0 t = X_{max} \cos \frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{3T_0}{2} = X_{max} \cos 3\pi = -X_{max}$$

أستنتج: المطال أعظمي (طويلة) في الموضعين الطرفيين

$$x = |+\!-\!X_{max}|$$

المطال معدوم في مركز الاهتزاز $x = 0$

نعوض تابع المطال:

$$E_p = \frac{1}{2} k X_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

الطاقة الحركية للجسم هي $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ نعوض تابع السرعة:

$$E_k = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نعوض في (1):

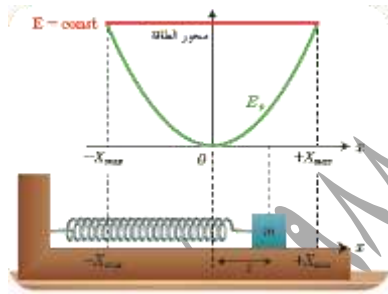
$$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$k = m \omega_0^2 \quad \text{لكي}$$

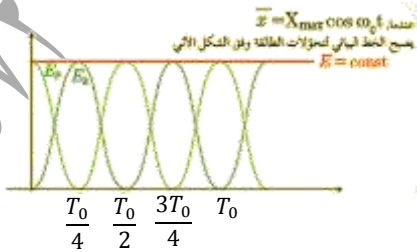
$$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2} k X_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2 [\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})]$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2 = \text{const}$$



تمثل الطاقة الكامنة المرنة بقطع مكافئ ذروته 0 بينما تمثل الطاقة الميكانيكية بخط مستقيم يوازي محور المطالات.



• أعدد المواضع التي تكون فيها كل من **الطاقتين**

الحركية والكامنة المرنة: عظمى ومعدومة.

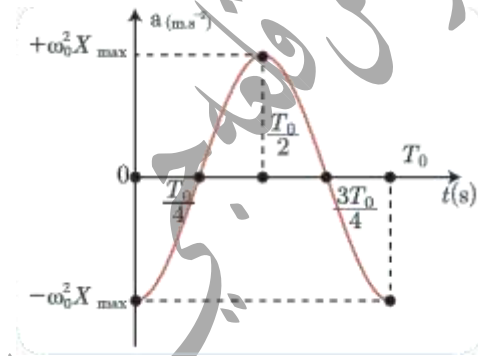
$$\bar{a} = -\omega_0^2 X_{max} \cos(\omega_0 t)$$

$$\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{x}$$

• أكمل الجدول التالي:

t	0	$\frac{T_0}{4}$	$\frac{T_0}{2}$	$\frac{3T_0}{4}$	T_0
a	$-\omega_0^2 X_{max}$	0	$+\omega_0^2 X_{max}$	0	$-\omega_0^2 X_{max}$

• ارسم المنحني البياني لتغيرات التسارع بدلالة الزمن خلال دور.



• أعدد قيمة تسارع الجسم في اللحظة $t = \frac{5T_0}{2}$:

$$a = -\omega_0^2 X_{max} \cos(\omega_0 t) = -\omega_0^2 X_{max} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot \frac{5T_0}{2}\right) = -\omega_0^2 X_{max} \cos(5\pi) = +\omega_0^2 X_{max}$$

استنتج: التسارع أعظمي (طويلة)

عند المرور في المطالين الأعظمين (الموضعين الطرفين).

- التسارع معدوم $a = 0$ عند المرور في مركز الاهتزاز.

- التسارع غير ثابت تتغير قيمته بتغير المطال.

الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة:

إن الطاقة الميكانيكية للنواس المرز هي مجموع الطاقين الكامنة والحركية:

$$E_{tot} = E_p + E_k \dots\dots(1)$$

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2 \text{ هي الطاقة الكامنة المرنة للنابض}$$

- مطال الحركة \vec{x} هو مسقط الشعاع \vec{OM} على المحور $x'x$ وهو متغير بتغير الزمن .

$$\text{النسبة} = \frac{\bar{x}}{X_{max}} = \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

- التابع الزمني لحركة المسقط تابع جيبى من الشكل
 $x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$
 لذلك تسمى الحركة جيبيةً انسحابيةً (توافقية بسيطة) .

تطبيق: نؤاس مرزب أفقي مؤلف من جسم و نابض مرزب تابعه الزمني $x = 0.1 \cos(\pi t + \pi)$

المطلوب:

(1) حدّد ثوابت الحركة لهذا النؤاس .

(2) احسب دوره T_0

(3) حدّد موضع المتحرك (الجسم) و جهة حركته في لحظة بدء الزمن .

الحل: (1) نكتب التابع الزمني للنؤاس المرزب

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{x} = 0.1 \cos(\pi t + \pi)$$

بالمقارنة نجد: المطال الأعظمي: $X_{max} = 0.1m$

النبض $\omega_0 = \pi \text{ rad.s}^{-1}$ والطور الابتدائي للحركة

(عند اللحظة $t = 0$) هو $\bar{\varphi} = +\pi \text{ rad}$

(2) حساب الدور الخاص: من العلاقة:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2s$$

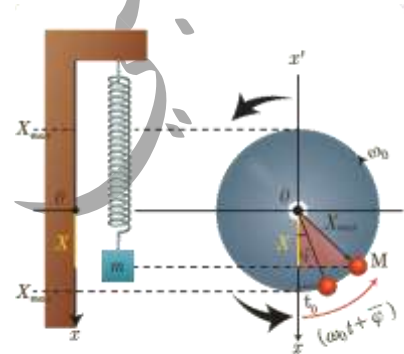
(3) $t = 0 \Rightarrow x = 0.1 \cos \pi = -0.1m$

أي المتحرك في مطاله الأعظمي السالب في لحظة بدء الزمن .

الجواب: تنعدم الطاقة الحركية في الوضعين الطرفين بسبب انعدام السرعة وتكون عظمى في مركز الاهتزاز وذلك لأن السرعة عظمى عندئذ .

كما تنعدم الطاقة الكامنة المرونية في وضع التوازن بسبب انعدام المطال وتكون عظمى في الوضعين المتطرفين وذلك لأن المطال أعظمي عندئذ .

العلاقة بين الحركة الدائرية والحركة التوافقية البسيطة (تمثيل فريبل):



مثل فريبل الحركة الجيبية التوافقية البسيطة بشعاع:

- الطور الابتدائي للحركة $\bar{\varphi}$ هو الزاوية بين الشعاع

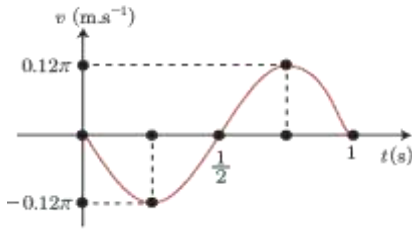
\vec{OM} والمحور $x'x$ في اللحظة $t = 0$

- طور الحركة $(\omega_0 t + \bar{\varphi})$ هو الزاوية بين الشعاع \vec{OM} والمحور $x'x$ في اللحظة t .

- النبض الخاص للحركة ω_0 يقابل السرعة الزاوية الثابتة التي تدور بها النقطة M .

- سعة الحركة X_{max} هي طول الشعاع \vec{OM} الثابتة عند

الدوران .



- .A $\bar{v} = 0.06\pi \cos \pi t$
 .B $\bar{v} = -0.06\pi \cos 2\pi t$
 .C $\bar{v} = -0.12\pi \sin 2\pi t$
 .D $\bar{v} = 0.12\pi \sin \pi t$

الإجابة الصحيحة: (C) $\bar{v} = -0.12\pi \sin 2\pi t$

• $T_0 = 1s$, $\omega_0 = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad } s^{-1}$
 • $v_{max} = \omega_0 X_{max} \Rightarrow$
 $X_{max} = \frac{v_{max}}{\omega_0} = \frac{0.12\pi}{2\pi} = 0.06m$

• $(t = 0, v = 0)$ نبدل في التابع الزمني للسرعة

$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$ فنجد:

$0 = -2\pi \times 0.06 \sin(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow$
 $-0.12\pi \sin(\bar{\varphi}) = 0$

إما: $\bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$ الحل مقبول لأنه يحقق السرعة سالبة

في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4} s$

$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \Rightarrow$

$\bar{v} = -2\pi \times 0.06 \sin\left(2\pi \frac{1}{4} + 0\right) = -0.12\pi \text{ m.s}^{-1}$

أو: $\bar{\varphi} = \pi \text{ rad}$ الحل مرفوض لأنه يحقق السرعة موجبة

في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4} s$

$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow$

$\bar{v} = -2\pi \times 0.06 \sin\left(2\pi \frac{1}{4} + \pi\right) = -0.12\pi \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

$= +0.12\pi \text{ m.s}^{-1}$

- لتحديد جهة الحركة نحسب المطال في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{2} s$

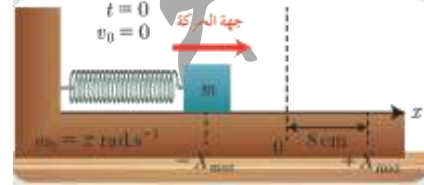
$\bar{x} = 0.1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \pi\right) = 0.1 \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0m$

أي أن الجسم الصلب يتحرك من المطال الأعظمي السالب إلى وضع التوازن.

اختبر نفسي:

أولاً- اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1. تابع المطال الذي يصف حركة الهزازة الجيبية في الشكل



المجاور هو:

.A $\bar{x} = 0.08 \cos(\pi t + \pi)$

.B $\bar{x} = 8 \cos(\pi t + \pi)$

.C $\bar{x} = 0.008 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

.D $\bar{x} = 0.8 \cos(\pi t)$

الإجابة الصحيحة: (A) $\bar{x} = 0.08 \cos(\pi t + \pi)$

توضيح اختيار الإجابة: شروط البدء:

$v_0 = 0$, $x = -X_{max}$, $t = 0$

نبدل في التابع الزمني للمطال:

$-0.08 = 0.08 \cos \bar{\varphi} \Rightarrow \cos \bar{\varphi} = -1 \Rightarrow \bar{\varphi} = \pi \text{ rad}$

$\omega_0 = \pi \text{ rad.s}^{-1}$

$\Rightarrow \bar{x} = 0.08 \cos(\pi t + \pi)$

2. الرسم البياني جانباً يمثل تغيرات السرعة مع الزمن لجسم

مرتبط بنابض مرني يتحرك بحركة توافقية بسيطة، فيكون التابع

الزمني للسرعة هو:

3. يمثل الشكل 1 هزازتان توافقيتان (1) و (2)

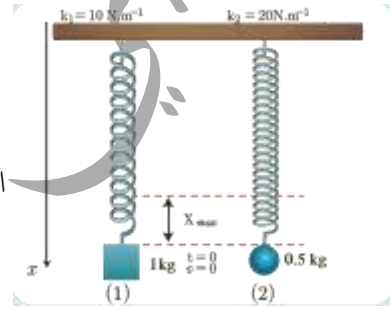
تطلقان من الموضع نفسه وفي اللحظة نفسها، فإنهما بعد مضي 3s من بدء حركتهما:

A. تلتقيان في مركز الاهتزاز.

B. تلتقيان في الموضع $+X_{max}$

C. لا تلتقيان لأن مطال الأولى $+X_{max}$ ومطال الثانية $-X_{max}$.

D. لا تلتقيان لأن مطال الأولى $-X_{max}$ ومطال الثانية $+X_{max}$.



الشكل 1

الإجابة الصحيحة: (D)

للهزازتين $(x = \pm X_{max}, v = 0, t = 0)$ بالتالي فإن $\varphi = 0$

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{10}{1}} = \pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{20}{0.5}} = \sqrt{40} = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$x_1 = X_{max} \cos \omega_{01} t \Rightarrow x_1 = X_{max} \cos 3\pi = -X_{max} \quad (1)$$

$$x_2 = X_{max} \cos \omega_{02} t \Rightarrow x_2 = X_{max} \cos 6\pi = +X_{max} \quad (2)$$

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1) أثبت صحة العلاقة $v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2}$ في الحركة التوافقية البسيطة.

البرهان: $E = E_P + E_K$

$$\frac{1}{2} k X_{max}^2 = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} \text{ لكن}$$

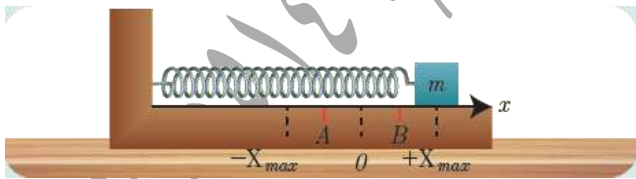
$$\frac{1}{2} k X_{max}^2 = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} \frac{k}{\omega_0^2} v^2$$

$$X_{max}^2 = x^2 + \frac{1}{\omega_0^2} v^2 \Rightarrow (X_{max}^2 - x^2) = \frac{v^2}{\omega_0^2}$$

$$v^2 = \omega_0^2 (X_{max}^2 - x^2)$$

$$v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2}$$

2) نابض مرز مهمل الكتلة حلقائه متباعدة ثابت صلابته k، مثبت من أحد طرفيه، ويربط بطرفه الآخر جسم صلب كتلته m يمكنه أن يتحرك على سطح أفقي أملس، كما في الشكل المجاور



تشد الجسم مسافة أفقية مناسبة، وتركه دون سرعة ابتدائية. المطلوب:

a. ادرس حركة الجسم، واستنتج التابع الزمني للمطال.

b. استنتج علاقة الطاقة الحركية للجسم بدلالة X_{max} في كل

من الموضعين A و B

$$x_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}} \text{ و } x_A = -\frac{X_{max}}{2}$$

وهذا محقق لأن k, m موجبان.

حركة الجسم هي حركة جيئية انسحابية توافقية بسيطة التابع الزمني للمطال يعطى بالعلاقة:

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

b. استنتاج علاقة الطاقة الحركية للجسم بدلالة X_{max} :

$$E_{tot} = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E_{tot} - E_p$$

$$E_k = \frac{1}{2} k X_{max}^2 - \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow$$

$$E_k = \frac{1}{2} k (X_{max}^2 - x^2)$$

عندما $x_A = -\frac{X_{max}}{2}$ فإن:

$$E_{k_a} = \frac{1}{2} k (X_{max}^2 - x^2) = \frac{1}{2} k \left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{4} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} k X_{max}^2 \right) = \frac{3}{8} k X_{max}^2$$

$$E_{k_a} = \frac{3}{4} E_{tot} \text{ أي:}$$

عندما $\bar{x}_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$ فإن:

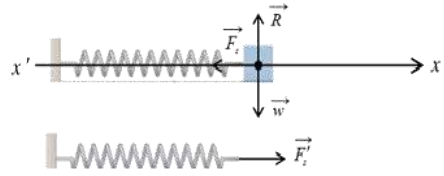
$$E_{k_B} = \frac{1}{2} k (X_{max}^2 - x^2) = \frac{1}{2} k \left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} k X_{max}^2 \right) = \frac{1}{4} k X_{max}^2$$

$$E_{k_B} = \frac{1}{2} E_{tot} \text{ أي:}$$

النتيجة: بزيادة القيمة المطلقة للمطال تزداد الطاقة الكامنة المرورية

وتقل الطاقة الحركية.



a. القوى الخارجية المؤثرة في مركز عتالة الجسم:

قوة الثقل: \vec{W} - قوة رد فعل السطح: \vec{R} - قوة توتر النابض: \vec{F}_s

بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{R} + \vec{F}_s = m \vec{a}$$

بالإسقاط على محور أفقي موجه كما في الشكل:

$$-F_s = ma$$

تؤثر على النابض قوة شد \vec{F}_s' التي تسبب له الاستطالة x

حيث: $F_s' = F_s = k \bar{x}$ (لأنهما قوتى داخلية)

$$-k \bar{x} = m(\bar{x})''_t \text{ بالتعويض نجد:}$$

$$x''_t = -\frac{k}{m}(\bar{x}) \dots \dots (1)$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيئياً من الشكل:

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

: نشق التابع مرتين بالنسبة للزمن نجد:

$$(\bar{x})'_t = \bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = \bar{a} = -\omega_0^2 X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2 \bar{x} \dots \dots (2)$$

بالمقارنة بين (1) و(2) نجد أن $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ومنه:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$$

المسألة الأولى: تتألف هزازة جيبية أنسحابية من نابض مرنب شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة يهتز بدوره الخاص، ما نوع حركة الجسم بعد انفصاله عن النابض في كل من الموضعين الآتيين، ولماذا؟

$k = 10N.m^{-1}$ ، مثبت من أحد طرفيه، ويحمل في طرفه الآخر جسماً كتلته m ،

ويُعطى التابع الزمني لمطال حركتها بالعلاقة:

$$\bar{x} = 0.1 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$$

المطلوب: (1) أوجد قيم ثوابت الحركة ودورها الخاص.

(2) احسب كتلة الجسم m .

(3) احسب قيمة السرعة في موضع مطاله $x = 6cm$ ، والجسم يتحرك بالاتجاه الموجب للمحور.

الحل: (1) $\bar{x} = 0.1(\cos \pi t + \frac{\pi}{2})$

بالمطابقة مع الشكل العام: $\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

نجد: $\bar{\varphi} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$, $\omega_0 = \pi \text{ rad s}^{-1}$, $X_{max} = 0.1m$

حساب T_0 : $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2S$

(2) $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{10}{\pi^2} = \frac{10}{10}$

$\Rightarrow m = 1 \text{ kg}$

(3) $v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2}$

$v = \pi \sqrt{(0.1)^2 - (0.06)^2} = \pi \sqrt{10^{-2} - 36 \times 10^{-4}}$

$= \pi \sqrt{100 \times 10^{-4} - 36 \times 10^{-4}}$

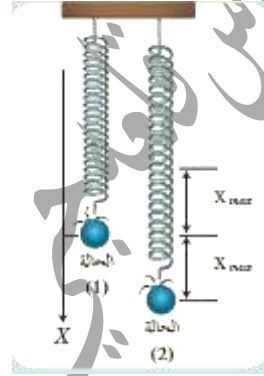
$= \pi \sqrt{64 \times 10^{-4}}$

$v = 8\pi \times 10^{-2} = 0.25m.s^{-1}$

(3) جسم معلق بنابض مرنب شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة يهتز بدوره الخاص، ما نوع حركة الجسم بعد انفصاله عن النابض في كل من الموضعين الآتيين، ولماذا؟

a- مركز الاهتزاز، وهو يتحرك بالاتجاه السالب؟

b- المطال الأعظمي الموجب؟



لحظة انفصال الجسم يخضع لقوة ثقله فقط $\vec{W} = m\vec{g}$

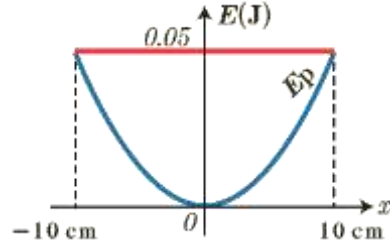
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{const}$$

- الانفصال في مركز الاهتزاز: قذف شاقولي نحو الأعلى لأن الجسم مزود بسرعة ابتدائية شاقولية للأعلى والحركة مستقيمة متغيرة بانتظام ولهذا الحركة طوران: طور صعود متباطئة بانتظام وطور هبوط متسارعة بانتظام.
- الانفصال في المطال الأعظمي الموجب: سقوط حر لأن السرعة الابتدائية للجسم معدومة والحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

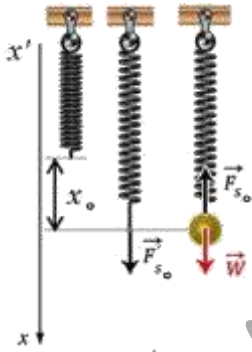
في جميع المسائل: ($4\pi = 12.5$, $\pi^2 = 10$, $g = 10m.s^{-1}$)



المسألة الثالثة: نشكل هزازة توافقية بسيطة من جسم كتلته $m = 1 \text{ kg}$ معلق بطرف نابض مرنب شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة فينجز 10 هزات في 8s ، ويرسم في أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها 24 cm . المطلوب:

يوضح الرسم البياني تغيرات الطاقة الكامنة المرونية بتغير الموضع لهزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرنب $k \text{ g}$ مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته k معلق به جسم كتلته 0.4

- 1- استنتج قيمة الاستطالة السكونية لهذا النابض، ثم احسب قيمتها .
- 2- احسب قيمة السرعة العظمى (طويلة) .
- 3- احسب قيمة التسارع في مطال $x = 10 \text{ cm}$.
- 4- احسب الطاقة الكامنة المرونية في موضع مطاله $x = -4 \text{ cm}$ واحسب الطاقة الحركية عندئذ .



الحل:

1) القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الجسم في حالة السكون: قوة الثقل \vec{W} وقوة توتر النابض \vec{F}_{s_0}

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{W} + \vec{F}_{s_0} = \vec{0}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجه نحو الأسفل كما في الشكل:

$$W - F_{s_0} = 0$$

$$W = F_{s_0} \dots \dots (1)$$

تؤثر على النابض القوة \vec{F}'_{s_0} التي تسبب له الاستطالة x_0 حيث:

$$F'_{s_0} = F_{s_0} = kx_0$$

بالتعويض في (1) نجد: $mg = kx_0$

3) احسب قيمة السرعة عند المرور في مركز الاهتزاز .

$$E_{tot} = \frac{1}{2} k X_{max}^2 \Rightarrow k = \frac{2E}{X_{max}^2} \quad \text{(الحل: 1)}$$

$$k = \frac{2(0.05)}{(10 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow k = 10 \text{ N.m}^{-1}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{0.4}{10}} = \frac{4\pi}{10} = (2)$$

$$\frac{12.5}{10} = 1.25 \text{ S}$$

3) في مركز الاهتزاز ينعدم المطال $x=0$ بالتالي:

$$v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2} = \omega_0 X_{max}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1.25} = \frac{8\pi}{5} \text{ rad.s}^{-1} \quad \text{لكن}$$

$$\Rightarrow v = \frac{8\pi}{5} \times 0.1 = 0.5 \text{ m.s}^{-1}$$

المسألة الرابعة: تهتز كرة معدنية كتلتها m بمرونة نابض شاقولٍ

مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، ثابت صلابة $k = 16 \text{ N.m}^{-1}$

بحركة توافقية بسيطة دورها الخاص 1 s ، وبسعة اهتزاز X_{max}

0.1 m ، وبفرض مبدأ الزمن لحظة مرور الكرة بنقطة مطالها

$\frac{X_{max}}{2}$ وهي تتحرك بالاتجاه السالب. المطلوب:

(1) استنتج التابع الزمني لمطال حركة الكرة انطلاقاً من شكله العام.

(2) عيّن لحظتي المرور الأول والثالث للكرة في موضع

التوازن، ثم احسب شدة قوة الإرجاع في نقطة مطالها

$$x = +0.1 \text{ m}$$

(3) احسب كتلة الكرة.

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \quad \text{(الحل: 1)}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$X_{max} = 0.1 \text{ m}$$

نعوض شروط البدء ($x = \frac{X_{max}}{2}$, $t = 0$) في التابع الزمني:

$$\frac{X_{max}}{2} = X_{max} \cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\bar{\varphi} = -\frac{\pi}{3} \text{ rad} \text{ أو } \bar{\varphi} = +\frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

نختار الحل الذي يجعل السرعة سالبة:

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

في اللحظة ($t=0$) السرعة:

$$\bar{v}_0 = -\omega_0 X_{max} \sin(\bar{\varphi})$$

$$\varphi = +\frac{\pi}{3} \text{ rad}: v_0 = -\omega_0 X_{max} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) < 0$$

مقبول يوافق شروط البدء يحقق سرعة سالب

$$x_0 = \frac{mg}{k}$$

$$T_0 = \frac{\text{زمن المهزات}}{\text{عدد المهزات}} = \frac{8}{10} \Rightarrow T_0 = 0.8 \text{ s} : T_0 \text{ نحسب}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{(T_0)^2} = \frac{40 \times 1}{0.64} = 62.5 \text{ N.m}^{-1}$$

$$k = \omega_0^2 m$$

تنويه: يمكن حساب k من القانون

$$x_0 = \frac{1 \times 10}{62.5} = 0.16 \text{ m} \text{ نعوض}$$

(2) حساب قيمة السرعة العظمى (طويلة):

$$v_{max} = \omega_0 X_{max}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.8} = \frac{5\pi}{2} \text{ rad.s}^{-1}$$

$$X_{max} = \frac{\text{طول القطعة المستقيمة التي يرسمها مركز عطالة الصلب}}{2} = \frac{0.24}{2} = 0.12 \text{ m}$$

$$v_{max} = \frac{5\pi}{2} \times 0.12 = 0.3\pi \text{ m.s}^{-1}$$

(3) قيمة التسارع في مطال $\bar{x} = +10 \text{ cm} = +10^{-1} \text{ m}$

$$\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{x} = -\left(\frac{5\pi}{2}\right)^2 \times 10^{-1} = -6.25 \text{ m.s}^{-2}$$

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 62.5 \times (-0.04)^2 = 0.05 \text{ J} \quad (4)$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} kX_{max}^2 = \frac{1}{2} (62.5)(0.12)^2 = 0.45 \text{ J}$$

$$E = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E - E_p = 0.45 - 0.05 = 0.4 \text{ J}$$

شاقولية على المكعب الخشبي ليغمر كلياً بالماء ثم يترك فجأة. ما نوع حركة المكعب الخشبي؟

الجواب: في حالة السكون تساوى شدة قوة ثقل

المكعب الخشبي مع شدة دافعة أرخميدس المؤثرة عليه

فتكون محصلة القوى المؤثرة معدومة. وعند التأثير

على المكعب الخشبي بقوة شاقولية جهتها نحو الأسفل يتغير

الحجم المغمور من المكعب الخشبي فتتغير شدة دافعة

أرخميدس لتصبح محصلة القوى متناسبة مع الإزاحة X

ومعاكسة لها بالجهة وهي ما تسمى قوة الإرجاع

فتكون الحركة : حركة جيبية انسحابية.

انتهى البحث

ندعوكم للانضمام لقناتنا على التيلغرام:

قناة فراس قلعه جي للفيزياء والكيمياء

$$\varphi = -\frac{\pi}{3} \text{ rad} : v_0 = +\omega_0 X_{\max} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) > 0$$

الحل مرفوض يخالف شروط البدء يحقق سرعة موجبة

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني :

$$\bar{x} = 0.1 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$$

(2) في موضع التوازن x=0 :

$$0 = 0.1 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow$$

$$\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = \left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) \Rightarrow t = \frac{1}{12} + \frac{k}{2}$$

المرور الأول: k = 0 بالتالي: t = $\frac{1}{12}$ s

المرور الثالث: k = 2 بالتالي: t = $\frac{13}{12}$ s

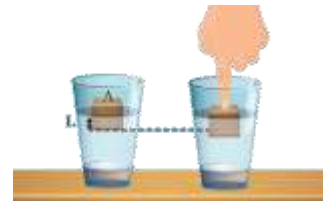
$$F = -kx = -16 \times 0.1 = -1.6 \text{ N} \text{ : شدة قوة الإرجاع}$$

وشدتها : F=1.6N

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{16}{4\pi^2} = \frac{16}{40} \quad (3)$$

$$\Rightarrow m = 0.4 \text{ kg}$$

التفكير الناقد:



لدينا كأس فيه ماء كتلته الحجمية ρ_{H_2O} يوضع فيه مكعب

خشبي كتلته m_{wood} وكتلته الحجمية ρ_{wood} حيث

$\rho_{H_2O} > \rho_{\text{wood}}$ ومساحة سطحه A فيطفو وهو بحالة

توازن وقد برز جزء منه فوق سطح الماء. عند التأثير بقوة

نواس القتل غير المتخامد

تعريفه: جسم صلب متجانس (ساق أو قرص) معلق من مركزه يهتز في مستو أفقي حول سلك قتل شاقولي ثابت قتلته k بتأثير عزم مزدوجة القتل.

دراسة حركة نواس القتل:

القوى الخارجية المؤثرة في الساق: قوة القتل \vec{W} ، قوة التوتر \vec{T} .
عندما ندير الساق زاوية θ عن وضع توازنها في مستو أفقي تنشأ في السلك مزدوجة قتل $\vec{\tau}$ تقاوم عملية القتل تعمل على إعادة الساق إلى وضع توازنها عزمها هو **عزم إرجاع** يتناسب طردياً مع زاوية القتل θ ويعاكسها بالإشارة

$$\Gamma_{\vec{n}/\Delta} = -k\theta$$

ملاحظة: يُعطى ثابت قتل السلك بالعلاقة: $K = K' \frac{(2r)^4}{l}$

k' ثابت يتعلق بنوع مادة السلك، $2r$ قطر السلك، l طول السلك.

حيث k ثابت قتل السلك تقاس بـ: $m.N.rad^{-1}$

بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني حول محور Δ منطبق على سلك القتل الشاقولي:

$$\sum \Gamma_{\Delta} = I_{\Delta} \bar{\alpha}$$

حيث I_{Δ} عزم عطالة الساق حول محور الدوران Δ (السلك) $\bar{\alpha}$ التسارع الزاوي

$$\Gamma_{\vec{w}/\Delta} + \Gamma_{\vec{T}/\Delta} + \Gamma_{\vec{n}/\Delta} = I_{\Delta} \alpha \dots \dots (1)$$

إن عزم كل من قوة القتل \vec{W} وقوة التوتر \vec{T} معدوم لأن:

حامل كل منهما منطبق على محور الدوران Δ .

$$\Gamma_{\vec{n}/\Delta} = -K\bar{\theta}$$

$$0 + 0 = -k\bar{\theta} = I_{\Delta} \bar{\alpha}$$

$$-k\bar{\theta} = I_{\Delta} (\bar{\theta})''$$

$$(\bar{\theta})'' = -\frac{k}{I_{\Delta}} \bar{\theta} \dots \dots (2)$$

المعادلة (2) هي معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تقبل حل جيبياً من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

وللتحقق من صحة الحل نشق مرتين بالنسبة بالزمن:

$$\bar{\omega} = (\bar{\theta})' = -\omega_0 \theta_{\max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\alpha = (\bar{\theta})'' = -\omega_0^2 \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})'' = -\omega_0^2 \bar{\theta} \dots \dots (3)$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_{\Delta}} \dots \dots (4)$$

بموازنة العلاقتين (2) و (3) نجد: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_{\Delta}}} > 0$

وهذا ممكن لأن: k, I_{Δ} موجبان أي أن

حركة نواس القتل جيبية دورانية توافقية بسيطة تابعة للزمن من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$\bar{\theta}$: المطال الزاوي في اللحظة t واحده rad .

θ_{\max} : المطال الزاوي الأعظم (السعة الزاوية) واحده rad .

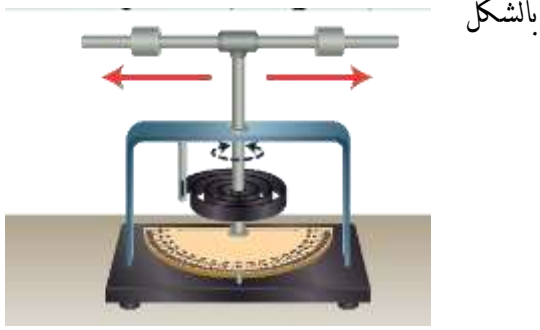
ω_0 : النبض الخاص بالحركة واحده $rad.s^{-1}$.

$\bar{\varphi}$: الطور الابتدائي للحركة واحده rad .

اختبر نفسي:

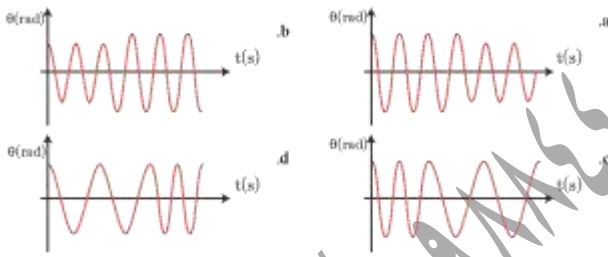
أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1- يهتز نواس قتل بدور خاص T_0 في لحظة ما أثناء حركته ابتعدت الكتلتان عن محور الدوران بالمقدار نفسه كما هو موضح



بالشكل

فالرسم البياني الذي يعبر عن تغير المطال مع الزمن



في هذه الحالة هو: الإجابة الصحيحة: (C)

التوضيح: بإزدياد البعد بين الكتلتين يزداد عزم عطالة جملة النواس وبالتالي سيزداد الدور (أي ينقص التواتر).

2- مقياسية تعتمد في عملها على نواس قتل كما في الشكل



ولتصحيح التأخير الحاصل بالوقت فيها، قدم الطاب مقترحاتهم،

فإن الاقتراح الصحيح هو:

دور نواس القتل:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

استنتج دور نواس القتل:

- لا يتعلق بالسعة الزاوية للحركة θ_{\max} .
- يتناسب طردياً مع الجذر التربيعي لعزم عطالة جملة النواس حول محور الدوران (سلك القتل).
- يتناسب عكسياً مع الجذر التربيعي لثابت قتل السلك.

أجرب وأستنتج:

- لا تتغير قيمة الدور الخاص لنواس القتل بتغير السعة الزاوية للحركة.
- يزداد الدور الخاص لنواس القتل بزيادة عزم عطالة الجملة.
- ينقص الدور الخاص لنواس القتل بتقصان طول سلك القتل.

التشابه الشكلي بين النواس المرن ونواس القتل:

نواس مرن	نواس قتل
حركة جيبية انسحابية	حركة جيبية دورانية
المطال \bar{x}	مطال زاوي $\bar{\theta}$
السرعة $\bar{v} = (\bar{x})'_t$	السرعة الزاوية: $\omega = (\bar{\theta})'_t$
التسارع $\bar{a} = (\bar{x})''_t$	التسارع الزاوي: $\alpha = (\bar{\theta})''_t$
ثابت الصلابة k	ثابت القتل k
قوة الإرجاع F	عزم الإرجاع Γ
الطاقة الكامنة المرينية: $E_p = \frac{1}{2} kx^2$	الطاقة الكامنة المرينية: $E_p = \frac{1}{2} k\theta^2$
الطاقة الحركية: $E_k = \frac{1}{2} mv^2$	الطاقة الحركية: $E_k = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2$
الطاقة الميكانيكية: $E = \frac{1}{2} kx_{\max}^2$	الطاقة الميكانيكية: $E = \frac{1}{2} k\theta_{\max}^2$

أبحاث الحركة والتحرك كاملة

إعداد المدرس: فراس قلعه جي

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ rad.s}^{-1}$$

نعوض شروط البدء ($t = 0$ ، $\omega = 0$) في التابع الزمني للسرعة الزاوية:

$$\bar{\omega} = -\omega_0 \theta_{\max} \sin(\omega t + \bar{\varphi})$$

$$0 = -\omega_0 \theta_{\max} \sin(0 + \bar{\varphi})$$

$$\sin(\bar{\varphi}) = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8} \sin \frac{\pi}{2} t$$

ثانياً أجب عن الأسئلة الآتية:

1_ انطلاقاً من مصوئية الطاقة الميكانيكية برهن أن حركة نواس القتل حركة جيئية دورانية.

$$E_{\text{tot}} = E_p + E_k = \text{const}$$

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k \theta^2 + \frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2$$

نشق طرفي العلاقة بالنسبة للزمن:

$$0 = \frac{1}{2} k 2(\bar{\theta} \cdot \bar{\omega}) + \frac{1}{2} I_{\Delta} 2(\bar{\omega} \cdot \bar{\alpha})$$

$$\omega \neq 0 \quad 0 = \omega (k\theta + I_{\Delta} \bar{\alpha})$$

$$0 = k(\bar{\theta}) + I_{\Delta} (\bar{\theta})''_t$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{K}{I_{\Delta}} (\bar{\theta}) \dots \dots \dots (1)$$

نشق التابع مرتين بالنسبة للزمن:

$$(\bar{\theta})'_t = \bar{\omega} = -\omega_0 \theta_{\max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})''_t = \bar{\alpha} = -\omega_0^2 \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2 \bar{\theta} \dots \dots \dots (2)$$

بالمقارنة بين (1) و (2) نجد أن:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_{\Delta}}$$

a. زيادة طول سلك القتل بمقدار ضئيل.

b. زيادة كتلة القرص مع المحافظة على قطره.

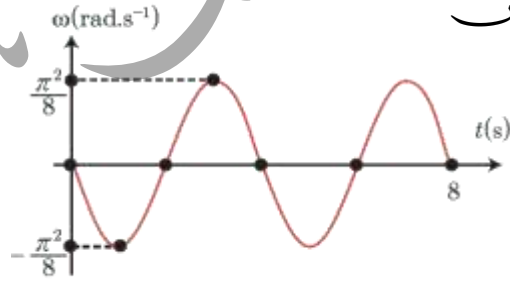
c. إنقاص طول سلك القتل بمقدار ضئيل.

d. زيادة قطر القرص مع المحافظة على كتلته.

الإجابة الصحيحة: (C) إنقاص طول سلك القتل بمقدار ضئيل.

التوضيح: التأخير بالوقت يعني الدور أكبر من 2s ويجب إنقاصه لذا يجب إنقاص طول سلك القتل بمقدار ضئيل.

3- يمثل الرسم البياني المجاور تغيرات السرعة الزاوية لنواس قتل بتغير الزمن



فإن تابع السرعة الزاوية الذي يمثله هذا المنحنى هو:

$$\bar{\omega} = \frac{\pi^2}{8} \sin 3\pi t \quad .a$$

$$\bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8} \sin 2\pi t \quad .b$$

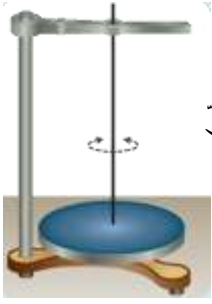
$$\bar{\omega} = +\frac{\pi^2}{8} \sin \frac{\pi}{2} t \quad .c$$

$$\bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8} \sin \frac{\pi}{2} t \quad .d$$

الإجابة الصحيحة: (d)

التوضيح: من الشكل نجد: $\omega_{\max} = \frac{\pi^2}{8} \text{ rad.s}^{-1}$

$$2T_0 = 8 \Rightarrow T_0 = 4 \text{ s}$$



1. احسب الدور الخاص للنّوّاس.

2. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي

انطلاقاً من شكله العام.

3. احسب الطاقة الكامنة في وضع

مطاله الزاوي $\theta = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$ ، ثم احسب الطاقة الحركية

عندئذ.

(عزم عطالة قرص حول محور عمودي على مستويه

$$\text{ومار من مركزه } I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} mr^2$$

الحل: (1) حساب الدور الخاص:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{K}}$$

$$I_{\Delta} = \frac{1}{2} mr^2 = \frac{1}{2} \times 2(4 \times 10^{-2})^2$$

$$= 16 \times 10^{-4} \text{ Kg. m}^2$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{16 \times 10^{-4}}{16 \times 10^{-3}}} \Rightarrow T_0 = 2 \text{ s}$$

(2) استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من

شكله العام: إيجاد ثابت الحركة $(\omega_0, \theta_{\max}, \bar{\varphi})$:

$$\theta = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

السعة الزاوية: $\theta_{\max} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ لأن القرص ترك

دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad. s}^{-1}$$

ومنه: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_{\Delta}}}$ وهذا محقق لأن k, I_{Δ} موجبان

ودوره $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{k}}$ وبالتالي حركة نواس الفتل حركة

جيبية دورانية توافقية بسيطة.

2- نعلق ساقين متماثلتين بسلكي قتل متماثلين

طول الأول l_1 وطول الثاني l_2 فإذا علمت أن:

$$T_{01} = 2T_{02} \text{، أوجد العلاقة بين طولي السلكين.}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{k' \frac{(2r)^4}{l}}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta} l}{k' (2r)^4}}$$

$$T_0 = \text{const} \sqrt{l}$$

$$\frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{\text{const} \sqrt{l_1}}{\text{const} \sqrt{l_2}}$$

$$\frac{2T_{02}}{T_{02}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \text{ (بالتربيع)} \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{l_1}{l_2} \Rightarrow l_1 = 4l_2$$

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى: يتألف نّوّاس قتل من قرص متجانس كتلته

$m = 2 \text{ kg}$ ، نصف قطره $r = 4 \text{ cm}$ معلق من مركزه إلى

سلك قتل شاقولي ثابت قتلته $k = 16 \times 10^{-3} \text{ m. N. rad}^{-1}$

ندبر القرص في مستواً أفقيّاً زاوية $\theta = +\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ عن

وضع توازنه، وتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة

$t = 0$. المطلوب:

لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في التابع

$$\text{الزمني: } (\theta = +\frac{\pi}{4} \text{ rad}, t = 0)$$

$$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos \bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$$

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني للمطال الزاوي:

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{4} \cos(\pi t)$$

(2) حساب الطاقة الكامنة والطاقة الحركية في وضع مطال

$$\text{الزاوي } \theta = \frac{\pi}{8} \text{ rad}$$

$$E_p = \frac{1}{2} k \theta^2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-3} \times \left(\frac{\pi}{8}\right)^2$$

$$E_p = \frac{1}{8} \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$E_{\text{tot}} = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E_{\text{tot}} - E_p$$

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k \theta_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-3} \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$$

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$E_k = \frac{1}{2} \times 10^{-2} - \frac{1}{8} \times 10^{-2} = \frac{3}{8} \times 10^{-2}$$

$$E_k = 375 \times 10^{-5} \text{ J}$$

المسألة الثانية: ساق مهمل الكتل طولها l ، نثبت في كل من

طرفيها كتلة قطبية 125 g ، ونعلق الجملة من منتصفها إلى

سلك قتل شاقولياً ثابت قتلته $16 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{N} \cdot \text{rad}^{-1}$

لتؤلف الجملة نواس قتل، نزيح الساق عن وضع توازنها في مستو

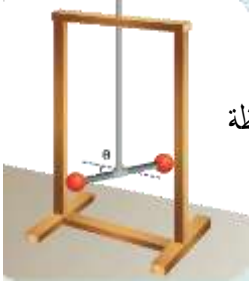
أفقي بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ وتترك دون سرعة ابتدائية لحظة

بدء الزمن، فتهتز بحركة جيبيّة دورانية، دورها الخاص 2.5 s .

المطلوب:

1. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من

شكله العام



2. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة

مرورها الأول بوضع التوازن.

3. احسب طول الساق.

الحل: (1) استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً

من شكله العام: إيجاد ثوابت الحركة (ω_0 ، θ_{max} ، $\bar{\varphi}$):

$$\bar{\theta} = \theta_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

السعة الزاوية: $\theta_{\text{max}} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ لأن الساق تركت

دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$.

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.5} = \frac{4\pi}{5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في التابع

$$\text{الزمني: } (\theta_{\text{max}} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}, t = 0)$$

$$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos \bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$$

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني للمطال الزاوي:

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3} \cos\left(\frac{4\pi}{5} t\right)$$

(2) حساب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مروره الأول بوضع التوازن:

$$\bar{\omega} = -\omega_0 \theta_{\text{max}} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{\omega} = -\frac{4\pi}{5} \times \frac{\pi}{3} \sin\left(\frac{4\pi}{5} t\right)$$

$$\bar{\omega} = -\frac{8}{3} \sin\left(\frac{4\pi}{5} t\right)$$

2. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الثاني بوضع التوازن.

3. احسب قيمة التسارع الزاوي للساق عندما تصنع زاوية 30° مع وضع توازنها.

(b) نثبت بالطرفين a, b كتلتين تقطيتين

$m_1 = m_2 = 75 \text{ g}$ ، استنتج قيمة الدور الخاص الجديد للجملة المهتزة، ثم احسب قيمة ثابت قتل السلك.

(c) نقسم سلك القتل قسمين متساويين، ونعلق الساق بعدئذ بنصفي السلك معاً؛ أحدهما من الأعلى، والآخر من الأسفل ومن منتصفها، ويثبت طرف هذا السلك من الأسفل بحيث يكون شاقولياً. استنتج قيمة الدور الخاص الجديد للساق (دون وجود كتل تقطية).

الحل: 1- استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً

من شكله العام: إيجاد ثابت الحركة $(\omega_0, \theta_{\max}, \bar{\varphi})$:

$$\bar{\theta} = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

السعة الزاوية: $\theta_{\max} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ لأن الساق تركت

دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad.s}^{-1}$$
 النبض الخاص:

لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في التابع

$$(\theta_{\max} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}, t = 0):$$

$$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos \bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$$

نعوض ثابت الحركة في التابع الزمني للمطال الزاوي:

لحظة المرور الأول بوضع التوازن يوافق ربع هزة أي:

$$t = \frac{T_0}{4} = \frac{2.5}{4} = \frac{5}{8} \text{ s}$$

$$\bar{\omega} = -\frac{8}{3} \sin\left(\frac{4\pi}{5} \times \frac{5}{8}\right) = -\frac{8}{3} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{8}{3} \text{ rad.s}^{-1}$$

(3) حساب طول الساق:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m_1 r_1^2}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m_1 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2}{k}}$$

$$2.5 = 2\pi \sqrt{\frac{2 \times 125 \times 10^{-3} \times \frac{\ell^2}{4}}{16 \times 10^{-3}}}$$

$$\Rightarrow 6.25 = 40 \times \frac{2 \times 125 \times 10^{-3} \times \frac{\ell^2}{4}}{16 \times 10^{-3}}$$

$$\ell = \sqrt{\frac{4 \times 6.25 \times 16}{40 \times 2 \times 125}} \Rightarrow \ell = 0.2 \text{ m}$$

المسألة الثالثة: ساق أفقية متجانسة طولها $\ell = ab = 40 \text{ cm}$

معلقة بسلك قتل شاقولي يمر من منتصفها

(a) ندير الساق في مستواً أفقياً بزاوية $\theta = 60^\circ$ انطلاقاً

من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في

اللحظة $t=0$ ، فتتهز بحركة جيبيّة دورانية دورها الخاص $T_0 = 1 \text{ s}$

فإذا علمت أن عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك

$$I_{\Delta/c} = 2 \times 10^{-3} \text{ Kg.m}^2$$

1. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من

شكله العام.

طريقة ثانية:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \Rightarrow k = \omega_0^2 I_\Delta = 40 \times 2 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow k = 8 \times 10^{-2} \text{ m. N. rad}^{-1}$$

$$(k_1 = k' \frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}l'} = 2k' \frac{(2r)^4}{l'} \Rightarrow k_1 = 2k \text{ (C)})$$

$$(k_2 = k' \frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}l'} = 2k' \frac{(2r)^4}{l'} \Rightarrow k_2 = 2k)$$

$$K^* = 2K + 2K = 4K$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K^*}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{4k}} = \frac{1}{2} \times 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$T'_0 = \frac{1}{2} T_0 = \frac{1}{2} \times 1 \Rightarrow T'_0 = \frac{1}{2} \text{ S}$$

التفكير الناقد:



نواس قتل مؤلف من سلك

قتل ثابت قتلته k وقرص

معدني عزم عطالته

$I_\Delta = \frac{1}{2} m r^2$ وقد ثبت على

محيطه كأسان متماثلان يحويان نفس الكمية من الماء

وقد جهز كل منهما بصمام يتجه نحو مركز القرص. تراج الحيلة عن

موضع توازنها زاوية $\theta_{\max} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ وتترك دون سرعة ابتدائية

في اللحظة $t = 0$ ، وفي إحدى النوبات تم فتح

الصمامين هل تزداد السرعة الزاوية أم تنقص ولماذا؟ **الجواب:**

سوف ينقص عزم عطالة الجملة فينقص الدور ويزداد النبض الخاص

فتزداد السرعة الزاوية العظمى.

----- انتهى البحث -----

ندعوكم للانضمام إلى قناتنا على التيلغرام:

قناة فراس قلعه جي للفيزياء والكيمياء

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3} \cos(2\pi t)$$

2- حساب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الثاني

بوضع التوازن: $\bar{\omega} = -\omega_0 \theta_{\max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$\bar{\omega} = -2\pi \times \frac{\pi}{3} \sin(2\pi t) = -\frac{20}{3} \sin(2\pi t)$$

لحظة المرور الثاني بوضع التوازن يوافق ثلاث أرباع هزة

$$\text{أي: } t = \frac{3T_0}{4} = \frac{3 \times 1}{4} = \frac{3}{4} \text{ s}$$

$$\bar{\omega} = -\frac{20}{3} \sin(2\pi \frac{3}{4}) = +\frac{20}{3} \text{ rad. s}^{-1}$$

3- احسب قيمة التسارع الزاوي للساق:

$$\bar{\alpha} = -40 \times \left(\frac{-\pi}{6}\right) \Rightarrow \bar{\alpha} = \frac{20\pi}{3} \text{ rad. s}^{-2}$$

$$T'_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I'_\Delta}{K}} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}} \quad (b)$$

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{I'_\Delta}{K}}}{2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}} \Rightarrow \frac{T'_0}{T_0} = \frac{\sqrt{I'_\Delta}}{\sqrt{I_\Delta}}$$

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{\sqrt{I_\Delta + 2m_1 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2}}{\sqrt{I_\Delta}}$$

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{\sqrt{2 \times 10^{-3} + 2 \times 75 \times 10^{-3} \times 400 \times 10^{-4}}}{\sqrt{2 \times 10^{-3}}}$$

$$\frac{T'_0}{1} = \sqrt{\frac{2 \times 10^{-3} + 6 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}}} = 2 \Rightarrow T'_0 = 2 \text{ S}$$

طريقة أولى: لاستنتاج ثابت قتل السلك نعوض في علاقة الدور:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow 1 = 2\pi \sqrt{\frac{2 \times 10^{-3}}{k}} \Rightarrow$$

$$k = 40 \times 2 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-2} \text{ m. N. rad}^{-1}$$

لكن: $\bar{\alpha} = (\theta)''_t$

$$(\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta} \sin \bar{\theta} \dots \dots \dots (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تحتوي $\sin \bar{\theta}$ بدلاً من θ فحلها ليس جيبياً، ومن ذلك فإن حركة النواس الثقلي هي حركة اهتزازية غير توافقية.

ومن أجل السعات الزاوية الصغيرة ($\theta \leq 0.24 \text{ rad} = 14^\circ$)

في هذه الحالة يكون $\sin \bar{\theta} \approx \theta$.

نعوض في العلاقة (1) فنجد:

$$(\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta} \bar{\theta} \dots \dots \dots (2)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حل جيبياً من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

للتحقق من صحة الحل نشق تابع المطال الزاوي مرتين بالنسبة للزمن نجد:

$$\bar{\alpha} = (\theta)''_t = -\omega_0^2 \bar{\theta} \dots \dots \dots (3)$$

بالمطابقة بين (2) و (3) نجد:

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} > 0$$

وهذا محقق لأن المقادير (m, g, d, I_Δ) موجبة، فحركة

النواس الثقلي من أجل السعات الزاوية الصغيرة هي

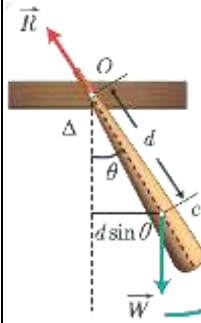
حركة جيبية دورانية توافقية بسيطة.

النواس الثقلي المركب

تعريفه: هو كل جسم صلب يهتز بتأثير عزم قوة ثقله في مستو

شاقولي حول محور دوران أفقي عمودي على مستويه، ولا يمر من مركز عطائه.

الدراسة التحريكية للنواس الثقلي:



نعلق جسماً صلباً كتلته m ، مركز عطائه C إلى محور دوران أفقي Δ ، مار من النقطة O من الجسم حيث البعد $d = Oc$

نزيح الجسم عن موضع توازنه الشاقولي زاوية θ ونتركه دون سرعة ابتدائية ليهتز في مستو شاقولي.

تؤثر في الجسم قوتان هما:

قوة ثقله \vec{W} وقوة رد فعل محور الدوران على الجسم \vec{R} .

بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك الدوراني

(نظرية التسارع الزاوي):

$$\sum \bar{\Gamma}_\Delta = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$$\bar{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} + \bar{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

وباختيار الجهة الموجبة للدوران عكس جهة دوران عقارب الساعة نجد:

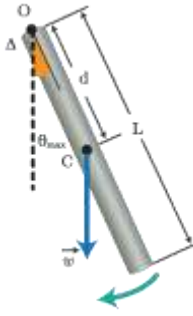
$$\bar{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = 0 \text{ : لأن حامل القوة يمر من محور الدوران.}$$

$$\bar{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} = -(d \sin \theta) W$$

$$-(d \sin \theta) W + 0 = I_\Delta \bar{\alpha} \text{ بالتعويض نجد:}$$

$$-mgd \sin \theta = I_\Delta \bar{\alpha}$$

الحل:



$$\omega_o = \frac{2\pi}{T_o} = \sqrt{\frac{mgd}{I_{\Delta}}} \Rightarrow T_o = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

وهي العلاقة العامة للدور الخاص للنواس الثقلي في

حالة الاهتزازات صغيرة السعة.

يُعطى دور النواس الثقلي بالعلاقة: $T_o = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$

T_o دور النواس الثقلي الخاص بسعة زاوية صغيرة، واحدته S

لإيجاد عزم عطالة الساق حول المحور المار من O نطبق نظرية هاينزن:

I_{Δ} عزم عطالة الجسم الصلب، واحدته $\text{Kg} \cdot \text{m}^2$

$$I_{\Delta/O} = I_{\Delta/C} + Md^2 \quad d = \frac{L}{2}$$

d بُعد محور الدوران عن مركز عطالة الجسم الصلب واحدته m

$$I_{\Delta} = \frac{1}{12} ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{4}{12} ML^2 = \frac{1}{3} ML^2$$

ويمكن حسابها:

نعوض في علاقة الدور:

$$d = OC = \frac{m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2 \dots \dots \dots + m_i \bar{r}_i}{m_1 + m_2 + \dots + m_i}$$

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{3} M \cdot L^2}{Mg \frac{L}{2}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}} = 2\pi \sqrt{\frac{2 \times 0.375}{3 \times 10}} = 1 \text{ S}$$

\bar{r} مقدار جبري نعده موجبا إذا كان مركز عطالة الكتلة

المهتزة تحت محور الدوران، وسالبا إذا كان مركز عطالة

الكتلة المهتزة فوق محور الدوران.

النواس الثقلي البسيط:

نظرياً: نقطة مادية تهتز بتأثير ثقلها على بُعد ثابت من محور

تطبيق: نواس ثقلي مؤلف من ساق متجانسة طولها

$L = 0.375 \text{ m}$ وكتلتها M معلقة من طرفها العلوي

بمحور أفقي عمودي على مستويها الشاقولي،

نزيح الساق عن موضع توازنها الشاقولي زاوية صغيرة

($\theta \leq 14^\circ$) ونتركها دون سرعة ابتدائية. استنتج بالرموز

العلاقة المحددة للدور الخاص انطلاقاً من العلاقة العامة للدور

الخاص للنواس الثقلي المركب ثم احسب قيمتها .

علماً أن عزم عطالة الساق حول محور عمودي على مستويها

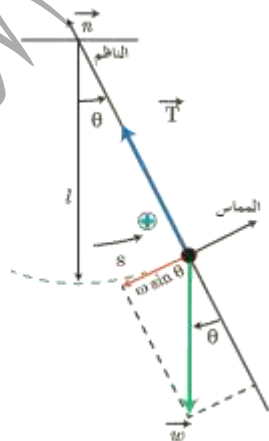
ومار من مركز عطالتها ($I_{\Delta/C} = \frac{1}{12} M \cdot L^2$).

أفقي ثابت.

عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بجيّد مهمل

الكتلة لا يمتط طولها كبير بالنسبة لنصف قطر الكرة.

الدراسة التحريكية:



استنتاج علاقة الدور الخاص للاهتزاز:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

وهي علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط في السعات الزاوية الصغيرة.

ملاحظة: يمكن الوصول لعلاقة الدور الخاص للنواس البسيط انطلاقاً من العلاقة العامة للدور الخاص للنواس الثقلي المركب في حالة السعات الزاوية الصغيرة، وذلك بتعويض كل من:

$$d = l, \quad I_{\Delta} = mr^2 = ml^2$$

في علاقة الدور:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

استنتاج:

1- لا يتعلق دور النواس البسيط بكتلته، ولا بنوع مادة كرتة.

2- النوسات صغيرة السعة لها الدور نفسه (متوائمة فيما بينها).

3- يتناسب دور النواس البسيط من أجل السعات الزاوية الصغيرة:

طرذاً مع الجذر التربيعي لطول الخيط.

عكساً مع الجذر التربيعي لتسارع الجاذبية الأرضية.

يعطى دور النواس الثقلي في حال السعات الزاوية الكبيرة

$$T'_0 \approx T_0 \left[1 + \frac{\theta_{\max}^2}{16} \right] \text{ بالعلاقة:}$$

القوى الخارجيّة المؤثرة في الكرة:

ثقل الكرة $\vec{w} = m\vec{g}$ و توتر الخيط \vec{T} .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور المماس الموجّه بجهة إزاحة الكرة:

$$-mg \sin \theta + 0 = ma_t$$

$$a_t = -g \sin \theta$$

$$\bar{a}_t = r \bar{\alpha} = l \bar{\alpha} = l(\bar{\theta})'' \text{ لكن}$$

نعوض في العلاقة السابقة مع الاختصار: $(\bar{\theta})'' = -\frac{g}{l} \sin \theta$

وفي حالة السعات الزاوية الصغيرة: $\sin \theta \approx \theta$ فإن $\theta \leq 0.24 \text{ rad}$

$$(\bar{\theta})'' = -\frac{g}{l} \bar{\theta} \dots \dots \dots (1)$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

للتحقق من صحة الحل نشق تابع المطال مرتين بالنسبة للزمن

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \bar{\theta} \dots \dots \dots (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) نجد

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} > 0$$

وهذا محقق لأن g, l مقداران موجبان، فحركة

النواس الثقلي البسيط من أجل السعات الزاوية الصغيرة

هي حركة جيبيّة توافقية بسيطة.

$$h = l (\cos \theta - \cos \theta_{max})$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgl (\cos \theta - \cos \theta_{max}) \text{ نعوّضُ:}$$

$$v^2 = 2gl (\cos \theta - \cos \theta_{max})$$

$$v = \sqrt{2gl (\cos \theta - \cos \theta_{max})}$$

حالة خاصة: عند المرور بالشاقول: $\theta = 0$ تصبح:

$$v = \sqrt{2gl (1 - \cos \theta_{max})}$$

لإيجاد العلاقة المحددة لقوة توتر الخيط في الوضع

(2) نطبق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظم الذي له نفس حامل \vec{T} وبجته:

$$-W \cos \theta + T = ma_c$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l} \text{ لكن التسارع الناظمي}$$

$$T = m \frac{v^2}{l} + mg \cos \theta$$

$$T = 2mg(\cos \theta - \cos \theta_{max}) + mg \cos \theta$$

$$T = 2mg \cos \theta - 2mg \cos \theta_{max} + mg \cos \theta$$

$$T = 3mg \cos \theta - 2mg \cos \theta_{max}$$

$$T = mg(3 \cos \theta - 2 \cos \theta_{max})$$

حالة خاصة: عند المرور بالشاقول

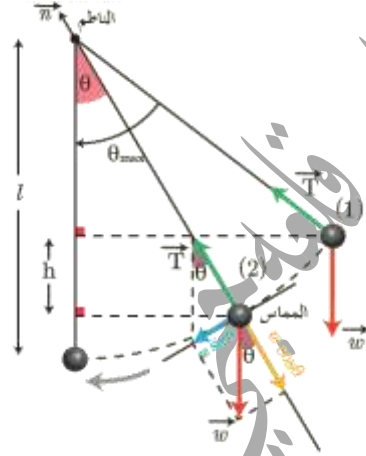
$$T = mg(3 - 2 \cos \theta_{max})$$

استنتاج العلاقة المحددة لسرعة كرة النّوّاس وعلاقة

توتر خيط التعليق في نقطة من مسارها:

نزيح كرة النّوّاس عن موضع توازنها الشاقوليّ بزاوية θ_{max} وبتركها دون سرعة ابتدائية: لإيجاد العلاقة المحددة لسرعة الكرة

في الوضع (2)



القوى الخارجيّة المؤثرة:

ثقل الكرة \vec{W} ، توتر الخيط \vec{T} .

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الأول: حيث يصنع الخيط مع الشاقول الزاوية θ_{max} .

الثاني: حيث يصنع الخيط مع الشاقول الزاوية θ .

$$\Delta \bar{E}_{K(1 \rightarrow 2)} = \Sigma \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{K2} - E_{K1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{T}}$$

$$\bar{W}_{\vec{W}} = mgh$$

$\bar{W}_{\vec{T}} = 0$ لأن حامل \vec{T} يعامد الانتقال في كل لحظة

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0$$

وبملاحظة الشكل نجد:

$$h = l \cos \theta - l \cos \theta_{max}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

يؤدي لزيادة عزم العطالة وتكبير الدور.

2- ميقتان متماثلتان مضبوطتان عند سطح

الأرض بالتوقيت المحلي، نضع الأولى بالطابق الأرضي لناطحة سحب، بينما نضع الثانية في الطابق الأخير، فإنه بعد شهر مع ثبات درجة الحرارة.

(a) تشيران إلى التوقيت نفسه.

(b) تقدم الثانية، ويجب تعديلها.

(c) تؤخر الثانية، ويجب تعديلها.

(d) تؤخر الأولى، ويجب تعديلها.

الإجابة الصحيحة: تؤخر الثانية، ويجب تعديلها.

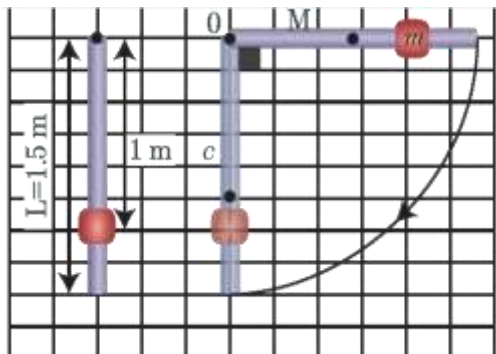
التوضيح: في الطابق الأخير تنقص قيمة الجاذبية الأرضية وبالتالي تزداد قيمة الدور.

ثانياً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى: يتألف نواسٍ ثقليٍّ مركَّب من ساقٍ شاقوليةٍ

متجانسة كتلتها $M = 0.5 \text{ kg}$ ، طولها 1.5 m ، يمكنها أن

تنوس حول محورٍ أفقيٍّ مارٍ من طرفها العلويِّ، ومثبت عليها



الطاقة الميكانيكية للنواس الثقلبي البسيط:

إن الطاقة الميكانيكية للنواس الثقلبي البسيط ثابتة بإهمال

القوى المبددة للطاقة، إذ يهتز بسعة زاوية ثابتة θ_{\max} إلى

جانبي موضع توازنه الشاقولي.

إن الطاقة الميكانيكية هي مجموع الطاقين الكامنة

الثقلية، والحركية حيث أن مبدأ قياس الطاقة الكامنة الثقلية هو

المستوي الأفقي المار من مركز عطالة الكرة عند مرور

النواس في وضع توازنه الشاقولي.

اختبر نفسي:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1- قمت بزيارة بيت جدك، وطلبت إليك جدتك تصحيح الميقاتية

المعلقة على الجدار، وهي مؤلفة

من ساق منتهية بقرص قابل للحركة صعوداً

أو هبوطاً، فاتصلت بالساعة الناطقة فأشارت

إلى السادسة تماماً عندما كانت الميقاتية



تشير إلى السادسة وخمس دقائق، وتصحيح الوقت يجب:

(a) إيقاف الميقاتية، وخفض القرص بمقدار ضئيل ثم إعادة تشغيلها

(b) إيقاف الميقاتية، ورفع القرص بمقدار ضئيل ثم إعادة تشغيلها

(c) تصحيح عقرب الدقائق، وإعادة تليشير الوقت إلى السادسة تماماً.

(d) إيقاف الميقاتية مدة خمس دقائق، ثم إعادة تشغيلها مرة أخرى.

الإجابة الصحيحة: (a)

التوضيح: الميقاتية تقدم لذا يجب إبطاؤها بتكبير دورها

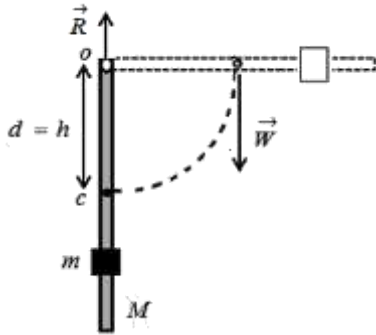
$$m_{\text{جملة}} = (m' + M) = 0.5 + 0.5 = 1 \text{ kg}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{7}{8}}{1 \times 10 \times \frac{7}{8}}} = 2 \text{ s}$$

(2) تطبيق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:

الأول: المطال الزاوي الأعظمي $\theta_1 = \theta_{\text{max}}$ وبدون

سرعة ابتدائية **الثاني:** المرور بالشاقول $\theta_2 = 0$



$$\Delta E_K = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{R}}$$

$$E_k - 0 = (M + m')gh + 0$$

$$\bar{W}_{\vec{R}} = 0 \text{ لأن نقطة تأثير لا تنتقل } \vec{R}$$

$$E_k = (M + m')gh$$

$$h = d \Rightarrow E_k = (M + m')gd$$

$$E_k = (0.5 + 0.5) \times 10 \times \frac{7}{8} = \frac{70}{8} \text{ J}$$

• السرعة الزاوية عند المرور بالشاقول:

$$E_k = \frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2E_k}{I_{\Delta}}} = \sqrt{\frac{2 \times \frac{70}{8}}{\frac{7}{8}}}$$

$$\omega = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ rad.s}^{-1}$$

• السرعة الخطية عند المرور بالشاقول:

$$v = \omega r = 2\sqrt{5} \times 1 = 2\sqrt{5} \text{ m.s}^{-1}$$

كتلة نقطية $m' = 0.5 \text{ kg}$ على بعد 1 m من هذا الطرف كما في الشكل المجاور

1- احسب دور هذا النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة.

2- نزع جملة النواس عن موضع توازنها الشاقولي بزاوية

$\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ وتركها دون سرعة ابتدائية احسب الطاقة

الحركية للنواس لحظة مروره بالشاقول، ثم احسب السرعة الخطية

للكتلة النقطية m' عندئذ:

(عزم عطالة ساق حول محور عمودي على مستويها ومار من مركز

$$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} ML^2 \text{ عطالتها}$$

الحل: 1) حساب دور هذا النواس في حالة السعات الزاوية

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}} \text{ الصغيرة:}$$

حساب عزم عطالة النواس:

• عزم عطالة الساق: حسب نظرية هاينغنز:

$$I_{\Delta/o} = I_{\Delta/c} + Md^2$$

$$I_{\Delta/o} = \frac{1}{12} ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} ML^2$$

$$I_{\Delta/o} = \frac{1}{3} \times 0.5 \times (1.5)^2 = \frac{3}{8} \text{ Kg.m}^2$$

• عزم عطالة الكتلة النقطية:

$$I_{\Delta/m'} = m'r'^2 = 0.5 \times (1)^2 = \frac{1}{2} \text{ Kg.m}^2$$

• عزم عطالة جملة النواس: $I_{\Delta/\text{جملة}} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8} \text{ Kg.m}^2$

حساب d : $d = \frac{M\bar{r}_1 + m'\bar{r}_2}{M + m'}$

$$d = \frac{M\frac{L}{2} + m'r'}{M + m} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times 1}{0.5 + 0.5} = \frac{7}{8} \text{ m}$$

(2) طريقة أولى للحل: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظم الذي له نفس حامل \vec{T} وبجته:

$$-W + T = ma_c$$

لكن التسارع الناظمي $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l}$

$$T = m \frac{v^2}{l} + mg$$

$$T = 2mg(1 - \cos \theta_{max}) + mg$$

$$T = 2mg - 2mg \cos \theta_{max} + mg$$

$$T = 3mg - 2mg \cos \theta_{max}$$

$$T = mg(3 - 2 \cos \theta_{max})$$

$$T = 0.1 \times 10(3 - 2 \times 0.5) = 2N$$

طريقة ثانية للحل: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظم الذي له نفس حامل \vec{T} وبجته:

$$-W + T = ma_c$$

لكن التسارع الناظمي $a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l}$

$$T = mg + m \frac{v^2}{l} = m(g + \frac{v^2}{l})$$

$$T = 0.1(10 + \frac{4}{0.4}) \Rightarrow T = 2N$$

المسألة الثالثة: نعلق كرة صغيرة نعدّها نقطة مادية، كتلتها

$$m=0.5kg$$
، نجعلها مهيكلتة الكتلة، لا يمتد، طوله $l = 1.6 m$ ،

نؤلف نواساً ثقلياً بسيطاً، ثم نزيح الكرة إلى مستواقي يرتفع،

$$h = 0.8m$$
 عن المستوي الأفقي المار منها وهي

المسألة الثانية: خيط مهمل الكتلة لا يمتد طوله $l = 40 cm$ ، نعلق

في نهايته كرة صغيرة نعدّها نقطة مادية كتلتها $m = 100 g$ ،

المطلوب:

1_ يحرف الخيط عن وضع التوازن بزاوية θ_{max} ، ونترك الكرة

بدون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها لحظة مرورها بالشاقول

$$v = 2m \cdot s^{-1}$$
 استنتج قيمة الزاوية θ_{max} .

2_ استنتج بالرموز علاقة توتر خيط النواس لحظة مروره بوضع الشاقول

ثم احسب قيمتها.

الحل: (1) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:

الأول: المطال الزاوي الأعظمي $\theta_1 = \theta_{max}$ وبدون

سرعة ابتدائية الثاني: المرور بالشاقول $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_K = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{T}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0$$

$$h = l(1 - \cos \theta_{max})$$

$\bar{W}_{\vec{T}} = 0$ لأن حامل \vec{T} يعامد الانتقال في كل لحظة

$$v^2 = 2gl(1 - \cos \theta_{max})$$

$$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{v^2}{2gl}$$

$$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{(2)^2}{2(10)(0.4)}$$

$$\cos \theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$$

$$T'_0 \approx T_0 \left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16} \right] \approx 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T'_0 \approx 2\pi \sqrt{\frac{1.6}{10}} \left[1 + \frac{(\frac{\pi}{3})^2}{16} \right] \approx 0.8\pi \left[1 + \frac{(\frac{10}{9})}{16} \right]$$

$$T'_0 \approx 2.5 \left[1 + \frac{10}{144} \right] \approx 2.5 \left(\frac{154}{144} \right) \approx 2.67 S$$

(4) طريقة أولى للحل: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظم الذي له نفس حامل \vec{T} وبجتهته:

$$-W + T = ma_c$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l} \text{ لكن التسارع الناظمي}$$

$$T = m \frac{v^2}{l} + mg$$

$$T = 2mg(1 - \cos \theta_{max}) + mg$$

$$T = 2mg - 2mg \cos \theta_{max} + mg$$

$$T = 3mg - 2mg \cos \theta_{max}$$

$$T = mg(3 - 2 \cos \theta_{max})$$

$$T = 0.5 \times 10 (3 - 2 \times 0.5) = 10N$$

طريقة ثانية للحل: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور الناظم الذي له نفس حامل \vec{T} وبجتهته:

$$-W + T = ma_c$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{l} \text{ لكن التسارع الناظمي}$$

$$T = mg + m \frac{v^2}{l} = m \left(g + \frac{v^2}{l} \right)$$

$$T = 0.5 \left(10 + \frac{16}{1.6} \right) \Rightarrow T = 10N$$

في موضع توازنها الشاقولي، ليصنع خيط النواس مع الشاقول زاوية θ_{max} ، وتركها دون سرعة ابتدائية والمطلوب:

1- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لسرعة الكرة عند مرورها بالشاقول، ثم احسب قيمتها موضحاً بالرسم.

2- استنتج قيمة الزاوية θ_{max} ثم احسب قيمتها.

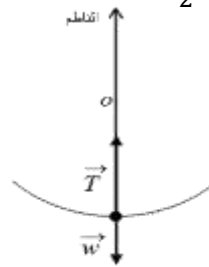
3- احسب دور هذا النواس.

4- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لشدة قوة توتر الخيط عند المرور بالشاقول، ثم احسب قيمته

الحل: (1) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:

الأول: المطال الزاوي الأعظمي $\theta_1 = \theta_{max}$ وبدون

سرعة ابتدائية الثاني: المرور بالشاقول $\theta_2 = 0$



$$\Delta E_K = \Sigma \vec{W} \vec{F}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = \vec{W} \vec{w} + \vec{W} \vec{T}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = mgh + 0$$

$\vec{W} \vec{T} = 0$ لأن حامل \vec{T} يعامد الانتقال في كل لحظة

$$v^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.8}$$

$$v = 4 m.s^{-1}$$

$$h = l(1 - \cos \theta_{max}) \quad (2)$$

$$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{h}{l} = 1 - \frac{0.8}{1.6}$$

$$\cos \theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$$

(3) حساب دور النواس: $T'_0 \approx T_0 \left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16} \right]$

$$d = \frac{m_1(\frac{L}{2}) + m_2L}{m_1 + m_2} = \frac{0.4 \times \frac{1}{2} + 0.2 \times 1}{0.4 + 0.2} = \frac{2}{3} \text{ m}$$

$$m_{\text{جملة}} = (m_1 + m_2) = 0.4 + 0.2 = 0.6 \text{ kg}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{0.3}{(0.6) \times 10 \times \frac{2}{3}}} \Rightarrow T_0 = \sqrt{3} \text{ s}$$

$$v_c = \omega r_c \Rightarrow \omega = \frac{v_c}{r_c} = \frac{\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \text{ rad.s}^{-1} \text{ (a)}$$

$$v_{m2} = \omega r_{m2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \times 1 = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \text{ m.s}^{-1}$$

(b) نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:

الأول: المطال الزاوي الأعظمي $\bar{\theta}_1 = \theta_{\max}$ وبدون

سرعة ابتدائية **الثاني:** المرور بالشاقول $\bar{\theta}_2 = 0$

$$\Delta E_K = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = \bar{W}_{\vec{W}} + \bar{W}_{\vec{R}}$$

$$E_k - 0 = (m_1 + m_2)gh + 0$$

$$\bar{W}_{\vec{R}} = 0 \text{ لأن نقطة تأثير لا تنتقل } \vec{R}$$

$$\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2 - 0 = (m_1 + m_2)gd(1 - \cos\theta_{\max})$$

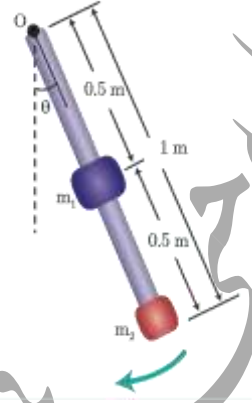
$$\cos\theta_{\max} = 1 - \frac{\frac{1}{2} I_{\Delta} \omega^2}{(m_1 + m_2)gd} =$$

$$\cos\theta_{\max} = 1 - \frac{0.5 \times 0.3 \times (\frac{2\pi}{\sqrt{3}})^2}{0.6 \times 10 \times \frac{2}{3}} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\cos\theta_{\max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{\max} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

المسألة الرابعة: نثبت ساق شاقولية، مهملة الكتلة، طولها $l = 1 \text{ m}$

نثبت في منتصفها كتلة نقطية $m_1 = 0.4 \text{ kg}$ ونثبت في طرفها السفلي كتلة نقطية $m_2 = 0.2 \text{ kg}$ لتؤلف الجملة نواساً ثقلياً مركباً يمكنه أن ينوس في مستو شاقولي حول محور أفقي مار من الطرف العلوي.



والمطلوب: 1- احسب دور نواساتها صغيرة السعة.

2- نزع الجملة عن موضع توازنها

بزاوية $\theta_{\max} > 0.24 \text{ rad}$

ونتركها دون سرعة ابتدائية،

فتكون السرعة الخطية لمركز عطالة جملة النواس لحظة مرورها

بالشاقول $v = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} \text{ m.s}^{-1}$

المطلوب: a- احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية m_2

b- استنتج قيمة الزاوية θ_{\max} .

الحل: (1) حساب دور هذا النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

حساب عزم عطالة النواس: (الساق مهملة الكتلة)

$$I_{\Delta/0} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = m_1 (\frac{L}{2})^2 + m_2 L^2$$

$$= 0.4 \times (\frac{1}{2})^2 + 0.2(1)^2 = 0.3 \text{ Kg.m}^2$$

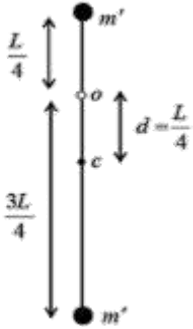
$$d = \frac{m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2}{m_1 + m_2} \text{ :حساب d}$$

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني للمطال الزاوي:

$$\theta = \frac{1}{2\pi} \cos\left(\frac{4\pi}{5} t\right)$$

(2) يعطى دور هذا النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$



حساب عزم عطالة النواس:

$$I_{\Delta/0} = m' \left(\frac{L}{4}\right)^2 + m' \left(\frac{3L}{4}\right)^2 = \frac{5}{8} m' L^2$$

$$d = \frac{-m' \frac{L}{4} + m' \frac{3L}{4}}{m' + m'} = \frac{m' \frac{L}{2}}{2m'} = \frac{L}{4} \quad m \quad \text{حساب } d:$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{5}{8} m' L^2}{2m' g \frac{L}{4}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{5L}{4g}}$$

$$\Rightarrow L = \frac{T_0^2 g}{5\pi^2} = \frac{(2.5)^2 \times 10}{5 \times 10} = 1.25 \text{ m}$$

$$\omega_{\max} = \omega_0 \theta_{\max} \Rightarrow \omega_{\max} = \frac{4\pi}{5} \times \frac{1}{2\pi} \Rightarrow (3)$$

$$\omega_{\max} = 0.4 \text{ rad. s}^{-1}$$

(4) بعد انفصال الكتلة السفلية يصبح النواس في حالة توازن

قلق فيهمز ليصبح في حالة توازن مستقر وتصبح كتلة النواس

$$d = \frac{L}{4}, \quad I_{\Delta/c} = m' \left(\frac{L}{4}\right)^2, \quad m' \text{ عزم عطالته,}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{m' g d}} \Rightarrow T_0 = \sqrt{\frac{m' \left(\frac{L}{4}\right)^2}{m' g \frac{L}{4}}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{4g}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{1.25}{4 \times 10}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ s}$$

المسألة الخامسة: تألف نواس ثقلي من ساق شاقولية، مهمة الكتلة طولها L، تحمل في كل من طرفيها كتلة نقطية m' نعلق

الجملة بمحور دوران أفقي يبعد عن طرف الساق

العمودي $\frac{L}{4}$ ، نزع الجملة عن وضع توازنها الشاقولي

بزاوية $\frac{1}{2\pi} \text{ rad}$ وتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة

$t = 0$ فتهدر بدور خاص $T_0 = 2.5 \text{ s}$. المطلوب:

1- استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي لحركة هذا النواس انطلاقاً من شكله العام.

2- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لطول الساق، ثم احسب قيمته.

3- احسب قيمة السرعة الزاوية العظمى للحركة (طويلة).

4- لنفرض أنه في إحدى التوسات انفصلت الكتلة السفلية

عن الساق، استنتج الدوران الخاص الجديد للجملة في حالة السعات الزاوية الصغيرة.

الحل: (1) استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام:

إيجاد ثوابت الحركة ω_0 ، θ_{\max} ، $\bar{\varphi}$:

$$\bar{\theta} = \theta_{\max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.5} = \frac{4\pi}{5} \text{ rad. s}^{-1} \quad \text{النض الخاص:}$$

$$\theta_{\max} = \frac{1}{2\pi} \text{ rad} \quad \text{السعة الزاوية: لأن الساق تركت}$$

دون سرعة ابتدائية لحظة بدء الحركة.

حساب $\bar{\varphi}$: لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في

التابع الزمني: $t=0$ كانت $\theta = \theta_{\max}$

$$\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos \bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0 \text{ rad}$$



التفكير الناقد: عند انعدام الثقل

الظاهري ضمن المحطة الفضائية:

1_ لدينا كرة كتلتها m معلقة بخيط

مهمل الكتلة طوله l كما هو موضح

بالشكل جانبا لتشكيل نواساً بسيطاً عند

سطح الأرض ما قيمة الدور على متن المحطة الفضائية مع التعليل.

2_ كيف يمكن جعله يهتز بحركة جيئية توافقية بسيطة؟

الجواب: 1- في محطة الفضاء تكون قوة الثقل مساوية

بالقيمة ومعاكسة بالجهة قوة العطالة النابذة الناتجة عن

الدوران فيحدث ما يسمى انعدام الثقل الظاهري

فيصبح الدور لانهائي. 2- لجعل الكرة تهتز بحركة جيئية

توافقية يجب إخضاعها لقوة تشابه قوة جذب الأرض كقوة كهربائية

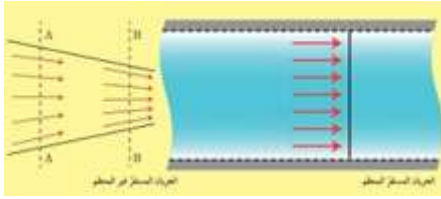
ثم تراح عن وضع التوازن بزاوية صغيرة وتترك.

----- انتهى البحث -----

ندعوكم للانضمام إلى قناتنا على التيلغرام:

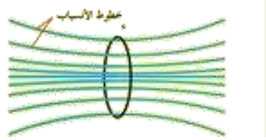
قناة فراس قلعه جي للفيزياء والكيمياء

وإذا تغيرت السرعة من نقطة إلى أخرى بمرور الزمن
كان الجريان المستقر غير منتظم.



أنبوب التدفق: إذا أخذنا مساحة صغيرة عمودية على اتجاه

جريان سائل جريانه مستقر، ورسمنا على محيط هذه المساحة
خطوط الانسياب نحصل على أنبوب وهمي يحتوي السائل
يُدعى أنبوب التدفق.



مميزات السائل المثالي:

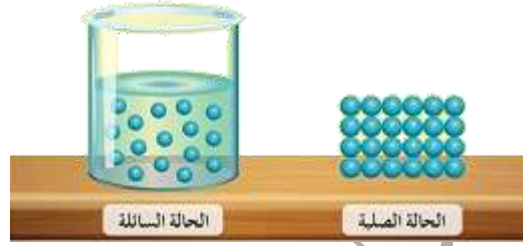
- 1) غير قابل للانضغاط: كتلته الحجمية ثابتة مع مرور الزمن.
- 2) عديم اللزوجة: قوى الاحتكاك الداخلي بين
مكوناته مهملة عندما تتحرك بالنسبة لبعضها البعض، وبالتالي
لا يوجد ضياع للطاقة.

- 3) جريانه مستقر: أي أن حركة جسيماته لها خطوط انسياب
محددة وسرعة جسيماته عند نقطة معينة تكون ثابتة بمرور الزمن.

- 4) جريانه غير دوراني: لا تتحرك جسيمات السائل حركة

دورانية حول أي نقطة في الجريان

ميكانيك السوائل المتحركة

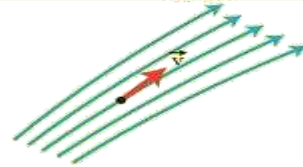


تتميز السوائل والغازات بقوى تماسك ضعيفة نسبياً بين
جزيئاتها، فهي لا تحافظ على شكل معين، وتتحرك
جزيئاتها بحيث تأخذ شكل الوعاء الذي توضع فيه، وهي
تستجيب بسهولة للقوى الخارجية التي تحاول تغيير شكلها.

تعريف جسيم السائل: وهو جزء من السائل أبعاده صغيرة جداً
بالنسبة لأبعاد السائل وكبيرة بالنسبة لأبعاد جزيئات السائل.

تعريف أساسية:

خط الانسياب (خط الجريان):



خط وهمي يبين المسار الذي يسلكه جسيم السائل أثناء
جريانه ويمس في كل نقطة من نقاطه شعاع السرعة في تلك
النقطة.

الجريان المستقر: هو الجريان الذي تكون فيه سرعة
جسيمات السائل ثابتة مع مرور الزمن في النقطة نفسها من
خط الانسياب.

وإذا كانت السرعة ثابتة في جميع نقاط السائل بمرور الزمن
فإن الجريان المستقر يكون منتظماً.

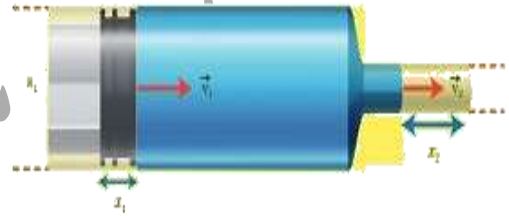
معدل التدفق الكتلي Q : هو كمية السائل التي تعبر مقطع الأنبوب في واحدة الزمن.

ونعبر عنه بالعلاقة: $Q = \frac{m}{\Delta t}$ ، وتقدر بوحدة $kg \cdot s^{-1}$

معدل التدفق الحجمي Q' : هو حجم كمية السائل التي تعبر مقطع الأنبوب في واحدة الزمن.

ونعبر عنه بالعلاقة: $Q' = \frac{V}{\Delta t}$ ، وتقدر بوحدة $m^3 \cdot s^{-1}$.

الاستنتاج الرياضي لمعادلة الاستمرارية:



لدينا سائل يتحرك داخل أنبوب مساحة كل من مقطعي طرفيه تختلف عن الأخرى S_1, S_2 .

وبفرض أن: v_1 سرعة السائل عبر المقطع S_1

v_2 سرعة السائل عبر المقطع S_2

إن حجم كمية السائل التي تعبر المقطع S_1 لمسافة x_1

في الزمن Δt يكون: $V_1 = S_1 x_1$

لكن: $x_1 = v_1 \Delta t$ وبالتالي: $V_1 = S_1 v_1 \Delta t$

إن حجم كمية السائل التي تعبر المقطع S_2 لمسافة x_2

في الزمن Δt يكون: $V_2 = S_2 x_2$

لكن: $x_2 = v_2 \Delta t$ وبالتالي: $V_2 = S_2 v_2 \Delta t$

إعداد المدرس: فراس قلعه جي

وبما أن: حجم كمية السائل التي عبرت المقطع S_1 تساوي

حجم كمية السائل التي عبرت المقطع S_2 المدة الزمنية نفسها

فإن: $Q'_1 = Q'_2$

$$\frac{V_1}{\Delta t} = \frac{V_2}{\Delta t}$$

$$\frac{S_1 v_1 \Delta t}{\Delta t} = \frac{S_2 v_2 \Delta t}{\Delta t}$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

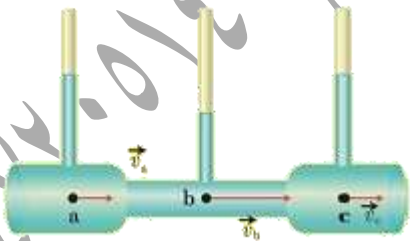
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$$

أي أن: سرعة تدفق السائل تناسب عكساً مع مساحة مقطع الأنبوب الذي يتدفق منه السائل.

نتيجة: تزداد سرعة تدفق السائل في أنبوب بنقصان مساحة مقطع الأنبوب.

وبالتالي: $Q' = S_1 v_1 = S_2 v_2 = const$

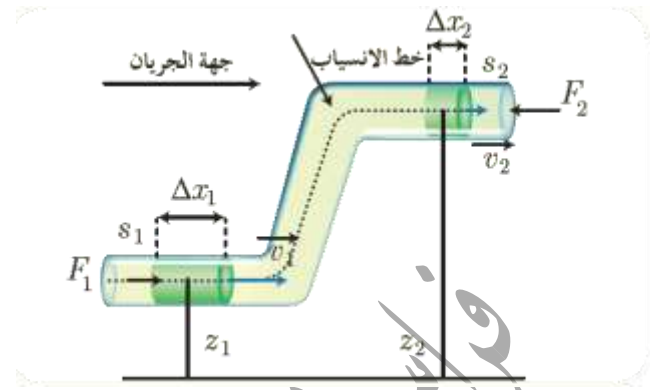
معادلة برنولي في الجريان المستقر:



في الشكل المجاور: سائل جريانه مستقر عبر انبوب أفقي

ذي مقاطع مختلفة.

الاستنتاج الرياضي لمعادلة برنولي:



عندما تمر كمية صغيرة من السائل بين مقطعين

حيث مساحة المقطع الأول \$s_1\$ والضغط عنده \$p_1\$، وسرعة

الجريان فيه \$v_1\$، والارتفاع عن مستوى مرجعي \$z_1\$

ومساحة المقطع الثاني \$s_2\$، والضغط عنده \$p_2\$، وسرعة

الجريان فيه \$v_2\$، والارتفاع عن مستوى مرجعي \$z_2\$.

إن العمل الكلي المبذول لتحريك كتلة السائل من المقطع

الأول إلى المقطع الثاني يساوي مجموع عمل قوة الثقل، وعمل

قوة ضغط السائل.

عمل قوة الثقل: $W_w = -mg(z_2 - z_1)$

عمل قوة ضغط السائل: يتأثر سطح المقطع \$s_1\$ بقوة \$F_1\$ لها جهة

الجريان، وتنتقل نقطة تأثيرها مسافة قدرها \$\Delta x_1\$، في مدة

زمنية \$\Delta t\$، فتقوم بعمل محرك (موجب).

$$W_1 = F_1 \Delta x_1$$

لكن: $F_1 = p_1 s_1 \Rightarrow W_1 = p_1 s_1 \Delta x_1$

لكن: $\Delta V = s_1 \Delta x_1 \Rightarrow W_1 = p_1 \Delta V$

حيث \$\Delta V\$ حجم كمية السائل التي تعبر المقطع \$s_1\$ في المدة الزمنية \$\Delta t\$

يتأثر سطح المقطع \$s_2\$ بقوة \$F_2\$ معيقة لجريان السائل، أي

تعاكس جهة الجريان، وتنتقل نقطة تأثيرها مسافة قدرها \$\Delta x_2\$

في المدة الزمنية \$\Delta t\$ (فتقوم بعمل مقاوم سالب).

$$W_2 = -F_2 \Delta x_2$$

لكن: $F_2 = p_2 s_2 \Rightarrow W_2 = -p_2 s_2 \Delta x_2$

لكن: $\Delta V = s_2 \Delta x_2 \Rightarrow W_2 = -p_2 \Delta V$

حيث \$\Delta V\$ حجم كمية السائل التي تعبر المقطع \$s_2\$ في المدة الزمنية \$\Delta t\$ نفسها.

وهي تساوي حجم كمية السائل التي تعبر المقطع \$s_1\$

في المدة الزمنية \$\Delta t\$ وذلك لأن السائل غير قابل للانضغاط.

ويصبح العمل الكلي $W_T = W_w + W_1 + W_2$

$$W_T = p_1 \Delta V_1 - p_2 \Delta V_2 - mg(z_2 - z_1)$$

وبحسب مصوئية الطاقة فإن:

$$W_T = E_{k_2} - E_{k_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

بمساواة العلاقتين نجد:

$$p_1 \Delta V_1 - p_2 \Delta V_2 - mg(z_2 - z_1) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

نقسم الطرفين على \$\Delta V\$ علماً أن: $\rho = \frac{m}{\Delta V}$

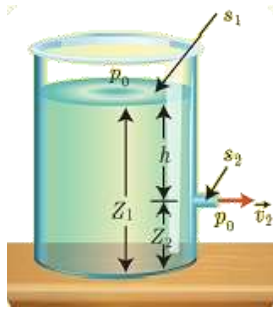
$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$$

معادلة برنولي: $p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = const$

وتنص نظرية برنولي على ما يلي: إن مجموع الضغط

والطاقة الحركية لواحدة الحجم، والطاقة الكامنة الثقالية لواحدة الحجم

(2) نظرية تورشيللي:



يحتوي خزان على سائل كتلة الحجمية ρ مساحة سطح مقطعه S_1 كبيرة بالنسبة إلى فتحة جانبية مساحة مقطعها صغيرة S_2 تقع قرب قعره وعلى عمق $z_1 - z_2 = h$ من السطح الحر للسائل.

فما السرعة التي يخرج بها السائل من الفتحة الجانبية؟

نطبق معادلة برنولي على جزء صغير من السائل انتقل من سطح الخزان بسرعة $v_1 \approx 0$ ليخرج من الفتحة S_2 إلى الوسط الخارجي بسرعة v_2 :

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$$

إن السطح المفتوح، والفتحة معرضتان للضغط الجوي النظامي، ولذلك $p_1 = p_2 = p_0$

$$\rho g z_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 = g z_1 - g z_2$$

$$v_2^2 = 2g(z_1 - z_2) \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

إن سرعة خروج السائل تساوي السرعة التي يسقط بها جسم مائع سقوطاً حراً من ارتفاع h .

تساوي مقداراً ثابتاً عند أي نقطة من نقاط خط الانسياب لسائل جرياناً مستقر.

فالمقدار $\rho g z$ يمثل الطاقة الكامنة الثقالية لوحدة الحجم من السائل ويمثل المقدار $\frac{1}{2} \rho v^2$ الطاقة الحركية لوحدة الحجم من السائل. والضغط p طاقة وحدة الحجم ويمكن أن تتحقق من ذلك لو كتبنا وحدات الضغط إذ نجد:

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}^3} = 1 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

ونستنتج: أنه يتنقص ضغط السائل كلما ازدادت سرعته.

حالة خاصة: إذا كان الأنبوب أفقياً:

$$z_1 = z_2$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

تطبيقات على معادلة برنولي:

(1) سكون الموائع ومعادلة المانومتر:

يمكن أن نحصل على معادلة المانومتر من معادلة برنولي بفرض أن المائع ساكن في الأنبوب أي $v_1 = v_2 = 0$:

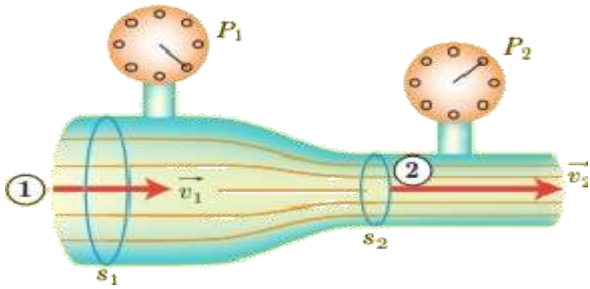
نعوض في معادلة برنولي فنجد:

$$p_1 - p_2 = \rho g z_2 - \rho g z_1 = \rho g (z_2 - z_1) = \rho g h$$

$$p_1 - p_2 = \rho g h$$

وهذه معادلة المانومتر: قانون الضغط في الموائع الساكنة.

الدم في المقاطع المتضيقة عن قيمتها الطبيعية اللازمة لمقاومة الضغوط الخارجية.



ونستنتج: أنه ينقص ضغط السائل كلما نقصت مساحة المقطع.

اختبر نفسي:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة مما يأتي:

(1) عندما تهب رباح أفقية عند فوهة مدخنة شاقولية فإن سرعة خروج الدخان من فوهة المدخنة:

(a) تزداد. (b) تبقى دون تغيير تنقص.

(c) تبقى دون تغيير. (d) تنعدم.

ويمكن تفسير النتيجة وفق:

(a) مبدأ باسكال. (b) مبدأ برنولي.

(c) قاعدة أرخميدس. (d) معادلة الاستمرارية.

(2) الإجابة الصحيحة: (a) تزداد وفق (b) مبدأ برنولي.

يصف السائل التالي بأنه:

(a) قابل للانضغاط وعتيم اللزوجة.

(b) غير قابل للانضغاط ولزوجته غير مهملة.

(c) غير قابل للانضغاط وعتيم اللزوجة.

(d) قابل للانضغاط ولزوجته غير مهملة.

تدعى العلاقة السابقة بنظرية تورشيللي، وتطبق على أي فتحة في الوعاء، سواء في فوهة كانت أم في جدارها الجانبي.

(3) انبوب فنوري: يتألف أنبوب فنوري من أنبوب مساحة مقطعه S_1 يجري فيه سائل بسرعة v_1 في منطقة ضغطها P_1 ، فيصل لاختناق مساحته S_2 ، ولعرفة فرق الضغط بين الجذع الرئيس والاختناق نستعمل أنبوب فنوري.

نطبق معادلة برنولي بين النقطتين 1,2 اللتين تقعان في المستوي الأفقي نفسه.

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$z_1 = z_2$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 - 1 \right] v_1^2$$

$$\text{لكن: } \frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] v_1^2$$

ويُقاس فرق الضغط بين نقطتين باستخدام جهاز قياس الضغط

لدينا: $S_1 > S_2$ إذا: $P_1 > P_2$ أي أن الضغط في

الاختناق أقل من الضغط في الجذع الرئيس للأنبوب. يُستفاد

من هذه الخاصية في الطب، فقد تناقص مساحة مقطع

الشرايين في منطقة ما نتيجة تراكم الدهون والشحوم،

وهذا يعيق جريان الدم في هذه الشرايين، ويتناقص ضغط

الإجابة الصحيحة: (c) غير قابل للانضغاط وبعديم اللزوجة .

(3) خرطوم مساحة مقطعه عند فوهة دخول الماء فيه S_1 وسرعة جريان الماء عند تلك الفوهة v_1 فتكون سرعة خروج الماء من نهاية الخرطوم حيث أن $S_2 = \frac{1}{4} S_1$ مساوية:

(a) v_1 (b) $\frac{v_1}{4}$ (c) $4v_1$ (d) $16v_1$

الإجابة الصحيحة: (c) $4v_1$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \Rightarrow S_1 v_1 = \frac{1}{4} S_1 v_2 \Rightarrow v_2 = 4v_1$$

ثانياً: أعط تفسيراً علمياً باستخدام العلاقات الرياضية المناسبة لكل مما يأتي:

س1_ اختلاف سرعة جريان الماء عبر مقاطع مختلفة المساحة في مجرى نهر جريانه أفقي .

الجواب: حسب معادلة الاستمرارية $S_1 v_1 = S_2 v_2$ السرعة تتناسب عكساً مع مساحة مقطع مجرى النهر , لذلك تزداد سرعة الماء عندما تنقص مساحة مقطع مجرى النهر وتنقص سرعة الماء عندما تزداد مساحة مقطع مجرى النهر .

س2_ اندفاع ستائر النوافذ المفتوحة إلى خارج السيارة عندما تتحرك بسرعة معينة.

الجواب: لأن ضغط الهواء خارج النوافذ أقل منه داخل السيارة وباعتبار أن الهواء (الغازات) تتحرك من المكان ذي الضغط المرتفع إلى المكان ذي الضغط المنخفض بالتالي يخرج الهواء من داخل السيارة نحو الخارج ويخرج معه الستائر.

س3_ عدم تقاطع خطوط الانسياب لسائل.

الجواب: خط الانسياب يمر في كل نقطة شعاع سرعة جسيم السائل في تلك النقطة وتقاطع خطوط الانسياب يعني وجود أكثر من سرعة للجسيم بالمكان نفسه وباتجاهات مختلفة وباللحظة ذاتها وهذا غير ممكن .

س4_ ينقص مقطع عمود الماء المتدفق من الخرطوم عندما توجه فوهته للأسفل، ويزداد مقطعه عندما توجه فوهته رأسياً للأعلى .

الجواب: عندما توجه فوهة الخرطوم للأسفل تزداد سرعة

جريان الماء كلما اقترب الماء من سطح الأرض فينقص سطح مقطع الماء المتدفق حسب معادلة الاستمرارية وعندما توجه فوهة الخرطوم للأعلى تنقص سرعة جريان الماء كلما ابتعد الماء عن سطح الأرض فيزداد سطح مقطع الماء المتدفق

س5_ يندفع الماء بسرعة كبيرة من ثقب صغير حدث في جدار خرطوم ينقل الماء .

الجواب: سرعة اندفاع الماء من ثقب صغير هي سرعة كبيرة حسب معادلة الاستمرارية $S_a v_a = S_b v_b$ فإن:

$$S_b > S_a \Rightarrow v_b < v_a$$

س6_ تستطيع خراطيم سيارات الإطفاء إيصال الماء لارتفاعات ومسافات كبيرة.

الجواب: فوهة الخرطوم ضيقة لذا تزداد سرعة اندفاع الماء فتزداد طاقته الحركية فيصل الماء إلى ارتفاعات أعلى ومسافات أطول.

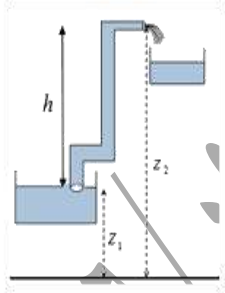
س7_ تكوّن مساحة فتحات الغاز في موقد الغاز صغيرة؟ الجواب: لكي يندفع الغاز منها بسرعة كبيرة.

المسألة الثانية: ترفع مضخة الماء من خزان أرضي عبر أنبوب مساحة مقطعه $S_1 = 10 \text{ cm}^2$ إلى خزان يقع على سطح بناء، فإذا علمت أن مساحة مقطع الأنبوب الذي يصب في الخزان العلوي $S_2 = 5 \text{ cm}^2$ وأن معدل الضخ $Q' = 0.005 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

(المطلوب: 1) احسب سرعة الماء عند دخوله الأنبوب وعند فتحة خروجه من الأنبوب.

(2) احسب قيمة ضغط الماء عند دخوله الأنبوب علماً بأن الضغط الجوي $1 \times 10^5 \text{ Pa}$ والارتفاع بين الفوهتين 20 m .

(3) احسب العمل الميكانيكي اللازم لضخ 100 L من الماء إلى الخزان العلوي.



مستوى مرجعي لقياس الطاقة الكامنة الثقالية

$$Q' = s_1 v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{Q'}{s} = \frac{5 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-4}} = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (1)$$

$$Q' = s_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{Q'}{s} = \frac{5 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(2) نطبق نظرية برنولي بين الوضعين:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$$

$$p_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (z_2 - z_1)$$

$$p_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g h$$

س8_ لجعل الماء المتدفق من فتحة خرطوم يصل إلى مسافات أبعد نغلق جزءاً من فتحة الخرطوم.

الجواب: نغلق جزءاً من فتحة الخرطوم لكي تزداد سرعة جريان الماء فتزداد طاقته الحركية لذا يصل إلى ارتفاعات أعلى ومسافات أطول.

س9_ عندما تهب الأعاصير ينصح بفتح النوافذ في البيوت.

الجواب: لكي يتساوى الضغط بين أسفل سقف البيت وأعلى، حيث أن زيادة سرعة الرياح في الخارج تسبب اختلاف كبير في الضغط بين أسفل وأعلى السقف فتولد عنه قوة دافعة نحو الأعلى تؤدي نزع سطح البيت.

حل المسائل التالية:

المسألة الأولى: لماء خزان حجمه 600 L بالماء استعمل خرطوم مساحة مقطعه 5 cm^2 فاستغرقت العملية 300 s .

(المطلوب: 1) احسب معدل التدفق الحجمي Q' .

(2) احسب سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم.

(3) كم تصبح سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم إذا نقص مقطعها ليصبح ربع ما كان عليه؟

الحل:

$$Q' = \frac{V}{\Delta t} = \frac{0.6}{300} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \quad (1)$$

$$Q' = s v \Rightarrow v = \frac{Q'}{s} = \frac{2 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (2)$$

$$s_1 v_1 = s_2 v_2 \Rightarrow s_1 v_1 = \frac{1}{4} s_1 v_2 \Rightarrow \quad (3)$$

$$v_2 = 4 v_1 = 4 \times 4 = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

الحل:

$$v_1 = \frac{Q'}{S_1} = \frac{5 \times 10^{-5}}{1.25 \times 10^{-4}} = 0.4 m.s^{-1} \quad (1)$$

$$v_2 = \frac{Q'}{S_2} = \frac{5 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-8}} = 1250 m.s^{-1} \quad (2)$$

التفكير الناقد: أيهما أكثر نقوساً السطح العلوي أم السطح

السفلي لجناح الطائرة؟

الجواب: السطح العلوي لجناح الطائرة أكثر نقوساً من السطح

السفلي ، فعندما تتحرك الطائرة بسرعة ما تكون سرعة

جريان الهواء من الأعلى أكبر منها من الأسفل،

وبالتالي يكون الضغط من الأعلى أقل منه من

الأسفل فترتفع الطائرة.

----- انتهى البحث -----

ندعوكم للانضمام إلى قناتنا على التيلغرام:

قناة فراس قلعه جي للفيزياء والكيمياء

$$p_1 = 10^5 + \frac{1}{2} 1000(100 - 25) + 1000 \times 10 \times 20$$

$$p_1 = 100000 + 37500 + 200000 = 337500 \text{ pa}$$

$$W = \Delta E_K = E_{K2} - E_{K1} = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = \quad (3)$$

$$W = \frac{1}{2} \rho V(v_2^2 - v_1^2) =$$

$$W = \frac{1}{2} (1000)(100 \times 10^{-3})(100 - 25) = 3750 \text{ J}$$

المسألة الثالثة: ينتهي أنبوب ماء مساحة مقطعه 10 cm^2 إلى

رشاش الاستحمام فيه 25 ثقباً متماثلاً مساحة مقطعه كل

ثقب 0.1 cm^2 فإذا علمت أن سرعة تدفق الماء عبر الأنابيب

50 cm.s^{-1} المطلوب:

(1) احسب معدل التدفق الحجمي للماء.

(2) احسب سرعة تدفق الماء من كل ثقب.

الحل:

$$Q' = s_1 v_1 = 10 \times 10^{-4} \times 0.5 = 5 \times 10^{-4} m^3.s^{-1} \quad (1)$$

$$Q' = 25 s_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{Q'}{25 S_1} = \frac{5 \times 10^{-4}}{25 \times 0.1 \times 10^{-4}} \quad (2)$$

$$\Rightarrow v_2 = 2 m.s^{-1}$$

المسألة الرابعة: محقن أسطوانتي الشكل مساحة

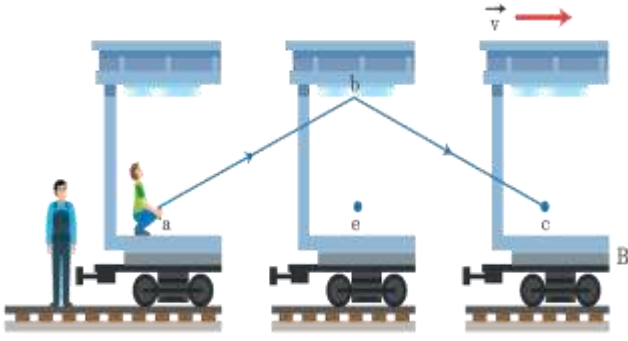
مقطعه 1.25 cm^2 مركب عليه إبرة معدنية مساحة مقطعه

$4 \times 10^{-4} \text{ cm}^2$ المطلوب:

(1) احسب سرعة تدفق المحلول عبر مقطع المحقن عندما

يكون معدل التدفق $5 \times 10^{-5} m^3 s^{-1}$.

(2) احسب سرعة تدفق المحلول لحظة خروجه من فوهة الإبرة.



إن المسافة التي تقطعها الومضة الضوئية للعودة إلى المنبع

بالنسبة للمراقب الخارجي هي $ab+bc$ بالتالي:

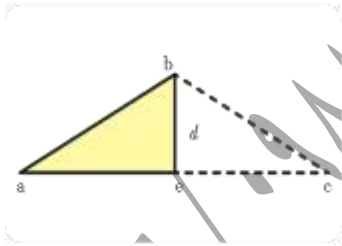
$$c = \frac{ab+bc}{t} = \frac{2ab}{t} \Rightarrow ab = \frac{ct}{2} \dots (2)$$

لكن المنبع انتقل من النقطة a إلى النقطة c:

$$v = \frac{ac}{t} = \frac{2ae}{t} \Rightarrow ae = \frac{vt}{2} \dots (3)$$

بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث القائم abe وباستخدام

العلاقتين (2) و(3) نجد:



$$\left(\frac{vt}{2}\right)^2 + d^2 = \left(\frac{ct}{2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{vt}{2}\right)^2 - \left(\frac{ct}{2}\right)^2 = d^2$$

$$\frac{1}{4}t^2(v^2 - c^2) = d^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4d^2}{c^2 - v^2} \Rightarrow$$

$$t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} \dots (4)$$

ومن العلاقة (1):

$$t_0 = \frac{2d}{c} \dots (5)$$

نسب العلاقتين (4) و(5):

$$\frac{t}{t_0} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{c}{\sqrt{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

النسبية الخاصة

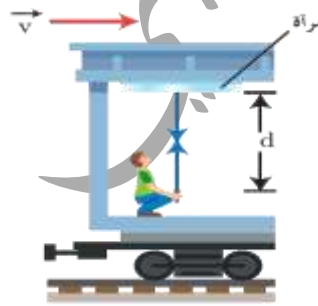
- السرعة مفهوم نسبي يختلف باختلاف جملة المقارنة.

- سرعة انتشار الضوء ثابتة في الوسط نفسه مهما اختلفت سرعة المنبع الضوئي، أو سرعة المراقب.

فرضيتا أينشتاين: الفرضية الأولى: سرعة انتشار الضوء في الخلاء هي نفسها $C=3 \times 10^8 \text{m.s}^{-1}$ في جميع جمل المقارنة.

الفرضية الثانية: القوانين الفيزيائية تبقى نفسها في جميع جمل المقارنة العطالية.

تمدد الزمن:



لدينا قطار يسير بسرعة ثابتة v_1 ، مثبت على سقف إحدى

عرباته مرآة مستوية ترتفع مسافة d عن منبع ضوئي بيد

مراقب يقف ساكناً في العربة ذاتها، يرسل المراقب ومضة ضوئية

باتجاه المرآة، ويسجل الزمن t_0 الذي تستغرقه الومضة الضوئية

للعودة إلى المنبع بالتالي يكون:

$$c = \frac{2d}{t_0} \Rightarrow d = \frac{ct_0}{2} \dots (1)$$

أما بالنسبة لمراقب خارجي يقف ساكناً خارج القطار على

استقامة واحدة مع المنبع الضوئي لحظة إصدار الومضة الضوئية

فإن الزمن الذي تستغرقه الومضة الضوئية للعودة إلى

المنبع هو t .

أي أن الأخ التوأم انتظر ثلاثين عاماً حتى انتهت رحلة أخيه التوأم التي استغرقت بالنسبة له عاماً واحداً.
تقلص الأطوال:

تخيّل مراقبين: الأول في محطة إطلاق على الأرض والثاني روبات في مركبة فضاء انطلقت من محطة الفضاء نحو الشمس بسرعة ثابتة بالنسبة للمراقب الأول.

تسجل العدادات في المحطة على الأرض الآتي:
المسافة بين الأرض والشمس L_0 والزمن الذي استغرقته مركبة الفضاء في رحلتها t وبالتالي: $L_0 = vt$
وتسجل عدادات مركبة الفضاء المعطيات الآتية:

المسافة المقطوعة بين الأرض والشمس L ، وزمن الرحلة t_0 :

فيكون: $L = vt_0$

$$\frac{L_0}{L} = \frac{t}{t_0} = \frac{\gamma t_0}{t_0}$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \Rightarrow L < L_0$$

أما بالنسبة لطول المركبة الفضائية (وفق منحى سرعتها) فيعد L بالنسبة للمراقب الأرضي لأن المركبة الفضائية متحركة بالنسبة له.

ويعتبر L_0 بالنسبة للمراقب في المركبة الفضائية.

فيكون طول المركبة بالنسبة للمراقب الأرضي أقصر مما هو عليه بالنسبة لمراقب في المركبة.

استنتج: يتقلص (ينكمش) الطول عند الحركة.

$$\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t = \gamma t_0$$

$$\gamma = \frac{t}{t_0} > 1 \Rightarrow t > t_0$$

استنتج: يتمدد (يتباطأ) الزمن عند الحركة.

تطبيق (مفارقة التوأمين):



بفرض أن أخوين توأمين أحدهما رائد فضاء طار بسرعة قريبة من سرعة الضوء في الحلاء $v = \frac{\sqrt{899}}{30}c$ وبقي رائد الفضاء في رحلته سنة واحدة وفق مقياسية يحملها، فما الزمن الذي انتظره أخوه التوأم على الأرض ليعود رائد الفضاء من رحلته؟

الحل: الزمن الذي سجلته المقياسية التي يحملها رائد الفضاء:

$t_0 = 1 \text{ year}$ الذي سجله (المراقب الخارجي)

الأخ التوأم الذي بقي على الأرض t : حيث $t = \gamma t_0$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(\frac{\sqrt{899}}{30}c)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{899}{900}}} = 30$$

$$t = 30 \times 1 = 30 \text{ year}$$

تكافؤ الكتلة - الطاقة:

الكتلة ثابتة في الميكانيك الكلاسيكي حيث السرعات صغيرة
 أمام سرعة انتشار الضوء في الخلاء، أما وفق الميكانيك النسبي
 فإن الكتلة تزداد بزيادة السرعة حيث السرعات قريبة من
 سرعة الضوء وتعطى بالعلاقة:

$$m = \gamma m_0$$

حيث: m الكتلة عند الحركة، m_0 الكتلة عند السكون.

فمن أين أتت هذه الزيادة في الكتلة؟

$$\Delta m = m - m_0 = \gamma m_0 - m_0$$

$$\Delta m = m_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

$$\Delta m = m_0 \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

وفق دستور التقريب: $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ بشرط $\varepsilon \ll 1$

من أجل السرعات الصغيرة يكون: $\frac{v^2}{c^2} \ll 1 \Rightarrow v \ll c$

$$\Delta m = m - m_0 = m_0 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1\right)$$

$$\Delta m = m - m_0 = \frac{1}{2} \frac{m_0 v^2}{c^2}$$

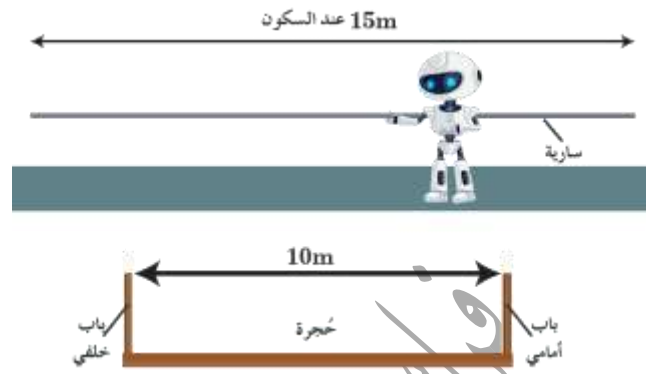
$$\Delta m = \frac{E_k}{c^2}$$

استنتج: عندما يتحرك الجسم تزداد كتلته بمقدار يساوي طاقته

الحركية مقسومة على رقم ثابت c^2 أي أن الكتلة

تكافئ الطاقة.

تطبيق (السارية والحجرة):



لدينا روبوت رياضي يحمل سارية أفقية طولها وهي ساكنة

15m يتحرك بسرعة أفقية $0.75c$ وأمامه حجرة لها بابان

أمامي وخلفي البعد بينهما 10m يمكن التحكم

بفتحها وإغلاقها آتياً بالنسبة لمراقب ساكن هل يمكن

أن تُعبر السارية الحجرة بأمان إذا أغلق المراقب الساكن

البابين وفتحها آتياً (بالنسبة له) عند عبور الروبوت مع السارية

للحجرة؟ (نعد $\sqrt{0.4375} = 0.66$)

الحل: يُعد المراقب الساكن طول السارية المتحركة L وطولها

وهي ساكنة L_0 فيكون:

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \dots (1)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0.75c)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{0.4375}} = \frac{1}{0.66}$$

نعوض (1) فنجد: $L = \frac{15}{\frac{1}{0.66}} = 9.9 < 10 \text{ m}$

لذلك يمكن أن تُعبر السارية بأمان.

الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي:

$$\Delta m = m - m_0 = \frac{E_k}{c^2}$$

نضرب العلاقة السابقة بالثابت c^2 فنجد:

$$mc^2 - m_0c^2 = E_k \Rightarrow mc^2 = m_0c^2 + E_k$$

$$E = E_0 + E_K$$

استنتج: إن الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي هي

مجموع الطاقة السكونية والطاقة الحركية.

الطاقة الكلية	الطاقة الحركية	الطاقة السكونية
$E = mc^2$	$E_k = E - E_0$	$E_0 = m_0c^2$

تطبيق: يتحرك إلكترون في أنبوبة تلفاز بطاقة حركية

$27 \times 10^{-16} \text{ J}$ والمطلوب:

(1) احسب النسبة المئوية للزيادة في كتلة الإلكترون نتيجة طاقته الحركية.

(2) احسب طاقته السكونية علماً أن:

$$m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ Kg}, \quad c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

الحل:

$$\Delta m = m - m_0 = \frac{E_k}{c^2} = \frac{27 \times 10^{-16}}{(3 \times 10^8)^2} \quad (1)$$

$$\Delta m = 3 \times 10^{-32} \text{ kg}$$

$$\text{النسبة المئوية للزيادة في الكتلة} = \frac{3 \times 10^{-32}}{9 \times 10^{-31}} \times 100$$

$$= 3.33\%$$

(2) طاقة الإلكترون السكونية:

$$E_0 = m_0c^2 \Rightarrow E_0 = 9 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2 = 81 \times 10^{-15} \text{ J}$$

تنويه مهم: إن أثر النظرية النسبية الخاصة يُهمل من أجل

السرعات الصغيرة بالنسبة إلى سرعة انتشار الضوء في الخلاء،

وتؤول عندها العلاقات الفيزيائية إلى شكلها الكلاسيكي.

(1) انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحددة

للطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي.

$$E_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2$$

$$E_k = \gamma m_0c^2 - m_0c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2$$

لكن من أجل السرعات الصغيرة أمام سرعة الضوء في

الخلاء أي $v \ll c$ فإن $v^2/c^2 \ll 1$ ومنه:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

وحسب دستور التقريب يكون:

$$\gamma = 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

نعوض عن γ فنجد:

$$E_k = \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1\right)m_0c^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

وهي علاقة الطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي.

(2) انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج العلاقة المحددة

لكمية الحركة في الميكانيك الكلاسيكي.

$$P = mv = \gamma m_0 v = \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] m_0 v \quad \dots (1)$$

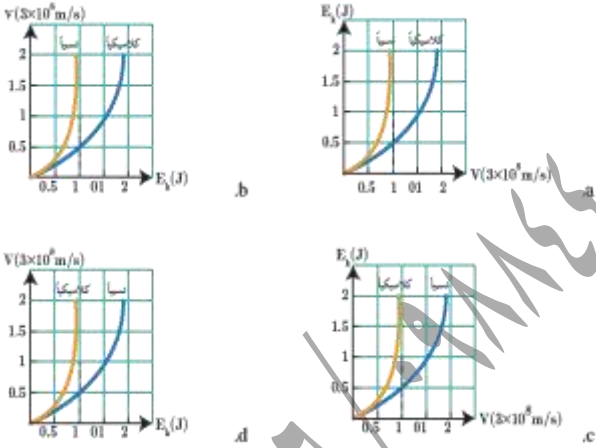
قدم مدتها ساعة ونصف، ويتابعهم مراقب أرضي بتلسكوب دقيق جداً، فيرى مدة المباراة:

- (a) هي نفسها (b) أكبر
(c) أصغر (d) معدومة

الإجابة الصحيحة: (b) أكبر.

توضيح الإجابة: بسبب تمدد الزمن عند الحركة.

(3) المنحني البياني الذي يمثل العلاقة بين الطاقة الحركية لجسم ما، وسرعته هو:



الإجابة الصحيحة: a

توضيح الإجابة: نختار الشكل الذي لا يتجاوز السرعة فيه نسبياً سرعة الضوء في الخلاء وتكون السرعة على المحور الأفقي.

ثانياً: أجب عن السؤالين الآتيين:

(1) يحاول العلماء عند دراستهم خصائص الجسيمات تحريكها بسرعات كبيرة جداً باستخدام المسرعات، هل يمكن أن تصل سرعة هذه الجسيمات إلى سرعة انتشار الضوء في الخلاء تماماً؟ لماذا؟

لكن من أجل السرعات الصغيرة أمام سرعة الضوء في الخلاء أي $v \ll c$ فإن: $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ ومنه:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$$

وحسب دستور التقريب يكون:

$$P = [1 + \frac{v^2}{2c^2}] m_0 v \quad (1)$$

لكن $\frac{v^2}{2c^2} \ll \ll 1$ فتهمل أمام الواحد بالتالي:

$$P_0 = m_0 v$$

اختبر نفسي:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

(1) افترض أن صاروخين في الخلاء يتحرك كل منهما نحو الآخر بسرعة قريبة من سرعة انتشار الضوء في الخلاء وفي لحظة ما أضاء الصاروخ الأول مصابحه إن سرعة ضوء الصاروخ الأول بالنسبة للصاروخ الثاني هي:

(a) تساوي c (b) أكبر من c .

(c) أصغر من c . (d) معدومة .

الإجابة الصحيحة: (a) تساوي c .

توضيح الإجابة: سرعة انتشار الضوء ثابتة في الوسط نفسه لا تتغير عند حركة المنبع الضوئي أو حركة المراقب.

(2) افترض أن طاقم سفينة فضاء تطير بسرعة قريبة من سرعة انتشار الضوء في الخلاء يشاهدون تسجيلاً للمباراة كرة

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى: جسمٌ مستطيل الشكل طوله وهو ساكن b_0

يساوي ضعفي عرضة a يتحرك هذا الجسم بحيث يكون طوله موازياً لشعاع سرعته v بالنسبة لمراقب في الجملة الساكنة، فيبدوله مرتعاً، احسب قيمة سرعة الجسم.

الحل: طول الجسم وهو ساكن: $b_0 = 2a$

طول الجسم وهو متحرك: $b = a$

$$b = \frac{b_0}{\gamma} \Rightarrow a = \frac{2a}{\gamma} \Rightarrow \gamma = 2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$4 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$v^2 = \frac{3}{4} c^2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} c = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 3 \times 10^8$$

$$v = 1.5\sqrt{3} \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

المسألة الثانية: يتحرك إلكترونٌ بسرعة $\frac{2\sqrt{2}}{3}c$ المطلوب:

احسب كمية حركة الإلكترون وفق قوانين الميكانيك الكلاسيكي، ثم وفق الميكانيك النسبي.

$$(m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg})$$

الحل: كلاسيكياً: لا تتغير الكتلة بين حالتي السكون

$$p_0 = m_0 v$$

$$p_0 = 9 \times 10^{-31} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 3 \times 10^8 = 18\sqrt{2} \times 10^{-23} \text{ Kg.m.s}^{-1}$$

الحل: لا، بما أن الجسم يمتلك كتلة سكونية فكلما اقتربت سرعته من سرعة الضوء في الخلاء زادت كتلته فإذا تناهت سرعته إلى سرعة الضوء في الخلاء يحتاج إلى إعطاءه قوة لانهائية لدفعه وهذا غير ممكن.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

وعندما تصبح سرعة الجسم مساوية لسرعة الضوء $v=c$ بالتالي:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-1}} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$F = ma = \gamma m_0 a = \infty \quad \text{لكن:}$$

(2) يقف جسمٌ ساكنٌ عند مستوي مرجعي (سطح الأرض) ما قيمة طاقته الحركية عندئذٍ وما قيمة طاقته الكامنة الثقالية بالنسبة للمستوي المرجعي وهل طاقته الكلية النسبية معدومة ولماذا؟

الحل: طاقته الحركية معدومة لانعدام سرعته (ساكن).

طاقته الكامنة الثقالية معدومة بالنسبة للمستوي المرجعي (الأرض) لأن ارتفاع الجسم عن الأرض معدوم.

طاقته الكلية النسبية غير معدومة لأنها مجموع الطاقة الحركية والطاقة السكونية، وطاقته السكونية غير معدومة فما يزال يمتلك كتلة سكونية.

$$E = E_0 + E_k = m_0 c^2 + 0 = m_0 c^2$$

التفكير الناقد:

في الميكانيك الكلاسيكي إذا تضاعفت كمية حركة جسيم ما فإن طاقته الحركية تزداد أربعة أضعاف، فهل يتحقق ذلك في الميكانيك النسبي؟ وضح ذلك.

الجواب: في الميكانيك الكلاسيكي تضاعف كمية حركة جسيم ما مرتين يعني بالضرورة تضاعف سرعته مرتين لأن كتلته ثابتة فتزداد عندئذ طاقته الحركية أربعة أضعاف أما في الميكانيك النسبي فهذا غير محقق لأن الكتلة تزداد بزيادة السرعة.

----- انتهى البحث -----

ندعوكم للانضمام إلى قناتنا على التيلغرام:

قناة فراس قلعه جي للفيزياء والكيمياء

نسبياً: تزداد كتلة الإلكترون عند تحركه وتصبح: γm_0

فتكون كمية حركة: $p = \gamma m_0 v = \gamma p_0$

$$\text{حساب } \gamma: \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(2\sqrt{2}c)^2}{3^2 c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{8}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}}}$$

$$\Rightarrow \gamma = 3$$

$$p = 3 \times 18\sqrt{2} \times 10^{-23} = 54\sqrt{2} \times 10^{-23} \text{ Kg.m.s}^{-1}$$

المسألة الثالثة: تبلغ الكتلة السكونية لبروتون

$$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} \text{ وطاقته الكلية تساوي ثلاثة}$$

أضعاف طاقته السكونية والمطلوب:

(1) احسب كل من طاقته السكونية.

(2) طاقته الحركية في الميكانيك النسبي.

(3) كتلته في الميكانيك النسبي.

$$E_0 = m_0 c^2 = m_p c^2 \quad \text{(الحل: 1)}$$

$$E_0 = 1.67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$$

$$E_0 = 15.03 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$E_k = E - E_0 = 3E_0 - E_0 = 2E_0 \quad \text{(2)}$$

$$E_k = 2 \times 15.03 \times 10^{-11} = 30.06 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$E = mc^2 = \gamma m_0 c^2 \Rightarrow \quad \text{(3)}$$

$$E = \gamma E_0 = 3E_0 \Rightarrow \gamma = 3$$

$$m = \gamma m_0 = 3(1.67 \times 10^{-27})$$

$$m = 5.01 \times 10^{-27} \text{ Kg}$$