اختبار نواسات شاملة

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

-1 يتألف نواس مرن من نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته k معلق به جسماً كتلته m دوره الخاص T_0 نضيف إلى الجسم المعلق جسماً أخر كتلته $M = m$ فيكون الدور الخاص الجديد مساوياً:

$T_0' = T_0$ -a	$T_0' = 2T_0$ -b	$T_0' = \frac{T_0}{2}$ -c	$T_0' = \sqrt{2}T_0$ -d

-2 في النواس المرن غير متخامد تكون قيمة الطاقة الحركية في نقطة مطالها $\frac{-x_{max}}{\sqrt{2}}$ مساوية:

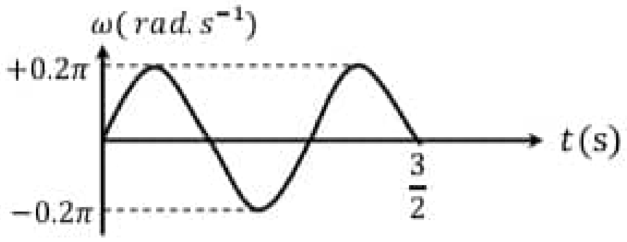
$E_k = \frac{3}{2}E_{tot}$ -a	$E_k = \frac{1}{\sqrt{2}}E_{tot}$ -b	$E_k = \frac{1}{2}E_{tot}$ -c	$E_k = 2E_{tot}$ -d

-3 في النواس الفتل غير متخامد عندما نعلق ساقين متماثلين بسلكي فتل متماثلين طول الأول l_1 وطول الثاني l_2 فغذا علمت أن $T_{0_1} = \frac{T_{0_2}}{4}$ فإن العلاقة بين طولي السلكين:

$l_1 = \frac{l_2}{4}$ -a	$l_1 = 4l_2$ -b	$l_1 = \frac{l_2}{16}$ -c	$l_1 = 16l_2$ -d

-4 يمثل الشكل البياني المجاور تغيرات السرعة الزاوية لنواس فتل بتغير الزمن، فإن تابع السرعة الزاوية الذي يمثله هذا المنحني هو:

$\bar{\omega} = -0.2\pi\sin(2\pi t)$ -a
$\bar{\omega} = -0.2\pi\sin(2\pi t + \pi)$ -b
$\bar{\omega} = -0.2\pi\sin\left(\frac{9\pi}{2}t\right)$ -c
$\bar{\omega} = -0.2\pi\sin\left(\frac{9\pi}{2}t + \pi\right)$ -d



-5 ساق شاقولية كتلتها $M = \frac{1}{2}\ kg$ طولها $l = 1\ m$ نثبت في طرفها السفلي كتلة نقطية $M = m$ يمكنها أن تنوس حول محور دوران مار من طرفها العلوي فيكون عزم قوة ثقل الساق بالنسبة لمحور الدوران عندما نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقولي زاوية 30^0 مقدراً ب $m.N$

$\Gamma_{\overline{W}/\Delta} = -3.25$ -a	$\Gamma_{\overline{W}/\Delta} = -3.75$ -b	$\Gamma_{\overline{W}/\Delta} = -7.5$ -c	$\Gamma_{\overline{W}/\Delta} = -15$ -d

السؤال الثاني:

انطلاقاً من المعادلة التفاضلية $(\bar{\theta})''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\bar{\theta}$ برهن أن حركة نواس الفتل غير متخامد هي حركة جيبية دورانية، ثم استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس.

السؤال الثالث:

نثبت إلى بداية ساق أفقية ملساء طرف نابض مرن مهمل الكتلة ونثبت إلى نهايته الثانية جسماً كتلته m لنشكل نواس مرن حركته جيبية انسحابية التابع الزمني لمطاله $\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t)$ المطلوب:

-1 استنتج عبارة الطاقة الميكانيكية للنواس المرن.

-2 حدد شكل الطاقة لحظة المرور بوضع التوازن.

-3 حدد قيمة السرعة الخطية التي عندها تتساوى الطاقة الكامنة المرونية مع الطاقة الحركية.

السؤال الربع:

تعطى المعادلة التفاضلية التي تصف حركة النواس الثقلي غير المتخامد من أجل السعات الزاوية الكبيرة بالشكل $(\bar{\theta})''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\sin\theta$ كيف تصبح تلك المعادلة من أجل السعات الزاوية الصغيرة $\theta_{max} \le 0.24\ rad$ واستنتج علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي من أجل السعات الزاوية الصغيرة.

السؤال الخامس: أجب عن أحد السؤالين الآتيين:

1- انطلاقاً من التابع الزمني للمطال في النواس المرن $\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t)$ استنتج تابع تسارع الجسم بدلالة مطال الحركة $\bar{x}$ ، ثم حدد باستخدام العلاقات المناسبة المواضع التي يكون فيها التسارع أعظمياً ومعدوماً.

2- انطلاقاً من مصونية الطاقة الميكانيكية برهن أن حركة نواس الفتل هي حركة جيبية دورانية.

السؤال السادس: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى: تتألف هزازة جيبية انسحابية من نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $k = 10\ N.m^{-1}$ مثبت من إحدى طرفيه ويحمل في طرفه الآخر جسماً كتلته m ويعطى التابع الزمني لمطال حركتها بالعلاقة $\bar{x} = 0.2\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$

1- أوجد قيم ثوابت الحركة، ودورها الخاص، وطول القطعة المستقيمة، وكتلة الجسم المعلق.

2- عين لحظتي مرور الأول والثاني للجسم في موضع التوازن، واحسب السرعة لحظة مرور الأول.

3- حدد موضع الجسم المعلق لحظة بدء الزمن، واحسب التسارع، والطاقة الحركية عند هذا الموضع.

4- احسب الاستطالة السكونية لهذا النابض.

المسألة الثانية: ساق شاقولية كتلتها M طولها $6\ m$ نثبت في طرفها السفلي كتلة نقطية $M = m$ لتؤلف الجملة نواس ثقلياً مركباً يمكنه أن ينوس في مستوٍ شاقولي حول محور دوران أفقي مار من منتصفها.

1- احسب دور هذا النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة.

2- نزيح جملة النواس عن وضع توازنها الشاقولي زاوية θ_{max} ونتركها دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية لمركز عطالة جملة النواس لحظة مرورها بالشاقول $v_c = \frac{3\pi}{4}\ m.s^{-1}$. استنتج قيمة الزاوية θ_{max}.

3- نعيد الساق إلى وضعها الشاقولي ثم نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقولي زاوية $\frac{\pi}{2}$ ونتركها دون سرعة ابتدائية.

a- احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية m.

المسألة الثالثة: نواس بسيط طول خيطه $l = 1\ m$ معلق بنهايته كرة كتلتها $m = 200\ gr$

1- استنتج علاقة الدور الخاص للنواس البسيط في حالة السعات الزاوية الصغيرة انطلاقاً من العلاقة العامة للدور الخاص للنواس الثقلي المركب في حالة السعات الزاوية الصغيرة.

2- يحرف الخيط عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية θ_{max} ونترك الكرة بدون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها لحظة مرورها بالشاقول $v = \pi\ m.s^{-1}$.

a- استنتج قيمة الزاوية θ_{max}.

b- احسب الطاقة الحركية للنواس لحظة مروره بالشاقول.

c- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لشدة قوة توتر الخيط عند المرور بالشاقول، ثم احسب قيمتها.

3- استنتج بالرموز العلاقة المحددة للتسارع المماسي لكرة النواس عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية 30° ثم احسب قيمته.

اختبارات نواسات شاملة

السؤال الأول:

1- d _ $T_0' = \sqrt{2}\,T_0$

2- C _ $E_k = \frac{1}{2}E_{tot}$

3- C $L_1 = \frac{L_2}{16}$

4- $\bar{\omega} = -0{,}2\pi\sin(2\pi t+\pi)$

5- b $\bar{\Gamma}_{\vec{w}/\Delta} = -3{,}75$

السؤال الثاني:

$$(\bar\theta)''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\bar\theta \quad \ldots (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t+\bar\varphi)$$

نشتق التابع مرتين بالنسبة للزمن:

$$\bar\omega = (\bar\theta)'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t+\bar\varphi)$$

$$(\bar\theta)''_t = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t+\bar\varphi)$$

$$(\bar\theta)''_t = -\omega_0^2\bar\theta \quad \ldots (2)$$

بالمطابقة بين العلاقتين (1) و (2)

$$-\omega_0^2\bar\theta = -\frac{k}{I_\Delta}\bar\theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$$

فحركة نواس فتل هي حركة جيبية دورانية

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

السؤال الثالث:

1- $E_{tot} = E_p + E_k$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_{max}^2\cos^2\omega_0 t$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x_{max}^2\sin^2\omega_0 t$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega_0^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}kx_{max}^2\sin^2\omega_0 t$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}kx_{max}^2\cos^2\omega_0 t + \frac{1}{2}kx_{max}^2\sin^2\omega_0 t$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}kx_{max}^2(\cos^2\omega_0 t + \sin^2\omega_0 t)$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}kx_{max}^2 = const$$

2- طاقة حركية فقط $E_{tot} = E_k$

3- $E_p = E_k \to v = ?$

$$E_{tot} = E_p + E_k \Rightarrow E_{tot} = E_k + E_k$$

$$E_{tot} = 2E_k \Rightarrow \frac{1}{2}kx_{max}^2 = 2\frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2 = \frac{k x_{max}^2}{2m} \Rightarrow v^2 = \frac{1}{2}\omega_0^2 x_{max}^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} v = \frac{1}{\sqrt{2}}\omega_0 x_{max}$$

السؤال الرابع:

$$(\bar\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\sin\bar\theta$$

من أجل θ صغيرة

$$\sin\theta \simeq \theta$$

$$(\bar\theta)''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\bar\theta \quad \ldots (1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t+\bar\varphi)$$

نشتق مرتين بالنسبة للزمن:

$$(\bar\theta)'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t+\bar\varphi)$$

$$(\bar\theta)''_t = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t+\bar\varphi)$$

$$(\bar\theta)''_t = -\omega_0^2\bar\theta \quad \ldots (2)$$

بمطابقة (1) و (2)

$$-\omega_0^2\bar\theta = -\frac{mgd}{I_\Delta}\bar\theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_\Delta} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} > 0$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

السؤال الخامس:

1- $\bar x = x_{max}\cos(\omega_0 t)$

$$\bar v = (x)'_t = -\omega_0 x_{max}\sin\omega_0 t$$

$$\bar a = (\bar x)''_t = -\omega_0^2 x_{max}\cos\omega_0 t$$

$$\bar a = -\omega_0^2\bar x$$

يكون أعظمي $\bar x = \pm x_{max}$

$$a_{max} = |\pm\omega_0^2 x_{max}|$$

يكون تسارع أعظمي في الوضعين الطرفيين وذلك بالقيمة المطلقة

يكون معدوم $\bar x = 0 \Rightarrow a = 0$

وذلك عند المرور في وضع التوازن.

السؤال السادس :

المسألة الأولى :

$k = 10\ N.m^{-1}$

$\bar{x} = 0{,}2\cos(2\pi t - \frac{\pi}{3})\ m$

1- لتعين الثوابت $x_{max}, \omega_0, \bar{\varphi}$

$\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$x_{max} = 0{,}2\ m$

$\omega_0 = 2\pi\ rad.s^{-1}$

$\bar{\varphi} = -\frac{\pi}{3}\ rad$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\ sec$

طول القطعة المستقيمة $= 2x_{max} = 2\times 0{,}2 = 0{,}4\ m$

$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{10}{40} = 0{,}25\ kg$

-2 $t_1 = ?\ ,\ t_2 = ?\quad x = 0\ ,\ v_1 = ?$

$0 = 0{,}2\cos(2\pi t - \frac{\pi}{3})$

$\cos(2\pi t - \frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{\pi}{2} + \pi k)$

$2\pi t - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$2t - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + k \Rightarrow 2t = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + k$

$2t = \frac{5}{6} + k \Rightarrow t = \frac{5}{12} + \frac{k}{2}$

$t_1 = \frac{5}{12}\ sec \qquad k = 0$ لحظة المرور الأول

$t_2 = \frac{11}{12}\ sec \qquad k = 1$ لحظة المرور الثاني

$v = -\omega_0 x_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$v = -2\pi\times 0{,}2\sin(2\pi\frac{5}{12} - \frac{\pi}{3})$

$v = -0{,}4\pi\sin(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3})$

$v = -0{,}4\pi\sin(\frac{\pi}{2})$

$v = -0{,}4\pi\ m.s^{-1}$

-3 $x = ? \Rightarrow t = 0\ ,\ a = ?\ ,\ E_k = ?$

$x = 0{,}2\cos(2\pi(0) - \frac{\pi}{3})$

$x = 0{,}2\cos\frac{\pi}{3} = 0{,}1\ m$

$a = -\omega_0^2 x = -4\pi^2\times 0{,}1 = -4\ m.s^{-2}$

$E_{tot} = \frac{1}{2}k x_{max}^2 = \frac{1}{2}\times 10\times 4\times 10^{-2} = 2\times 10^{-1}\ J$

$E_p = \frac{1}{2}k x^2 = \frac{1}{2}\times 10\times 10^{-2} = 0{,}5\times 10^{-1}\ J$

$E_{tot} = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E_{tot} - E_p$

$E_k = 2\times 10^{-1} - 0{,}5\times 10^{-1} = (2 - 0{,}5)10^{-1}$

$E_k = 1{,}5\times 10^{-1}\ J$

-4 $x_0 = ?\qquad mg = kx_0$

$x_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega_0^2}$

$x_0 = \frac{10}{40} = 0{,}25\ m$

المسألة الثانية :

$M,\ L = 6\ m$

-1 $T_0 = ? \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

جملة $I_\Delta = I_{\Delta/\text{ساق}} + I_{\Delta/m}$

$I_\Delta = \frac{1}{12}ML^2 + mr^2$

$I_\Delta = \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4} = \frac{1}{3}ML^2$

جملة $m = M + m = M + M = 2M$

$d = \frac{M(0) + mr}{M + m} = \frac{M(\frac{L}{2})}{2M} = \frac{L}{4}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ML^2}{2Mg\frac{L}{4}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times 6}{3\times 10}} = 4\ sec$

-2 $v_c = \frac{3\pi}{4}\ m.s^{-1}\ ,\ \theta_{max} = ?$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

الأول: $\bar{\theta}_1 = \theta_{max}$

الثاني: $\bar{\theta}_2 = 0$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$

$W_{\vec{R}} = 0$: لأن حامل $\vec{R}$ لا ينتقل

$E_{k_1} = 0$: لأنه ترك دون سرعة ابتدائية

$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 - 0 = mgh + 0$

$h = d(1 - \cos\theta_{max})$

$v = \omega d \Rightarrow \omega = \frac{v}{d}$

بالتعويض:

$\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}ML^2\frac{v^2}{d^2} = 2Mgd(1 - \cos\theta_{max})$

$\frac{1}{6}L^2\frac{v^2}{\frac{L^2}{16}} = 2g\frac{L}{4}(1 - \cos\theta_{max})$

$\frac{1}{6}16v^2 = \frac{L}{2}g(1 - \cos\theta_{max})$

$\frac{16}{6}(\frac{9\pi^2}{16}) = 3g(1 - \cos\theta_{max})$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$

-3

$\theta_{max} = \frac{\pi}{2}$ rad

-1

$v_m = ?$

$v_m = \omega r = \omega \frac{L}{2}$

لحساب ω نطبق نظرية طاقة حركية بين وضعين

الأول: $\bar{\theta}_1 = \theta_{max}$

الثاني: $\bar{\theta}_2 = 0$

$$\Delta \bar{E}_k = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$W_{\vec{R}} = 0$: لأن حاملها لا ينتقل

$E_{k_1} = 0$: لأنها تركت دون سرعة ابتدائية

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgh$$

$$h = d(1-\cos\frac{\pi}{2}) \Rightarrow h = d = \frac{L}{4}$$

$$\frac{1}{2}\frac{1}{3} ML^2 \omega^2 = 2Mg\frac{L}{4}$$

$$\frac{1}{3} L \omega^2 = g \Rightarrow \frac{6}{3}\omega^2 = 10$$

$$\omega^2 = 5 \xrightarrow{\text{جذر}} \omega = \sqrt{5} \ rad.s^{-1}$$

$$v_m = \sqrt{5}\,\frac{6}{2} = 3\sqrt{5} \ m.s^{-1}$$

المسألة الثالثة: $l = 1m \ , \ m = 2\times10^{-1} kg$

-1 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}} \ , \ I_\Delta = ml^2 \ , \ d = L$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2 \ sec$$

-2

$v = \pi \ m.s^{-1}$

-a

$\theta_{max} = ?$

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

الأول: $\bar{\theta}_1 = \theta_{max}$

الثاني: $\bar{\theta}_2 = 0$

$$\Delta \bar{E}_k = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$W_{\vec{T}} = 0$: لأنه يعامد الانتقال في كل لحظة

$E_{k_1} = 0$: لأن الخيط ترك دون سرعة ابتدائية

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

$$h = L(1-\cos\theta$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgL(1-\cos\theta_{max})$$

$$v^2 = 2gL(1-\cos\theta_{max})$$

$$\frac{v^2}{2gL} = 1 - \cos\theta_{max}$$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{\pi^2}{2\times10\times1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{3} \ rad$$

b- نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين: $E_k = ?$

$$\Delta \bar{E}_k = \sum \bar{W}_{\vec{F}}$$

الأول: $\bar{\theta}_1 = \theta_{max}$

الثاني: $\bar{\theta}_2 = 0$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

$E_{k_1} = 0$: لأن الخيط ترك دون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{T}} = 0$: لأن حامل $\vec{T}$ يعامد الانتقال

$$E_{k_2} = mgh = mgL(1-\cos\theta_{max})$$

$$E_{k_2} = 2\times10^{-1}\times10\times1(1-\cos\frac{\pi}{3}) = 2\times\frac{1}{2} = 1J$$

c- $T = ? \Rightarrow \sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$

بالإسقاط على محور شاقولي وبجهة T

$$-w + T = m a_c \Rightarrow T = m\frac{v^2}{L} + mg$$

$$T = 2\times10^{-1}\frac{\pi^2}{1} + 2\times10^{-1}\times10 = 2+2 = 4 \ N$$

-3

$\bar{a}_t = ?$

القوى الخارجية المؤثرة:

$\vec{w}$: قوة ثقل الكرة ، $\vec{T}$ توتر الخيط

$$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المماس الموجه بجهة إزاحة الكرة

$$-mg\sin\theta + 0 = m\bar{a}_t$$

$$a_t = -g\sin\theta$$

$$a_t = -10\sin\frac{\pi}{6} = -5 \ m.s^{-2}$$