بنك أسئلة النهايات والاشتقاق

دورة 2021

Scanned with CamScanner

بنك أسئلة النهايات والاشتقاق

دورة 2021

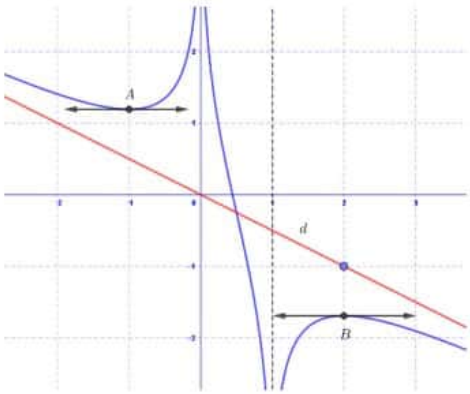
إعداد :

م . مروان بجور	حمص	0930170828
أ أحمد الشيخ عيسى	الرقة	0998024183
أ زياد داوود	سلمية	0936834286
أ وسيم فاطمة	اللاذقية	0936497038

Scanned with CamScanner

التمرين 1 :

تأمل الشكل المرسوم جانبا ,



الذي يمثل الخط البياني للتابع المعرف على $\mathbb{R}\{0,1\}$ والمطلوب :

❶ جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to1^+} f(x)$

❷ جد $f'(2)$ و $f'(-1)$

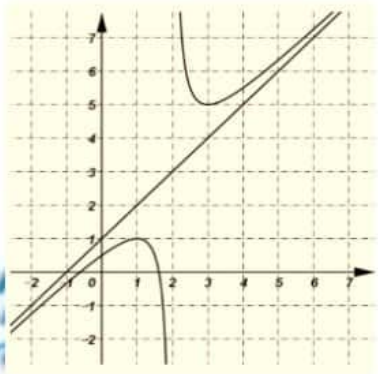
❸ جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

❹ اكتب معادلة المقارب المائل d

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 2 : النموذج الوزاري الثالث 2020

في الشكل المرسوم جانباً ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{2\}$, والمطلوب:



❶ جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ دل على القيم الحدية للتابع وبين نوعها.

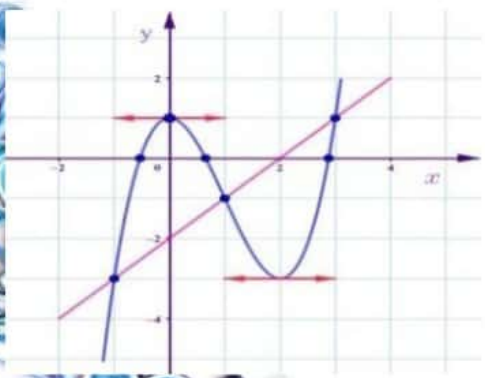
❸ ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

❹ اكتب معادلة المقارب المائل.

❺ اذكر إحداثيات النقطة I مركز تناظر الخط البياني C_f.

التمرين 3 :

تأمل الشكل المرسوم جانبا ,



الذي يمثل الخط البياني للتابع المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

❶ ما هو عدد القيم الحدية للتابع f وبين نوعها

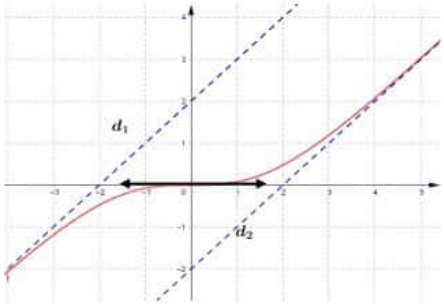
❷ جد $f(]-1,2[)$

❸ جد حلول المعادلة $f(x) = y_\Delta$

❹ جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

Scanned with CamScanner

التمرين 4 :



تأمل الشكل المرسوم جانبا ,الذي يمثل الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ والمستقيمين d_1 و d_2 مقاربين للخط C والمطلوب

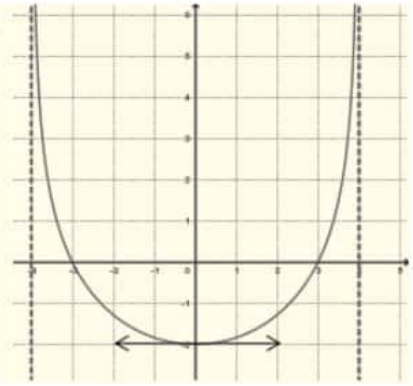
❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ واكتب معادلة المقارب في هذه الحالة

❷ جد $f(0)$, $f'(0)$

❸ هل $f(0)=0$ قيمة حدية ؟ علل اجابتك

❹ هل التابع فردي أم زوجي ؟ علل اجابتك

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة



التمرين 5 : دورة 2017 الأولى

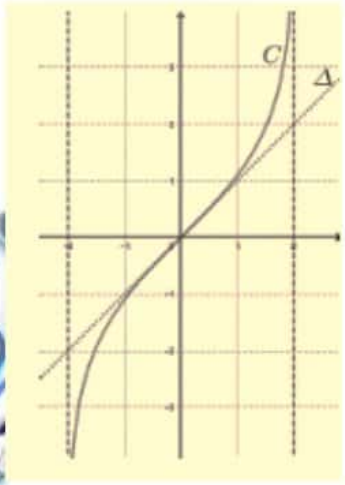
في الشكل المجاور C هو الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I=]-4,4[$ والمطلوب :

❶ احسب $\lim\limits_{x\to-4^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to4^{<}} f(x)$

❷ أحسب $f(0)$ و $\grave{f}(0)$.

❸ جد حلول المعادلة $f(x)=0$

التمرين 6 : دورة 2017 الثانية



نتأمل الشكل المرسوم جانباً حيث C_f الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I=]-2,2[$ والمطلوب :

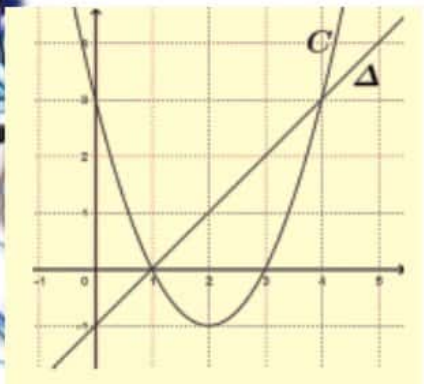
❶ احسب $\lim\limits_{x\to2^{-}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-2^{+}} f(x)$

❷ أوجد $f(0)$ و $\grave{f}(0)$.

❸ هل التابع فردي أم زوجي.

❹ اكتب معادلة المماس Δ

التمرين 7 : دورة 2018 الأولى



تأمل الشكل المرسوم جانباً , ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R , والمطلوب

❶ دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

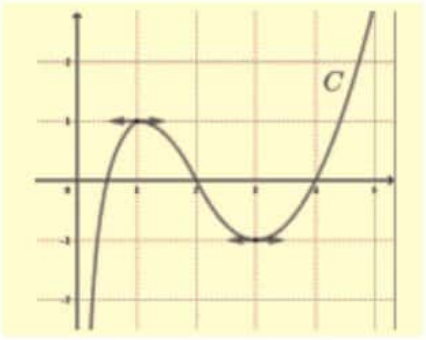
❷ جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

❸ ما حلول المعادلة $y_\Delta=(x)$.

❹ اكتب معادلة المستقيم Δ

Scanned with CamScanner

التمرين 8 : دورة 2019 الثانية



في الشكل المرسوم جانباً , ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$, والمطلوب

❶ جد $\lim_{x\to 0^+} f(x)$. $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

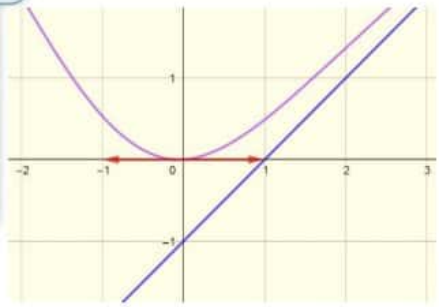
❷ دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

❸ جد حلول المتراجحة $f'(x) \le 0$.

❹ جد $f(]1,3[)$

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 9 : دورة 2020 الأولى



نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمستقيم Δ مقارب مائل ل C والمطلوب:

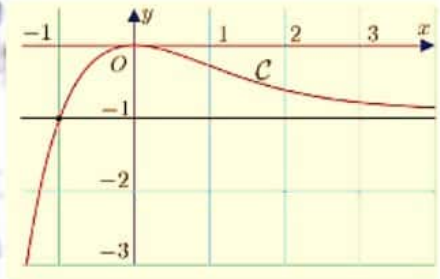
❶ جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ اكتب معادلة المستقيم Δ.

❸ جد $f(0), f'(0)$.

❹ جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

التمرين 10 : الاختبار 4 (معدل)



في الشكل المجاور خط بياني C لدالّة f،
ومن خلال قراءة بيانيّة للشكل أجب عن الأسئلة التالية:

❶ جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

❷ما معادلة المستقيم المقارب للخط C؟

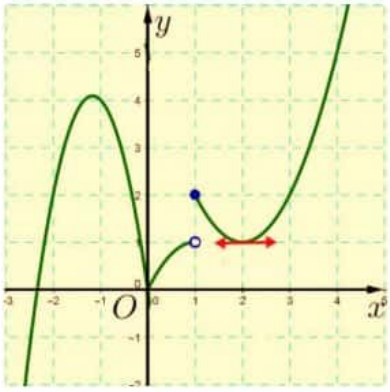
❸وما الوضع النسبي للخط C مع المقارب؟

❹ يقبل f قيماً حديّة محلّياً. عيّنها وعيّن نوعها.

❺ في حالة عدد حقيقي k، عيّن بدلالة k عدد حلول المعادلة $f(x) = k$

Scanned with CamScanner

التمرين 11 : النموذج الوزاري الأول



نجد جانباً الخط البياني لتابع f معرّف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:

❶ ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 5$ ؟

❷ ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 5$ ؟

❸ هل $f(1)$ قيمة محلّيّة كبرى أو صغرى للتابع. علّل ذلك؟

❹ ما عدد القيم الحدّيّة للتابع f ؟

❺ ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x = 2$ ؟

❻ أيكون التابع f اشتقاقيّاً عند $x = 1$ ؟.

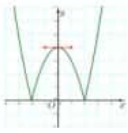
مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 12 : النموذج الوزاري الثالث

تجد جانباً الخط البياني لتابع f معرّف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:

❶ كم حلا للمعادلة $f(x) = 2$ ؟

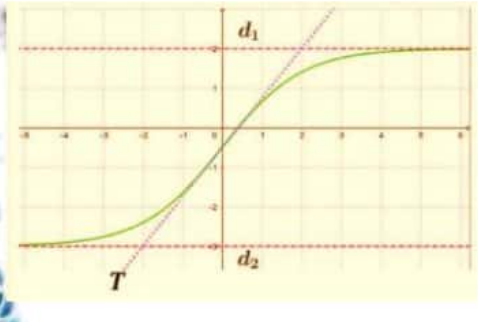
❷ احسب قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ؟



❸ عيّن صورة المجال $I = [-2,2]$ وفق f.

❹ كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f

التمرين 13 : النموذج الوزاري 2019



إذا كان C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ والمستقيمين d_1 و d_2 مقاربين للخط C ***والمستقيم*** T مماس للخط C

والمطلوب

❶ احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$. $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

❷ اكتب معادلة كل مقارب من المقاربين d_1 و d_2 .

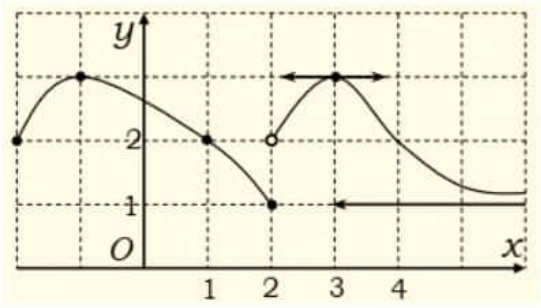
إذا علمت ان المستقيم المرسوم في الشكل يمس المنحني

في النقطة $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ أحسب $f'(0)$ ثم اكتب معادلته

Scanned with CamScanner

التمرين 14 : النموذج الوزاري الثاني 2020

ليكن C الخط البياني للتابع f المرسوم جانباً:



❶ جد $\lim_{x\to 2^-} f(x), \lim_{x\to 2^+} f(x), \lim_{x\to+\infty} f(x), \lim_{x\to-\infty} f((x))$.

❷ هل f اشتقاقي عند 2 ؟

❸ جد $f(3), f'(3)$. وجد معادلة للماس عند 3.

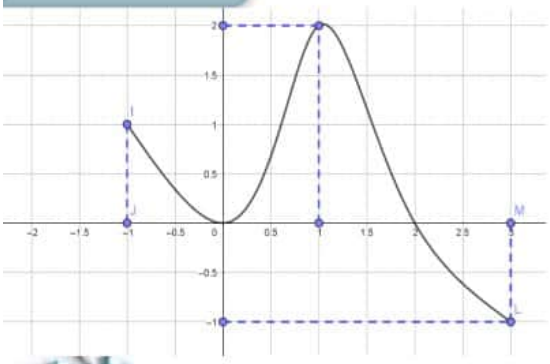
❹ ما عدد القيم الحدية للتابع f

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 15 :

لدينا التابع f المعرف على المجال $[-1,3]$ واشتقاقي عليه و خطه البياني C

الشكل المرسوم جانباً يمثل الخط البياني للتابع المشتق f' :



❶ما هو ميل المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها $x=1$

❷ هل $f(2)$ قيمة حدية للتابع f ؟ علل اجابتك

❸ هل $f(0)$ قيمة حدية للتابع f ؟ علل اجابتك

❹ ماعدد المماسات الافقية للخط C

التمرين 16 :

تأمل الجدول المجاور الذي يمثل

جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	$2 \parallel -3$	$-$	
$f(x)$	-2	↗	3	↘	2

❶ اوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x), \lim_{x\to-\infty} f(x)$

❷ هل التابع f اشتقاقي عند الصفر ، ولماذا

❸ اكتب معادلة نصف المماس الأيمن للخط البياني في النقطة التي فاصلتها $x=0$

❹ اوجد $f(D_f)$

Scanned with CamScanner

التمرين 17 :

تأمل الجدول المجاور الذي يمثل جدول تغييرات التابع f المعرف على $]-\infty,3[$ والمطلوب :

x	$-\infty$		-1		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖
$f(x)$	0	↘	-3	↗	$+\infty$ ‖

❶ ما عدد القيم الحدية وما نوعها ؟

❷ اكتب معادلة المماس الأفقي .

❸ ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

❹ هل يملك الخط البياني للتابع f مقارباً مائلاً في جوار $-\infty$ ؟ ولماذا ؟

التمرين 18 :

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

تأمل الجدول المجاور الذي يمثل جدولاً لتغيرات التابع f الذي خطه البياني C والمطلوب :

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4

❶ أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد a

❷ استنتج اشارة $f(x)$

❸ دل على المقارب الأفقي وادرس وضعه النسبي مع الخط البياني للتابع

❹ هل يوجد لخط التابع مماسات أفقية ؟ ولماذا ؟

التمرين 19 : دورة 2018 الثانية

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

نجد فيما يلي جدولاً لتغيرات التابع f المعرف على R

❶ جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

❷ اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع

❸ ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

❹ دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

التمرين 20 : دورة 2019 الأولى

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	3

نجد فيما يلي جدولاً لتغيرات التابع f المعرف على R

❶ جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

❷ اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني للتابع

❸ دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

❹ أحسب $f(]-1,2[)$

Scanned with CamScanner

التمرين 21 : دورة 2020 الثانية

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$

خطه البياني C. المطلوب:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	6	↘	$-\infty$

❶ جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ دل على القيم الحدية للتابع f مبيناً أنواعها.

❸ ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

❹ جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 22 : النموذج الوزاري الرابع

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	1	↘	0

❶ ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

❷ ما عدد القيم الحدّيّة محلياً للتابع f ؟

❸ اكتب معادلة مماس منحن التابع عند نقطة فاصلتها $x=1$

التمرين 23 : النموذج الوزاري السادس

نجد فيما يأتي جدول تغيّرات التابع f والذي خطّه البياني C والمطلوب:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		‖ $-$		‖ $+$	
$f(x)$	3	↗	$+\infty$	‖ $+\infty$ ↘	$-\infty$	‖ $-\infty$ ↗	3

❶ اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C

❷ هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C

❸ هل يوجد للخط البياني C مماسات أفقيّة

❹ أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$

التمرين 24 : النموذج الوزاري الأول 2020

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	0	↗	4	↗	6

❶ جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ اذكر قيمة جدية للتابع f وبين نوعها.

❸ هل $f(5)=4$ قيمة حدية للتابع؟

Scanned with CamScanner

❹ اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع.

❺ اكتب مجموعة تعريف التابع g حيث $g(x) = ln\big(f(x)\big)$

التمرين 25 :

فيما يلي جدول تغيرات التابع المعرف على $I =]-\infty, 3]$ والمطلوب :

x	$-\infty$		1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	-1	↗	0	↗	3	↘	1

❶ جد $f(I)$

❷ ما عدد القيم الحدية

❸ ما عدد المماسات الأفقية , أكتب معادلاتها

❹ ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

❺ أدرس اشارة f تبعا لقيم x

❻ ليكن التابع $g(x)$ المعرف على $I =]-\infty, 3]$ ويحقق :

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = +\infty \ , \ g(3) = 2 \ , \ g(1) = 1 \ , \ g'(x) = f(x)$$

نظم جدولا بتغيرات $g(x)$

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 26 : دورة 2018 الأولى

ليكن f التابع المعرف R وفق: $f(x) = \frac{1}{3+\cos x}$, أثبت محدودية f و استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2}{3+\cos x}$

التمرين 27 :

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ و المعطى بالعلاقة وفق : $f(x) = \frac{x^2+\cos x}{x^2}$

❶ بين أنه من اجل x من $\mathbb{R}^*$ فإن $1 - \frac{1}{x^2} \le f(x) \le 1 + \frac{1}{x^2}$

❷ استنتج نهايتي التابع f عند $-\infty$ و $+\infty$

التمرين 28 : النموذج الوزاري الأول

احسب نهاية التابع f المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ وفق: $f(x) = \frac{2x+sinx}{x-2}$ عند $+\infty$

التمرين 29 : النموذج الوزاري السادس

عيّن مجموعة تعريف التابع $f(x) = \frac{sinx}{\sqrt{1+x}-1}$ واحسب نهايته عند الصفر

التمرين 30 : النموذج الوزاري الثالث

إذا كان $f(x) = \frac{cosx-1}{x^2} + \frac{1}{2}$ أيّاً كان x من $\mathbb{R}^*$ أوجد نهاية التابع f عند الصفر

Scanned with CamScanner

التمرين 31 : الاختبار 3

ليكن التابع f المعرّف بالصيغة $f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}-|x|$ احسب النهايتين:

$$1-\lim_{x\to+\infty} f(x) \qquad 2-\lim_{x\to-\infty} f(x)$$

التمرين 32 :

جد نهاية كلا مما يلي عند النقطة $x=a$

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

1- $f(x)=x^2\left(\sqrt{2+\frac{1}{x}}-\sqrt{2}\right)$ $\quad a=+\infty$

2- $f(x)=\frac{sin4x-2sin2x}{x^3}$ $\quad a=0$

3- $f(x)=\frac{sin(7x)+2sin(3x)}{10xcos(2x)}$ $\quad a=0$

4- $f(x)=\frac{2-2cos\sqrt{x}}{x}$ $\quad a=0$

5- $f(x)=\frac{x\sqrt{x}-2\sqrt{2}}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$ $\quad a=2$

6- $f(x)=\frac{x^3-8x+7}{x^2-1}$ $\quad a=1,-1$

7- $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}+E(x)}{x}$ $\quad a=0^-$

8- $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}+E(x)}{x}$ $\quad a=+\infty$

9- $f(x)=\frac{xE(x)}{1-x^2}$ $\quad a=+\infty$

10- $f(x)=x+\sqrt{1-x}$ $\quad a=-\infty$

11- $f(x)=2x-\sqrt{1+x}$ $\quad a=+\infty$

التمرين 33 :

ليكن لدينا التابع f المعرف على $[0,2]$ وفق: $f(x)=x+E(x)$ والمطلوب :

❶ أرسم C الخط البياني للتابع f على المجال $[0,2]$

❷ هل f مستمر على المجال $[0,2]$

Scanned with CamScanner

التمرين 34 : دورة 2020 الأولى

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. المطلوب:

❶ اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$.

❷ ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

التمرين 35 :

ليكن التابع f والمعرف على $[-1,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة وفق :

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

❶ جد نهاية التابع f عند 3

❷ جد مجال I مركزه 3 يحقق الشرط :

اذا كان $x \in I$ كان $f(x)$ ينتمي للمجال $]1.9,2.1[$.

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 36 :

أوجد نهاية التابع f المُعيّن بالعلاقة $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ عند 1 ، ثمّ أوجد مجالاً I مركزه 1 يُحقّق الشرط إذا كان x ينتمي إلى المجال I، كان $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1.99,2.01[$

التمرين 37 :

ليكن التابع f والمعرف على $]1,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة وفق : $f(x) = \frac{5x-1}{x-1}$

❶ أوجد نهاية التابع f عند $+\infty$

❷ أوجد قيمة A التي تحقق الشرط : اذا كان $x > A$ كان $f(x)$ ينتمي للمجال $]4.9,5.1[$

التمرين 38 :

ليكن التابع f والمعرف على $]1,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة وفق : $f(x) = \frac{5x-1}{x-1}$

❶ أوجد نهاية التابع f عند $+\infty$

❷ أوجد قيمة A التي تحقق الشرط : اذا كان $x > A$ كان $f(x)$ ينتمي للمجال $]4.9,5.1[$

التمرين 39 : النموذج الوزاري الأول 2020

ليكن التابع f المعرف على $]-5,+\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$. والمطلوب:

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ واستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

❷ جد عدداً حقيقياً يحقق الشرط: إذا كان $x > A$,

كان $f(x)$ في المجال $]1.99,2.01[$

Scanned with CamScanner

التمرين 40 :

أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x)=\frac{5x-1}{(x-1)^2}$ عند 1 ثم عين عددا $\propto$ يحقق الشرط :

اذا كان x عنصرا من المجال $]1-\propto ,1+\propto[$ مختلفا عن 1 كان $f(x)>10^5$

التمرين 41 : الاختبار 2

أوجد نهاية التابع f المعرّف بالعلاقة $f(x)=\frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$

ثمّ اعط عدداً حقيقيّاً α يحقّق الشرط : إذا كان $x>\alpha$ كان $f(x)\in]2.9,3.1[$.

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 42 :

ليكن لدينا التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+4x+3}{x+3} & x\neq -3\\ m & x=-3\end{cases}$

والمطلوب : ما قيمة m التي تجعل f مستمرا على $\mathbb{R}$

التمرين 43 : دورة 2019 الثانية

ليكن f التابع المعرف R وفق: $f(x)=\begin{cases}\frac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & x\neq 0\\ m & x=0\end{cases}$

❶ جد نهاية التابع f عند الصفر

❷ عين قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

التمرين 44 :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{d\}$

وفق : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-d}$ حيث $a,b,c,d\in R$

❶ جد الأعداد الحقيقية a,b,c,d علما" أن الخواص الآتية محققة

a) المستقيم الشاقولي الذي معادلته $x=1$ مقارب للخط البياني C

b) المستقيم المائل الذي معادلته $y=-2x+3$ مقارب للخط البياني C

c) الخط البياني C يمر بالنقطة $A(2,1)$

❷ أثبت أن $2-x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ و أن $f(2-x)+f(x)=2$ ماذا تستنتج ؟

Scanned with CamScanner

التمرين 45 :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ وفق : $f(x)=ax+b+\frac{1}{x}$ والمطلوب :

1. جد $a\,,b$ اذا علمت أن $f(1)=1$ قيمة حدية للتابع
2. من أجل $a=-1$ و $b=1$ ادرس نهاية f عند أطراف مجموعة التعريف واستنتج معادلة المقارب الشاقولي
3. أثبت أن C يقبل مقاربا مائلا جد معادلته وادرس وضع C بالنسبة له
4. أدرس تغيرات f على مجموعة تعريفه ونظم جدولا بها وارسم المقاربات وارسم C
5. أثبت أن النقطة $Q(0\,,-1)$ مركز تناظر للخط البياني للتابع
6. ناقش بيانيا بحسب قيم m عدد حلول المعادلة $x^2-x(m+1)+1=0$

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 46 :

ليكن لدينا التابع $f(x)=\frac{x^2-x-5}{x-2}$ المعرف على $]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$ والمطلوب :

1. أحسب نهاية التابع f عند أطراف مجموعة التعريف
2. أكتب التابع f بالشكل $f(x)=x+1-\frac{3}{x-2}$
3. أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمستقيم d مع الخط البياني C

التمرين 47 : دورة 2019 الأولى

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}^*$ وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب :

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

و ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ

التمرين 48 : دورة 2020 الثانية

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$.

والمطلوب:

1. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$
2. ادرس الوضع النسبي بين C وΔ.

Scanned with CamScanner

التمرين 49 :

ليكن لدينا التابع $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$ المعرف على $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

والمطلوب :

❶ أدرس قابلية الاشتقاق للتابع $f(x)$ عند $x = 1$ ثم أوجد $f'(x)$

❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للخط C في جوار $-\infty$

ثم أدرس الوضع النسبي للمقاربΔ والخط C

❸ نرمز بالرمز h للتابع المعرف على $I =]e, +\infty[$ فق $h(x) = f(lnx)$

أثبت أن h اشتقاقي على $]e, +\infty[$ ثم استنتج $h'(x)$ على I

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 50 : دورة 2017 الأولى

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق : $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

❸ ادرس الوضع النسبي بين Δ و C .

التمرين 51 :

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 4}$

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} \big(f(x) - (x+1)\big)$

واستنتج المقارب المائل Δ عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي بين Δ و C.

❷ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم أثبت وجود عدد حقيقي a بحيث $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ وان

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - ax = b$

استنتج وجود مقارب مائل Δ للخط C عند $-\infty$

❸ ادرس التغيرات وارسم الخط البياني.

التمرين 52 : النموذج الوزاري 2019

ليكن C لخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$ وفق: $f(x) = \frac{2x^2-7x-3}{x+3}$

❶ أحسب $a = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم احسب $b = \lim\limits_{x\to+\infty} (f(x) - ax)$

❷ استنتج معادلة المقارب المائل Δ

ثم ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط البياني C .

Scanned with CamScanner

التمرين 53 :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\sqrt{9x^2-6x+3}$.

❶ ادرس نهاية f عند $+\infty$

❷ a. اكتب $9x^2-6x+3$ بالشكل القانوني

b. ادرس نهاية h المعرف وفق $h(x)=f(x)-\sqrt{(3x-1)^2}$ عند $+\infty$

c. استنتج ان الخط C يقبل مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ يطلب ايجاد معادلته

❸ اثبت ان الخط C يقع فوق المقارب

التمرين 54

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

ليكن لدينا التابع $f(x)=\frac{2x^2+1}{x^2+1}$ أثبت أن f مستمر على $\mathbb{R}$ واحسب $f(\mathbb{R})$

التمرين 55 : دورة 2020 الأولى

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}\ ,f(0)=(0)$

في حالة $x\neq 0$. المطلوب :

❶ أثبت أن f اشتقاقي عند $x=0$.

❷ احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

❸ جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين 56 :

ليكن لدينا التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{2}\left(lnx-\frac{3}{2}\right) & x>0\\ 0 & x=0\end{cases}$

والمطلوب :

أدرس قابلية الاشتقاق للتابع f عند الصفر ثم استنتج معادلة المماس للخط عند النقطة التي فاصلتها $x=0$

التمرين 57 : النموذج الوزاري الأول 2020

ليكن f التابع المعرف على المجال $[0,3]$ وفق $f(x)=(x-3)\sqrt{x(3-x)}$,

جد $\lim\limits_{x\to3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$, واستنتج أنه اشتقاقي عند ال $x=3$.

Scanned with CamScanner

التمرين 58 : النموذج الوزاري الثاني

ليكن لدينا التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\frac{x^2+|x|}{x^2+1}$ والمطلوب :

❶ ما نهاية التابع f عند $-\infty$ ؟

❷ ادرس قابليّة اشتقاق التابع f عند الصفر من اليمين،

ثمّ اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطّه البياني C_f في النقطة $A(0,0)$.

التمرين 59 : النموذج الوزاري الخامس

ليكن $g(x)=tanx$ والمطلوب : احسب $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $g'(x)$, $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{tanx-1}{x-\frac{\pi}{4}}$

التمرين 60 : النموذج الوزاري الثالث 2020

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\cos x$

❶ جد $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ و $f'(x)$ و $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$. ❷ استنتج قيمة النهاية $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{\cos x-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$.

التمرين 61 : دورة 2020 الثانية

نتأمل التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. ❷ أثبت أن التابع f متزايد.

التمرين 62 :

ليكن لدينا التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق $f(x)=\frac{2x}{x-1}$

جد $f'(x)$ واستنتج مشتق كل من التابعين $f(lnx)$ و $h(x)=\frac{2\sin x}{\sin x-1}$

التمرين 63 : النموذج الوزاري الأول 2020

ليكن التابع f المعرف على $]-5,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{2x+1}{x+5}$. والمطلوب:

جد $f'(x)$ ثم استنتج $g'(x)$, حيث إن $g(x)=\frac{2\sin x+1}{\sin x+5}$

التمرين 64 :

ليكن $g(x)=\frac{x+1}{x-1}$ المعرف على $\mathbb{R}/\{1\}$

❶ ارسم الط البياني للتابع g على المجال $J=\left[0,\frac{1}{2}\right]$

❷ أثبت وجود حل وحيد للمعادلة $g(x)=-2$ في المجال J

❸احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، و استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} g(g(x))$

❹ اعد حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(g(x))$ بعدد كتابة $g(g(x))$ بدلالة x

Scanned with CamScanner

التمرين 65 :

ليكن التابع g المعرّف على المجال $]-\infty\,,1[\cup]1,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{x-3}{x-1}$

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ واستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f\big(f(x)\big)$

❷ أعد حساب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f\big(f(x)\big)$ بعد كتابة $f\big(f(x)\big)$ بدلالة x

التمرين 66 : الاختبار 2

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{x^3+4-4cosx}{x^2}$

❶ أوجد $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$

❷ أثبت أنّ المستقيم $\Delta: y=x$ مقارب للخط C

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 67 :

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ و المعطى بالعلاقة وفق : $f(x)=\frac{x^2+2-\sin x}{x}$

❶ جد قيمة تقريبية للعدد $\sin(0.1)$

❷ جد نهاية التابع f عند $+\infty$ ثم استنتج قيمة تقريبية للعدد $f(1000)$

❸ أثبت أن للخط C مقارب مائل Δ معادلته $y=x$ في جوار $+\infty$

❹ أدرس الوضع النسبي للخط C مع المقارب Δ على $]0,+\infty[$

التمرين 68 :

نتأمل التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=x-\cos x$

❶ أحسب $f(0)$ و $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ واستنتج أنه يوجد عدد حقيقي α يحقق $f(\alpha)=0$

❷ اشرح لماذا كل حل للمعادلة $f(x)=0$ يجب أن ينتمي الى المجال $[-1\,,1]$

❸ استنتج أن كل حل للمعادلة $f(x)=0$ يجب أن ينتمي الى المجال $]0\,,1[$

❹ استنتج أن للمعادلة $f(x)=0$ حل حقيقي وحيد α ينتمي الى المجال $]0\,,1[$

التمرين 69 :

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=x\cos x$

أثبت مستخدما البرهان بالتدريج أن مهما تكن $n\geq1$ فلدينا :

$f^{(n)}(x)=x\cos\left(x+\frac{n\pi}{2}\right)+n\cos\left(x+(n-1)\times\frac{\pi}{2}\right)$ أيا يكن $x\in\mathbb{R}$

Scanned with CamScanner

التمرين 70

ليكن التابع f المعرّف على المجال $\left]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ وفق: $f(x)=\left(\cos(2x)-\frac{1}{2}\right)^2$ والمطلوب :

❶ أثبت أن دوره $T=\pi$ و أثبت أنه زوجي

❷ أدرس تغيرات التابع على المجال $I=\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ ونظم جدولا بها وارسم خطه البياني على $\left]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

التمرين 71 :

نتأمّل التابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\sqrt{1-cosx}$.

❶ ما مجموعة تعريف f

❷ أيكون f مستمراً على مجموعة تعريفه

❸ بين أن التابع f زوجي ويقبل 2π دوراً له

❹ ليكن g مقصور التابع f على المجال $[0,\pi]$ أثبت أن g اشتقاقي وارسم خطه البياني .

❺ استنتج الخط البياني للتابع f على المجال $[-2\pi,2\pi[$ ما مجموعة تعريف f'

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

التمرين 72 : دورة 2018 الثانية

ليكن f للتابع المعرف على $]2,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

❶ ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها

❷ أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً

❸ أكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3

التمرين 73 : الاختبار 3

أثبت أنّ للمعادلة $x^3+x+1=0$ حلاً وحيداً في $\mathbb{R}$ ثمّ بيّن أنّ $\alpha\in]-1,0[$

التمرين 74 : النموذج الوزاري الثالث 2020

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=2x-\sqrt{x^2+5}$, والمطلوب:

❶ ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

❷ أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α يقع في المجال $]1,2[$, ثم جد هذا الحل جبرياً.

❸ استنتج مشتق التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=2\sin x-\sqrt{sin^2x+5}$

Scanned with CamScanner

التمرين 75 : النموذج الوزاري الخامس

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ وفق : $f(x)=\frac{x+2}{(x+1)^2}$

❶ ادرس نهاية التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبيّن إذا كانت له نهاية حقيقيّة عند $x=-1$

❷ أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C وادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C.

❸ احسب $f'(x)$ ونظّم جدول تغيّرات f وعيّن ما له من قيم حديّة محليّة .

❹ أوجد معادلة المماس للخط C في النقطة منه والتي فاصلتها $x=-2$

❺ ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C ومحوري الاحداثيّات والمستقيم $x=3$

التمرين 76 :

مروان بجور
احمد الشيخ عيسى
زياد داوود
وسيم فاطمة

ليكن التابع f المعرف على $[1\ ,+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=\sqrt{x-1}$

والتابع g المعرف وفق العلاقة : $g(x)=\sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x-3}}$

والمطلوب :

❶ اثبت ان مجموعة تعريف التابع g هي $[1\ ,+3\ [\cup]3,+\infty[$

❷ هل f مستمراً على مجموعة تعريفه

❸ اثبت ان أحد التابعين هو مقصور للآخر

التمرين 77 :

ليكن التابع f والمعرف على $]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة وفق :

$$f(x)=\frac{5x-1}{x-1}$$

❶ جد نهاية التابع f عند $+\infty$

❷ جد قيمة A التي تحقق الشرط : اذا كان $x>A$ كان $f(x)$ ينتمي للمجال $]4.9,5.1[$

❸ برهن ان التابع $f:]-\infty,1[\cup]1,+\infty[\to]-\infty,5[\cup]5,+\infty[$ تقابل
ثم جد تقابله العكسي f^{-1}

Scanned with CamScanner