

السؤال الأول : ادرس اطراد كل من المتتاليات التالية :

$$1) U_n = \frac{n+1}{7^n} \quad , \quad 2) V_n = \frac{4}{(n+4)^4} \quad , \quad 3) W_n = \frac{n}{(n-1)!} \quad , \quad 4) T_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

السؤال الثاني : أثبت بالتدرج صحة ما يلي :

$$1) \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1} ; n \geq 1$$

$$2) (n+1)! \geq 2^n ; n \geq 0$$

السؤال الثالث : a و b و c أعداد حقيقية ، وهي ثلاث حدود متوالية من متتالية هندسية أساسها q . احسبها إذا علمت أن مجموعها $\left(\frac{13}{27}\right)$ ، وجداؤها $\left(\frac{1}{(27)^2}\right)$. ثم استنتج q ، واطراد هذه المتتالية .

السؤال الرابع : $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية حسابية فيها : $U_0 = -\frac{2}{3}$ و $U_3 = -\frac{11}{3}$. المطلوب :

- احسب r أساس المتتالية ، و U_2 ، واستنتج اطراد المتتالية (2) عبر عن U_n بدلالة n .
- احسب المجموع : $S = U_3 + U_4 + \dots + U_7$.

السؤال الخامس : لتكن $(U_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة بحدّها الأول U_0 وبالعلاقة التدرجية التالية : $U_{n+1} = \frac{7U_n + 2}{U_n + 8}$.
المطلوب :



(i) عيّن القيم الممكنة لـ U_0 التي من أجلها تكون المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ ثابتة .

(ii) بفرض $U_0 = 0$:

(1) احسب U_1 و U_2 ، واستنتج اطراد المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$.

(2) أثبت بالتدرج أن : $0 \leq U_n \leq 1$.

(3) لتكن المتتالية $(V_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة : $V_n = \frac{U_n + 2}{U_n - 1}$.

a . أثبت أن المتتالية $(V_n)_{n \geq 0}$ هندسية يُطلب تعيين كل من أساسها وحدّها الأول .

b . اكتب V_n بدلالة n واستنتج أن : $U_n = \frac{-2\left(\frac{3}{2}\right)^n + 2}{-2\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1}$.

c . احسب بدلالة n المجموع : $S_n = V_2 + V_4 + V_6 \dots + V_{2n}$.

السؤال السادس : نتأمل متتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ معرفة بالتدرج وفق : $\begin{cases} U_0 = 0 , U_1 = 2 \\ U_{n+1} = 6U_n - 8U_{n-1} \end{cases}$. المطلوب :

(1) أثبت أن المتتالية $(V_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $V_n = U_{n+1} - 2U_n$ هندسية أساسها 4 .

(2) أثبت أن المتتالية $(W_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $W_n = U_{n+1} - 4U_n$ هندسية أساسها 2 .

(3) عبّر عن V_n و W_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

(4) بفرض $U_n = 2^n(2^n - 1)$. ادرس اطراد المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$.

----- انتهت الأسئلة -----