السؤال الأوّل : نتأمّل النقاط $A(1,2,-2)$ وَ $B(2,2,-3)$ وَ $C(-1,0,1)$ وَ $D(0,-2,1)$. **المطلوب :**

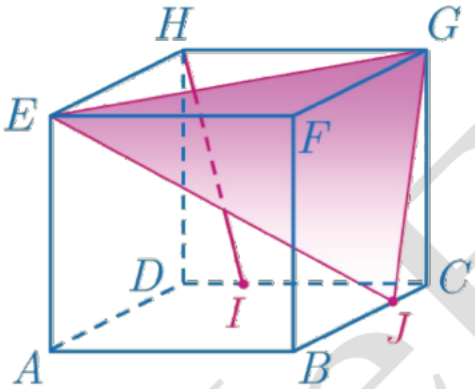
1) أثبت أنَّ النقاط A وَ B وَ C ليست على استقامة واحدة .
2) أثبت أنَّ النقاط A وَ B وَ C وَ D تقع في مستوٍ واحد .
3) جدْ إحداثيّات النقطة E التي تجعل الرباعي $ABEC$ متوازي أضلاع .
4) جدْ العدد الحقيقي m لتكون النقطة $G(m,3,5)$ متساوية البُعد عن النقطتين A وَ D .
5) جدْ إحداثيات النقطة F نظيرة النقطة C بالنسبة للنقطة A .
6) اكتب معادلة الكرة S التي تقبل $[DC]$ قطراً فيها .

X-Math πac

السؤال الثاني : a وَ b عددان حقيقيان . نتأمّل في معلمٍ $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ للفراغ ،
النقاط $A(-2,-1,a)$ وَ $B(b,3,6)$ وَ $C(0,1,2)$ وَ $D(-1,1,0)$ وَ $E(-2,1,-2)$. **المطلوب :**

1) عيّن العددين الحقيقيين a وَ b لتكون النقاط A وَ B وَ C على استقامة واحدة .
2) عيّن العددين الحقيقيين a وَ b لِتتحقّق العلاقة : $\overrightarrow{AE}=-\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$.
3) بفرض $a=6$ وَ $b=3$: أيمكن أن تكون الأشعة $\overrightarrow{AB}$ وَ $\overrightarrow{AD}$ وَ $\overrightarrow{AE}$ مرتبطة خطّياً ؟ علّل إجابتك .

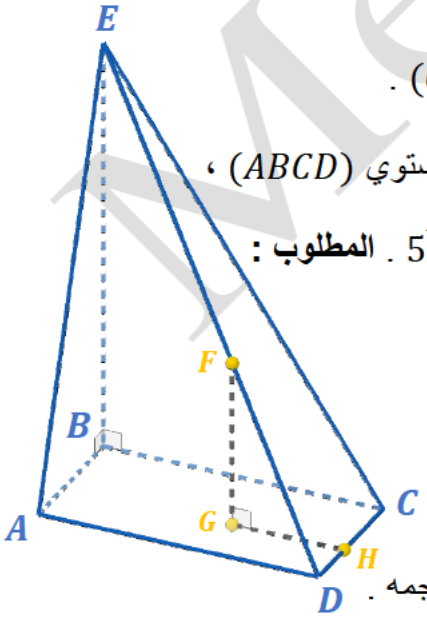
السؤال الثالث : نتأمّل المكعّب $ABCDEFGH$. النقطة I من الحرف $[CD]$ تُحقّق المساواة $\overrightarrow{DI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ ،



والنقطة J من $[BC]$ تُحقّق المساواة $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$. **المطلوب :**

1) أثبت صحّة العلاقة : $\frac{1}{4}(\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{CB})=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{HD}$.
2) استنتج أنَّ الأشعّة $\overrightarrow{HI}$ وَ $\overrightarrow{EG}$ وَ $\overrightarrow{EJ}$ مرتبطة خطّياً ،
وأنَّ المستقيم (HI) يوازي المستوي (EGJ) .
3) عيّن موضع النقطة M التي تُحقّق : $2\overrightarrow{EM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{HB})$.
4) عبّر عن المجموع الشعاعي $\left(-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}+\overrightarrow{IB}\right)$ بدلالةِ شعاعٍ مضروبٍ بعدد .
5) عيّن α وَ β وَ γ لتكون D مركز أبعاد متناسبة للنقاط (A,α) وَ (B,β) وَ (C,γ) .

السؤال الرابع : $E-ABCD$ هرمٌ رأسه E وقاعدته مستطيل . $[BE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ ،



$CD=1$ وَ $AD=2$ وَ $BE=3$. F نقطة من القطعة $[ED]$ تُحقّق $5\overrightarrow{EF}=3\overrightarrow{ED}$. **المطلوب :**

1) جدْ إحداثيّات رؤوس الهرم وَ F في المعلم $(B;\overrightarrow{BA},\frac{1}{2}\overrightarrow{BC},\frac{1}{3}\overrightarrow{BE})$.
2) لتكن G المسقط القائم للنقطة F على المستوي $(ABCD)$ وَ H المسقط القائم
للنقطة G على المستقيم (DC) . احسب طول القطعة المستقيمة $[FH]$.
3) احسب حجم الهرم $E-ABCD$ ، واستنتج حجم رباعي الوجوه $(ACDE)$.
4) اكتب معادلة المجسَّم الناتج عن دوران القطعة المستقيمة BD حول BC ، واحسب حجمه .

------- انتهت الأسئلة -------

إعداد : محمود المحمود 0936 838 276

@X_Math Bac _ bot
@Ch X MathBac

(حل اختبار الأشعة في الفراغ - 1 -)

السؤال الأول:

$A(4,2,-2)$ ، $B(2,2,-3)$

$C(-1,0,1)$ ، $D(0,-2,1)$

(1

$\overrightarrow{AB}(-2,0,-1)$

$\overrightarrow{AC}(-2,-2,3)$

$\frac{-2}{-2} \neq \frac{0}{-2} \neq \frac{-1}{3}$

المركبات غير متناسبة ، و لهذا الشعاعان غير مرتبطين خطياً ، و النقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة

(2

$\overrightarrow{AD} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$

$\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix} = a\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + b\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$-1 = a - 2b$ --- ①

$-4 = -2b \Rightarrow \boxed{b=2}$ --- ②

$3 = -a + 3b$ --- ③

نعوض في ② في ① : $-1 = a - 4 \Rightarrow \boxed{a=3}$

نعوض في ③ للتحقق : $3 = -3 + 6 = 3$ ✓

محققة ⇐ الأشعة $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً" و نحقق:

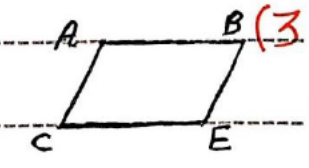
$\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} \Rightarrow$

النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد

(3

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 \\ y \\ z-1 \end{bmatrix}$

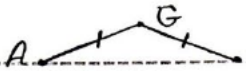


$\Rightarrow 1 = x+1 \Rightarrow x = 0$

$0 = y \Rightarrow y = 0$ } $E(0,0,0)$

$-1 = z-1 \Rightarrow z = 0$

(4



$AG^2 = DG^2 \Rightarrow$

$(m-1)^2 + (3-2)^2 + (5+2)^2 = (m)^2 + (3+2)^2 + (5-1)^2$

$m^2 - 2m + 1 + 1 + 49 = m^2 + 25 + 16$

$-2m = -10 \Rightarrow \boxed{m=5}$

$G(5,3,5)$

(5

$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AF} \Rightarrow (2,2,-3) = (x-1, y-2, z+2)$

$2 = x-1 \Rightarrow x = 3$

$2 = y-2 \Rightarrow y = 4$ } $F(3,4,-5)$

$-3 = z+2 \Rightarrow z = -5$

(6 الكرة S : مركزها هو منتصف $[DC]$:

$I(-\frac{1}{2}, -1, 1)$

ونصف قطرها هو : $R = \frac{1}{2}DC$

$R = \frac{1}{2}\sqrt{1+4+0} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$S: (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$

$S: (x+\frac{1}{2})^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = \frac{5}{4}$

(حل اختبار الأشعة في الفراغ - 1 -)

السؤال الثاني:

$A(-2,-1,a)$; $B(b,3,6)$

$C(0,1,2)$, $D(-1,1,0)$, $E(-2,1,-2)$

(1

$\overrightarrow{AB}(b+2,4,6-a)$

$\overrightarrow{AC}(2,2,2-a)$

$\frac{b+2}{2}=\frac{4}{2}=\frac{6-a}{2-a}\Rightarrow$

$\frac{b+2}{2}=2\Rightarrow b+2=4\Rightarrow \boxed{b=2}$

$\frac{6-a}{2-a}=2\Rightarrow 6-a=4-2a\Rightarrow \boxed{a=-2}$

(2

$\overrightarrow{AE}=-\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AD}$

$\begin{bmatrix}0\\2\\-2-a\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}b+2\\4\\6-a\end{bmatrix}+3\begin{bmatrix}1\\2\\-a\end{bmatrix}$

$0=-b-2+3\Rightarrow \boxed{b=1}$

$2=-4+6=2$ ✓

$-2-a=-6+a-3a\Rightarrow \boxed{a=-4}$

(3

$A(-2,-1,6)$; $B(3,3,6)$

$\left.\begin{matrix}\overrightarrow{AB}(5,4,0)\\ \overrightarrow{AD}(1,2,-6)\end{matrix}\right\}$ $\frac{5}{1}\neq\frac{4}{2}\neq\frac{0}{-6}$

والمركبات غير متناسبة فالشعاعان غير مرتبطان خطيا"

$\overrightarrow{AE}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AD}$

$\begin{bmatrix}0\\2\\-8\end{bmatrix}=\alpha\begin{bmatrix}5\\4\\0\end{bmatrix}+\beta\begin{bmatrix}1\\2\\-6\end{bmatrix}$

$0=5\alpha+\beta$ ---- ①

$2=4\alpha+2\beta$ ---- ②

$-8=-6\beta\Rightarrow \boxed{\beta=\frac{4}{3}}$ ---- ③

نعوّض ③ في ① :

$0=5\alpha+\frac{4}{3}$

$\Rightarrow \boxed{\alpha=-\frac{4}{15}}$

نعوّض في ② للتحقق:

$2=-\frac{16}{15}+\frac{8}{3}\Rightarrow 2=\frac{-16+40}{15}\Rightarrow$ (5)

$2=\frac{24}{15}=\frac{8}{5}\neq 2\Rightarrow$ غير محققة

$\Leftarrow$ لذا لا يمكن أن تكون الأشعة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AE}$ مرتبطة خطيا"

(لأنه لا يمكن تعيين عددين حقيقيين α و β وحيدين)

X-Math πac

(حل اختبار الأشعة في الفراغ - 1 -)

السؤال الثالث:

1) $\frac{1}{4}(\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{CB})=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{HD}$

ℓ_1 $\quad$ ℓ_2

$\ell_1=\frac{1}{4}(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC})=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

$\ell_2=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{DH}$

$=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CG}$

$=\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{EG}\Rightarrow$

$\ell_2=\frac{1}{4}\overrightarrow{EG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}=\ell_1$

فالعلاقة محققة

2) $\frac{1}{4}(\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{CB})=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{HD}$

$\frac{1}{4}(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC})=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}+\overrightarrow{JC}-\overrightarrow{HI}-\overrightarrow{ID}$

$\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{JC}+\overrightarrow{ID}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}-\overrightarrow{HI}$

$\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{DI}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}-\overrightarrow{HI}$

$\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}-\overrightarrow{HI}$

$\frac{1}{4}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AB})=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}-\overrightarrow{HI}$

$\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB})=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}-\overrightarrow{HI}$

$\Rightarrow \overrightarrow{HI}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}\rightarrow$

$\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EJ}$ أشعة مرتبطة خطيا "وبالتالي المستقيم (HI) يوازي المستوى (EGJ)

طريقة ثانية لحل الطلب الثاني :

$$\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{HD}$$

$$\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{HD}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CJ}$$

$$\overrightarrow{HI}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}$$

3) $2\overrightarrow{EM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{HB})$

$=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{GB})$

$=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HG})$

$=\frac{1}{2}(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EF})=\overrightarrow{EF}\Rightarrow$

$\overrightarrow{EM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{EF}\Rightarrow$

[EF] تنتمي M

4) $-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}+\overrightarrow{IB}=$

$\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{HB}$

5) حسب مبرهنة متوازي الأضلاع نكون:

$\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DB}\Rightarrow$

$\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{0}\Rightarrow$

مركز أبعاد متناسبة لـ: $(D,1)$

$(A,1),(B,-1),(C,1)$

$\alpha=1,\ \beta=-1,\ \gamma=1$

(حل اختبار الأشعة في الفراغ - 1 -)

السؤال الرابع:

(1 $(B; \overrightarrow{BA}, \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}, \frac{1}{3}\overrightarrow{BE})$

$B(0,0,0)$ ، $A(1,0,0)$

$C(0,2,0)$ ، $E(0,0,3)$

$D(1,2,0)$ ، $F(\frac{3}{5}, \frac{6}{5}, \frac{6}{5})$

$5\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{ED} \Rightarrow 5\begin{bmatrix} x \\ y \\ z-3 \end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow$

$5x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{5}$

$5y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{5}$

$z - 3 = -\frac{9}{5} \Rightarrow z = \frac{6}{5}$

$\Rightarrow F(\frac{3}{5}, \frac{6}{5}, \frac{6}{5})$

(2

$H(\frac{3}{5}, 2, 0)$ و $G(\frac{3}{5}, \frac{6}{5}, 0)$

$FH = \sqrt{0 + (2-\frac{6}{5})^2 + (-\frac{6}{5})^2}$

$= \sqrt{\frac{16}{25} + \frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{52}}{5} = \frac{2\sqrt{13}}{5}$

$\boxed{FH = \frac{2\sqrt{13}}{5}}$

(3

$V_{E-ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h$

$S_{ABCD} = AB \times AD$ $\quad \boxed{h = BE = 3}$

$= 1 \times 2$

$\boxed{S_{ABCD} = 2} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \times 2 \times 3$

$\Rightarrow \boxed{V = 2}$

$V_{ACDE} = \frac{1}{2} V_{E-ABCD} = \frac{1}{2}(2) = 1$

$\Rightarrow \boxed{V_{ACDE} = 1}$

(4 المجسم هو مخروط: أساسه B وقاعدته الدائرة التي مركزها C ونصف قطرها $R = DC = 1$ و $h = BC = 2$

$\begin{cases} x^2 + z^2 = \frac{R^2}{h^2} y^2 \\ y_B \leq y \leq y_C \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} x^2 + z^2 = \frac{1}{4} y^2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$

$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$

$S = \pi R^2 = \pi(1)^2 = \pi$ ، $h = 2$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \times \pi \times 2 \Rightarrow \boxed{V = \frac{2\pi}{3}}$

تحمود المحمود

#MeEn MathTeam

X_Math_Bac

تدقيق: روجين كردي – إيناس دللي

ملاحظة: في السؤال الثالث يمكن فرض معلم متجانس لحل الطلبات (1 و 2 و 5)