تفريغ اللقاءات الحية

مقرر الاحصاء التحليلي

د. منـصور الفـكي

"نظام الانتساب المطور"

المستوى الثاني

الفصل الاول

١٤٣٨-١٤٣٩ هـ

كل الشكر لفريق MBA للتفريغات

تـفـريـغ : عـائـشـة ، أنـغـام

#محدث

بسم الله الرحمن الرحيم

اللقاء الأول :

مقدمة (تمهيد)

تعريف علم الإحصاء: هو علم يهتم بعملية جمع وتنظيم وعرض البيانات ثم تحليل وتفسير النتائج.

علم الاحصاء ينقسم إلى قسمين : احصاء وصفي و احصاء تحليلي .

١- **مبادئ الاحصاء : تناولنا فيه المواد الخام وطرق عرضها وهو يسمى بالتحليل الاحصائي(جمع وعرض البيانات) وهذه تسمى بالإحصاء الوصفي وأخذنا مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت .**

٢- **الاحصاء التحليلي : هو النوع الثاني من علم الاحصاء وهو مقرر هذا الترم .**

الاحصاء التحليلي هو: علم يهتم بجمع البيانات من خلال العينة ، سمى في بعض الكتب بالإحصاء الاستدلالي و الاحصاء الاستنتاجي ، بقولي تحليلي أي انني أحلل بيانات العينة لأصل إلى أصل المجتمع ، وإذا قلت استنتاجي اي أنا استنتج خواص المجتمع من خلال بيانات العينة

ونحن في هذا المقرر سنتناول مصطلحين مهمين : العينات و المجتمع :

المجتمع هو: مجموعة من الأشياء أو الوحدات أو الأرقام أو البيانات تشترك في خاصية معينة ويسمى بمجتمع الدراسة (أرقام تجمع عن أي ظاهرة) .

مثلاً : الرياض ككل تسمى (مجتمع الدراسة) وحي العليا يسمى (عينة الدراسة) ، جامعة الإمام محمد ككل تسمى (مجتمع الدراسة) ولكن كلية الاقتصاد تسمى (عينة الدراسة)

العينة هي: جزء من المجتمع يتم دراسته بغرض تعميم نتيجته على كل المجتمع ، لماذا لا ندرس المجتمع كامل ؟ لأن دراسة المجتمع ككل صعب جداً لأن المجتمع يكون كبير فيكلف مادياً و وقت وجهد أكثر لهذا نلجأ إلى اسلوب العينة

الهدف الأساسي من العينة هو تعميم نتائج العينة على المجتمع ككل ويشترط أن تكون العينة عشوائية ..

العشوائية هي: الاختيار بدون قصد.

يهتم علم الاحصاء التحليلي باستنتاج معلومات عن المجتمع عن طريق العينة (حفظ ، مهم)

ممكن يجي بالاختبار:

س : يهتم علم الاحصاء التحليلي باستنتاج العينة من المجتمع ؟

الاجابة : خطأ ، إنما هو علم يهتم باستنتاج معلومات عن المجتمع عن طريق العينة .

الإحصاء التحليلي هو واحد من فروع علم الإحصاء

العينة العشوائية هي عينة تمثل المجتمع .

- محتويات المقرر :

- الباب الأول : مبادئ الاحتمالات

الاحتمالات تلعب دور هام جداً في الحياة اليومية وفي كثير من العلوم لأنها تساعد في اتخاذ القرارات في ظروف عدم التأكد وحتى يكون اتخاذ القرار على أساس علمي سليم كان لزاماً وضع أسس علمية لتقدير الاحتمال .

مصطلحات أساسية لابد من معرفتها في علم الإحصاء :

١ | التجربة العشوائية : **هي تجربة معروفة جميع النتائج الممكنة لها ، ولكن غير معروفة النتيجة الفعلية لها**
مثلاً : **زهرة النرد معروف فيها ستة أوجه (١،٢،٣،٤،٥،٦) ولكن الذي يظهر عند الرمي غير معروف ، وقطعة العملة معلوم وجهيها (صورة ، كتابة) لكن غير معلوم الوجه الذي سيظهر عند رميها**

ممكن يجي بالاختبار:
س : **اكمل الفراغ :**
التجربة العشوائية هي تجربة.........جميع النتائج الممكنة لها ولكن..........النتيجة الفعلية لها
الاجابة : **الفراغ الأول (معروفة) ، الفراغ الثاني (غير معروفة)**

التجربة العشوائية لها جزأين:
جزء معلوم : النتائج المعروفة جزء غير معلوم : النتيجة الفعلية لهذه التجربة

٢ | فراغ المعاينة : **رمزه س أو S**
التجربة العشوائية عندما نعملها بيكون عندنا ناتج ، جميع النتائج الممكنة لهذه التجربة العشوائية تسمى بفراغ المعاينة ،
مثلاً : **فراغ معاينة زهرة النرد = س= {١،٢،٣،٤،٥،٦} ، وفراغ معاينة العملة س= {صورة ، كتابة}**

طريقة لمعرفة عدد نتائج فراغ المعاينة:
مثال: **العملة المعدنية..**
- **فراغ المعاينة لرمي العملة المعدنية مرة واحدة = نتيجتين (صورة أو كتابة)..**
- **فراغ المعاينة لرمي العملة مرتين (أو فراغ المعاينة لرمي عملتين في نفس الوقت) = $٢^٢$ = ٤ نتائج (كتابتين ، صورة وكتابة ، كتابة وصورة ، صورتين) .**
- **فراغ المعاينة لرمي العملة ثلاث مرات = $٢^٣$ = ٨ نتائج .**
- **فراغ المعاينة لرمي العملة أربع مرات = $٢^٤$ = ١٦ نتيجة .**

*** اذاً حساب فراغ المعاينة لعدد من الحوادث = فراغ المعاينة مرفوع لأس (عدد مرات رمي العملة)**

٣ | الحادثة :
جزء أو مجموعة جزئية من فراغ المعاينة، وقد تكون حوادث بسيطة ومركبة أو حوادث مستحيلة ومؤكدة

٤ | الحادثة البسيطة : **هي الحادثة التي تحتوي على عنصر واحد أو عناصر متجانسة من فراغ المعاينة لأي تجربة عشوائية .**

٥ | الحادثة المركبة : هي الحادثة التي تحتوي على عناصر مختلفة من فراغ المعاينة .

ممكن يجي بالاختبار:
س : عرف الحادثة ثم مثّل من كل من الحادثة البسيطة والحادثة المركبة ؟
الاجابة : البسيطة مثلا رمي عملتين معاً ممكن تكون النتيجة {كتابتين} أو {صورتين} لأن العناصر متجانسة ، أما إذا رميتها وطلع {كتابة ، صورة} أو {صورة ، كتابة} هنا الحالة مركبة لأن العناصر مختلفة .

فراغ المعاينة يمكن تمثيلة بيانياً على شكلين :

شكل فن (Venn) وهو شكل هندسي مغلق مثل المستطيل أو مربع أو دائرة
شكل الشجرة (Tree)

٦ | الحادثة المستحيلة : رمزها فاي أو I أو Ø
هي الحادثة التي لا تحتوي على أي نتيجة من نتائج التجربة ، مثلاً : صندوق به ٨ كرات حمراء ما هو احتمال سحب كرة بيضاء ؟ مستحيل ان أجد كرة بيضاء إذاً هي حالة مستحيلة الوقوع.

ممكن يجي بالاختبار:
س : الحالة مستحيلة الوقوع هي الحالة التي احتمال وقوعها 10% ؟
الاجابة : خطأ ، احتمال وقوعها = ٠

٧ | الحادثة المؤكدة : هي الحادثة التي يكون احتمال وقوعها يساوي 100% وهذه الحادثة هي فراغ المعاينة كامل

ممكن يجي بالاختبار:
س : الحادثة المؤكدة الوقوع هي الحادثة التي يكون احتمال وقوعها يساوي 99% ؟
الاجابة : خطأ ، لازم تكون 100%

٨ | الاتحاد : يكون لدينا حادثتين أ ، ب والاتحاد هو جميع العناصر الموجودة في أ أو ب
دائما الاتحاد هو عبارة عن جمع ، كيف أعرف الاتحاد ؟ إذا جاء بالجملة كلمة أو ، أو تفيد عدم التكرار
مثلاً : إذا كان عندي مجموعتين أ = {9,7,5,2,1} و ب = {10,8,4,2} فإن أ أو ب = ؟
الحل : (أ ∪ ب)= {10,9,8,7,5,4,2,1}

٩ | التقاطع : يعرّف التقاطع بين حادثتين أ و ب على أنه الجزء المشترك بين الحادثتين
مثلاً : إذا كان عندي مجموعتين أ = {9,7,5,2,1} و ب = {10,8,4,2} فإن أ و ب = ؟؟
الحل : (أ ∩ ب)= {2}

١٠ | الاحتمالات : رمزها ح
إذا كان لدينا الحادثة أ من فراغ المعاينة لتجربة عشوائية فإن احتمال وقوع الحادثة أ يرمز له بـ ح(أ)
الاحتمال هو عبارة عن عدد نواتج الحادثة أ مقسوم على عدد النواتج الكلية الممكنة للتجربة العشوائية

أي ح(أ) = $\frac{م}{ن}$ الرموز: م= التكرارات ، ن= العدد الكلي

دائماً البسط أصغر من المقام ، وناتج الاحتمال هو نسبة
مثلاً : ابي احسب نسبة الناجحين في القاعة ، والقاعة فيها 5000 طالب وعدد الناجحين 4000 طالب
عشان أحسب نسبة النجاح أقسم 4000 على 5000 ، ح(أ) = $\frac{4000}{5000} = 0,8$
أي نسبة النجاح = 80%

(مهم جداً)

الاحتمال يقع بين *0* و *1*

إذا كان الاحتمال = *1* يصبح الاحتمال مؤكد

و إذا كان الاحتمال = *0* يصبح الاحتمال مستحيل الوقوع

ممكن يجي بالاختبار:

س : الاحتمال يتراوح بين -1 و +1

الاجابة : خطأ ، الاحتمال لا يمكن أن يكون سالب أو أكبر من الواحد .

****

اللقاء الثاني :

تابع باب الاحتمالات

إذا كان لدينا حادثة س من فراغ المعاينة لتجربة عشوائية فإن احتمل وقوعها يرمز له بالرمز ح(س)

ح(أ) = $\frac{م}{ن}$ حيث: م هي عدد نواتج الحادثة س ، ن هي عدد النواتج الكلية الممكنة .

نظرية حساب الاحتمال : إذا كان هناك حدث معين وليكن (س) وهذا الحدث يتكرر ظهوره (م) من المرات في التجربة أو عينة حجمها (ن) فإن احتمال وقوع الحدث هو ح (س) = م ÷ ن وهذا القانون مهم جداً

مثال ١: يضم المستوى الأول ٨٠ طالباً منهم ٢٠ متزوجاً اختير أحد الطلاب عشوائياً ما هو احتمال ان يكون:

١- متزوج : ح (س)= م ÷ ن = ٢٠÷٨٠=٠,٢٥ لأنه حدث بسيط المجموع (العدد الكلي) ن = ٨٠ والتكرارات م = ٢٠ بذلك نستخدم القانون م ÷ ن

٢- يتحدث اللغة العربية : ح(س)=٨٠÷٨٠=١ ويسمى حدث مؤكداً (والحدث المؤكد وقوعه دائماً = ١)

٣- يتحدث اللغة اليابانية : ح (س)=٠÷ ٨٠ = ٠ ويسمى حدث مستحيل ودائماً الحدث المستحيل =٠ (بما ان الطلاب جميعهم يتحدثون باللغة العربية فمن المستحيل ان تجد طالب يتحدث باللغة اليابانية)

ملاحظة هامة : جميع الاحتمالات عبارة عن كسر (بسط ومقام) ودائماً البسط اقل من المقام .

مثال ٢ : يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من ٥ محاسبين و٦ مهندسين و ٤ اقتصاديين ، اختير احدهم عشوائياً لأداء العمرة ما هو احتمال ان يكون مهندساً ؟

(حادثة بسيطة نستخدم القانون التالي م ÷ ن)

الحل: مجموع أعضاء المجلس = ١٥

ح(مهندس) = ٦÷ ١٥ (يكفي ان نصل هذه المرحلة من الحل لكن لا مانع من استخراج الناتج نقسم بشكل عادي)

ح(س) = ٦÷ ١٥= ٠,٤

- خصائص (مسلمات) مقاييس الاحتمال :

1. أي قيمة احتمالية عند حسابها تكون محصورة بين الصفر و الواحد ١ ≥ ح(س) ≥ ٠
 أي أن الاحتمال لا يمكن أن يكون سالب ، وأن الاحتمال دائماً كسر.
2. مجموع الاحتمالات الممكنة في فراغ المعاينة تساوي واحد مجـ ح(س) = ١
 مثلاً: زهرة النرد احتمال ظهور الرقم واحد = ١÷٦ ، واحتمال ظهور الاثنين = ١÷٦ واحتمال ظهور الرقم ثلاثة =١÷٦.....وهكذا في الست أوجه إذا جمعنا احتمالاتهم مع بعض يطلع الناتج = ١

تـــابـــع المصطلحات الأساسية في باب الاحتمالات : مهم

* في السابق استخدمنا قانون الحوادث البسيطة والقوانين القادمة نستخدمها في الحوادث المركبة *

مثلاً : يوجد ١٠٠ راكب في مطار الملك خالد ، إذا اخترنا واحد بطريقة عشوائية ما هو احتمال أن يكون متزوج ؟ > هنا هي حادثة بسيطة ، أما إذا قال ما هو احتمال أن يكون متزوج أو أجنبي ؟ > هنا حدث مركب ويجب أن نستخدم قواعد لحلها (بناخذ شرحها بعدين)

١١ | الحوادث المتـنـافـية :

يقال أن س و ص حادثتان متنافيتان فيستحال حدوثهما معاً كيف ؟ يعني احتمال وقوع الأول يمنع وقوع الحدث الثاني ، مثلاً : في زهرة النرد إذا رميت الزهرة مرة واحدة وظهر لي الواحد ، بظهور الواحد يمنع ظهور الستة أو الخمسة ، وأيضاً إذا رميت العملة مرة واحدة وظهرت الصورة مستحيل أن تظهر الكتابة معها في نفس الوقت.
وإذا قلنا متنافية أي هي حوادث غير متقاطعة لأن ظهور الأول يمنع الثاني والتقاطع هو الشيء المشترك بين الأول والثاني

قـاعـدة أساسية : (كل حادثتين متنافيتين التقاطع بينهما = صفر) أي : ح(س ص)=٠ في الحوادث المتنافية

١٢ | الحوادث المستـقـلة :

إذا كان عندي حادثتين س و ص فإذا كان احتمال وقوع أحدهما لا يعتمد على وقوع الآخر تسمى بالحوادث المستقلة ، أي وقوع الأول لا يؤثر على الثاني ، مثلاً : أحمد وعبدالرحمن اختبروا الإحصاء إذا حصل أحمد على A+ هل هذا يمنع عبدالرحمن من الحصول على A+ ؟ لا طبعاً، يمكن أن يحصل كليهما على A+ فإذا بينهم اشتراك (جميعهم اشتركوا في A+) ، إذاً التقاطع معناه يوجد بينهم اشتراك

(في الحوادث المستقلة نحول التقاطع إلى ضرب ×)

إذا كان لدينا حادثتين س و ص فإن التقاطع بينهما يساوي احتمال الأول ضرب احتمال وقوع الثاني
أي : ح(س ص) = ح(س) × ح(ص)

أي حادثتين بينهما تقاطع تعتبر حادثة مستقلة مثلاً : إذا أعطاني جدول وقال الحوادث متزوج وجامعي هل هذه الحوادث مستقلتان أم متنافيتان ؟ عشان أعرف أبحث عن التقاطع (في الجدول) إذا وجدت تقاطع معناه أن الحادثتان مستقلتان أما إذا لم أجد تقاطع تكون حادثتان متنافيتان مثلاً : ما هو احتمال أن يكون جامعي وغير جامعي ؟ لا يمكن طبعاً في هذه الحالة الحادثتان متنافيتان لا يمكن أن يكون بينهم تقاطع ، لكن ممكن أن يكون جامعي ومن القصيم هنا بينهم تقاطع .

١٣ | الحـادثـة المتممـة : س و س/

عندما أقول أن احتمال أنني اسافر80% إذاً احتمال عدم سفري يكون 20% ، إذاً الحادثة والحادثة المتممة لها مجموعهم = 100% ، يعني: ح(س) + ح(س/) = ١
مثال : إذا قلت احتمال نجاحي بالاختبار80% فيكون احتمال عدم النجاح 20% ، يعني :
احتمال وقوع الحادثة + احتمال الحادثة المتممة لها = ١

- قـواعـد أو قوانين الاحـتـمـالات :

١- قـاعـدة جمع الاحتمـالات : الجمع في الاحتمالات يعني الاتحـاد
إذا كان عندنا حادثتين س و ص فهذه حوادث مركبة مثل : احتمال اجنبي أو متزوج ، احتمال أن انجح في الإحصاء أو الرياضيات ، فـ أو هنا تعني الاتحـاد

القاعدة العامة لقانون الجمع ح(س أو ص) = ح(س + ص) = ح(س) + ح(ص) – ح(س ص)

توضيح : ح(س ص) هنا تعني التقاطع في الحوادث غير المتنافية
أما إذا كانت الحادثتين متنافيتين يصبح القانون : ح(س + ص)= ح(س) + ح(ص) فقط لماذا ! لأن التقاطع في الحوادث المتنافية = صفر

٢- قاعدة الاحتمال الشرطي : يعني وقوع حادثة مشروط بحادثة أخرى

مثلاً : احتمال نجاح الطالب في الإحصاء بشرط حضور اللقاء الحي ، في هذه الحالة وضعت شرط لنجاح الطالب بحضور المحاضرة ، مثال : احتمال ذهاب المرأة إلى الهايبر ماركت بشرط ذهاب زوجها معها ، إذا أصبح الحدث مشروط في هذه الحالة أقول : احتمال وقوع س علماً بأن ص قد وقع فعلاً ، أي احتمال وقوع الأول بشرط الثاني ، أي احتمال وقوع س ضرب ص على الاحتمال الذي قد وقع فعلاً :

$$\frac{ح(س \times ص)}{ح(س)}$$

في الحادثتين غير المتنافيتين : ح(س ص) = ح(س) × ح(س/ص)

أما إذا كانت الحادثتان متنافيتان : فإن احتمال تقاطعهما = صفر

أما إذا كانت الحادثتين مستقلتين : فإن (س ص) تتحول إلى (س × ص) لماذا ! لأن أي حادثتين مستقلتين التقاطع الذي بينهما يتحول إلى ضرب ، قانون الضرب للحوادث المستقلة ح(س ص) = ح(س) × ح(ص)

و أما إذا كانت الحادثتان متنافيتان فإن (س و ص) = (س × ص) = ٠

معلومة مهمة : كيف اعرف القانون المطلوب في الحدث المركب هل هو جمع أم ضرب ؟ على حسب صيغة السؤال إذا كان المطلوب ما هو احتمال أن يكون الشخص متزوج أو مدخن (هنا حرف او بين الحدثين) إذاً القانون جمع ، أما حينما اقول ما هو احتمال أن يكون الشخص متزوج و مدخن (هنا حرف و) نستخدم قانون الضرب

مثال ١ : مجلس إحدى الشركات ينقسم إلى ٦ مهندسين و ٤ محاسبين و ٨ اقتصاديين واختير أحدهم لأداء العمرة ما هو احتمال : (قبل الحل نجمع المعطيات ، ن = ١٨)

١) أن يكون محاسباً ؟ حدث بسيط ، إذاً طريقة الحل ح(س) = م ÷ ن
ح(س) = ٤ ÷ ١٨

٢) أن يكون اقتصادياً ؟ حدث بسيط
ح(س) = ٨ ÷ ١٨

٣) أن يكون محاسب أو اقتصادي ؟ حدث مركب متنافي ، وبما أن فيه أو نستخدم قانون الجمع
ح(س + ص) = ح(س) + ح(ص) = (٤÷١٨) + (٨÷١٨) – ٠

٤) أن يكون محاسب أو مهندس ؟ حدث مركب متنافي ، وبما أن فيه أو نستخدم قانون الجمع
ح(س + ص) = ح(س) + ح(ص) = (٤÷١٨) + (٦÷١٨) – (٠÷١٨)

مثال ٢ : الجدول التالي يوضح توزيع موظفي شركة ما حسب الحالة الاجتماعية و حسب المستوى التعليمي (جامعي أو غير جامعي) :

	جامعي	غير جامعي	المجموع
أعزب	٢٠	١٠	٣٠
متزوج	٦٠	٣٠	٩٠
المجموع	٨٠	٤٠	١٢٠

الأرقام الأربعة التي داخل الجدول (باللون الأحمر) تسمى بالتقاطعات

إذا سُحب موظف بشكل عشوائي :

أ) ما احتمال أن يكون هذا الموظّف جامعيا ؟ حدث بسيط
ح(س) = (٨٠ ÷ ١٢٠) = ٠,٦٧

ب) ما احتمال أن يكون اعزبا أو متزوجا ؟ **حدث مركب متنافي ، وبما أن فيه أو نستخدم قانون الجمع**
ح(س+ ص) = ح (س)+ح(ص) = (٣٠÷١٢٠) + (٩٠÷١٢٠) = ١ (حدث مؤكد)

ج) ما احتمال أن يكون متزوجا و جامعيا؟ **بينهم تقاطع**
ح(متزوج جامعي) = (٦٠÷١٢٠) =٠,٥

د) ما احتمال أن يكون أعزبا أو جامعيا ؟ **حدث مركب غير متنافي**
ح(س + ص) = ح(س) + ح (ص) – ح(س ص)
= (٣٠÷١٢٠) +(٨٠÷١٢٠) – (٢٠÷١٢٠) = ٠,٧٥

هـ) اذا علمت أنّه قد تمّ اختيار أحد المتزوّجين، ما احتمال أن يكون جامعيا ؟ **الاحتمال الشرطي**
(٦٠÷٩٠) =٠,٦٧

مثال ٣ : **أظهرت نتائج العام الماضي أن نسبة النجاح في مادة الرياضيات هي 70% ونسبة النجاح في مادة المحاسبة هي 80% ، أما نسبة النجاح في مادتي الرياضيات والمحاسبة معاً هي 60% واختير أحد الطلبة عشوائياً ، ما هو احتمال أن يكون ناجحاً في الرياضيات أو المحاسبة ؟**

المعطيات :
س= الرياضيات ، ص= المحاسبة ، ح(س)= ٠,٧ ، ح(ص)= ٠,٨ ، ح(س ص)= ٠,٦
المطلوب : قيمة س أو ص ، (س + ص)= ؟؟؟

الحل :
بما أن الحوادث مركبة وغير متنافية ، نستخدم قانون الجمع ثم نعوّض بالمعطيات
ح(س + ص) = ح(س) + ح(ص) – ح(س ص)
ح(س + ص) = ٠,٧ + ٠,٨ – ٠,٦= ٠,٩
نحول النسبة إلى عدد عشري أو نكتبهم بصيغة الكسر (بقسمة العدد على ١٠٠)

مثال ٤ : **إذا كان احتمال ذهاب الرجل إلى الهايبر ماركت هو ٠,٤ واحتمال ذهاب المرأة إلى الهايبر ماركت بشرط ان زوجها معها هو ٠,٧ فما هو احتمال ذهابهما معاً ؟**

المعطيات :
س= الرجل ، ص= المرأة ، ح(س)= ٠,٤ ، ح(ص/س)= ٠,٧
المطلوب : احتمال ذهاب المرأة والرجل معاً ، ح(س ص)= ؟؟؟

الحل :
بما أن الاحتمال شرطي لحادثتين غير متنافيتين ، أطبق قانون الضرب
ح(س ص) = ح(س) × ح(ص/س) = ٠,٤ × ٠,٧ = ٠,٢٨

مثال ٥ : **يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من ٣ محاسبين و ٥ مهندسين و ٢ اقتصاديين ، اختير أحدهم بطريقة عشوائية ما هو احتمال أن يكون محاسب أو مهندس ؟ (قبل الحل نجمع المعطيات "ن = ١٠")**

المعطيات :
س= محاسب ، ص= مهندس ، ح(س)= ٣ ، ح(ص)= ٥ و ن = ١٠
المطلوب : احتمال أن يكون س أو ص ، ح(س + ص)= ؟؟؟

الحل :
الاحتمالات مركبة ومتنافية ، نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات
ح(س + ص) = ح(س) + ح(ص) = (٣ ÷ ١٠) + (٥ ÷ ١٠) = ٠,٨

****

اللقاء الثالث :

- الباب الثاني : المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

المتغيرات العشوائية تنقسم إلى نوعين :
١- متغيرات عشوائية متقطعة ٢- متغيرات عشوائية متصلة

ممكن يجي بالاختبار:
س : تنقسم المتغيرات العشوائية إلى قسمين ، اذكرهما ؟
الاجابة : ١- متغيرات عشوائية متقطعة. ٢- متغيرات عشوائية متصلة.

١| المتغيرات العشوائية المتقطعة :
هي متغيرات تأخذ قيم صحيحة ، ماهي القيم الصحيحة ؟
هي القيم القابلة للعد والحساب مثل:١-٢-٣-٤-٥.... وممكن تكون سالبة وهذه تسمى بالقيم المتقطعة
مثال للقيم المتقطعة : عدد الطلاب ، عدد العمال ، عدد السيارات ، عدد المساجد ، الجامعات .

ممكن يجي بالاختبار:
س : اختر الإجابة الصحيحة ، المتغيرات العشوائية المتقطعة هي :
١- عدد الأطفال ٢- الطول ٣- الوزن
الاجابة : ١- عدد الأطفال

٢| المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة) :
هي متغيرات تقبل القيم الكسرية والصحيحة ، وتأخذ قيماً تقع داخل فترة أو مدى معين ، يرمز لها بالرمز X.
مثال : قول وزني ٥٥,٥ أو طولي ١,٦٥
إذاً أي متغير يحتوي على كسور يسمى متغير عشوائي متصل .

الفرق بين المتقطعة والمتصلة :
المتقطعة تأخذ قيم صحيحة : ١ _ ٢ _ ٣ _ ٤ _ ٥ _ ٦...
المتصلة تأخذ قيم صحيحة وقيم بها كسور أيضاً : ١ _ ١,٥ _ ٢ _ ٢,٥ _ ٣ _ ٣,٢٥...

ممكن يجي بالاختبار:
س : مثّل للمتغيرات العشوائية المتصلة ؟
الاجابة : الوزن ، الطول ، درجة الحرارة ، السعر ، المسافة ، المساحة ، العمر ، الزمن .
رمز المتغيرات العشوائية : س

الدالة الاحتمالية :
دالة الاحتمال هي علاقة بين المتغير العشوائي س والقيم الاحتمالية لهذا المتغير ح(س) ، تكون في شكل جدول يسمى (بالتوزيع الاحتمالي) أو في شكل (دالة رياضية)
مثلاً : زهرة النرد متغير عشوائي له ست قيم (١،٢،٣،٤،٥،٦) ودالة الاحتمال هي العلاقة بين س و ح(س) وهنا يجب أن يكون عندي جدول مكون من عمودين :
عمود المتغيّر س : القيم الممكنة للمتغير العشوائي (القيم ممكن أن تكون موجبة أو سالبة)
عمود ح(س) : احتمالات كل قيمة (لابد أن تكون القيم بين الصفر والواحد)

التوزيع الاحتمالي :

هو عبارة عن جدول به كل القيم الممكنة للمتغير العشوائي (س)، واحتمالاتها ح(س).

اذا كنا بصدد متغير عشوائي متقطع فإن دالة الاحتمال تسمى: دالة احتمالية.
واذا كنا بصدد متغير عشوائي متصل فإن دالة الاحتمال تسمى: دالة كثافة الاحتمال.

دالة الاحتمال لزهرة النرد :

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ح(س)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

مثال : ألقيت قطعتي عملة مرة واحدة (إلقاء قطعتي عملة مرة واحدة = إلقاء قطعة واحدة مرتين متتاليتين)

المطلوب :
أولاً: إيجاد فراغ المعاينة
ثانياً: إيجاد دالة الاحتمال للمتغير س ، حيث أن س ترمز لعدد مرات ظهور الصورة

الحل :

أولاً: عند رمي قطعتي عملة معاً فإن فراغ المعاينة يتكون من أربع حالات :
١. صورة ، صورة ٢. صورة ، كتابة ٣. كتابة ، صورة ٤. كتابة ، كتابة

القطعة الأولى	القطعة الثانية	ملاحظات
ص	ص	تظهر الصورة مرتين
ص	ك	صورة وكتابة
ك	ص	كتابة وصورة
ك	ك	لا تظهر الصورة

ثانياً: دالة الاحتمال لعدد مرات ظهور الصورة [العلاقة بين س و ح(س)] :

س (عدد مرات ظهور الصورة)	عدد الحالات (عدد الرميات)	ح (س) (القيمة الاحتمالية)
٢	١	١ ÷ ٤
١	٢	٢ ÷ ٤
صفر	١	١ ÷ ٤
المجموع	٤	١

شرطين لابد من تحققهما في أي دالة احتمالية :

١. أن القيمة الاحتمالية ح(س) محصورة بين الواحد و الصفر ١ ≥ ح(س) ≥ ٠
ولا يمكن أن تكون سالبة .
٢. مجموع القيم الاحتمالية لفراغ المعاينة كامل يساوي واحد مجـ ح(س) = ١

مثال :

بيّن ما إذا كانت الدالة احتمالية أم لا مع ذكر السبب :

س	1	2	3	4	5
ح(س)	0.2	0.4	0.3	0	0.1

الحل :

الدالة السابقة دالة احتمالية وذلك لتحقق الشرطين فيها :

١/ قيم الاحتمالات "ح(س)" جميعها موجبة وتقع بين (0 ، 1) .

٢/ مجموع الاحتمالات = 1 أي (مجـ ح(س) = 1) ، (0.2 + 0.4 + 0.3 + 0.1 = 1)

مثال : بيّن ما إذا كانت الدالة احتمالية أم لا مع ذكر السبب :

س	-2	-1	0	1	2
ح(س)	0.2	0.4	0.3	0.5	0.1

الحل :

ليست دالة احتمالية لأن أحد الشروط لم يتحقق (مجموع الاحتمالات أكبر من ١)

(0.2+ 0.4 + 0.3 + 0.5 + 0.3 = 1.6)

تمرين :

افترض أن لدينا التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س كالتالي :

س	- ٢	- ١	صفر	١	٢
ح (س)	٠,٢	٠,٣	ك	٠,٢	٠,١

أوجد حاصل ما يلي :

١) قيمة ك
٢) ح(س = صفر)
٣) ح(س = ١)
٤) ح(س = ٣)
٥) ح(س ≤ ١)
٦) ح(-١ ≤ س < ١)

قبل الحل : (مهم جداً)

أولاً : ماهي قيمة ك ؟ هي القيمة التي تجعل مجـ ح(س) = ١

ثانياً : كيف أوجد قيمة ك ؟؟

١- أجمع الاحتمالات الموجودة

٢- ثم أطرح مجموعهم من ١

٣- لنتأكد أن الحل صحيح ، نستبدل ك بالقيمة اللي حصلنا عليها من الخطوة السابقة ونجمع عمود ح(س) مرة ثانية ، إذا طلع المجموع = ١ معناته أن حلنا صحيح

الحل :

١) قيمة ك ، نطبق الخطوات :

١/ نجمع : ٠,٢ + ٠,٣ + ٠,٢ + ٠,١ = ٠,٨

٢/ نطرح ٠,٨ من ١ : ١ – ٠,٨ = ٠,٢

٣/ نستبدل ك بـ ٠,٢ ونجمع عمود ح(س) : ٠,٢ + ٠,٣ + ٠,٢ + ٠,٢ + ٠,١ = ١

إذاً ، قيمة ك = ٠,٢

٢) ح(س = صفر) ، الاحتمال المقابل للمتغير صفر = ٠,٢

٣) ح(س = (١) ، الاحتمال المقابل للرقم ١ = ٠,٢

٤) ح(س = (٣) ، لا يوجد قيمة ٣ بالجدول (أي خارج نطاق الدالة) إذاً = صفر

٥) ح(س ≤ (١) ، أجمع كل احتمالات القيم الأصغر من ١ حتى احتمال القيمة ١
٠,٢ + ٠,٢ + ٠,٣ + ٠,٢ = ٠,٩

٦) ح(١- ≤ س < ١) ، أجمع احتمالات القيم الأصفر من ١ حتى أصل للقيمة ١-
٠,٢ + ٠,٣ = ٠,٥

مثال : احتمال ذهاب الأب إلى المزرعة ٠,٥ ، واحتمال ذهاب الابن بشرط أن يسبقه الأب ٠,٩ ، ما هو احتمال ذهاب الأب و ابنه إلى المزرعة ؟

الحل :

س=الاب ص= الابن

ح(س)= ٠,٥ ح(س/ص)= ٠,٩

باستخدام قانون الاحتمال الشرطي (ح(س ص) = ح(س) X ح(س / ص))

٠,٥ * ٠,٩ = ٠,٤٥

****

اللقاء الرابع

- تابع الباب الثاني : القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي

❖ لإيجاد القيمة المتوقعة والتباين نكوّن جدول .

القيمة المتوقعة : رمزه μ

هي الوسط الحسابي للمتغير العشوائي ، رمز القيمة المتوقعة μ ينطق (مِيُو)

μ : هي عبارة عن مجموع حاصل ضرب قيم العمود س في قيم العمود ح(س)

قانون القيمة المتوقعة : μ = مجـ [س × ح(س)]

مثال :

أوجد القيمة المتوقعة ؟

س	- ٢	- ١	٠	١	٢
ح (س)	٠,٢	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,١

الحل :

كيف نوجد القيمة المتوقعة ؟ نضرب كل قيمة في العمود (س) بما يقابلها في العمود الثاني ح(س) وينتج عنه العمود الثالث ، للتوضيح أكثر في المثال ضربنا ٢- في ٠,٢ طلع الناتج في العمود الثالث وهو المطلوب ٠,٤- وهكذا لكل القيم ثم نجمع جميع أرقام العمود الثالث لينتج عنه القيمة المتوقعة مجـ [س × ح(س)] = ٠,٣-

س	- ٢	- ١	٠	١	٢	المجموع
ح (س)	٠,٢	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,١	١
س × ح(س)	- ٠,٤	- ٠,٣	٠	٠,٢	٠,٢	- ٠,٣

مثال : بفرض أن المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية :

س	ح(س)
١	٠,٢
٢	٠,٣
٣	٠,٤
٤	٠,١
المجموع	١

أوجد القيمة المتوقعة ؟

الحل : القيمة المتوقعة (μ) = مجـ [س × ح(س)]

س	ح(س)	س × ح(س)
١	٠,٢	٠,٢
٢	٠,٣	٠,٦
٣	٠,٤	١,٢
٤	٠,١	٠,٤
المجموع	١	٢,٤

μ = مجـ [س × ح(س)] = 2.4

التبـايـن : رمزه σ^2
عبارة عن حاصل جمع قيم س تربيع مضروب في قيم ح(س) ، رمز التباين σ^2 ينطق (سيجما تربيع)

قـانـون التبـايـن : σ^2 = مجـ [س^2 × ح(س)] $- \mu^2$
التبـايـن لا يمكن أن يكون سالباً

الانحراف المعياري : هو جذر التباين

للتوضيح أكثر : (في المثال السابق) إذا ربّعنا ٢- تصبح ٤- ثم نضربها في ٠,٢ يطلع الناتج في العمود الرابع وهو المطلوب ٠,٨ وهكذا لكل القيم ... نهمل السالب لأن التباين لا يمكن أن يكون سالباً
مجـ [س٢ × ح(س)] هو الجزء الأول من التباين ،
كيف أوجد الجزء الثاني من القانون $- \mu^2$ ؟ سبق ووجدنا μ قلنا = (٠,٣) نرفعها للاس٢ 0.3^2

س	٢ -	١ -	٠	١	٢	المجموع
ح (س)	٠,٢	٠,٣	٠,٢	٠,٢	٠,١	١
س × ح(س)	٠,٤ -	٠,٣ -	٠	٠,٢	٠,٢	٠,٣ -
س^2 × ح(س)	٠,٨	٠,٣	٠	٠,٢	٠,٤	١,٧

نطبق القانون : σ^2 = مجـ [س^2 × ح(س)] $- \mu^2$
σ^2 = ١,٧ - ٠,٠٩ = ١,٦١

مثـال ٢ :
في الجدول التالي: المتغير العشوائي س يمثّل عدد السيارات المباعة في اليوم الواحد أما ح(س) فتمثل احتمال أن يتم بيع هذا العدد من السيارات :

س عدد السيارات المباعة يومياً	٠	١	٢	٣
ح (س)	٠,٤	٠,٣	ك	٠,١

المطلوب :

١) احسب قيمة ك
٢) أوجد القيمة المتوقعة
٣) أوجد التباين

الحـل :
١) ك = ١ – ٠,٨ = ٠,٢

س عدد السيارات المباعة يومياً	٠	١	٢	٣	المجموع
ح (س)	٠,٤	٠,٣	٠,٢	٠,١	١
س × ح(س)	٠	٠,٣	٠,٤	٠,٣	١
س^2 × ح(س)	٠	٠,٣	٠,٨	٠,٩	٢

٢) القيمة المتوقعة = مجـ [س × ح(س)] = ١

٣) التباين = مجـ [$س^2$ × ح(س)] – μ^2 = ١

مثال :

بفرض أن المتغير س له الدالة الاحتمالية التالية :

س	ح(س)
0	0.4
1	0.3
2	0.2
3	0.1
المجموع	1

أوجد القيمة المتوقعة والتباين والانحراف المعياري ؟

الحل :

س	ح(س)	س × ح(س)	س٢ × ح(س)
0	0.4	0	0
1	0.3	0.3	0.3
2	0.2	0.4	0.8
3	0.1	0.3	0.9
المجموع	1	1	2

القيمة المتوقعة = μ = مجـ س × ح(س) = 1

التباين = σ^2 = مجـ س٢ × ح(س) - μ٢ = ٢ – (١)٢ = ١

الانحراف المعياري = σ = $\sqrt{1}$ = ١

****

اللقاء الخامس:

- التوزيعات الاحتمالية : توزيع ذو الحدين

التوزيعات الاحتمالية :

١. توزيع ذو الحدين. ٢. توزيع بواسون. ٣. التوزيع الطبيعي.

أولاً | توزيع ذو الحدين

هو أحد التوزيعات الاحتمالية المتقطعة (للمتغيرات الكمية المتقطعة) الأكثر استخداماً وهو يستخدم لحساب احتمال الحصول على ناتج س مرة نجاح من ن محاولة من المحاولات .
لتطبيق توزيع ذو الحدين يجب أن يكون المتغير س متقطع ، والتجربة لها نتيجتين فقط (نجاح أو فشل) أي أنه يُستخدم <u>للحوادث التي تحتمل حالتين فقط</u> ، مثلاً : نجاح أو فشل ، انثى أو ذكر ، سليم أو مريض

النجاح : الحالة التي يتحقق فيها الحدث (الحدث محل الاهتمام) .
الفشل : الحالة التي لا يتحقق فيها الحدث (الحدث غير محل الاهتمام) .

س : توزيع ذو الحدين من التوزيعات الاحتمالية .... ، أكمل الجملة :
الاجابة : المتقطعة

قانون ذو الحدين (دالة ذو الحدين) : $ح(س) = {}^{ن}ق_{س} \times ل^{س} \times (١ - ل)^{ن-س}$
حيث :

ح(س) : هو احتمال وقوع الحدث	ن : حجم العينة	س : المتغير
ن ق س : عملية رياضية تسمى بالتوافيق	ل : النسبة	(١ - ل) : مكمّل للنسبة

كيف أطلع قيمة ن ق س ؟

في الآلـة الحاسبة ، عند علامة القسمة مكتوب خلفها nCr، معنى هذا الرمز :
n —> حجم العينة ن — C —> هي القاف — r —> قيمة س

عشان أوصل لـ C ماذا أفعل ؟؟
١ - أكتب قيمة ن
٢ - اضغط SHIFT ثم ÷ بتطلع على الشاشة علامة C
٣ - ثم أكتب قيمة س
٤ - اضغط زر = ويطلع لي الناتج

مثلاً : أوجد قيمة $ق^{5}_{2} = ؟$ ، نكتب بالآلة : ٥ ثم SHIFT ثم ÷ ثم ٢ = ١٠
أوجد قيمة $ق^{3}_{2} = ؟$ ، نكتب بالآلة : ٣ ثم SHIFT ثم ÷ ثم ٢ = ٣
أوجد قيمة $ق^{5}_{0} = ؟$ ، نكتب بالآلة : ٥ ثم SHIFT ثم ÷ ثم ٠ = ١

كيف أحل معادلة توزيع ذو الحدين كاملة بخطوة وحدة ؟

أكتب قيمة ن ثم اضغط SHIFT ثم ÷ ثم أكتب قيمة س
اضغط × ثم أكتب قيمة ل مع الأُس س ثم اضغط علامة×
أكتب ناتج (١ – ل)أُس ن-س ثم اضغط =

- <u>الأسس التي يقوم عليها توزيع ذو الحدين:</u>
١- التجربة تكرر (ن) محاولة .
٢- لكل محاولة نتيجتين (نجاح أو فشل) .
٣- احتمال النجاح ثابت في كل محاولة ويرمز له بالرمز (ل) واحتمال الفشل (١ - ل) ومجموعهما = ١
٤- المحاولات مستقلة عن بعضها أي أن نتيجة أي محاولة لا تؤثر في المحاولات الأخرى .

- **ملاحظات :**

• إذا كان المعطى تحت القاف صفر دائماً يكون الناتج ١
• إذا كان الأس يساوي صفر دائماً الناتج يكون ١
• إذا كان المعطى تحت القاف يساوي ١ يكون الناتج نفس قيمة ن
• أي نسبة معطاة في السؤال تكون هي (ل)
• أي نسبة معطاة في السؤال لابد من تحويلها لعدد عشري وذلك بالقسمة على ١٠٠
• في توزيع ذو الحدين: حجم العينة (ن) يكون أصغر من ٣٠ ، و النسبة (ل) تكون كبيرة.

- **الخصائص الاحصائية لذو الحدين :**

الخصائص هي القيمة المتوقعة والتباين والانحراف المعياري **(حفظ)** :
القيمة المتوقعة = μ = ن × ل
التباين = σ^2 = ن × ل × (١ - ل)
الانحراف المعياري = σ = جذر التباين

مثال توضيحي :

إذا كانت نسبة المعيب في انتاج أحد المصانع هي ٢٠٪ ، سحبت عينة عشوائية (تجربة) حجمها ٥ وحدات ، ما هو احتمال :

١. ألا نجد وحدات معيبة بالعينة
٢. أن نجد وحدة واحدة معيبة
٣. أن نجد وحدة واحدة على الأكثر معيبة
٤. أوجد القيمة المتوقعة
٥. أوجد التباين والانحراف المعياري

المعطيات :

ل = ٠,٢٠ - إذاً (١ - ل) = ٠,٨٠ - ن = ٥

الحل :

١. ألا نجد وحدات معيبة بالعينة (ح (س = صفر)

$ق^{ن}_{س} \times ل^{س} \times (1 - ل)^{ن-س}$ = $ق^{5}_{0} \times 0.2^{0} \times (0.8)^{5-0}$ = 0.3277

٢. أن نجد وحدة واحدة معيبة (ح (س = ١)

$ق^{ن}_{س} \times ل^{س} \times (1 - ل)^{ن-س}$ = $ق^{5}_{1} \times 0.2^{1} \times 0.8^{4}$ = 0.4096

٣. أن نجد وحدة واحدة على الأكثر معيبة (ح (س ≤ ١) (أجمع قيمة ١ وما تحتها)
ح (س ≤ ١) = ح(س=١) + ح(س=٠) = 0.4096 + 0.3277 = 0.7373

٤. أوجد القيمة المتوقعة μ = ن × ل
ن × ل = 5 × 0.2 = 1

٥. أوجد التباين والانحراف المعياري σ^2 = ن × ل × (١ - ل)
σ^2 = ن × ل × (١ - ل) = 5 × 0.2 × 0.8 = 0.8
الانحراف المعياري هو جذر التباين إذاً σ = 0.89

تمرين عملي :

إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في أحد المصانع هي ١٥% ، سحبت عينة عشوائية من ٣ وحدات ، وعلى فرض أن الإنتاج هو متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين :

س : ما هو احتمال أن نجد في العينة وحدة واحدة تالفة ؟

أ. ح (س=١) = ١,٤٠٩٦ ☚ (مستبعد لأن الاحتمال لا يمكن أن يكون أكبر من ١)

ب. ح (س=١) = ٠,٣٢٥ ✓

ج. ح (س=١) = ٠,٢٣٣

س : ما هو احتمال أن لا نجد في العينة أي وحدة تالفة ؟

أ. ح (س= صفر) = ١

ب. ح (س= صفر) = ٠,٥٠٢

ج. ح (س= صفر) = ٠,٧٥٠

د. ح (س= صفر) = ٠,٦١٤١ ✓

س : ما هي القيمة المتوقعة لعدد الوحدات المعيبة ؟

أ. μ = ١٠ ب. μ = ٤٥ ج. μ = ٠,٤٥ ✓

مثال :

إذا قلنا في توزيع ذو الحدين أن ن= ١٠ ، ل= ٠,٣ ، فإن القيمة المتوقعة هي ...... ؟

الحل :

القيمة المتوقعة = ن × ل

١٠ × ٠,٣ = ٣

اللقــاء السـادس:

- تـابـع التوزيعات الاحتمالية : توزيع بواسون

ثـانيـا | تـوزيـع بـواسـون

هو من التوزيعات الاحتمالية المتقطعة

س : توزيع بواسون من التوزيعات الاحتمالية المتصلة ، صح أم خطأ ؟

الاجابة : خطأ ، المتقطعة

- يستخدم توزيع بواسون في حالة المتغيرات العشوائية التي تتصف بالندرة (أي احتمال حدوثها ضعيف جداً)

س : توزيع بواسون يستخدم عندما يكون احتمال وقوع الحدث كبير ، صح أم خطأ ؟
الاجابة : خطأ .

أمثلة للحوادث النادرة : سقوط الطائرات ، الحرائق ، الحوادث المرورية ، الزلازل ، البراكين ، أخطاء الطباعة ، الفيضانات .

س : الحوادث المرورية تتبع توزيع ذو الحدين ، صح أم خطأ ؟
الاجابة : خطأ ، تتبع توزيع بواسون لأنها نادرة الحدوث .

- توزيع بواسون يعتبر حالة خاصة من توزيع ذو الحدين ، متى نستخدم توزيع بواسون بدل ذو الحدين ؟ إذا كان حجم العينة (ن) كبير، أي ن ≥ ٣٠ و الاحتمال صغير، أي ل ≤ 10%

شروط استخدام توزيع بواسون بدل ذو الحدين :

I. أن يكون حجم العينة كبير جداً ، أن يكون أكبر من الثلاثين ن ≥ ٣٠

II. أن يكون الاحتمال ضعيف ، أن يكون الاحتمال أقل من ١٠% ل ≤ 10%

قانون بواسون (دالة بواسون) :

$$\frac{\text{هـ}^{-\text{م}} \times \text{م}^{\text{س}}}{\text{س}\,!}$$

(هـ) هو الأساس الطبيعي يستخرج بالآلة SHIFT و In

(م) هو متوسط وقوع الحدث ، وقيمته إما ان تعطى بالسؤال او يتم استخراجها عن طريق ن × ل

(س!) س هو المتغير ، مثل ماهو احتمال وقوع ٣ حرائق تكون (س) = ٣ ، وعلامة التعجب تنطق مضروب (س)

من خصائص توزيع بواسون : (حفظ)

١- أن القيمة المتوقعة (الوسط الحسابي) هو نفسه التباين : الوسط الحسابي = التباين = م = ن x ل

٢- الانحراف المعياري جذر التباين

٣- مضروب الصفر دائماً = ١

٤- مضروب الواحد دائماً = ١

❖ نلاحظ أن القيمة المتوقعة لتوزيع ذو الحدين تكون نفسها في توزيع بواسون ..

مثال :

إذا كانت ن=١٠٠ ، ل= ٣% أوجد القيمة المتوقعة + التباين + الانحراف المعياري :

المعطيات :

ن = ١٠٠ ، ل = $\frac{3}{100}$ = ٠,٠٣

الحل :

١- القيمة المتوقعة ن × ل = ١٠٠ × ٠,٠٣ = ٣

٢- التباين : ن × ل = ١٠٠ × ٠,٠٣ = ٣ ، السبب ؛ لان القيمة المتوقعة = التباين

٣- الانحراف المعياري = جذر التباين ، جذر الثلاثة = ١,٧٣

مـثـال :

إذا كانت نسبة المعيب في انتاج أحد المصانع هي ٠,٠١ سحبت عينة عشوائية من انتاج المصنع حجمها ٥٠ وحدة ماهو احتمال :

١- الا نجد بها وحدات معيبة (س = ٠)

٢- أن نجد بها وحدة واحدة معيبة ، حيث : هـ -٥ = ٠,٦١

٣- أوجد القيمة المتوقعة والتباين والانحراف المعياري

المعطيات :

ل = ٠,٠١ ، ن = ٥٠

إذا كانت م مجهوله ؟ م = ن × ل ، إذن م = ٠,٥

الحـل :

المطلوب الاول :

نطبق قانون بواسون $\frac{هـ^{-0.5} \times 0.5^{0}}{0!}$ = ٠,٦١ **(الناتج بعد التقريب)**

المطلوب الثـانـي :

نطبق قانون بواسون $\frac{هـ^{-0.5} \times 0.5^{1}}{1!}$ = ٠,٣٠٥ **(الناتج بعد التقريب)**

المطلوب الثـالـث :

القيمة المتوقعة و التباين و الانحراف المعياري

- القيمة المتوقعة = التباين

قانونهم ن × ل = ٥٠ × ٠,٠١ = ٠,٥

- الانحراف المعياري هو جذر التباين

جذر ٠,٥ = ٠,٧٠٧

تمـاريـن :

١- إذا كانت ن = ١٠٠ ل= ٠,٠٣ فإننا نستخدم :

أ- توزيع ذي الحدين

ب- توزيع بواسون

ج- التوزيع الطبيعي

٢- في توزيع بواسون ن= ٥٠ ، ل = ٠,٠٣ فأن القيمة المتوقعة :

أ- 0.03 ب- 15 ج- ١,٥

٣- في توزيع بواسون كانت ن=١٠٠ ل = ٠,٠٣ فأن التباين

أ- 3 ب- ١,٥ ج-2.1

٤- في توزيع بواسون إذا كانت ن = ٣٠٠٠ ، ل = ٠,٠٠١ ، أوجد القيمة المتوقعة والتباين ؟

القيمة المتوقعة = ن × ل

٣٠٠٠ × ٠,٠٠١ = ٣

القيمة المتوقعة = التباين = م = ٣

٥- في توزيع ذو الحدين إذا كانت ن = ١٠ ، ل = ٠,٣ ، فإن القيمة المتوقعة هي ؟

القيمة المتوقعة = ن × ل

١٠ × ٠,٣ = ٣

٦- إذا كانت ن = ٨ ، ل = ٠,٢ فإننا نستخدم توزيع .... (ذو الحدين)

٧- إذا كانت ن = ١٢٠ ، ل = ٢% فإننا ننستخدم توزيع .... (بواسون)

٨- إذا كانت ن = ١٢٠ ، ل = ٢% ، أوجد القيمة المتوقعة والتباين ؟

القيمة المتوقعة = ن × ل

١٢٠ × ٠,٠٢ = ٢,٤

القيمة المتوقعة = التباين = م = ٢,٤

اللـقـاء السـابـع:

- تـابـع التوزيعات الاحتمالية : التـوزيـع الطبـيـعي

ثـالـثـا | التـوزيـع الطبيـعي

هو واحد من التوزيعات الاحتمالية المتصلة

س : التوزيع الطبيعي هو توزيع .... ، أكمـل؟

الاجابة : متصل أو مستمر

س : أي التوزيعات الاحتمالية مستمر ؟

الاجابة : التوزيع الطبيعي

- التوزيع الطبيعي يعتبر من أهم التوزيعات الاحتمالية وأكثرها شيوعاً واستخداماً في علم الاحصاء ، وتظهر أهميته في الحياة كثير جداً
- الدالة الاحتمالية (دالة الكثافة الاحتمالية) : غـيـر مطالبين فيـها
- التوزيع الطبيعي يأخذ شكل المنحنى البياني المتماثل ، يسمى بالشكل الجرسي أو الناقوسي .

خصائص منحنى التـوزيـع الطبيعي : (حفظ)

١- المساحة الكلية تحت المنحنى = ١ (أهم خاصية)

س : المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي ؟

الاجابة : أ- ٠,٥ ب- ٠,٣٣ ج- ١ د- -١

٢- المنحنى متماثل حول وسطه ، أي الوسط الحسابي يقسم المنحنى إلى قسمين متساويين ،

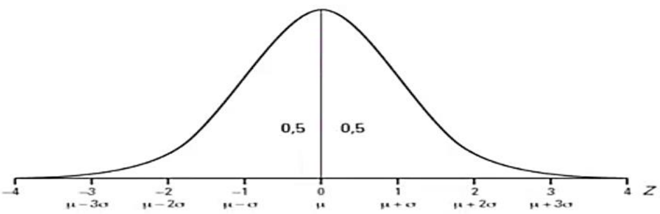
كل قسم = ٠,٥٠

٣- الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال .

٤- تصل قيمة المنحنى إلى نهايتها العظمى (أعلى قيمة للمنحنى) عندما س = μ (قيمة المتغير تساوي الوسط الحسابي).

٥- الطرفين للمنحنى يمتدا إلى مالا نهاية .

٦- المساحات الخاصة للمنحنى :



- المساحة تحت المنحنى التي تقع داخل الفترة ($\mu \pm \sigma$) = ٦٨٪
- المساحة تحت المنحنى التي تقع داخل الفترة ($\mu \pm \sigma^2$) = ٩٥٪
- المساحة تحت المنحنى التي تقع داخل الفترة ($\mu \pm \sigma^3$) = ٩٩,٧٪

س : ٦٨٪ من المساحة تحت المنحنى محصورة بين ...... و ...... ؟

الاجابة : (σ ± μ)

س : المساحة المحصورة بين μ ± σ^2 هي ؟ ؟

الاجابة : أ- ٩٥٪   ب- ٩٠٪   ج- ١٠٠٪

التوزيع الطبيعي المعياري : (مهم جداً)

هو حالة خاصة من التوزيع الطبيعي حيث أن متوسطه = صفر ، وانحرافه المعياري = ١

ويكتب كالتالي : Z ~ N (٠ ، ١)

- المساحة المحصورة بين ١- و ١+ في منحنى التوزيع الطبيعي المعياري = ٦٨٪
- المساحة المحصورة بين ٢- و ٢+ في منحنى التوزيع الطبيعي المعياري = ٩٥٪
- المساحة المحصورة بين ٣- و ٣+ في منحنى التوزيع الطبيعي المعياري = ٩٩,٧٪

س : المساحة تحت المنحنى المحصورة بين ١- و ١+ هي ......، أكمل الجملة ؟

الاجابة : ٦٨٪

حساب قيمة الاحتمال : (تحويل قيمة (س) إلى قيمة معيارية (ى))

بالقانون : $ى = \frac{س - \mu}{\sigma}$ (حفظ)

حيث : س = المتغير   و   μ = الوسط الحسابي   و   σ = الانحراف المعياري

مثال ١:

إذا كانت μ = ١٠٠ و σ = ١٠ ، فإن القيمة المعيارية المقابلة للقيمة الأصلية س = ٩٠ هي :

المعطيات :

μ = ١٠٠ ، σ = ١٠ ، س = ٩٠

الحل :

نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات : $ى = \frac{س - \mu}{\sigma} = \frac{90-100}{10} = -1$ (القيمة المعيارية يمكن أن تكون سالب)

س : من خصائص منحنى التوزيع الطبيعي أن إجمالي المساحة تحت المنحنى = ؟

الاجابة : = ١

س : من خصائص منحنى التوزيع الطبيعي أنه منحنى ؟

الاجابة : أ- ملتوي إلى اليسار   ب- ملتوي إلى اليمين   ج- متماثل

مثال ٢ :

إذا كانت μ = ١٠٠ و σ = ١٠ ، فإن القيمة المعيارية ى المقابلة للقيمة الأصلية س = ٨٠ هي :

المعطيات : μ = ١٠٠ ، σ = ١٠ ، س = ٨٠

الحل :

نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات : $ى = \frac{س - \mu}{\sigma} = \frac{80-100}{10} = -2$

س : المساحة المحصورة بين سالب واحد وموجب واحد في منحنى التوزيع الطبيعي المعياري، تساوي ؟

الاجابة : أ- ٦٨٪ ب- ٨٦٪ ج- ٩٥٪ د- ١٠٠٪

مثال ٣ :

إذا كان س متغير عشوائي متصل يتبع توزيع طبيعي بمتوسط μ = ٥٠ وانحراف معياري σ = ١٠ ، حوّل المتغير إلى القيمة المعيارية ى إذا كانت :

١. س = ٥٥ $ى = \frac{س - \mu}{\sigma} = \frac{55-50}{10} = \frac{5}{10} = 0,5$

٢. س = ٣٥ $ى = \frac{س - \mu}{\sigma} = \frac{35-50}{10} = \frac{-15}{10} = -1,5$

مثال ٤ :

إذا كانت σ = ١٠ ، π = ٧٠ ، فإن القيمة المعيارية ي المقابلة للقيمة الأصلية س = ٨٠ هي ؟

$ى = \frac{س - \mu}{\sigma}$ = ٨٠ - ٧٠ ÷ ١٠ = ١

مثال ٥ :

إذا كانت σ = ١٠ ، π = ١٠٠ ، فإن القيمة المعيارية ي المقابلة للقيمة الأصلية س = ٩٠ هي ؟

$ى = \frac{س - \mu}{\sigma}$ = ٩٠ - ١٠٠ ÷ ١٠ = -١

❖ دائماً إذا كانت قيمة س أصغر من μ فإن الناتج يكون سالباً

****

اللقـاء الثـامن:

- التقديــر الإحصــائـي

التقدير هو نظرية كبيرة جداً من نظريات علم الإحصاء ولكن ما يهمنا هو تقدير الوسط الحسابي µ .

أقسام التقدير الاحصائي :

١- التقدير لنقطة

٢- التقدير لفترة ثقة

س : ينقسم التقدير الإحصائي إلى قسمين ، اذكرهما ؟

الاجابة : ١- التقدير لنقطة. ٢- التقدير لفترة.

أولاً التقدير بنقطة : هو تقدير معالم المجتمع من خلال بيانات العينة ، أي نحسب الوسط الحسابي للعينة ثم نعمم نتائجها على المجتمع. (يقصد به أن نقدّر متوسط المجتمع من خلال العينة مباشرةً وهو تقدير غير واقعي)

مثال : إذا كان متوسط سعر البيع لعينة من 2000 سيارة تساوي 20,000 ريال ، قدّر متوسط سعر البيع في مجتمع السيارات كلها ؟ الحل : 20,000

ثانياً التقدير بفترة ثقة : يكون التقدير عن طريق قاعدة معينة ويكون لدينا فترة ثقة لها حدين ، عندما نقول تقدير بفترة هذا يعني أن لدينا حد أعلى وحد أدنى .

مثال : توقعي لمتوسط الدرجات يتراوح بين ٥٠ إلى ٦٠ ، أي الحد الأعلى ٦٠ والحد الأدنى ٥٠

هنا أقول متوسط الدرجات يتراوح بين ٥٠ و ٦٠

الفرق بين التقدير بنقطة والتقدير بفترة:

التقدير بنقطة يكون المتوسط له قيمة واحدة

التقدير بفترة يكون المتوسط يتراوح بين قيمتين

- في نظرية التقدير سنتناول أربع موضوعات :

١- تقدير متوسط المجتمع

٢- تقدير النسبة في المجتمع

٣- تقدير الفرق بين متوسطين

٤- تقدير حجم العينة

أولاً | تقدير متوسط المجتمع: (رمزه μ)

هي الفترة التي يتوقع وقوع معالم المجتمع داخلها .

كل فترة ثقة تقابلها قيمة ى المحسوبة

- فترات الثقة و الدرجات المعيارية لهم ثلاث قيم: (حفظ)

١- عند درجة ثقة ٩٠% تقابلها قيمة ى = ١,٦٥

٢- عند درجة ثقة ٩٥% تقابلها قيمة ى = ١,٩٦

٢- عند درجة ثقة ٩٩% تقابلها قيمة ى = ٢,٥٨

س : فترة الثقة ٩٩% فإن القيمة المعيارية (ى) التي تقابلها هي :

الاجابة : أ- 1.86 ب- 1.65 ج- 2.58

قانون تقدير متوسط المجتمع بفترة ثقة : $\mu = \bar{س} \pm ى \times [\frac{ع}{\sqrt{ن}}]$

حيث :

μ : الوسط الحسابي للمجتمع

$\bar{س}$: الوسط الحسابي للعينة

ع : الانحراف المعياري

ن : حجم العينة

ى : قيم او درجات معيارية ثابته (ذكرناها سابقاً)

مثال :

تم تكليفك بتقدير متوسط الانتاج اليومي للعامل في أحد المصانع ، وقمت بسحب عينة عشوائية من 64 عامل فوجدت فيها متوسط الانتاج اليومي 21 بانحراف معياري 3 ، قدّر بدرجة ثقة 95% متوسط الانتاج اليومي للعامل في المصنع ؟

المعطيات :

ن = 64 | $\bar{س}$ = 21 | ع = 3 | ى = 1.96

الحل :

نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات :

$$\mu = \bar{\text{س}} \pm \text{ى} \times \left[\frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}\right] = 21 \pm ١,٩٦ \times \left[\frac{3}{\sqrt{64}}\right]$$

$$21 + ١,٩٦ \times \left[\frac{3}{\sqrt{64}}\right] = 21.735$$ (وهذا هو الحد الأعلى)

$$21 - ١,٩٦ \times \left[\frac{3}{\sqrt{64}}\right] = 20.265$$ (وهذا هو الحد الأدنى)

إذاً متوسط الانتاج اليومي للعامل يتراوح بين 21.735 و 20.265

مثال تطبيقي :

تم تكليفك بتقدير متوسط الانتاج اليومي للعامل في أحد المصانع ، وقمت بسحب عينة عشوائية من 400 عامل فوجدت فيها متوسط الانتاج اليومي 10 بانحراف معياري 2 ، قدّر بدرجة ثقة 95% متوسط الانتاج اليومي للعامل في المصنع ؟

المعطيات :

ن = 400	$\bar{\text{س}}$ = 10	ع = 2	ى = 1.96

الحل :

نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات :

$$\mu = \bar{\text{س}} \pm \text{ى} \times \left[\frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}\right] = 10 \pm ١,٩٦ \times \left[\frac{2}{\sqrt{400}}\right] = 10.196 \;/\; 9.804$$

إذاً متوسط الانتاج اليومي للعامل يتراوح بين 10.196 و 9.804

س : فترة الثقة 95% فإن القيمة المعيارية (ى) التي تقابلها هي :

الاجابة : ى = 1.96

ثانياً | تقدير النسبة في المجتمع: (رمزه ل)

(وهنا نستخدم نفس مستويات الثقة السابقة)

قانون تقدير النسبة للمجتمع بفترة ثقة : $\text{ل} = \hat{\text{ل}} \pm \text{ى} \times \sqrt{\frac{\hat{\text{ل}}(1-\hat{\text{ل}})}{\text{ن}}}$

حيث :

ل : النسبة في المجتمع

لَ : النسبة في العينة

ى : القيمة المعيارية ، إما تكون 1.65 أو 1.96 أو 2.58

(1–لَ) : مكمّل لقيمة لَ

ن : حجم العينة

مـثـال :

في عينة حجمها 1000 مواطن من سكان مدينة الرياض ، كانت نسبة الأمية فيها 30% ، قدّر بدرجة ثقة 95% نسبة الأمية في مدينة الرياض ؟

المعطيات :

ن = 1000	لَ = 0.3	ى = 1.96

الحـل :

نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات :

$$ل = لَ \pm ى \times \sqrt{\frac{لَ(1-لَ)}{ن}} = 0.3 \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{0.7\times 0.3}{1000}} = 0.33 \quad / \quad 0.27$$

إذاً نسبة الأمية في مدينة الرياض تتراوح بين 0.33 و 0.27

****

اللـقــاء التـاسـع:

- تـابـع التـقديـر الإحـصـائي

ثـالثـاً | تقدير حجم العينة : (رمزه ن)

حجم العينة يجب أن يحدد في ضوء ٣ معايير

- محددات (معايير) حجم العينة **(مهم جداً)**

١- درجة التباين في المجتمع :

العلاقة طردية بين درجة التباين وحجم العينة

كلما كبر حجم العينة كبر التباين ، فإذا كان عندنا مجتمع كبير بيكون الاختلاف داخله كبير

٢- درجة الخطأ في التقدير :

العلاقة عكسية بين درجة الخطأ في التقدير وحجم العينة

أي كلما زاد عدد أفراد العينة تقل نسبة الخطأ في التقدير

٣- درجة الثقة في التقدير :

العلاقة طردية بين درجة الثقة (الدرجة المعيارية) وحجم العينة

س : يتناسب حجم العينة مع درجة الثقة تناسباً .... ، أكمل الفراغ ؟

الاجابة : أ - طردياً   ب - عكسياً   ج - طردياً وعكسياً

س : يتناسب حجم العينة مع التباين تناسباً .... ، أكمل الفراغ ؟

الاجابة : أ - طردياً   ب - عكسياً   ج - طردياً وعكسياً

س : يتناسب حجم العينة مع خطأ التقدير تناسباً .... ، أكمل الفراغ ؟

الاجابة : أ - طردياً   ب - عكسياً   ج - طردياً وعكسياً

حجم العينة يحدد لحالتين :

١- الأولى : تقدير حجم العينة لحساب متوسط المجتمع

٢- الثانية : تقدير حجم العينة لنسبة

أولاً | تقدير حجم العينة لحساب متوسط المجتمع (μ)

(القانون) : $\text{ن} = \frac{\text{ى}^2 \times \sigma^2}{\text{د}^2}$

حيث :

ن : حجم العينة

ى : مستوى الثقة - القيمة المعيارية

σ^2 : التباين

د : الخطأ في التقدير

مثال ١ :

أوجد حجم العينة العشوائية اللازمة لتقدير متوسط العمر لعينة من الطلبة إذا كنا نرغب في ألا يزيد الخطأ في التقدير عن 2 سنة وبدرجة ثقة 95% ، بفرض أن تباين الأعمار في المجتمع = 50

المعطيات :

د = 2	$\sigma^2 = 50$	ى = 1.96

الحل :

نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات مع التربيع :

$$ن = \frac{\sigma^2 \times ى^2}{د^2} = \frac{50 \times 1.96^2}{4} = 48 \text{ طالب تقريباً}$$

ملاحظة : **إذا أعطانا التباين في السؤال ننزل القيمة مثل ماهي بدون تربيع**

مثال ٢ :

ما هو حجم العينة الواجب سحبها من طلاب التعليم عن بعد لتقدير متوسط عمر الدارس بشرط ألا يتجاوز الخطأ في التقدير عن 3 سنوات وبدرجة ثقة 95% على فرض أن الانحراف المعياري للأعمار هو 8 سنوات .

المعطيات :

د = 3	$\sigma = 8$	ى = 1.96

الحل :

نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات مع التربيع :

$$ن = \frac{\sigma^2 \times ى^2}{د^2} = \frac{64 \times 1.96^2}{9} = 27 \text{ طالب تقريباً}$$

ملاحظة : **إذا ذكر في السؤال الانحراف المعياري نربع قيمته ، وعلى الأغلب الأسئلة يجي فيها انحراف معياري**

مثال ٣ :

قدر حجم العينة الواجب سحبها من طلاب التعليم عن بعد وذلك لتقدير متوسط عمر الطالب بشرط الا يتجاوز الخطأ في التقدير عن ٤ سنوات وبدرجة ثقة ٩٩% على فرض ان الانحراف المعياري لأعمار الطلاب من دراسات سابقة كان ٨ سنوات .

المعطيات :

د = 4	$\sigma = 8$	ى = 2.58

الحل :

نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات مع التربيع :

$$ن = \frac{\sigma^2 \times ى^2}{د^2} = \frac{64 \times 2.58^2}{16} = 26.62 = 27 \text{ طالب تقريباً}$$

مثـال ٤ :

قدر حجم العينة الواجب سحبها من طلاب التعليم عن بعد وذلك لتقدير متوسط عمر الطالب بشرط الا يتجاوز الخطأ في التقدير عن ٤ سنوات وبدرجة ثقة ٩٥% على فرض ان الانحراف المعياري لأعمار الطلاب من دراسات سابقة كان ٨ سنوات .

المعطيات :

د = 4	σ = 8	ى = 1.96

الحـل :

نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات مع التربيع :

$$ن = \frac{ى^2 \times \sigma^2}{د^2} = \frac{1.96^2 \times 64}{16} = 15 \text{ طالب تقريباً}$$

ثـانيـاً : تقدير حجم العينة لحساب النسبة في المجتمع (ل)

(القـانـون) : $ن = \frac{ى^2 \times ل \times (1-ل)}{د^2}$

حيث :

ن : حجم العينة

ى : مستوى الثقة - القيمة المعيارية

ل : النسبـة

(١ - ل) : مكـمّل للنسـبة

د : الخطأ في التقدير

مثـال :

ما هو حجم العينة العشوائية اللازم سحبها من طلاب جامعة الإمام لتقدير نسبة الطلبة كبار السن ، بشرط ألا يتجاوز الخطأ في التقدير عن 2% وبدرجة ثقة 95% بفرض أن هذه النسبة من دراسات سابقة هي 25%

المعطيات :

د = 0.02	ل = 0.25	١ - ل = 0.75	ى = 1.96

الحـل :

نكتب القانون ونعوّض بالمعطيات مع التربيع :

$$ن = \frac{ى^2 \times ل \times (1-ل)}{د^2} = \frac{0.75 \times 0.25 \times 1.96^2}{0.02^2} = 1801$$ طالب تقريباً

اللقـاء العـاشـر:

- اختبـارات الفـروض الاحصـائيـة

مـقـدمة :

الفرض الإحصائي هو : ادعاء حول مَعلمة المجتمع .

عرفنا سابقاً أن من الصعب دراسة المجتمع كاملاً لكبر حجمه ، فنختار عينة منه لتطبيق الدراسة ثم نعمم نتائج العينة على المجتمع ، فالعينة جزء من المجتمع .

الهدف من اختبارات الفروض : قياس أثر معالجة معينة .

في اختبارات الفروض الإحصائية يكون لدينا وضعين (وسطين) :

الأول للمجتمع µ (الوضع الراهن)

الثاني للعينة $\bar{س}$ (بعد المعالجة)

أولاً | أنواع الفروض الإحصائية :

تنقسم الفروض الإحصائية إلى قسمين (نوعين)

- الفرض العدمي
- الفرض البديل

الفرض العدمي يوضح الحالة الراهنة للدراسة ، مثلاً يكون عندي وسط حسابي لدرجات الطلاب µ فلنفرض أنه يساوي 70 ، ثم أعمل معالجة (مثلاً أغير الاستاذ أو أغير طريقة التدريس) ، بعد المعالجة آخذ عينة من الطلاب ثم استخرج الوسط الحسابي لهذه العينة وأقارن بين الوسط الحسابي للعينة و الوسط الحسابي للمجتمع ، ثم اسأل هل بعد التغيير (بعد ما غيرت الاستاذ) أدى إلى زيادة تحصيل الطالب ؟ الهدف الأساسي من هذه الدراسة أنني أقيس أثر التغيير على التحصيل الدراسي .

مثال آخر : عندي مجموعة أطفال وزنهم 12 كيلو ، أدخلت عليهم معالجة (سيريلاك مثلاً) ثم أخذت عينة من الأطفال واستخرجت الوسط الحسابي للعينة فلنفرض أنه 14 كيلو ، الهدف من هذه الدراسة أن أقيس أثر هذه المعالجة ، هل المعالجة (السيريلاك) أثر على الوزن أم لم يؤثر !!

وهذه هي الخطوة الأولى في اختبارات الفروض (تحديد الفرض العدمي والفرض البديل) ، ثم ننتقل إلى أنواع الاختبارات

ثـانـياً | أنواع اختبارات الفروض الإحصائية :

تنقسم اختبارات الفروض الإحصائية إلى ثلاث اختبارات

اختبار في اتجاهين في هذا الاختبار نستخدم الاشارتين = و ≠

إذا بقيس الوسط الحسابي 60 ، أقول الفرض العدمي : $\mu = 60$ وعكسه الفرض البديل $\mu \neq 60$

اختبار في اتجاه اليمين ودائماً إشارته في الفرض البديل >

أي الفرض البديل : μ > الوسط الحسابي وعكسه تماماً الفرض العدمي : μ = الوسط الحسابي

اختبار في اتجاه اليسار ودائماً إشارته في الفرض البديل <

أي الفرض البديل : μ < الوسط الحسابي وعكسه تماماً الفرض العدمي : μ = الوسط الحسابي

ثـالـثـاً | القرار على الفرض العدمي :

هناك قرارين للفرض العدمي (القبول أو الرفض) كيف نختار القرار المناسب ؟

- إذا كانت ى المحسوبة أصغر من القيمة الجدولية ، يكون القرار قبول الفرض العدمي
- إذا كانت ى المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية ، يكون القرار رفض الفرض العدمي

دائماً اتخاذ القرار يكون على الفرض العدمي

- خطوات اختبارات الفروض الإحصائية : (حفظ)

١- تحديد الفرض العدمي والفرض البديل ، وتحديد الاختبار في اتجاه أو اتجاهين

الأصل في أي اختبار هو أنه في اتجاهين ، إلا إذا جاءت دلالة على اتجاه اليمين أو اليسار

ماهي هذه الدلالات ! أي كلمة إيجابية (مثل: زيادة ، فاعلية ، تحسن ، تطور) تدل على اتجاه اليمين

و أي كلمة سلبية (مثل: انخفض ، نقص ، تدنى ، خسر) تدل على اتجاه اليسار

مثلاً يوجد مجموعة أطفال وزنهم 12 كيلو اعطيناهم سيريلاك ثم قسنا وزن عينة منهم واصبح 14 كيلو ، هل أدى السيريلاك إلى زيادة ؟ نعم (إذاً اصبح في اتجاه اليمين) ، مثال آخر عندنا قطعة أرض زراعية وضعنا فيها سماد(معالجة) هل هذا السماد أدى إلى زيادة المحصول ؟ إذا نعم فهو في اتجاه اليمين وإذا لا فهو باتجاه اليسار

أما الكلمات الدلالية لاختبار الاتجاهين : هي التي لاتدل على معنى سلبي أو إيجابي

مثلاً هل يوجد فرق احصائي؟ (لم يحدد فرق ايجابي أو سلبي) أو هل يوجد اختلاف ؟

٢- تحديد مستوى المعنوية a :

يقصد به رفض الفرض العدمي وهو صحيح ، ويكون معطى بالسؤال إما 1% أو 5% أو 10%

* مستوى المعنوية مكمّل لمستوى الثقة * وله ثلاث قيم :

مستوى المعنوية 1% مكمل لمستوى الثقة 99%

ومستوى المعنوية 5% مكمل لمستوى الثقة 95%

ومستوى المعنوية 10% مكمل لمستوى الثقة 90%

٣- تحديد احصاء الاختبار المناسب

تطبيق القانون واستخراج قيمة ى المحسوبة

القانون : ي = ($\bar{س}$ - µ) × $\sqrt{ن}$ ÷ ع

٤- تحديد القيمة الحرجة (قيمة ي الجدولية) :

تكون معطاه بالسؤال إما 2.58 أو 1.96 أو 1.65 (هي نفسها قيمة ى المعيارية باللقاءات السابقة)

مستوى الثقة	مكمّل له بمستوى المعنوية a	تقابلهم بالقيمة الحرجة ى (القيمة الجدولية)
99%	1%	2.58
95%	5%	1.96
90%	10%	1.65

٥- اتخاذ القرار الاحصائي

إذا كانت ى المحسوبة أكبر من ى الجدولية يصبح القرار رفض الفرض العدمي .

إذا كانت ى المحسوبة أصغر من ى الجدولية يصبح القرار قبول الفرض العدمي .

مثـال :

إذا كان متوسط انتاجية العامل هي 80وحدة في اليوم ، جُرب نظام للحوافز المادية على عينة من 100عامل لمدة معينة وفي نهاية السنة وجد أن متوسط انتاجية العامل في هذه العينة أصبح 85 وحدة ، بانحراف معياري 7 وحدات ، أريد اختبار أثر الحوافز المادية على انتاجية العامل باستخدام نسبة معنوية 5%

المعطيات :

μ = 80	ن = 100	$\bar{س}$ = 85	ع = 7	ى = 1.96

الحل :

(نطبق الخطوات)

أولاً - نحدد أنواع الفروض ، ونوع الاختبار :

بما أنه قال كلمة أثر (ليس لها معنى سلبي أو ايجابي) بيكون اختبار في الاتجاهين

إذاً ، الفرض العدمي : μ = 80 والفرض البديل : μ ≠ 80

ثانياً - وسيلة الاختبار (القانون) :

$$ى = \frac{(\bar{س} - \mu) \times \sqrt{ن}}{ع}$$

حيث :

ى : هي ى المحسوبة $\bar{س}$: الوسط الحسابي للعينة μ : الوسط الحسابي للمجتمع

ن : حجم العينة ع : الانحراف المعياري

نعوض القانون بالمعطيات : = 7.14

إذاً قيمة ى المحسوبة = 7.14

ثالثاً - تحديد القيمة الحرجة المقابلة للنسبة المعنوية 5% :

5% تقابلها بالقيمة الحرجة ى = 1.96

رابعاً - المقارنة بين ى المحسوبة والقيمة الحرجة (ي الجدولية) واتخاذ القرار :

ى المحسوبة = 7.14 أكبر من ى الجدولية (القيمة الحرجة) = 1.96

إذاً القرار الإحصائي هو رفض الفرض العدمي .

ـــ اسـئـلـة وتـمـاريـن ـــ

س : بصفة عامة إذا كانت القيمة المحسوبة لوسيلة الاختبار (ى المحسوبة) أصغر من القيمة الحرجة (ى الجدولية) ، فهذا يعني :

الاجابة : أ - قبول الفرض العدمي ب - رفض الفرض العدمي

ج - لا يمكن اتخاذ قرار د - قبول الوسط الحسابي

تمرين :

إذا كان متوسط درجات الطلاب في مادة الاحصاء 75 درجة ، أُستخدمت طريقة حديثة في التدريس على عينة من الطلبة حجمها 100 طالب فوجد أن متوسط درجة الطالب 70 درجة بانحراف معياري5 درجات ، هل تدل هذه البيانات على أن مستوى تحصيل الطلاب قد انخفض نتيجة لاستخدام الطريقة الحديثة ؟ أجب على الاسئلة التالية :

١- في ضوء البيانات السابقة يكون شكل الفرض العدمي والفرض البديل هو :

أ - الفرض العدمي μ = 70 والفرض البديل $\mu \neq$ ٧٠

ب - الفرض العدمي μ = 75 والفرض البديل μ > 75

ج - الفرض العدمي μ = 75 والفرض البديل μ < 75

د - الفرض العدمي $\mu \leq$ 75 والفرض البديل μ > 75

٢- قيمة ى المحسوبة هي :

أ - ى = 10 ب - ى = 10 - ج - ى = 5 د - ى = 20

٣- إذا كان مستوى المعنوية 5% ما هو القرار الذي نتخذه ؟ القرار هو رفض الفرض العدمي لماذا !

لأن قيمة ى المحسوبة 10 - أكبر من ى الجدولية 1.96 (الإشارة مهملة)

تمرين ٢ :

إذا كان متوسط انتاجية العامل 30وحدة في اليوم ، جُرب نظام للحوافز المادية على عينة من 100عامل لمدة معينة وفي نهاية العام وُجد أن متوسط انتاجية العامل في هذه العينة أصبح 38 وحدة ، بانحراف معياري 4 وحدات ، أريد اختبار أثر الحوافز المادية على انتاجية العامل باستخدام نسبة معنوية 5% ، اختر الإجابة الصحيحة :

١- في ضوء هذه البيانات يكون شكل الفرض العدمي والفرض البديل هو :

أ - الفرض العدمي $\mu = 30$ والفرض البديل $\mu \neq 30$

ب - الفرض العدمي $\mu = 30$ والفرض البديل $\mu > 30$

ج - الفرض العدمي $\mu = 30$ والفرض البديل $\mu < 30$

د - الفرض البديل $\mu = 30$ والفرض العدمي $\mu \neq 30$

٢- قيمة ى المحسوبة هي :

أ - ى = 20 ب - ى =30 ج - ى =10 د - ى =5

٣- عند مستوى معنوية 5% للقيمة الجدولية 1.96 و ى المحسوبة 20، ما هو القرار الذي نتخذه ؟

أ - قبول الفرض العدمي ب - رفض الفرض العدمي

ج - قبول الفرض البديل د - رفض الفرض البديل

س : القيمة الحرجة هي القيمة التي تفصل بين :

الاجابة : أ - منطقة القبول والرفض ب - منطقة الرفض

ج - منطقة القبول د - الفرق بين وسطين

س : يعرف مستوى المعنوية a على النحو التالي :

الاجابة : أ - رفض الفرض العدمي وهو صحيح ب - قبول الفرض العدمي وهو صحيح

ج - رفض الفرض العدمي وهو خاطئ د - رفض حجم العينة

****

انتهى

اللهم علِّمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علماً

تذكر | إذا حلمت بشيء فسيمكنك تحقيقه ، ما يمنعك عنه هي تلك الحواجز داخل عقلك |