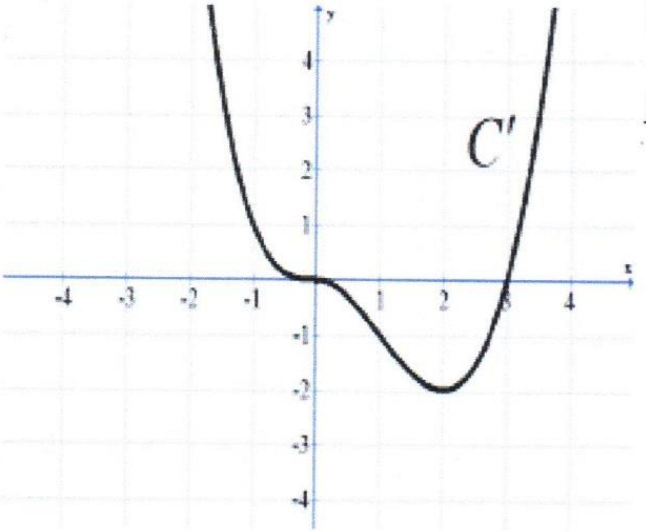
تمارين داعمة :

1



التمرين الأول : في الشكل المرسوم جانباً رسمنا الخط البياني للتابع f'

تأمل الشكل ثم أجب عن الأسئلة :

1- نظم جدولاً بتغيرات f' .

2- جد حلول المعادلة $f'(x) = 0$.

3- عين القيم الحدية للتابع f' مبيناً نوعها .

4- عين القيم الحدية للتابع f مبيناً نوعها .

5- إذا كان الخط البياني للتابع f يمر بالنقطة $A(1,3)$ ، فاكتب معادلة لمماس الخط (C) في النقطة A .

(1

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

(2 للمعادلة $f'(x) = 0$ حلان مختلفان هما $x = 0$ وَ $x = 3$

(3 $f'(2) = -2$ قيمة حدية صغرى محلياً ..

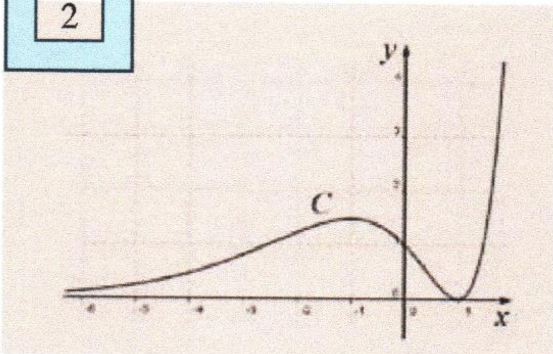
(4 $f(0)$ قيمة حدية كبرى محلياً وَ $f(3)$ قيمة حدية صغرى محلياً

(5 $f'(1) = -1 \Rightarrow m = -1$

$y - y_A = m(x - x_A)$

$y - 3 = -(x - 1)$

$T : y = -x + 4$



التمرين الثاني : تأمل الشكل المجاور ثم أجب عما يلي :

1- عين مجموعة قيم التابع f .

2- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 2$

أعط عددين صحيحين يحصران كل حل .

3- اذا علمت أن التابع من الشكل $f(x) = (ax^2 + bx + c).e^x$

فأوجد علاقة ربط التابع .

4- عين القيمة الحدية الكبرى للتابع .

1) $f(D) = [0, +\infty[$

2) للمعادلة $f(x) = 2$ حل وحيد α حيث $\alpha \in \,]1, 2[$

3) لدينا $f(0) = 1$ و $f(1) = 0$ و $f'(1) = 0$

f اشتقاقي على R

$f'(x) = (2ax + b)e^x + e^x(ax^2 + bx + c)$

$= e^x(2ax + b + ax^2 + bx + c)$

$f'(1) = 0 \Rightarrow e(2a + b + a + b + c) = 0$

$\Rightarrow 3a + 2b + c = 0 \quad \dots \langle 1 \rangle$

$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1 \quad \dots \langle 2 \rangle$

$f(1) = 0 \Rightarrow a + b + c = 0 \quad \dots \langle 3 \rangle$

نعوض $\langle 2 \rangle$ في $\langle 1 \rangle$ و $\langle 3 \rangle$: $3a + 2b + 1 = 0 \quad \dots \langle 4 \rangle$

$a + b + 1 = 0 \Rightarrow 2a + 2b + 2 = 0 \quad \dots \langle 5 \rangle$

بطرح المعادلتين نجد $a = 1$ ومنه $b = -2$ إذاً

$f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^x$

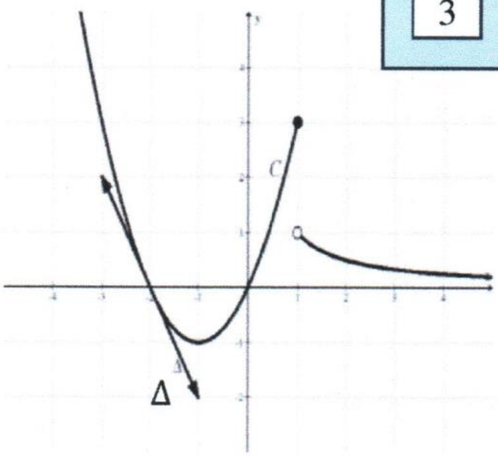
4) لدينا $f'(x) = (x^2 - 1)e^x$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow$ إما $x = 1$ القيمة الصغرى

أو $x = -1 \Rightarrow f(-1) = 4e^{-1} = \frac{4}{e}$ القيمة الكبرى

3

التمرين الثالث : في الشكل المرسوم جانباً : (C_f) هو الخط البياني



للتابع f على المجال I والمطلوب :

1- عين I ، $f(I)$ ، ثم جد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

2- عين $f'(-2), f(-2), f(-1)$.

3- اكتب معادلة المماس الأفقي ومعادلة المماس Δ .

4- عين $f(1)$ و $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

5- عين $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

1) $I = \mathbb{R}$ $\qquad f(I) = [-1, +\infty[$

للمعادلة $f(x) = 0$ حلان مختلفان هما $x = -2$ و $x = 0$

2) $f(-1) = -1$ $\qquad f(-2) = 0$

$f'(-2) = \dfrac{2-0}{-3+2} = -2$ $\qquad N_1(-2,0)$, $N_2(-3,2)$

3) معادلة المماس الأفقي $T : y = -1$

المماس Δ : $y - 0 = -2(x+2)$

$\Delta : y = -2x - 4$

4) $f(1) = 3$ $\qquad \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 1$

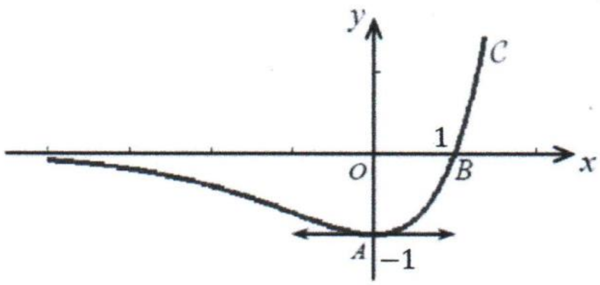
بما أن $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) \neq f(1)$ فإن f غير مستمر عند 1

5) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 0$ نستنتج أن المستقيم $y = 0$ محور الفواصل مقارب للخط (C) في جوار $+\infty$.

التمرين الرابع :

4

في الشكل المرسوم جانباً : (C_f) هو الخط البياني



للتابع f على المجال R والمطلوب :

1- عين $f(R)$ ، ثم جد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

2- عين $f(1)$, $f(0)$, $f'(0)$.

3- عين $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

4- استنتج رسم (C_g) الخط البياني للتابع g المعرف وفق : $g(x) = -f(x)$

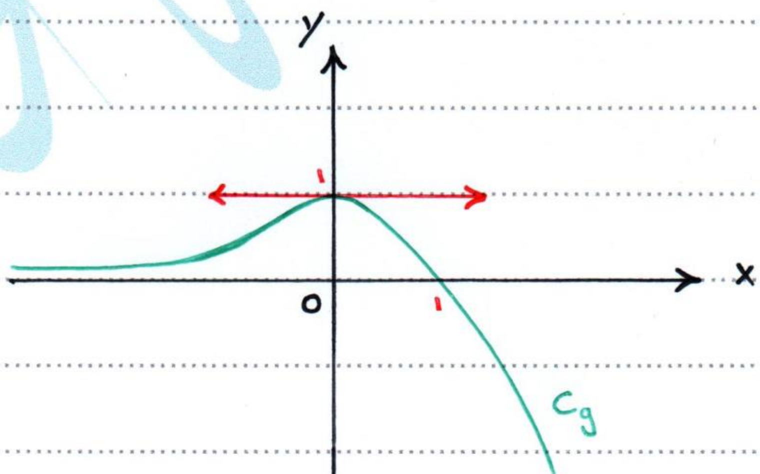
1) $f(R) = [-1, +\infty[$ للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد هو $x = 1$

2) $f(1) = 0$ $f(0) = -1$ $f'(0) = 0$

3) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ نستنتج أن محور الفواصل مقارب أفقي للخط (C) في جوار $-\infty$.

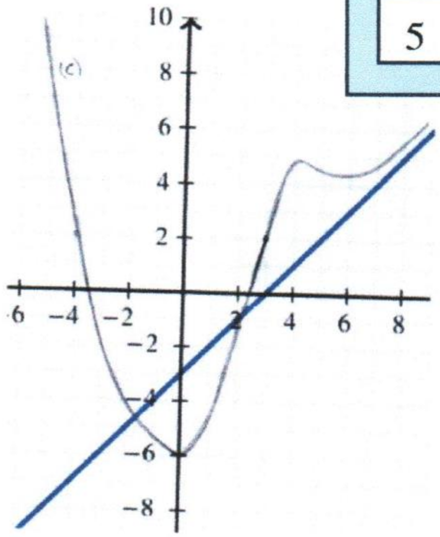
4) C_g نستنتج من C_f بإجراء التحويل $(x, y) \to (x, -y)$

أي أن C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل ..



التمرين الخامس : في الشكل المرسوم جانباً : (C_f) هو الخط البياني للتابع f على المجال R والمطلوب :

$\boxed{5}$



1- أوجد مجموعة قيم التابع f .

2- عين نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .

3- اكتب معادلة لمقارب (C_f) في جوار $+\infty$ مبيناً وضعه النسبي .

4- عين مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

5- دل على كل قيمة حدية للتابع .

1) $f(R) = [-6, +\infty[$

2) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

3) نختار نقطتين $N_1(4,1)$ $N_2(3,0)$

$$\Delta: y - 0 = \frac{0-1}{3-4}(x-3) \Rightarrow \Delta: y = x - 3$$

لما $x \in]-2, 2[$ يكون C_f تحت المقارب Δ

لما $x \in]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$ يكون C_f فوق المقارب Δ

C_f و Δ يشتركان بالنقطتين $(-2,-5)$ و $(2,-1)$

4) $x \in]-\infty, 0[\cup]4, 6[$

5) $f(0) = -6$ قيمة حدية صغرى محلياً .

$f(4) = 5$ " " كبرى محلياً .

$f(6)$ " " صغرى محلياً .

6

التمرين السادس : في الشكل المرسوم جانباً : (C_f) هو الخط البياني للتابع f على المجال R والمطلوب :

1- عين حل المعادلة $f(x) = 5$.

2- عين مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 2$.

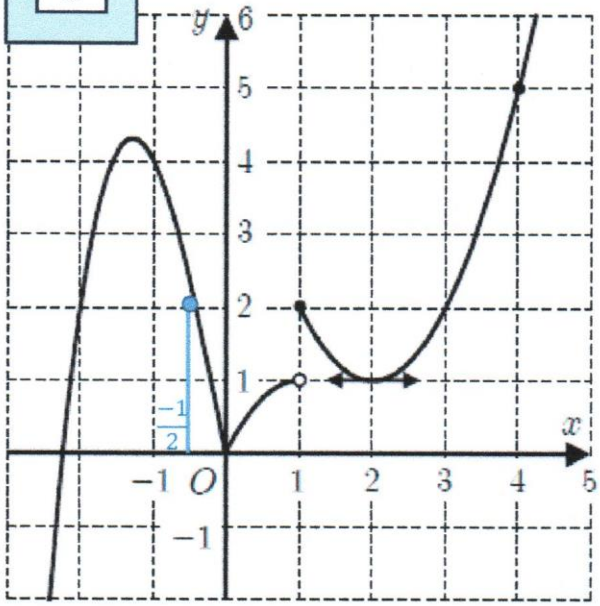
3- عين $f(0)$ و $f'(2)$.

4- هل f اشتقاقي عند $x = 1$ ؟ علل اجابتك .

5- هل f اشتقاقي عند $x = 0$ ؟ علل اجابتك .

6- أثبت أن $f(1)$ قيمة محلية كبرى للتابع f .

7- ماعدد القيم الحدية المحلية للتابع f .



1) للمعادلة $f(x) = 5$ حل وحيد هو $x = 4$

2) $x \in \left]-\infty, -2\right] \cup \left]-\frac{1}{2}, 3\right]$

3) $f(0) = 0$ $\quad f'(2) = 0$

4) f ليس اشتقاقي عند 1 لأنه غير مستمر عند 1

5) f ليس اشتقاقي عند الصفر لأن $f'(0^-) \neq f'(0^+)$

6) نختار مجالاً $I \subseteq R$ حيث $I = \left]0, 2\right[$

نلاحظ أن $f(1) \geq f(x)$ أياً كانت $x \in I$

ومنه فإن $f(1)$ قيمة حدية كبرى محلياً ..

7) 4 قيم حدية للتابع f في R .

التمرين السابع : الجدول الآتي يمثل تغيرات تابع f خطه البياني (C) **والمطلوب :**

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$+$	1 || -2	$-$	
$f(x)$	1 ↘		$-\infty$ || $-\infty$	↗	0	↘	-3

1- عين مجموعة تعريف التابع f ومجموعة قيمه .

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط (C) .

3- هل f اشتقاقي عند 3 ؟ علل إجابتك .

4- عين القيم الحدية للتابع f .

5- ما عدد حلول المعادلة : $f(x) = -2$.

6- ما مجموعة حلول المتراجحة : $f'(x) < 0$.

1) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ وَ $f(D) =]-\infty, 1[$

2) $y = 1$ مقارب أفقي في جوار $-\infty$

$y = -3$ " " " " $+\infty$

$x = -2$ مقارب شاقولي للخط (C)

3) f غير اشتقاقي عند 3 لأن $f'(3^-) \neq f'(3^+)$

4) $f(3) = 0$ قيمة حدية كبرى محلياً ..

5) للمعادلة $f(x) = -2$ ثلاث حلول في $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

6) $x \in]-\infty, -2[\cup]3, +\infty[$

التمرين الثامن : تأمل الجدول الآتي الذي يمثل تغيرات تابع f خطه البياني (C) ثم أجب :

x	-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-5 ‖ $+\infty$	$\searrow$	0

1- عين مجموعة تعريف التابع f ومجموعة قيمه .

2- هل يقبل (C) مقاربات مائلة ؟ علل اجابتك .

3- اكتب معادلة المماس الأفقي للخط (C) .

4- أوجد $f(]-2,3[)$.

5- حل المعادلة : $f(x) = -2$ ، ثم أوجد جموعة حلول المتراجحة : $f(x) < -2$.

1) $D_f =]-2,3[\cup]3,+\infty[$ و $f(D) =]-\infty,-2] \cup]0,+\infty[$

2) لايقبل C مقاربات مائلة لأنه يقبل مقارب أفقي في جوار $+\infty$.

3) $T : y = -2$

4) $f(]-2,3[) =]-\infty,-2]$

5) $f(x) = -2 \Rightarrow x = 1$

$x \in]-2,1[\cup]1,3[$

التمرين التاسع : تأمل الجدول الآتي الذي يمثل تغيرات تابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وخطه البياني (C) ثم أجب :

9

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\nearrow$	6

1- عين نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .

2- عين القيم الحدية للتابع f مبيناً نوعها .

3- اكتب معادلة كل مماس أفقي للخط (C) .

4- أوجد $f([2,5[)$ ، ما عدد حلول المعادلة : $f(x) = 1$.

5- استنتج مجموعة تعريف التابع g المعرف وفق : $g(x) = ln(f(x))$.

1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 6$

2) $f(2) = 0$ قيمة حدية صغرى محلياً .

3) $T_1 : y = 0$ $T_2 : y = 4$

4) $f([2,5[) = [0,4[$

للمعادلة $f(x) = 1$ حلان مختلفان .

5) g معرف لما $f(x) > 0$ أي : $x \in R \setminus \{2\}$

مدرّس المادة : عبد الله عطار