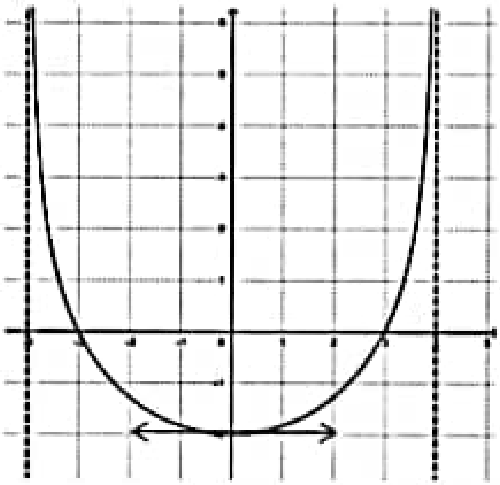
الرياضيات | امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2017 | الاسم :
(الفرع العلمي - الدورة الأولى) | الرقم :
الصفحة الأولى | المدة :
الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المجاور C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4,4[$



1) احسب $\lim\limits_{x\to(-4)^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)$

واستنتج معادلة كل مقارب للخط C

2) احسب $f(0)$ و $f'(0)$

3) جد حلول المعادلة $f(x)=0$

السؤال الثاني : حل المعادلة $9^x+3^{x+1}-4=0$ في R

السؤال الثالث :

1) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$

2) تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P: x-y+z+3=0$ يمس الكرة S

السؤال الرابع :

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية ؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $v_n=u_n+3$

1) أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية وأوجد أساسها .

2) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n

3) ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ عبّر عن S_n بدلالة n

واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$

يتبع في الصفحة الثانية ....

التمرين الثاني : ليكن لدينا العددان العقديان $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ و $z_2 = 1 + i$ والمطلوب :

1) اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$

2) اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ واستنتج $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

التمرين الثالث : نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية ، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$. نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار .

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي وتباينه .

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل لـ C في جوار $+\infty$

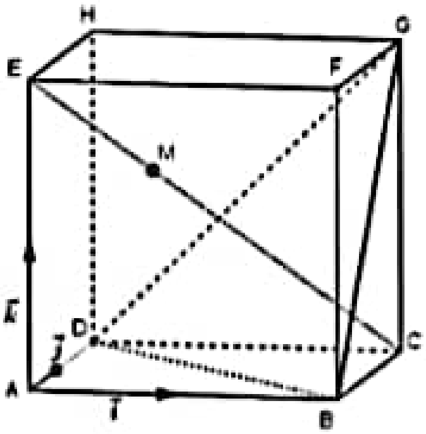
3) ادرس الوضع النسبي بين Δ و C

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين: (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه يساوي 2

نتأمل المعلم المتجانس $(A;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

في المعلم $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$ و $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$ و $\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$



1) اكتب معادلة للمستوي (GBD)

2) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم (EC)

3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD)

4) جد إحداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$

5) أثبت تعامد المستقيمين (HM) و (EC) .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 0} f(x)$ واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي .

2) ادرس تغيرات التابع f ، ونظم جدولاً بها ، ثم دل على القيمة الحدية محلياً .

3) جد معادلة للمماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x = 1$.

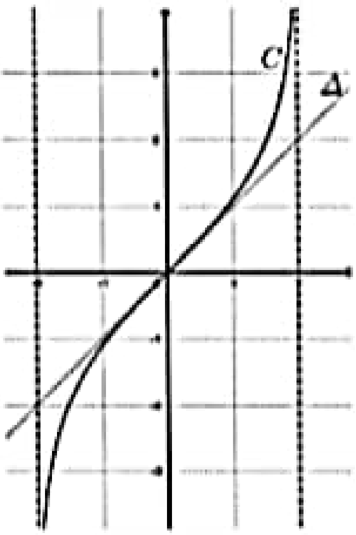
4) ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس Δ ، ثم ارسم C .

5) احسب S مساحة المحصور بين C والمحور $x\acute{x}$ والمستقيم $x = e$.

انتهت الأسئلة

الرياضيات	امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2017	الاسم :
	(الفرع العلمي - الدورة الثانية)	الرقم :
	الصفحة الأولى	المدة :
		الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال



السؤال الأول : نتأمل C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]-2,+2[$ والمطلوب :

1) $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

2) أوجد $f(0)$ و $f'(0)$

3) هل التابع f فردي أم زوجي ؟

4) اكتب معادلة المماس Δ

السؤال الثاني : اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'

$$(d)\begin{cases} x = t+1 \\ y = -3t+2 \; : t\in R \\ z = -3t+3 \end{cases} \quad \text{و} \quad (d')\begin{cases} x = s \\ y = -3s-3 \; : s\in R \\ z = -s+1 \end{cases}$$

وهل المستقيمان d و d' في مستو واحد ؟ علل إجابتك .

السؤال الثالث :

حل المعادلة التفاضلية الآتية : $2\acute{y} + 3y = 0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4,1)$

السؤال الرابع : نتأمل في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتين : $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي : $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

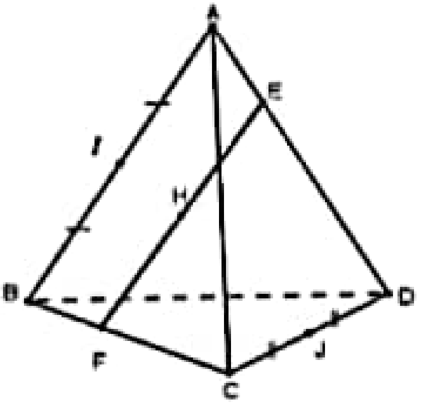
1) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة

2) أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

التمرين الثاني : ليكن $ABCD$ رباعي الوجوه. وليكن α عدد حقيقي ، و I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[CD]$ النقطتان E و F معرفتان بالعلاقتين :

$$\overrightarrow{AE} = \alpha\,\overrightarrow{AD} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{BF} = \alpha\,\overrightarrow{BC}$$

و أخيراً H هي منتصف $[EF]$ أثبت أن النقاط I و J و H تقع على استقامة واحدة



يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثالث : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$ المطلوب :

1) أثبت أنّ z^8 عدد حقيقي

2) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة M' صورة النقطة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ واكتبه بالشكل الأسي .

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D = R\backslash\{-3\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع بالشكل : $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$

2) أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

3) احسب $I = \int_0^2 f(x)\ d(x)$.

<u>ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين:</u> (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق :

$f(x) = x + x(\ln x)^2$ وليكن $g(x) = (\ln(x) + 1)^2$ والمطلوب :

1) أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.

2) أثبت أن $f'(x) = g(x)$.

3) حل المعادلة $g(x) = 0$.

4) نظم جدول تغيرات f .

5) اكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x = \frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C .

المسألة الثانية : يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم صنعت الورشة A منها 600 قلم وصنعت البقية الورشة B هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال . في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال

نسحب عشوائيا قلماً من الطلب . نرمز بالرمز A إلى الحدث (القلم مصنوع في الورشة A)

وبالرمز B إلى الحدث (القلم مصنوع في الورشة B)

وبالرمز D إلى الحدث (القلم غير صالح للاستعمال D)

1) أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

2) احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال .

3) إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A .

4) نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً . وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب $P(X = 0)$.

انتهت الأسئلة

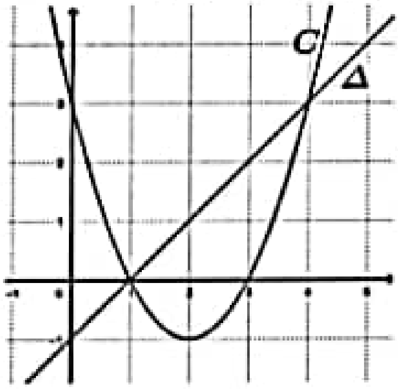
الرياضيات

امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2018
(الفرع العلمي - الدورة الأولى)
الصفحة الأولى

الاسم :
الرقم :
المدة :
الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R والمطلوب :



1) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

2) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) ما هي حلول المعادلة $f(x) = y_\Delta$

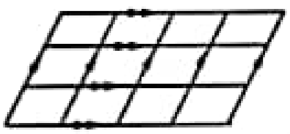
4) اكتب معادلة المستقيم Δ

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي $P: x + 2y + z - 1 = 0$

احسب بعد النقطة A عن المستوي P ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P

السؤال الثالث : في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب :



احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة

السؤال الرابع : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{3+cosx}$

1) أثبت محدودية f

2) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2}{3 + cosx}$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M, C, B, A التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية :

$m = -1 + i$, $c = 2i$, $b = 1 - i$, $a = -1 - i$ والمطلوب :

1) مثّل الأعداد $m = -1 + i$, $c = 2i$, $b = 1 - i$, $a = -1 - i$ في المستوي

2) احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\left(\frac{\pi}{2}\right)$

3) أثبت أنّ النقاط B, O, M تقع على استقامة واحدة

4) احسب $arg\frac{c-d}{m}$ واستنتج أنّ (OM) و (DC) متعامدان

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان وفق :

$$u_n = 5 - \frac{1}{n} \qquad v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$$

1) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة
2) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ متناقصة
3) هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

التمرين الثالث : ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية .

الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات

فإذا علمت أنّ احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$

$P(X=0) = \frac{1}{27}$ و $P(X=1) = \frac{6}{27}$

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$		

1) جد $P(X=2)$ و $P(X=3)$
2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟
3) ما تباين المتحول العشوائي X ؟

التمرين الرابع : ليكن $J = \int_0^{ln2} \frac{e^x}{e^x+2}dx$ و $I = \int_0^{ln2} \frac{2}{e^x+2}dx$ والمطلوب :

1) احسب J
2) احسب $I + J$ ثم استنتج I

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين: (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = ln(e^{-x} + 1)$

1) جد نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة ؟
2) أثبت أنّ $f(x) = -x + ln(e^x + 1)$
3) أثبت أنّ المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$
4) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها
5) ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C

المسألة الثانية : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$

1) أثبت أن النقاط C,B,A ليست على استقامة واحدة
2) أثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة : $x + 3y - 3z - 4 = 0$
3) ليكن المستويان P و Q معادلتهما :

$P: x + 2y - z - 4 = 0$

$Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$

أثبت أنّ المستويين يتقاطعان في الفصل المشترك d الذي تمثيله الوسيطي :

$$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad : t \in R$$

4) ماهي نقطة تقاطع المستويات P و Q و (ABC)
5) احسب بعد A عن المستقيم d

انتهت الأسئلة

الرياضيات

امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2018
(الفرع العلمي - الدورة الثانية)
الصفحة الأولى

الاسم :
الرقم :
المدة :
الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على R والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

1) جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

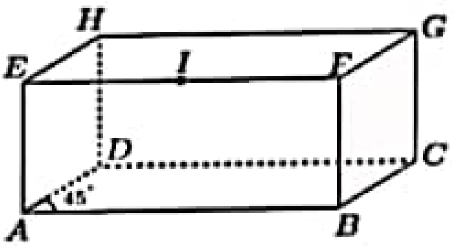
2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f

3) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

4) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

السؤال الثاني :

$ABCD\ EFGH$ متوازي سطوح فيه $AB=2$ و $BC=GC=1$ وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي 45° والنقطة I منتصف $[EF]$ والمطلوب :



1) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$

2) عيّن موضع النقطة M التي تحقق العلاقة :

$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاثة مهندسين وخمسة عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

السؤال الرابع :

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ وفيها $u_0=1$ والمطلوب :

احسب u_3 استنتج قيمة المجموع $S=u_3+u_4+u_5+u_6+u_7$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

ليكن التابع f المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق : $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

1) ادرس تغيرات التابع f على المجال $]2,+\infty[$ وننظم جدولاً بها .

2) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً

3) اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً . نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء
و القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء و القيمة 0 عدا ذلك المطلوب
اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه الرياضي

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = e^x - 1$ المطلوب

1) جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$
2) احسب $\int_0^{ln2} f(x)\, dx$

التمرين الرابع :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين B و A اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان : $Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ و $Z_A = 4$ ولتكن I منتصف $[AB]$

1) مثّل النقطتين B و A في معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ واكتب Z_B بالشكل الأسي
2) بيّن طبيعة المثلث OAB وأثبت أنّ قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$
3) اكتب العدد العقدي Z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $sin\frac{\pi}{8}$

<u>ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين:</u> (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(2,1,3)$ $\quad$ $B(1,0,-1)$ $\quad$ $C(4,0,0)$ $\quad$ $D(0,4,0)$ $\quad$ $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$
2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة
3) أثبت أنّ (AB) يعامد المستوي (CDE)
4) اكتب معادلة المستوي (CDE)
5) احسب بعد B عن المستوي (CDE)
6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE)

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = x^2 - \ln x$ المطلوب :

1) جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه
2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .
3) اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$
4) في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C
5) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ و $x = e$
6) نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ حيث : $u_n = n^2 - ln(n)$ أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة

انتهت الأسئلة

الرياضيات — امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2019 — الاسم :

(الفرع العلمي - الدورة الأولى) — الرقم :

الصفحة الأولى — المدة :

الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على R خطه البياني C

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1) جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C

3) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

4) احسب $f(\,]-1,2[\,)$

السؤال الثاني : عين الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R^* وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$

المطلوب : أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ

السؤال الرابع : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$

1) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$

2) أثبت أنّ المستقيمين (AB) و d متعامدان

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $S_n=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}$ المطلوب

1) أثبت أنّ المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً

2) أثبت أنّ S_n تكتب بالشكل $S_n=\frac{1}{2}\left(3-\frac{1}{3^n}\right)$

ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنها متقاربة

التمرين الثاني : يحتوي صندوق على خمس كرات ، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 , 2

وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من الصندوق

1) الحدث A : الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته ، احسب $P(A)$

2) نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي .

يتبع في الصفحة الثانية ...

التمرين الثالث : ليكن التابع f المعرف على $]e^{-1},+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ المطلوب

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط عدداً حقيقياً A يحقق الشرط إذا كانت $x>A$ كان $f(x)$ في المجال $]0.9\ ,\ 1.1[$

2) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية : $Z_A=-1+i$ و $Z_B=-3i$

وليكن $P(Z)=Z^2+(1+2i)Z+3+3i$ والمطلوب :

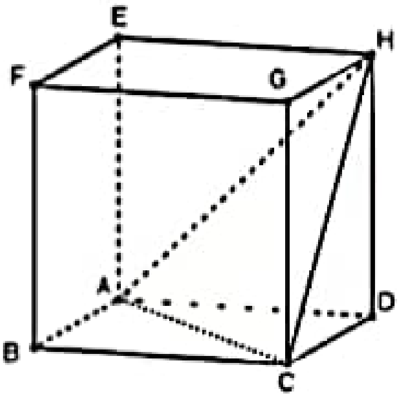
1) أثبت أنّ Z_A حلاً للمعادلة $P(Z)=0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة

2) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3) اكتب Z_A بالشكل الأسي

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين: (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ المكعب $ABCDEFGH$



1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط

$A\ ,C\ ,H\ ,F\ ,D$

2) اكتب معادلة المستوي (ACH)

3) أثبت أنّ المستوي P الذي معادلته

$P:\ -2x+2y-2z+1=0$

يوازي المستوي (ACH)

4) بفرض I مركز ثقل المثلث (ACH) أثبت أنّ D و I و F على استقامة واحدة

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$

وبيّن أنّ المستوي (ACH) يمس الكرة S

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{4}{1+e^{x}}$ والمطلوب :

1) جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته .

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3) جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(0,2)$ وادرس الوضع النسبي لـ C و T

4) في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C

5) ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على R وفق $g(x)=\frac{4e^{x}}{1+e^{x}}$

استنتج الخط البياني C' للتابع g

انتهت الأسئلة

الرياضيات　　　　امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2019　　　　الاسم :

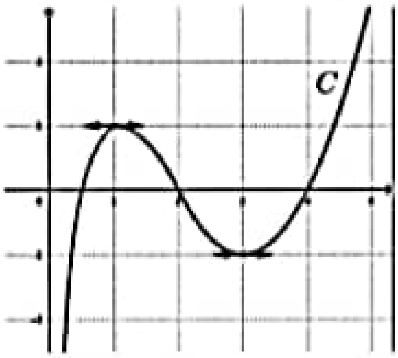
(الفرع العلمي - الدورة الثانية)　　　　الرقم :

الصفحة الأولى　　　　المدة :

الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المرسوم جانباً ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ المطلوب :



1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$

2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) \le 0$

4) جد $f([1,3])$

السؤال الثاني : عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$

السؤال الثالث : ليكن f التابع المعرف على R وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x\,sinx}{\sqrt{x^2+1}-1} & : x \ne 0 \\ m & : x \ne 0 \end{cases}$$

1) جد نهاية التابع f عند الصفر

2) عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر .

السؤال الرابع : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. النقطتين $A(2,1,-2)$ و $B(-1,2,1)$

والمستوي $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$

1) أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثم عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق :

$f(x) = ax + b - \frac{lnx}{x}$ والمطلوب :

1) عيّن العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أنّ المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته : $y = 3x$

2) من أجل $a = 4$ و $b = -4$ أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = 4x - 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي بين C و Δ

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقاط A و B و C
التي تمثلها الأعداد العقدية : $a = 6 - i$, $b = -6 + 3i$, $c = -18 + 7i$ بالترتيب والمطلوب
1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$ واستنتج أنّ النقاط A و B و C تقع على استقامة واحدة
2) بفرض $d = 1 + 6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O
وزاويته θ احسب θ
3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربع

التمرين الثالث : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ المطلوب :
1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$
2) أثبت أنّ العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq0}$
3) احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ ثم جد عددا طبيعيا n_0 يحقق لياً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9\,,2.1[$

التمرين الرابع : صندوق يحتوي على خمس كرات منها كرتان حمراوان وثلاث كرات زرقاء
نكرر عملية سحب عشوائياً لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته
ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة
عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X واحسب توقعه الرياضي

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين: (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات :

$$P: 2x - y + 2z - 2 = 0$$
$$Q: x + y + z - 1 = 0$$
$$R: x - z - 1 = 0$$

1) أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له
2) تحقق أنّ المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A
3) أثبت أنّ المستويات P و Q و R تتقاطع في نقطة I يطلب تعيين إحداثياتها
4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :
1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي
2) ادرس تغيرات التابع f
3) في معلم متجانس ارسم الخط C
4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x = 1$
5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g وفق : $g(x) = 2xe^x$
6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y' + y = 2e^{-x}$

انتهت الأسئلة

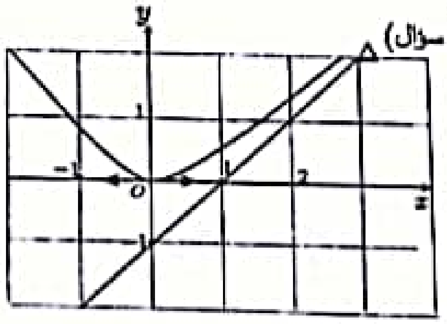
الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

الرياضيات: (الفرع العلمي)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول:

تأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$، والمستقيم Δ مقارب مائل لـ C والمطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المستقيم Δ.

3- جد $f(0)$ ، $f'(0)$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

السؤال الثاني: تأمل المستويين $p_1: 2x - y + z + 1 = 0$, $p_2: x + y - z = 0$ والمطلوب:

1- تيقن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

السؤال الرابع: أثبت أن: $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أياً كان $x > -1$

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. المطلوب:

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$.

2- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x^2}$.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول :

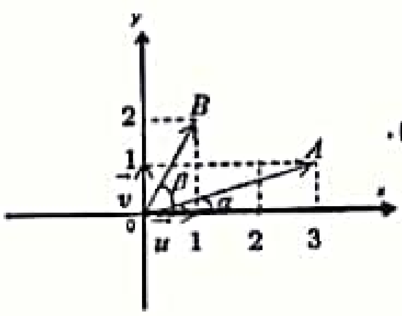
تأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2} + \dfrac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$. والمطلوب:

1- أثبت أن التابع $f(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{2}{x}$ متزايد تماماً على $]2,+\infty[$.

2- أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أياً كان العدد الطبيعي n

3- استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

التمرين الثاني:



تأمل في المستوي العقدي المزوّد بالمعلم المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{oA})$ و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{oB})$.

المطلوب:

1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A و Z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B .

2) اكتب العدد العقدي $\dfrac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي، ثم استنتج قيمة $\beta - \alpha$.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

الرياضيات: **(الفرع العلمي)**

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(0)=0$ و $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x\neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أن f اشتقاقي عند $x=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط: $D(0,0,1)$، $C(-1,1,2)$، $B(4,3,-3)$، $A(1,0,0)$. المطلوب:

1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

2) أثبت أنّ الأشعة : $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.

3) استنتج أنّ النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: (C,γ) ، (B,β) ، (A,α) حيث أن α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعينها.

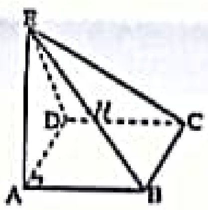
ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

$(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3،

$[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA=3$.

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب:



1) عين إحداثيات A , B , C , D , E

2) جد معادلة المستوي (EBC).

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).

4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC).

5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-2,2[$ وفق: $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب :

1) أثبت أن f تابع فردي.

2) ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,2[$.

3) اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x=0$، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x=0.1$.

4) في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .

5) استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x)=\ln(2-x)-\ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$.

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

الرياضيات:

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

(الفرع العلمي) الدورة الثانية الإضافية

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C . المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- دل على القيم الحدّية للتابع f مبيّناً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 5 , 4 , 3 , 2 , 1 ، نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة.

والمطلوب: 1-كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2-كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

السؤال الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$. المطلوب:

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

2) ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P:2x+y-3z+2=0$ والنقطة $A(1,1,-2)$. المطلوب:

1) أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P .

2) اكتب معادلة للمستوي Q المار من A والموازي للمستوي P .

السؤال الخامس: نتأمل التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 2- أثبت أن التابع f متزايد.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن العدد العقدي $w=\dfrac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{i\frac{\pi}{3}}$. المطلوب:

1- بيّن أنّ $|w|=1$ ، ثم اكتب العدد w بالشكل الأسي.

2- ليكن z عدد عقدي ما أثبت أنّ $Z=\dfrac{z-\bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق : $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$. المطلوب:

1- عين التابع المشتق f' للتابع f .

2- نرمز بالرمز g إلى التابع المعرّف على $J=]1,+\infty[$ وفق $g(x)=f(\sqrt{x})$ ، أثبت أن g اشتقاقي على J ثم احسب $g'(x)$ على J.

يتبع في الصفحة الثانية ---------------

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

الرياضيات: (الفرع العلمي) الدورة الثانية الإضافية

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق:

$$d':\begin{cases}x=2s-1\\ y=s-2\\ z=3s-2\end{cases},\ s\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad d:\begin{cases}x=t+2\\ y=2t+1\\ z=-t\end{cases},\ t\in\mathbb{R}$$

المطلوب: 1) أثبت أنّ d و d' متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات I نقطة التقاطع.

2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين d و d'.

التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق: $u_n=\frac{1}{e}+\frac{2}{e^2}+\frac{3}{e^3}+......+\frac{n}{e^n}$. المطلوب:

1) أثبت أنّ $n\leq 2^n$ أيّاً كان العدد الطبيعي $n\geq1$.

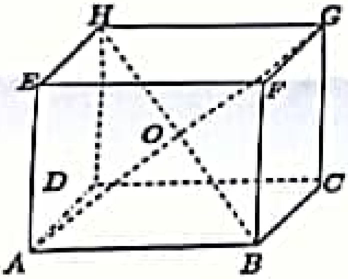
2) استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$.

3) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متقاربة .

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: مكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 2 ،

O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$.



نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$، والمطلوب:

1) جد إحداثيات النقاط A و B و G و H و O .

2) أعط معادلة للمستوي (GOB).

3) احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC).

5) أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB).

6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ).

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3) اثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً في المجال $\left]\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right[$.

4) في معلم متجانس ارسمْ الخط C .

5) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع: $g(x)=\frac{1-x+\ln x}{x}$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

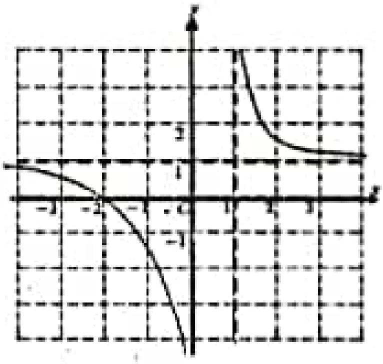
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: (الفرع العلمي – دورة أولى)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$.

والمطلوب:

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to1} f(x)$, $\lim_{x\to0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x)<0$.

4) جد حل المعادلة $f(x)=0$.

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x+\frac{1}{x^2})^{12}$.

السؤال الثالث: احسب العدد: $I=\int_0^3(2-|2-x|)dx$.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقاط الآتية: $A(2,0,1)$, $B(1,-2,1)$, $C(5,0,5)$, $D(6,2,5)$ والمطلوب:

1) أثبت أنّ $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عيّن العددين الحقيقيين α ، β بحيث $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أنّ النقاط A ، B ، C ، D تقع في مستوٍ واحد.

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x)=\frac{ax^2+bx+1}{x-1}$، المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين a ، b لتكون $f(-1)=0$ قيمة حدّية للتابع f .

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوّنة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي.

نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. المطلوب:

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X=0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0=2$, $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-3$

ولنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ وفق: $v_n=u_n+6$.

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ هندسية، عيّن أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .

2) لنعرّف المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ وفق: $w_n=\ln(v_n)$ ، أثبت أنّ المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ حسابية واحسب w_0،

ثم احسب المجموع $S=w_0+w_1+w_2+w_3+w_4+w_5$.

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: (الفرع العلمي – دورة أولى)

الصفحة الثانية

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية $a = 8$ ، $b = -4 + 4i$ ، $c = -4i$ على الترتيب، والمطلوب:

1) احسب العدد $\dfrac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أنّ المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\dfrac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = x - 4 + \ln(\dfrac{x}{x+1})$

1) أثبت أنّ f تابع متزايد تماماً على I ، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y = x - 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. المطلوب:

1) جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ ، وبيّن أنّ المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) بفرض أنّ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \dfrac{(x+1)^2}{e^x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

2) أثبت أنّ $f'(x) = (1 - x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحديّة مبيّناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x) = (x-1)^2 e^x$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x) = \ln(f(x))$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

الاسم : [illegible]
الرقم: [illegible]
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

الرياضيات:

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

(الفرع العلمي – دورة ثانية)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P^{3}_{n+3} = 16\binom{n+2}{2}$.

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P : 2x + y - 2z - 4 = 0$. المطلوب:

1) احسب بعد A عن المستوي P .

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_{0}^{\pi} x \sin x \, dx$

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C ، والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	e	$\searrow$	0

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 0[$ وفق: $f(x) = \dfrac{2x^2 + \cos^2 x}{x}$. المطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

السؤال السادس:

يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء.

المطلوب:

1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.

2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرّف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

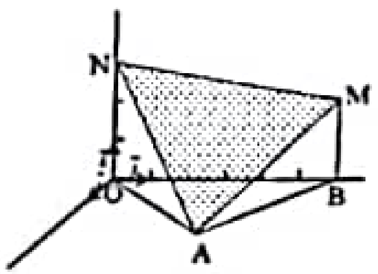
التمرين الأول :

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = \dfrac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n: $u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$. المطلوب:

1) أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

2) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

3) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وجدْ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.



التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(1,3,0)$, $B(0,6,0)$, $N(0,0,3)$, $M(0,6,2)$.

المطلوب:

1) اكتب معادلة للمستوي (AMN) .

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).

3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z - 1 = 0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

الاسم : رشا صودة
الرقم: ٢٠٧٩٠
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: **(الفرع العلمي – دورة ثانية)**

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. المطلوب:

أولاً: احسب قيمة كل من a , b إذا علمت أنّ $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية $y'+y=\lambda e^{-x}$ ، عيّن قيمة λ إذا علمت أنّ $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة $P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$.

المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$ ،
ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:
$a=2$, $b=1+i\sqrt{3}$, $c=-1+i\sqrt{3}$. المطلوب:

a) أثبت أنّ: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A', B', C' على الترتيب.

المسألة الثانية:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$ ، والتابع g المعرّف على I وفق: $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$. المطلوب:

1) ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها.

2) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α ، ثم تحقق أنّ $\alpha=1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

4) أثبت أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة.

الرقم: ٥ ٥
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢٢

الرياضيات: **(الفرع العلمي) (الدورة الأولى)**

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C.

x	$-\infty$			1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$	‖ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+2$

المطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to1} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

4- ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$ ؟

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,0)$ ، $B(0,1,0)$ ، $C(0,0,1)$. المطلوب:

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.

2- إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC، عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق العلاقة:
$\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$.

السؤال الثالث: صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثم نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق.

الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.

المطلوب: 1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.

2- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

السؤال الرابع: ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+1+\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$.

المطلوب: أثبت أن المستقيم الذي معادلته $d: y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$.

السؤال الخامس: نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الست الآتية بأحد العددين $+1$ أو -1 . المطلوب:

1- بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة.

2- بفرض X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم X .

3- بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق: $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}$ والمطلوب:

عيّن العددين a و b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0)=4$.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ وفق: $u_0=\frac{5}{2}$, $u_{n+1}=u_n^2-4u_n+6$ المطلوب:

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أنّ $2\leq u_n\leq3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

2- أثبت أنّ $u_{n+1}-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$.

3- استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة.

4- بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

يتبع في الصفحة الثانية

الأسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢٢

الرياضيات: (الفرع العلمي) (الدورة الأولى)

الصفحة الثانية

التمرين الثاني: ليكن f تابعاً معرفاً على $[0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x - \ln x} & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$. المطلوب:

1- أثبت أن f مستمر عند الصفر.

2- ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسّر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.

3- بيّن أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته.

4- اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

التمرين الثالث:

جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega = -3 + 4i$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 + 2(1+i)z + i + \frac{3}{4} = 0$$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P و Q : $\begin{aligned} P &: x - y + 2z - 1 = 0 \\ Q &: 2x + y + z + 1 = 0 \end{aligned}$ والمطلوب:

1- أثبت أن المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك d.

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d.

3- اكتب معادلة للمستوي R المار من A ويعامد كلاً من المستويين P و Q.

4- جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = e^{-2x} + 2x - 2$. المطلوب :

1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- بيّن أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x - 2$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C و Δ .

3- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها، ثم بيّن أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $]-1,0[$.

4- ارسم Δ و C ، ثم احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x = 1$.

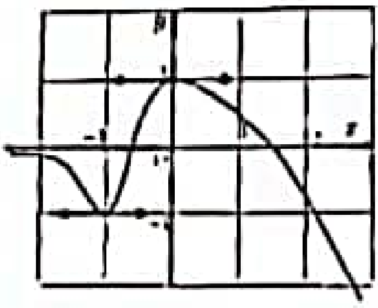
5- استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g : x \mapsto -e^{2x} + 2x + 2$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



يمثل جانباً C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$.

المطلوب:

1- حدد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f.

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عين القيم الحدية للتابع f مبيناً نوع كل منها.

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$، المطلوب:

أعط معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA = MB$ وما طبيعة المجموعة S.

السؤال الثالث: ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = \ln(2+\sin x)$. المطلوب:

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(2+\sin x)-\ln(2)}{x}$.

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases}\ln(x)+\ln(y)=\ln(6)\\ \ln(x+y)=\ln(5)\end{cases}$$

السؤال الخامس: ليكن $I=\int_0^1 \frac{x^3}{1+x^4}\,dx$ و $J=\int_0^1 \frac{x^7}{1+x^4}\,dx$ والمطلوب:

احسب I ثم $I+J$ واستنتج J.

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها O، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\{A_1,A_2,\dots,A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار. والمطلوب:

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S؟

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول: لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$:

$$u_n=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\dots+\frac{1}{5^n} \quad و \quad v_n=u_n+\frac{1}{2^n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أن $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\geq1}$ متتالية متناقصة.

2- استنتج أن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان.

3- أثبت أن $u_n=\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{5^n}\right)$، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ واستنتج $\lim_{n\to+\infty} v_n$.

يتبع في الصفحة الثانية

الصفحة الثانية

التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي z يحقق $z^3 = 1$، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $w = \frac{\beta + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i\beta}$.

a) أثبت أن $|w| = 1$.

b) من أجل $\beta = 1$ ، أثبت أن: $w^{[illegible]} = 1$.

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أن $|z - 2 + i| = 5$.

التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات متماثلة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و (1) ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. والمطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X, Y)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقاط $A(2, -2, 2)$ و $B(1, 1, 0)$ و $C(1, 0, 1)$ و $D(0, 0, 1)$. والمطلوب:

1- تحقق أن النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أن: $y + z - 1 = 0$ هي معادلة للمستوي (BCD) .

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty, 1[$ وفق: $f(x) = e^x + \ln(1 - x)$ وليكن g التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = (1 - x)e^x - 1$. والمطلوب:

1- ادرس اطّراد التابع g واستنتج أن $g(x) \leq 0$ مهما تكن $x \in \mathbb{R}$.

2- تحقق أن $f'(x) = \frac{g(x)}{1 - x}$ على المجال $]-\infty, 1[$ ، ثم ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم T ، ثم ارسم C الخط البياني للتابع f .