\

تم التحميل من اسهل عن بعد

٣) باب التوزيعات الاحتمالية : علاقة بين س و ح(س) وهذه العلاقة تكون على شكل قانون.

توزيعات لمتغيرات كمية منفصلة ـ متقطعة (عدد)

توزيع ذو حدين

يتعامل مع المتغيرات الكمية المتقطعة التي لها صفتين أو حدين أو حالتين فقط مثل: (ذكر،أنثى)،(مدخن،غير مدخن) (يعمل ،لايعمل) (سليم،معيب) (صورة،كتابه)

قانون ذو حدين

$ح(س) = {}^{ن}ق_{س} \times (ل)^{س} \times (1-ل)^{ن-س}$

ن = حجم العينة

ل = احتمال وقوع الحدث

س= عدد مرات وقوع الحدث

*قيمة ن و ل دائما تكون معطاة في السؤال

قانون القيمة المتوقعة

$\mu = ن \times ل$

قانون التباين

$ع^2 = ن \times ل \times (1-ل)$

إذا كانت نسبة الإنتاج المعيب في أحد المصانع هي20% ، سحبت عينة عشوائية من 5 وحدات، وعلى فرض أن الإنتاج المعيب هو متغير عشوائي يتبع توزيع ذو الحدين :

المعطيات:

نسبة = احتمال = ل = $\frac{200}{100} = 0.2$ = %20

عينه = ن =5

*المطلوب : (س) وهو متغير

١ـ وحدة واحدة معيبة ؟ س= 1

نعوض في قانون ذو الحدين =

$ح(1) = {}^{5}ق_{1} \times (0.2)^{1} \times (0.2-1)^{5-1} = 0.4096$

٢ـ لا شيء من الوحدات المعيبة ؟ س= 0

$ح(0) = {}^{5}ق_{0} \times (0.2)^{0} \times (0.2-1)^{5-0} = 0.3276$

٣ـالعينة كلها وحدات معيبة؟ س= 5

$ح(5) = {}^{5}ق_{5} \times (0.2)^{5} \times (0.2-1)^{5-5} = 3.2\times10^{-4}$

الناتج لابد ما يكون أقل من الواحد (نحرك الفاصلة العشرية أربع خانات للخلف لأن الأس -4 ويصير الناتج = 0.0003)

٤ـأقل من وحدة واحدة معيبة ؟ س= 0

$ح(س<1) = {}^{5}ق_{0} \times (0.2)^{0} \times (0.2-1)^{5-0} = 0.3276$

٥ـثلاث وحدات معيبة؟ س=3

$ح(3) = {}^{5}ق_{3} \times (0.2)^{3} \times (0.2-1)^{5-3} = 0.0512$

٦ـالقيمة المتوقعة والتباين لعدد الوحدات المعيبة؟

القيمة المتوقعة = ن × ل

$5 \times 0.2 = 1$

التباين : $ع^2 = ن \times ل \times (1-ل)$

$5 \times 0.2 \times (0.2 -1) = 0.8$

الانحراف المعياري = جذر التباين

٧ـ الانحراف المعياري ع $= \sqrt{0.8}$

& إذا كانت ن = 8 ، ل = 0.2 فإننا نستخدم توزيع:.. ذو حدين..

توزيع البوسون

حالة خاصة من توزيع ذو الحدين

*متى استخدم توزيع البواسون؟

إذا تحقق الشرطان معاً:

١) ن أكبر من 30 ← ن>30

٢) ل أقل من 10% = أقل من 0.1

↓

ل<10% = ل<0.1

*توزيع بواسون يسمى توزيع الحوادث النادرة مثل: حريق في أحد المدن، سقوط طائره، خطأ مطبعي، جهاز معيب، سيارة تالفه.

*إذا كانت ن = 120 ، ل = 2% فإننا نستخدم توزيع:..بواسون..

*إذا كانت ن=40 ، ل=15% فإننا نستخدم توزيع:. ذو الحدين...لأن ل لم يتحقق شرطها أن تكون أقل من 10%

*إذا كانت ن = 12 ، ل = 0.1 فإننا نستخدم توزيع:. ذو الحدين...لأن ن لم يتحقق شرطها أن تكون أكبر من 30.

* إذا كانت ن = 8 ، ل = 0.4 فإننا نستخدم توزيع:. ذو الحدين...لم يتحقق الشرطان .

* إذا كانت ن = 70 ، ل = 7% فإننا نستخدم توزيع:. بواسون.تحقق الشرطان .

قانون بواسون

$$\frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!}$$

م = المتوسط= ن×ل (إما معلومة أو مجهولة)

س= المتغير الذي يعبر به عن المطلوب .

س!= المتغير مضروب.

ملاحظة: إذا ذكر في السؤال كلمة متوسط فقط فإننا نستخدم قانون بواسون للحل.

تمرين: إذا كان متوسط عدد الحرائق التي تقع في إحدى المدن هو 2 حادث سنوياً،

*** ما هو احتمال أن يقع في احدى السنوات:**

١ـحريق واحد ؟

س=١	م=٢	$هـ^{-2} = 0.135$ ← معطى ثابت

$ح(س=1) = \frac{هـ^{-2} \times 2^{1}}{!1} = \frac{0.135\times2}{1} = 0.27$

٢ـثلاث حرائق؟

$ح(س=3) = \frac{هـ^{-2} \times 2^{3}}{!3} = \frac{0.135\times8}{6} = 0.18$

٣ـعدم وقوع أي حريق؟

$ح(س=0) = \frac{هـ^{-2} \times 2^{0}}{!0} = \frac{0.135\times1}{1} = 0.135$

٤ـاحسب القيمة المتوقعة والتباين؟

من خصائص بواسون أن

المتوسط = القيمة المتوقعة = التباين

$م = ع^2 = \mu$

القيمة المتوقعة μ = 2 و التباين $ع^2$ = 2

الانحراف المعياري ع $= \sqrt{2}$

توزيعات لمتغيرات كمية متصلة ـ مستمرة

توزيع طبيعي

يتعامل مع المتغيرات الكمية المتصلة (تقبل قيم كسرية) أطوال . أعمار. أوزان . رواتب . أحجام .

المتغيرات المتصلة ترسم بيانيا على شكل منحنى

*خصائص منحنى التوزيع الطبيعي:

١.عند قمة المنحنى وعلى المحور الأفقي تظهر قيمة الوسط الحسابي(ميو μ).

٢.اجمالي المساحة تحت المنحنى = ١ صحيح

٣.فيه تتساوى المقاييس الثلاث : **حفظ**

الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال

٤.المساحة تحت المنحنى والمحصورة بين (مهم)

$\mu \pm ع$ تعادل 68%

$\mu \pm 2ع$ تعادل 95%

$\mu \pm 3ع$ تعادل 99%

*حالات الاحتمال في التوزيع الطبيعي ثلاث :

١/ أكبر من..

٢/ أقل من ..

٣/ محصورة بين قيمتين

*كيفية حساب الاحتمال في التوزيع الطبيعي : (الأهم)

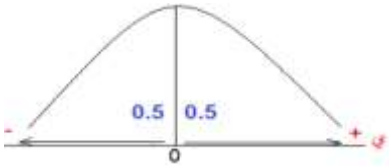
أولاً: تحويل المتغير(س) الى قيمة معيارية اسمها (ي)

قانون القيمة المعيارية: $ي = \frac{س - \mu}{ع}$ μ و ع معطيات

ثانياً: نرسم منحنى التوزيع الطبيعي ونعين قيمة (ي) عليه ثم ننظر في المطلوب في حال كان **المطلوب:**

أقل نضلل يسار

أكثر نضلل يمين



ثالثاً: ننظر للجهة المضللة من الرسم في حال كانت

أكبر من نصف المنحنى نجمع

أقل من نصف المنحنى نطرح

♦ **قيمة نصف المنحنى = 0.5 وهي قيمة ثابته.**

♦ **قيم جدول التوزيع الطبيعي قيم مطلقة: تقبل اشاره السالب وتقبل اشارة الموجب .**

♦ **قيم الاحتمالات موجبه دائما**(النواتج النهائية موجبه)

♦ **خلاصة التوزيع الطبيعي** ♦

*إذا كان السؤال عن الحالتين (أكبر من أو أصغر من) تكون خطوات الحل كالتالي:

١/ **نحول** المتغير **س** إلى قيمة معيارية **ي** ونبدأ بكتابة القيمة الأكبر ثم الأصغر **مثل** ح(90 > س >75)

٢/ **نرسم** منحنى التوزيع الطبيعي .

٣/على أساس **التضليل** في الرسم :

التضليل **أكبر**من نصف المنحنى **نجمع** قيمة **ي** إلى **0.5**

التضليل **أقل** من نصف المنحنى **نطرح** قيمة **ي** من **0.5**

*أما إذا كان السؤال عن **قيمة محصورة بين قيمتين/**

١/ **نحول** القيمتين المذكورة إلى قيم معيارية **ي**

اذا **اختلفت إشارة** قيمتي **ي** فإننا **نجمع** نواتج الكشف

٢/اذا **تشابهت إشارة** قيمتي **ي** فإننا **نطرح** نواتج الكشف

مع مراعاة أن يكون ناتج الطرح **موجب** دائما.

نواتج الكشف:هي قيمة ي في الجدول المعطى في السؤال

توزيع البواسون: هو حالة خاصة من توزيع ذوالحدين وهي توزيعات لمتغيرات كمية منفصلة ـ متقطعة (عدد)

تمرين توزيع البواسون

تمرين /في هذا المثال لا يذكر المتوسط (إن لم يذكر كلمة متوسط تجد في السؤال تحديد القانون المراد الحل به)

إذا كانت نسبة الإصابة بأحد الأمراض 4% اختيرت عينة من 50 مواطن، **مستخدماً** توزيع بواسون

* ماهو احتمال أن نجد بها : (**هـ$^{-2}$ = 0.135**)

المعطيات / (**هـ$^{-2}$ = 0.135**) ، **ل = 4% = 0.04** ، **ن = 50**

المطلوب/

قانون بواسون

$$\frac{\text{هـ}^{-\text{م}} \times \text{م}^{\text{س}}}{\text{س}!}$$

١- مصاب واحد ؟

نعوض في القانون:

$$\text{ح(س=1)} = \frac{2 \times 0.135}{1} = 0.27$$

٢- أربع مصابين ؟

$$\text{ح(س=4)} = \frac{16 \times 0.135}{24} = 0.09$$

٣- العينة خالية من أي مصاب؟

$$\text{ح(س=0)} = \frac{1 \times 0.135}{1} = 0.135$$

٤- القيمة المتوقعة والتباين لعدد المصابين ؟

قانون المتوسط الحسابي أو القيمة المتوقعة

ن × ل

نحسب قيمة المتوسط م = ن × ل = **50 × 0.04 = 2**

وبما أن من خصائص البواسون أن :

المتوسط = القيمة المتوقعة = التباين

$\mu = \sigma^2 = $ م

إذاً القيمة المتوقعة $\mu = 2$

والتباين $\sigma^2 = 2$

ملاحظات في قانون البواسون :

كيف نحسب :

!1 = 1 × 0 = 1

!2 = 2 × 1 = 2

!3 = 3 × 2 × 1 = 6

!4 = 4 × 3 × 2 × 1 = 24

!5 = 5 × 4 × 3 × 2 × 1 = 120

التوزيع الطبيعي: من توزيعات المتغيرات الكمية المتصلة - المستمرة (تقبل قيم كسرية)

تمارين التوزيع طبيعي

السؤال :

إذا كانت أوزان طلاب المستوى الأول تتبع توزيع طبيعي بمتوسط 70كجم وانحراف معياري 5 كجم ،

اختير أحدهم عشوائيا :

ملاحظه: استخدم هذ المقطع من جدول التوزيع الطبيعي.

ي	1	1.4	2	2.5	3
ح(ي)	0.34	0.42	0.47	0.48	0.49

المعطيات/ $\mu = 70$ $\sigma = 5$

المطلوب/ المتغير (س)

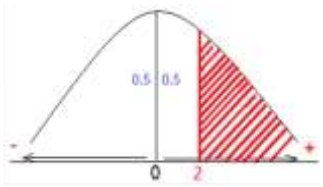
١/ما هو احتمال أن يكون وزنه أكبر من 80 كجم؟

أولاً: نحول س الي قيمة معياريه ← ي

ح(س) >80 ← ح(ي) > $\frac{70-80}{5} = 2$

ثانياً: نرسم منحنى التوزيع الطبيعي :

أكبر نضلل يمين



ثالثاً: نلاحظ أن الجزء المضلل أقل من نصف المنحنى

أقل = نطرح

نطرح قيمة ي في الجدول من نصف المنحنى =0.5

0.03 = 0.47 - 0.5

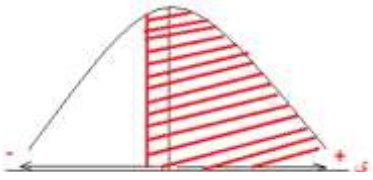
٢/ ماهواحتمال أن يكون وزن الطالب أكبرمن 65 كجم؟

أولاً: نحول س الي قيمة معياريه ← ي

ح(س) >65 ← ح(ي) > $\frac{70-65}{5} = 1-$

ثانياً: نرسم منحنى التوزيع الطبيعي :

أكبر نضلل يمين



ثالثاً: نلاحظ أن الجزء المضلل أكبر من نصف المنحنى

أكبر = نجمع

نجمع قيمة ي في الجدول مع نصف المنحنى =0.5

0.84 = 0.34+ 0.5

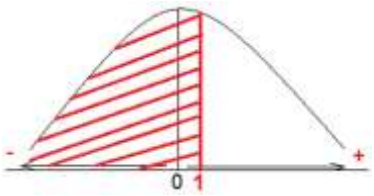
٣/ ما هو احتمال أن يكون وزن الطالب أقل من 75 كجم؟

أولاً: نحول س الي قيمة معياريه ← ي

ح(س) <75 ← ح(ي) < $\frac{70-75}{5} = 1$

ثانياً: نرسم منحنى التوزيع الطبيعي :

أقل نضلل يسار



ثالثاً: نلاحظ أن الجزء المضلل أكبر من نصف المنحنى

أكبر = نجمع

نجمع قيمة ي في الجدول مع نصف المنحنى = 0.5

0.84 = 0.34+ 0.5

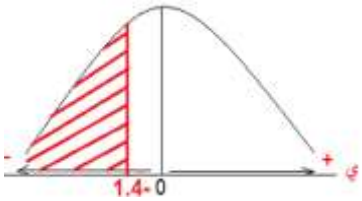
٤/ ما هو احتمال أن يكون وزن الطالب أقل من 63 كجم؟

أولاً: نحول س الي قيمة معياريه ← ي

ح(س) <63 ← ح(ي) < $\frac{70-63}{5} = 1.4-$

ثانياً: نرسم منحنى التوزيع الطبيعي :

أقل نضلل يسار



ثالثاً: نلاحظ أن الجزء المضلل أقل من نصف المنحنى

أقل = نطرح

نطرح قيمة ي في الجدول من نصف المنحنى = 0.5

0.08 =0.42 - 0.5

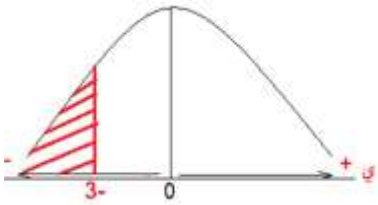
٥/ ما هو احتمال أن يكون وزن الطالب أقل من 55 كجم؟

أولاً: نحول س الي قيمة معياريه ← ي

ح(س) <55 ← ح(ي) < $\frac{70-55}{5} = 3-$

ثانياً: نرسم منحنى التوزيع الطبيعي :

أقل نضلل يسار



ثالثاً: نلاحظ أن الجزء المضلل أقل من نصف المنحنى

أقل = نطرح

نطرح قيمة ي في الجدول من نصف المنحنى = 0.5

0.01 =0.49 - 0.5

توزيعات لمتغيرات كمية متصلة - مستمرة (تقبل قيم كسرية)

تمارين التوزيع طبيعي (احتمال محصور بين قيمتين)

إذا كان متوسط الدرجات في اختيار الإحصاء 70درجة بانحراف معياري 10 درجات،على فرض أن الدرجات متغي عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي ،اختير احد الطلبة عشوائيا **(اليك جزء من جدول التوزيع الطبيعي)**

ي	0.5	1	1.5	2
ح (ي)	0.19	0.34	0.43	0.47

المعطيات/ $\mu = 70$ $\sigma = 10$

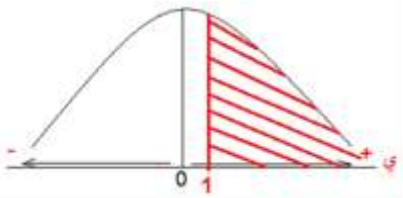
١/ ماهو احتمال أن يكون حاصل على أكثر من 80 درجة ؟

أولاً: نحول س الي قيمة معياريه ← ي

ح(س) >80 ← ح(ي) > $\frac{70-80}{10} = 1$

ثانياً: نرسم منحنى التوزيع الطبيعي :

أكثر نضلل يمين



ثالثاً: نلاحظ أن الجزء المضلل أقل من نصف المنحنى

أقل = نطرح

نطرح قيمة ي في الجدول من نصف المنحنى =0.5

0.16 = 0.34 - 0.5

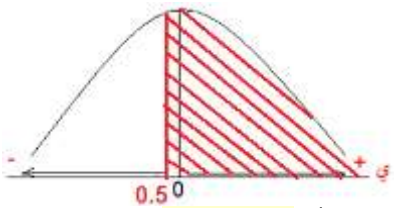
٢/ ماهو احتمال أن يكون حاصل على أكثر من 65 درجة ؟

أولاً: نحول س الي قيمة معياريه ← ي

ح(س) >65 ← ح(ي) > $\frac{70-65}{10} = 0.5$ -

ثانياً: نرسم منحنى التوزيع الطبيعي :

أكثر نضلل يمين



ثالثاً: نلاحظ أن الجزء المضلل أكبر من نصف المنحنى

أكبر = نجمع

نجمع قيمة ي في الجدول مع نصف المنحنى =0.5

0. 69 =0.19 + 0.5

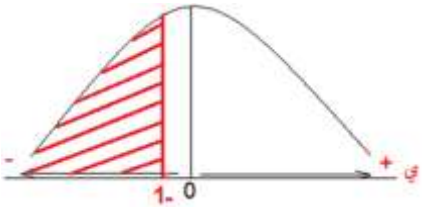
٣/ ماهو احتمال أن يكون حاصل على أقل من 60 درجة ؟

أولاً: نحول س الي قيمة معياريه ← ي

ح(س) <60 ← ح(ي) < $\frac{70-60}{10} = 1$ -

ثانياً: نرسم منحنى التوزيع الطبيعي :

أقل نضلل يسار



ثالثاً: نلاحظ أن الجزء المضلل أقل من نصف المنحنى

أقل = نطرح

نطرح قيمة ي في الجدول من نصف المنحنى =0.5

0.16 = 0.34 - 0.5

(قيمة احتمال محصورة بين قيمتين)

إذا كان متوسط الدرجات في اختيار الإحصاء 70درجة بانحراف معياري 10 درجات،على فرض أن الدرجات متغي عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي ،اختير احد الطلبة عشوائيا

(اليك جزء من جدول التوزيع الطبيعي)

ي	0.5	1	1.5	2
ح (ي)	0.19	0.34	0.43	0.47

***ماهو احتمال أن تتراوح درجته بين 85 و 60 درجة :**

المعطيات/ $\mu = 70$ $\sigma = 10$

أولاً: نحول قيمة س الى قيمة معيارية ي

ح(56< س <85) = $\frac{70-85}{10}$ < ي < $\frac{70-60}{10}$

(-1 < ي < 1.5) =

الاشارة مختلفة = نجمع قيم ي

0.77 = 0.34 + 0.43

***ماهو احتمال أن تتراوح درجته بين 90 و 75 درجة :**

المعطيات/ $\mu = 70$ $\sigma = 10$

أولاً: نحول قيمة س الى قيمة معيارية ي

ح(75< س <90) = $\frac{70-90}{10}$ < ي < $\frac{70-75}{10}$

(0.5 < ي < 2) =

الاشارة متشابهة = نطرح قيم ي

0.28 = 0.19 - 0.47

توزيعات لمتغيرات كمية متصلة - مستمرة (تقبل قيم كسرية)

تمارين التوزيع طبيعي

في احد المصانع يوجد 800 عامل وكانت إنتاجية العمال تتبع توزيع طبيعي بمتوسط 20 وحدة يوميا وبانحراف معياري 4 وحدات ،
اختير احد العمال عشوائيا ،
استخدم الجدول التالي :

ى	0.5	0.75	1	1.5
ح (ى)	0.19	0.27	0.34	0.43

١/ما هو عدد العمال اللذين يتراوح إنتاجهم اليومي بين 26 ،22 وحدة؟

المعطيات/ $\mu = 20$ $\sigma = 4$

عندما يطلب منك عدد الاول تحسب الاحتمال ثم نحول الاحتمال الى عدد :

أولاً: نحسب الاحتمال قبل أن نأتي بالعدد(لا ننسى نبدأ بكتابة القيمة الأكبر)

ونحول قيمة س الى ي

$$ح(22 < س < 26) = ح\left(\frac{20-22}{4} < ي < \frac{20-26}{4}\right)$$

$$= ح(-0.5 < ي < -1.5)$$

الاشارة متشابهة = نطرح

$$0.24 = 0.19 - 0.43$$

ثانياً: نأتي بالعدد: نضرب عدد العمال الكلي800 في النسبة (0.24)

(عدد العمال المنتجين لهذه النسبة)= 800 × 0.24 = 192 عامل

٢/ما هو عدد العمال اللذين يتراوح إنتاجهم اليومي بين 16، 18 وحدة؟

المعطيات/ $\mu = 20$ $\sigma = 4$

أولاً: نحسب الاحتمال قبل أن نأتي بالعدد(لا ننسى نبدأ بكتابة القيمة الأكبر)

$$ح(16 < س < 18) = ح\left(\frac{20-16}{4} < ي < \frac{20-18}{4}\right)$$

$$= ح(-1 < ي < -0.5)$$

الاشارة متشابهة = نطرح

$$0.15 = -0.34 - 0.19$$

نحول السالب الى موجب لأنه احتمال والاحتمال موجب دايما

ثانياً: نأتي بالعدد: نضرب عدد العمال الكلي800 في النسبة (0.15)

(عدد العمال المنتجين لهذه النسبة)= 800 × 0.15 = 120 عامل

٣/ما هو عدد العمال اللذين يتراوح إنتاجهم اليومي بين 16 ،22 وحدة؟

المعطيات/ $\mu = 20$ $\sigma = 4$

عندما يطلب منك عدد الاول تحسب الاحتمال ثم نحول الاحتمال الى عدد :

أولاً: نحسب الاحتمال قبل أن نأتي بالعدد(لا ننسى نبدأ بكتابة القيمة الأكبر)

$$ح(16 < س < 22) = ح\left(\frac{20-16}{4} < ي < \frac{20-22}{4}\right)$$

$$= ح(1 < ي < 0.5)$$

الاشارة مختلفة = نجمع

$$0.53 = 0.34 + 0.19$$

ثانياً: نأتي بالعدد: نضرب عدد العمال الكلي800 في النسبة (0.53)

(عدد العمال المنتجين لهذه النسبة)= 800 × 0.53 = 424 عامل

٤/ ما هو عدد العمال اللذين يقل إنتاجهم اليومي عن 26 وحدة؟

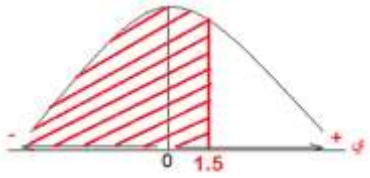
المعطيات/ $\mu = 20$ $\sigma = 4$

عندما نجد كلمة (يقل) نرسم

١/ نحول قيمة س الى ي

$$ح(س < 26) = ح(ي < 26) = ح\left(ي < \frac{20-26}{4}\right) = ح(ي < 1.5)$$

٢/ نرسم (يقل ← نضلل يسار)



٣/ نلاحظ أن الجزء المضلل أكبر من نصف المنحنى ← أكبر = نجمع
نجمع قيمة نصف المنحنى مع قيمة ي في الجدول
(0.93 = 0.43 + 0.5)

٤/ نحسب العدد: نضرب العدد الكلي للعمال800 في النسبة الناتجة:
(عدد العمال الذين يقل انتاجهم عن ٢٦ وحدة)=800 ×0.93= 744 عامل

٤/ ما هو عدد العمال اللذين يزيد إنتاجهم اليومي عن 26 وحدة؟

عندما نجد كلمة (يزيد) نرسم

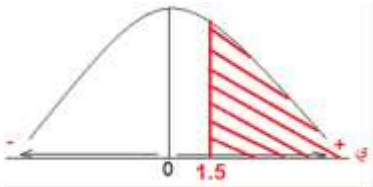
المعطيات/ $\mu = 20$ $\sigma = 4$

عندما نجد كلمة (يزيد) نرسم

١/ نحول قيمة س الى قيمة معيارية ي

$$ح(س > 26) = ح(ي > 26) = ح\left(ي > \frac{20-26}{4}\right) = ح(ي > 1.5)$$

٢/ نرسم(يزيد ← نضلل يمين)



٣/ نلاحظ أن الجزء المضلل أقل من نصف المنحنى ← أقل = نطرح
نطرح قيمة نصف المنحنى من قيمة ي في الجدول
(0.07 = 0.43 - 0.5)

٤/ نحسب العدد: نضرب العدد الكلي للعمال800 في النسبة الناتجة:
(عدد العمال الذين يقل انتاجهم عن ٢٦ وحدة)=800 × 0.07 = 56 عامل

أتمنى أن أكون وفقت في سرد و توضيح باب التوزيعات الاحتمالية

سرداً لا ملل فيه ولا تقصير تمنياتي لنا ولكم التوفيق الحق ☺

أختكم : إيمان باوزير — مراجعه الأستاذ : فهد العيد