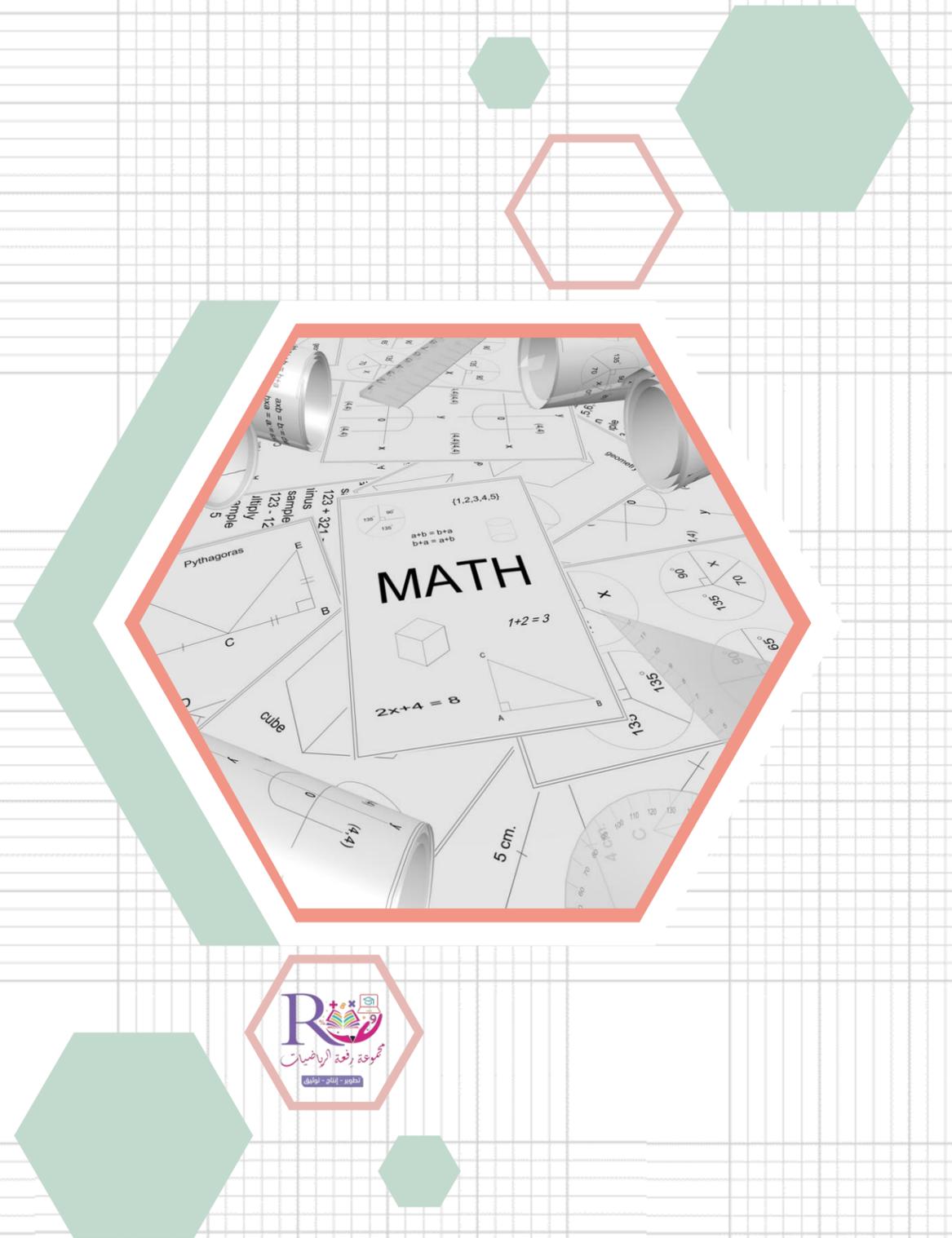


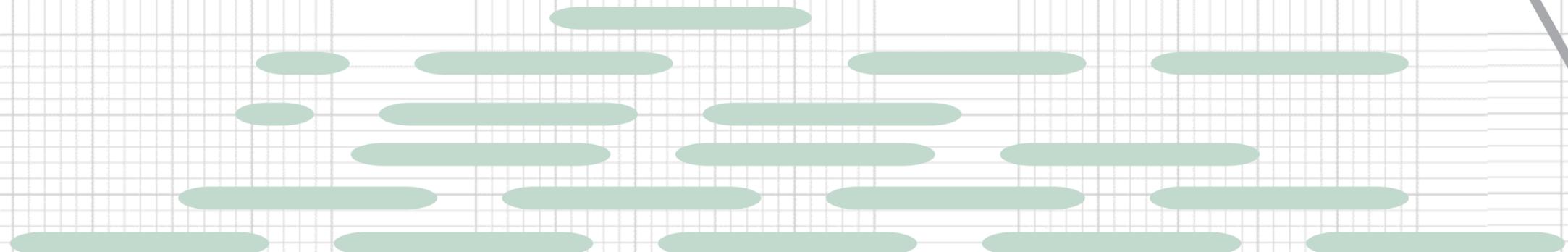
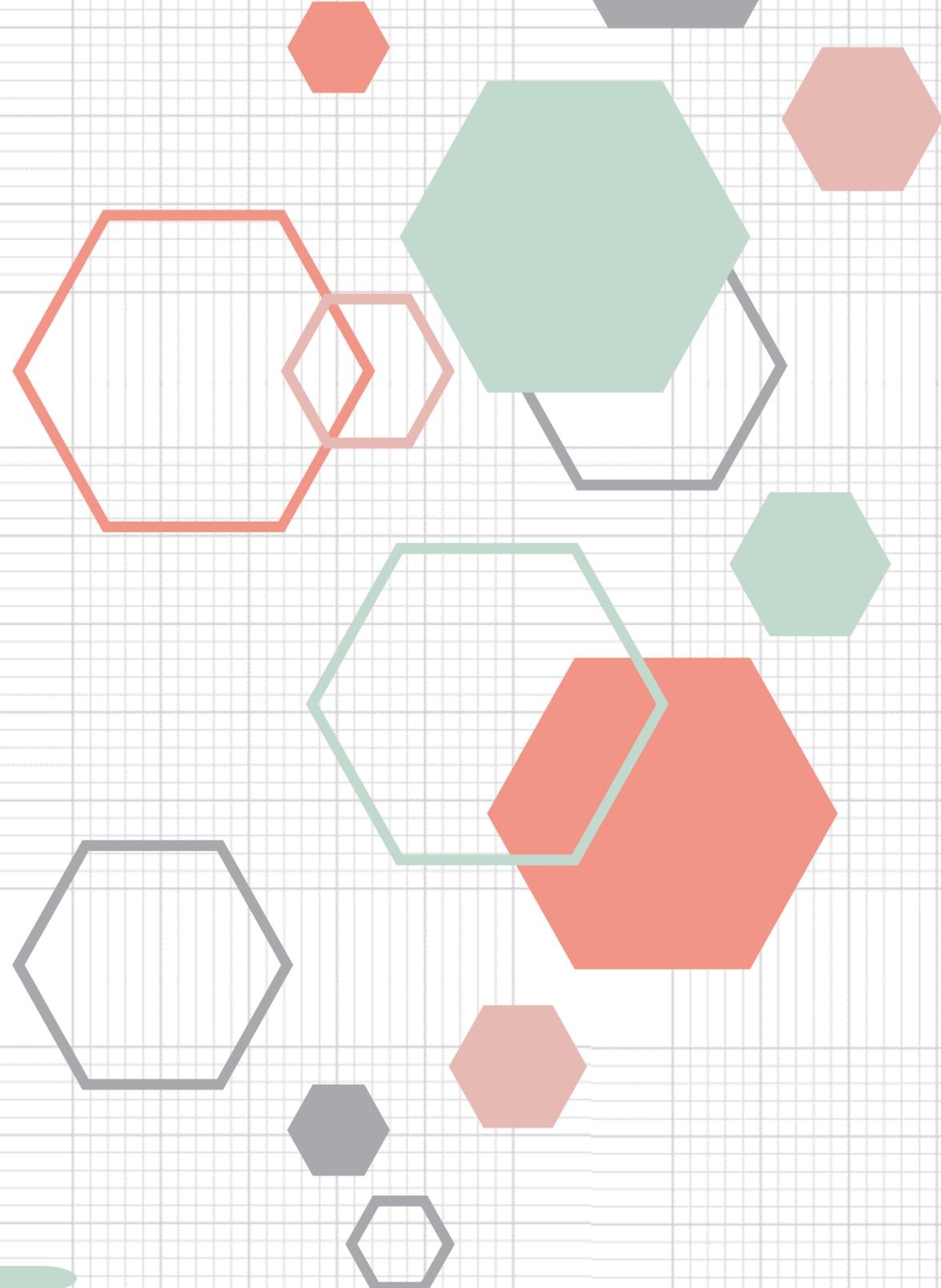
رياضيات ١-٢

إعداد: أ/عبدالعزیز الشریف



٣-٣
العمليات على كثيرات الحدود

كثيرات الحدود
وقدوالها



رابطہ الدرس الرقمي



www.iem.edu.sa

فيما سبق

➤ درستُ إجاد قيم القوى.

والآن

➤ أضرب وحيدات حد وعباراته تتضمن قوى، وأقسمها وأبسطها

➤ أجمع كثيرات حدود وأطرحها وأضربها.



تصميم: عبد العزيز الشريف

المفردات

➤ التبسيط

➤ درجة كثيرة الحدود



لماذا؟



يستغرق وصول ضوء الشمس إلى الأرض 8 دقائق تقريباً؛ إذ يسير الضوء بسرعة كبيرة تصل إلى 3×10^8 m/s تقريباً.

ما الوقت الذي سيستغرقه وصول الضوء إلينا من مجرة تبعد مسافة 2.367×10^{21} m تقريباً؟





ضرب وحيدات الحد وقسمتها

ضرب وحيدات الحد وقسمتها تذكر أن وحيدة الحد هي: عدد، أو متغير، أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة، وتتكون من حد واحد فقط. والجدول الآتي يلخص خصائص الأسس التي تساعد على ضرب وقسمة وحيدات الحد وتبسيطها، حيث إن عملية **تبسيط** عبارات تتضمن قوى تعني إعادة كتابتها دون أقواس أو أسس سالبة.



مفهوم أساسي

خصائص الأسس

أضف إلى مطوبتك	ملخص المفهوم	الخاصية
مثال	التعريف	الخاصية
$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$ $p^2 \cdot p^9 = p^{2+9} = p^{11}$	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	ضرب القوى
$\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2} = 9^3$ $\frac{b^6}{b^4} = b^{6-4} = b^2$	$x \neq 0$ ، حيث $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$	قسمة القوى
$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$ $\frac{1}{b^{-7}} = b^7$	$x \neq 0$ ، حيث $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$ ، $\frac{1}{x^{-a}} = x^a$	الأسس السالبة
$(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$ $(d^2)^4 = d^{2 \cdot 4} = d^8$	$(x^a)^b = x^{ab}$	قوة القوة
$(2k)^4 = 2^4 k^4 = 16k^4$ $(ab)^3 = a^3 b^3$	$(xy)^a = x^a y^a$	قوة ناتج الضرب
$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = \frac{b^5}{a^5}$	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$ ، $y \neq 0$ ، $\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^a = \frac{y^a}{x^a}$ ، $x \neq 0$ ، $y \neq 0$	قوة ناتج القسمة
$7^0 = 1$	$x^0 = 1$ ، $x \neq 0$	القوة الصفرية

لأي عددين حقيقيين x, y و عددين صحيحين a, b :





تبسيط وحيدات الحد

عند تبسيط وحيدة الحد، تأكد من أنك قد كتبتها في أبسط صورة.

مفهوم أساسي

أضف إلى

مطوبتك

مفهوم أساسي

تبسيط وحيدات الحد

تكون وحيدة الحد في أبسط صورة عندما:

- لا تتضمن قوى قوة.
- يظهر كل أساس مرة واحدة.
- تكون جميع الكسور المتضمنة في أبسط صورة.
- لا تتضمن أقواساً أو أسساً سالبة.



تصميم: عبدالعزيز الشريف



تبسيط العبارات

مثال (1)

إرشادات للدراسة

تحقق

يمكنك التحقق من إجابتك
دائمًا باستعمال تعريف
الأسس، فمثلاً:

$$\frac{q^2}{q^7} = \frac{q \cdot q}{q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q}$$
$$= \frac{1}{q^5}$$

بسّط كل عبارة فيما يأتي مفترضاً أن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

$$(2a^{-2})(3a^3b^2)(c^{-2}) \quad (a)$$

اضرب 2 في 3، واضرِب a^{-2} في a^3

$$(2a^{-2})(3a^3b^2)(c^{-2}) = 6ab^2 c^{-2}$$

تعريف الأسس السالبة

$$= 6ab^2 \left(\frac{1}{c^2} \right)$$

بسّط

$$= \frac{6ab^2}{c^2}$$



$$\left(\frac{-2a^4}{b^2}\right)^3 \quad (c)$$

قوة ناتج القسمة

$$\left(\frac{-2a^4}{b^2}\right)^3 = \frac{(-2a^4)^3}{(b^2)^3}$$

قوة ناتج الضرب

$$= \frac{(-2)^3(a^4)^3}{(b^2)^3}$$

قوة القوة

$$= \frac{-8a^{12}}{b^6}$$

$$\frac{q^2r^4}{q^7r^3} \quad (b)$$

قسمة القوى

$$\frac{q^2r^4}{q^7r^3} = q^{2-7} \cdot r^{4-3}$$

اطرح الأسس

$$= q^{-5}r$$

تعريف الأسس السالبة

$$= \frac{r}{q^5}$$



تبسيط العبارات

تحقق من فهمك

$$\frac{15c^5d^3}{-3c^2d^7} \quad \mathbf{(1B)}$$

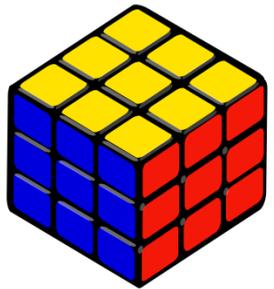
$$(2x^{-3}y^3)(-7x^5y^{-6}) \quad \mathbf{(1A)}$$

$$(-2x^3y^2)^5 \quad \mathbf{(1D)}$$

$$\left(\frac{a}{4}\right)^{-3} \quad \mathbf{(1C)}$$



الحل



تصميم: عبدالعزيز الشريف

درجة كثيرة الحدود



العمليات على كثيرات الحدود: درجة كثيرة الحدود المبسطة هي أكبر درجة لوحدات الحد المكوّنة لها. فمثلاً درجة كثيرة الحدود $x^2 + 4x + 58$ هي 2.

إرشادات للدراسة

كثيرات الحدود

تذكّر أن كثيرة الحدود هي وحدة حد أو مجموع وحدات حد، وتُسمى كل وحدة حد منها حداً في كثيرة الحدود. ودرجة وحدة الحد هي مجموع أسس كل متغيراتها.

مثال (٢)

حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها:

$$(a) \frac{1}{4}x^4y^3 - 8x^5$$

تعدّ هذه العبارة كثيرة حدود؛ لأن كل حد فيها هو وحدة حد؛ ودرجة الحد الأول فيها تساوي $4 + 3 = 7$ ، ودرجة الحد الثاني 5؛ لذا فإن درجة كثيرة الحدود 7.

$$(b) \sqrt{x} + x + 4$$

هذه العبارة ليست كثيرة حدود؛ لأن \sqrt{x} ليست وحدة حد.

$$(c) x^{-3} + 2x^{-2} + 6$$

هذه العبارة ليست كثيرة حدود؛ لأن كلاً من x^{-3} , x^{-2} ليست وحدة حد؛

حيث $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$, $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ ، ووحدات الحد لا تتضمن متغيرات في المقام.



درجة كثيرة الحدود

تحقق من فهمك

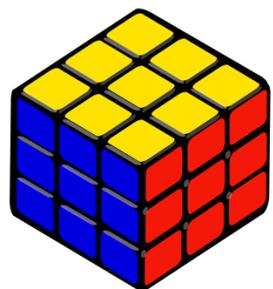
$$x^5y + 9x^4y^3 - 2xy \quad (2B)$$

$$\frac{x}{y} + 3x^2 \quad (2A)$$



تصميم: عبدالعزيز الشريف

الحل



تصميم: عبدالعزيز الشريف



جمع كثيرات الحدود وطرحها



يمكنك إجراء العمليات المطلوبة على كثيرات الحدود وتبسيطها تمامًا كما تبسط وحيدة الحد، ثم تجمع الحدود المتشابهة.

إرشادات للدراسة

طرائق بديلة

لاحظ أن المثال $3a$
يستعمل طريقة الجمع
الأفقي. على حين
يستعمل المثال $3b$
طريقة الجمع الرأسية،
وكلتاهما تؤدي إلى
الإجابة الصحيحة.

مثال (٣)

أوجد ناتج كلِّ مما يأتي، واكتبه في أبسط صورة:

$$(a) \quad (4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1)$$

تخلص من الأقواس وجمع الحدود المتشابهة.

العبارة الأصلية

$$(4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1)$$

وزع العدد -1

$$= 4x^2 - 5x + 6 - 2x^2 - 3x + 1$$

جمع الحدود المتشابهة

$$= (4x^2 - 2x^2) + (-5x - 3x) + (6 + 1)$$

اجمع الحدود المتشابهة

$$= 2x^2 - 8x + 7$$



$$(6x^2 - 7x + 8) + (-4x^2 + 9x - 5) \quad \mathbf{(b)}$$

رتب الحدود المتشابهة رأسياً، وأوجد ناتج الجمع.

$$\begin{array}{r} 6x^2 - 7x + 8 \\ (+) -4x^2 + 9x - 5 \\ \hline 2x^2 + 2x + 3 \end{array}$$



جمع كثيرات الحدود وطرحها

تحقق من فهمك

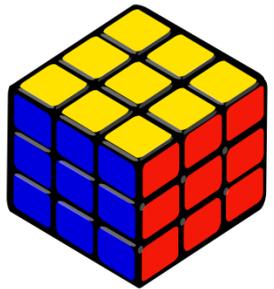
$$(3x^2 - 6) + (-x + 1) \quad \mathbf{3B}$$

$$(-x^2 - 3x + 4) - (x^2 + 2x + 5) \quad \mathbf{3A}$$



تصميم: عبد العزيز الشريف

الحل



تصميم: عبدالعزيز الشريف



ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

يمكنك استعمال خاصية التوزيع لضرب كثيرات الحدود.

مثال (٤)

أوجد ناتج: $3x(2x^2 - 4x + 6)$ ، واكتبه في أبسط صورة.

خاصية التوزيع

$$3x(2x^2 - 4x + 6) = 3x(2x^2) + 3x(-4x) + 3x(6)$$

اضرب في وحيدة الحد

$$= 6x^3 - 12x^2 + 18x$$



ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

تحقق من فهمك

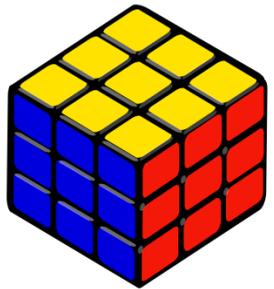
$$-2a(-3a^2 - 11a + 20) \quad \mathbf{4B}$$

$$\frac{4}{3}x^2(6x^2 + 9x - 12) \quad \mathbf{4A}$$



تصميم: عبد العزيز الشريف

الحل



تصميم: عبدالعزيز الشريف

ضرب كثيرات الحدود

مثال (٥)

أوجد ناتج: $(n^2 + 4n - 6)(n + 2)$ ، واكتبه في أبسط صورة.

خاصية التوزيع $(n^2 + 4n - 6)(n + 2) = n^2(n + 2) + 4n(n + 2) + (-6)(n + 2)$

خاصية التوزيع $= n^2 \cdot n + n^2 \cdot 2 + 4n \cdot n + 4n \cdot 2 + (-6) \cdot n + (-6) \cdot 2$

اضرب وحيدات الحد $= n^3 + 2n^2 + 4n^2 + 8n - 6n - 12$

اجمع الحدود المتشابهة $= n^3 + 6n^2 + 2n - 12$



ضرب كثيرات الحدود

تحقق من فهمك

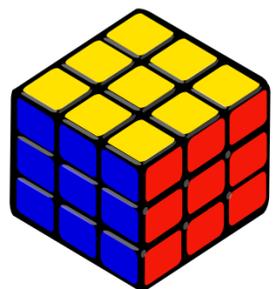
$$(2x^2 - 4x + 5)(3x - 1) \quad \mathbf{5B}$$

$$(x^2 + 4x + 16)(x - 4) \quad \mathbf{5A}$$



تصميم: عبد العزيز الشريف

الحل



تصميم: عبد العزيز الشريف

كتابة عبارة كثيرة حدود



يمكنك استعمال كثيرات الحدود لتمثيل مواقف من واقع الحياة.

إرشادات للدراسة

قانون المسافة

تذكر أن:

المسافة = السرعة × الزمن

مثال (٦)

قيادة: تتطلب أنظمة إحدى شركات النقل البري أن تكون مدة قيادة سائقي الشاحنات 10 ساعات يوميًا، تتخللها فترة استراحة، فإذا قاد أحد سائقي الشركة شاحنته في فترة ما قبل الاستراحة بسرعة 90km/h ، وبعد الاستراحة بسرعة 100km/h ، فاكتب كثيرة حدود تمثل المسافة التي قطعها .

قاد السائق سيارته بسرعة 90 km/h في فترة ما قبل الاستراحة ، و 100 km/h في فترة ما بعد الاستراحة .

التعبير اللفظي



المتغير



العبارة

ليكن x عدد ساعات القيادة قبل الاستراحة .

$$90x + 100(10 - x)$$

خاصية التوزيع

اجمع الحدود المتشابهة

$$\begin{aligned} 90x + 100(10 - x) &= 90x + 1000 - 100x \\ &= 1000 - 10x \end{aligned}$$

فتكون كثيرة الحدود هي $1000 - 10x$

تصميم: عبد العزيز الشريف



كتابة عبارة كثيرة حدود

تحقق من فهمك

(5) استثمر فيصل مبلغ 90000 ريال في مشروعين أحدهما صناعي نسبة ربحه السنوي 18% ، والآخر مشروع عقاري نسبة ربحه السنوي 42%، فإذا كانت x تمثل المبلغ الذي استثمره فيصل في المشروع العقاري، فاكتب كثيرة حدود تمثل ربحه في المشروعين بعد عام واحد.



كتابة عبارة كثيرة حدود

الربط مع الحياة



تعقد معظم الدول دورات
تدريبية متخصصة
واختبارات مشددة لقائدي
الشاحنات للتأكد من
مستوى تأهيلهم لقيادتها،
وتوعيتهم بكيفية التعامل
مع الطرق السريعة، بما
يقلل المخاطر ويؤمن
حركة السير.



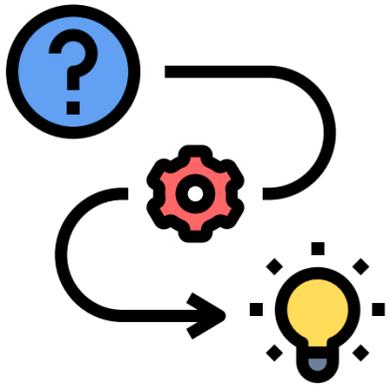
تأكد

بسّط كلّ مما يأتي مفترضاً أن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

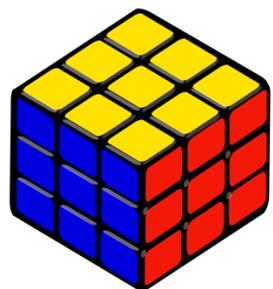
$$(6g^5h^{-4})^3 \quad (4)$$

$$\left(\frac{2a^2}{3b}\right)^3 \quad (3)$$

$$\frac{12x^4y^2}{2xy^5} \quad (2) \quad (2a^3b^{-2})(-4a^2b^4) \quad (1)$$



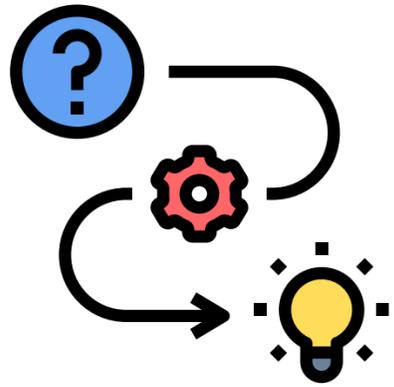
الحل



تصميم: عبد العزيز الشريف

مسائل التفكير العليا

وضّح كيف يمكن برهنة خاصية الأسس السالبة باستعمال خاصيتي قسمة القوى والقوة الصفرية؟



تصليبي

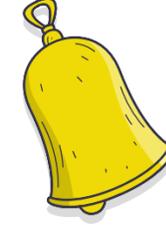
أي مما يأتي ليس عاملاً لكثيرة الحدود $x^3 - x^2 - 2x$ ؟

$x - 1$ **C** x **A**

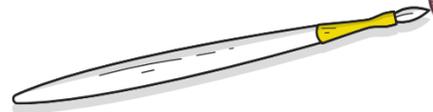
$x - 2$ **D** $x + 1$ **B**



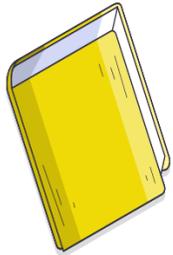
تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح



حساباتي على السوشيال ميديا



تصميم: عبدالعزيز الشريف