

المدة : ساعة ونصف

الدرجة : 300

اختبار وحدة

الأشعة في الفراغ (2020)

الجزء الثاني

الثالث الثانوي العلمي

التّمرين الأول : $ABCD$ رباعي وجوه ، وُضِع على شكل النّقاط الآتية : (60 درجة)

(1) مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A, 2)$ و $(B, 1)$.

(2) مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(C, 1)$ و $(D, 2)$.

(3) مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, 2)$ و $(B, 1)$ و $(C, 1)$ و $(D, 2)$.

(4) مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A, -2)$ و $(B, 1)$.

(5) مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, -2)$ و $(B, 1)$ و $(C, -1)$.

(6) مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, -2)$ و $(B, 1)$ و $(C, -1)$ و $(D, 3)$.

التّمرين الثاني : $ABCD$ رباعي وجوه و a عدد حقيقي . (60 درجة)

1 و l هما بالترتيب منتصفا $[AB]$ و $[CD]$ و E و F نقطتان تحققان العلاقتين :

$$\vec{AE} = a \vec{AD}, \vec{BF} = a \vec{BC}$$

أثبت أن النقاط l و H تقع على استقامة واحدة .

التّمرين الثالث : نتأمل النقاط $A(2, 3, 0)$ و $B(2, 3, 6)$ و $M(4, -1, 2)$ نهدف إلى حساب بعد M عن المستقيم (AB) . (100 درجة)

(1) أثبت أن M لاتقع على المستقيم AB .

(2) أثبت أن لكل نقطة K من المستقيم (AB) إحداثيات من النمط $(2, 3, Z)$.

(3) احسب MK^2 بدلالة Z .

(4) أوجد بعد النقطة M عن المستقيم AB .

التّمرين الرابع : لتكن النقاط $A(2, 1, 0)$ و $B(1, 1, 2)$ و $C(3, -1, -2)$ و $D(2, 3, -1)$ (80 درجة)

(1) أثبت أن النقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة .

(2) هل تقع النقطة D في المستوي (ABC) .

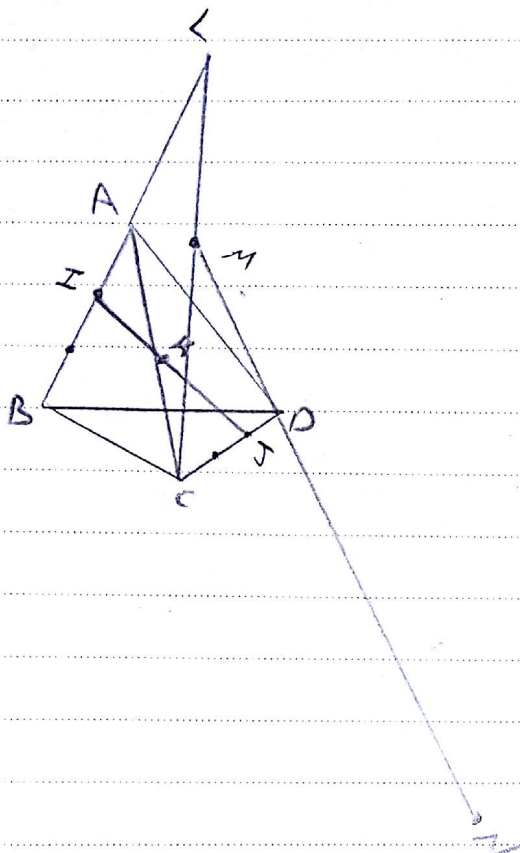
(3) عين إحداثيات مركز ثقل المثلث ABC .

(4) عِد إحداثيات M التي تحققت : انتهت الأسئلة .. 😊

$$3\vec{CA} + \vec{BM} = \vec{0}$$

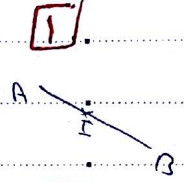
(5) عِد معادلة الكرة S التي مركزها A وترها النقطة C .

(6) عين إحداثيات النقطة F ليكن $ABCF$ متوازي أضلاع ثم احسب إحداثيات مركزه .

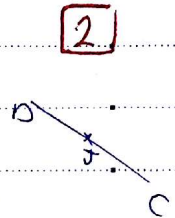


التعريف الاول:

$$\vec{AI} = \frac{1}{3} \vec{AB}$$



$$\vec{DJ} = \frac{1}{3} \vec{DC}$$



بالتقاطع التجميعية

(K) م.ف.م للنقطتين (J, 3) (I, 3)

K بالتصيف

(L) م.ف.م (B, 1) (A, -2)

الاول الثاني

(I, 2-2a) منتصف AB فهو م.ف.م

النقطتين (B, 1-a) (A, 1-a)

(J, 2a) منتصف CD فهو م.ف.م

(D, a) (C, a)

$$\vec{BF} = a\vec{BC}$$

(F, 1) م.ف.م للنقطتين (B, 1-a) (C, a)

$$AE = aAD$$

(E, 1) م.ف.م للنقطتين (A, 1-a) (D, a)

(H, 2) منتصف (E, 1) (F, 1)

لأن (I) منتصف A, B

(J) منتصف C, D

$$\vec{AL} = \frac{1}{-1} \vec{AB}$$

$$\vec{AL} = -\vec{AB}$$

(M) م.ف.م لـ

(C, -1) (L, -1)

M بالتصيف

(N) م.ف.م لـ

(D, 3) (M, -2)

$$\vec{MN} = \frac{3}{1} \vec{MD}$$

H م.ف.م لـ J, I

التمرين الثالث

1

$$\vec{MA} (-2, 4, -2)$$

$$\vec{MB} (-2, 4, 4)$$

نلاحظ أن

$$\frac{-2}{-2} = \frac{4}{4} = \frac{4}{-2}$$

$$1 = 1 \neq -2$$

المركبات غير متناسبة

⇔ الشعاع \vec{MA} ، \vec{MB} غير

مرتبطات خطياً

⇔ النقاط M, A, B لا تقع على

الاستقامة واحدة M لا تقع على

الاستقيم (AB)

2) معرط الارتفاع الخطي

$$\vec{AK} = \lambda \vec{AB}$$

$$\begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \\ z-0 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$x-2 = 0 \quad \text{①}$$

$$y-3 = 0 \quad \text{②}$$

$$z-0 = 6\lambda \quad \text{③}$$

من 1 نجد أن $x = 2$

$$x = 2$$

من 2 نجد أن $y = 3$

$$y = 3$$

من 3 نجد أن

$$z = 6\lambda$$

أي أن إحداثيات K

$$K (2, 3, z)$$

3

$$MK^2 = (4-2)^2 + (-4)^2 + (z-2)^2$$

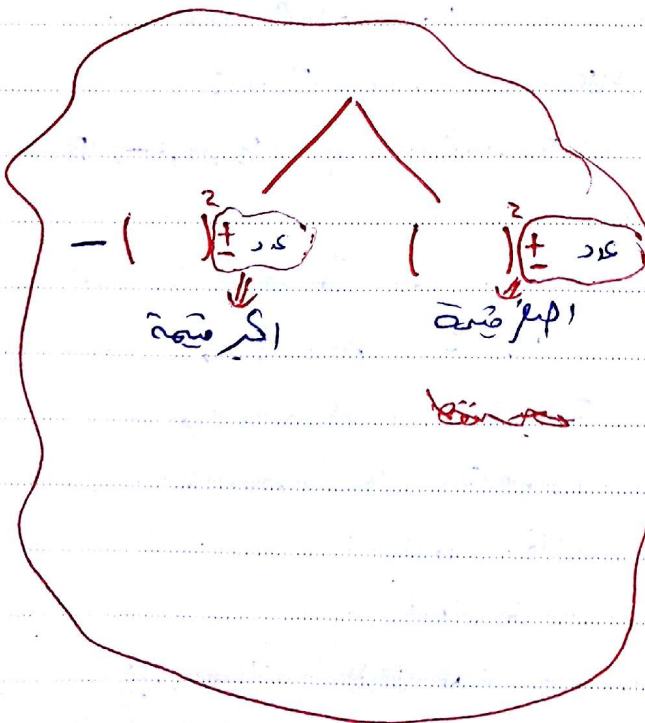
$$MK^2 = (z-2)^2 + 20$$

4) M هي نقطة MK المتوسطة

$$z = 2 \quad \text{و} \quad |MK| = 2\sqrt{5}$$

وبعد M عن المستقيم AB

$$d = 2\sqrt{5}$$



ثلاثت معادلات بمجهولين

نختار اثنين منهما ونحلها

حالا مشتركة ونعوض الناتج

في المعادلة الثالثة فإذ تحققها

عزاد ان تحققها α, β غير مرتبين

نفس مرتبين

التعريف الرابع

1. $\vec{AB} (-1, 0, 2)$

$\vec{AC} (1, -2, -2)$

$\frac{-1}{1} \neq \frac{0}{-2} \Rightarrow -1 \neq 0$

المجموعات غير مرتبطة فطياً
 ← النقاط ليست على استقامة واحدة (تسمى تبين مستوي)

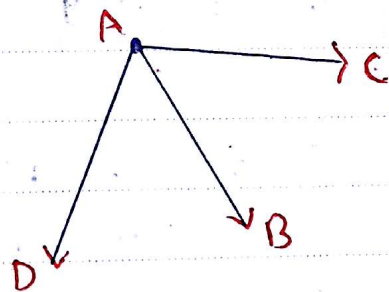
2

ملاحظة قبل الحل:

ارتباط 3 اشعة:

← تقع الأشعة الثلاثة في مستوي واحد

← تقع نقاطها الاربعة في مستوي واحد



حل المطلوب الثاني: ☺

ندرس الارتباط الخطي للأشعة

$\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$

$\vec{AB} = \alpha \vec{AC} + \beta \vec{AD} ; \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ -2\alpha \\ -2\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2\beta \\ -\beta \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ -2\alpha + 2\beta \\ -2\alpha - \beta \end{bmatrix}$

$\alpha = -1$ ①

$-2\alpha + 2\beta = 0$ ②

$-2\alpha - \beta = 2$ ③

من ① و ② فلما:

$-2(-1) + 2\beta = 0$

$2\beta = -2 \Rightarrow \beta = -1$

نعوض بـ 3

$-2(-1) - (-1) = 2$

$3 \neq 2$

مساواة خاطئة الأشعة الثلاثة غير مرتبطة فطياً النقاط لا تقع على استقامة واحدة.

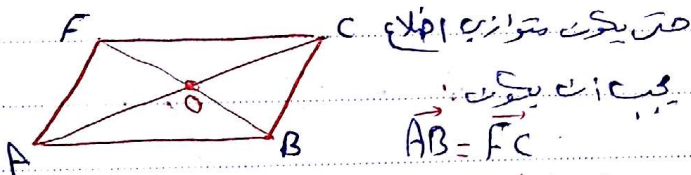
$$\begin{aligned}
 -3 + x - 1 &= 0 \Rightarrow x = +4 \\
 6 + y - 1 &= 0 \Rightarrow y = -5 \\
 6 + z - 2 &= 0 \Rightarrow z = -4
 \end{aligned}$$

$$M(4, -5, -4)$$

$$(x - x_{sp})^2 + (y - y_{sp})^2 + (z - z_{sp})^2 = R^2 \quad [5]$$

$$\begin{aligned}
 R = AC &= \sqrt{(x_c - x_A)^2 + (y_c - y_A)^2 + (z_c - z_A)^2} \\
 &= \sqrt{1 + 4 + 4} = \sqrt{9} = 3
 \end{aligned}$$

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 0)^2 = 9$$



نظير $F(x, y, z)$

$$\vec{AB} = \vec{FC}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-x \\ -1-y \\ +2-z \end{bmatrix}$$

$$-1 = 3 - x \Rightarrow x = +4$$

$$0 = -1 - y \Rightarrow y = -1$$

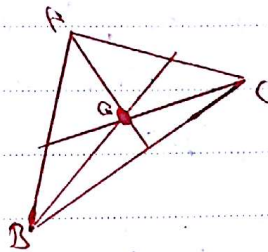
$$2 = -2 - z \Rightarrow z = -4$$

$$x_0 = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{5}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$z_0 = \frac{-2}{2} = -1$$

[3]



$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3}$$

$$z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{-3} = 0$$

$$G(2, \frac{1}{3}, 0)$$

نظير $M(x, y, z)$ [4]

$$3\vec{CA} + \vec{BM} = \vec{0}$$

$$3 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x-1 \\ y-1 \\ z-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x-1 \\ y-1 \\ z-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$