

Chapter 2

الاستاذة: سامية النجار

0590580336

المدينة المنورة

## Linear equation → المعادلات الخطية

1- تعريف المعادلات

equations : → is a statement that expressions are equal

Example : →  $x + 2 = q$  ,  $11x = 5x + 6x$ 

\* What is mean to solve an equation ? ماذا يقصد بحل المعادلة

Means to find all numbers that make the equation a true statement and these number are called solution or root of equationحل جذور

يقصد بحل المعادلات هو إيجاد جميع الأعداد التي تجعل المعادلة صحيحة و تسمى هذه الأعداد حلول أو جذور

Example :- Solve  $6x + 3 = 27$ إيجاد الحلول

أولاً نضع علامة المساواة ومن ثم نجعل الأعداد في طرف والمتغيرات في طرف مع تغيير الإشارة إذا انتقلنا

$$6x = 27 - 3 \quad \leftarrow \text{تغيرت إشارة 3 لأنه انتقل}$$

$$= \frac{24}{6} \rightarrow x = 4$$

The set solution = {4}

\* Linear equation : → المعادلة الخطية

Is one variable → وهي بمتغير واحد

$$ax + b = 0$$

**Example** : → which is statement is linear equation

1-  $3x + \sqrt{2} = 0 \rightarrow$  linear

2-  $\sqrt{x} + 2 = 5 \rightarrow$  non linear  $\rightarrow X \frac{1}{2}$  ليست خطية لأن المتغير تحت الجذر وهذا يعني

3-  $x^2 + 2x + 0.2 \rightarrow$  non linear  $\rightarrow$  لأن المتغير من الدرجة الثانية  $x^2$

4-  $\frac{5}{x} + 4 = 2 \rightarrow$  non linear  $\rightarrow$  لأن المتغير في المقام وإذا رفعناه إلى البسط يصبح  $5^{x-1}$

---

**Example** :  $\rightarrow 3(2x - 4) = 7 - (x + 5)$

$$3 \cdot 2x - 3 \cdot 4 = 7 - x - 5$$

$$6x - 12 = 2 - x$$

$$6x + x = 2 + 12$$

$$\frac{7x}{7} = x = 2\frac{14}{7} \rightarrow$$

The set solution = {2}

### Homework 1

$$+ \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x - \frac{72x+4}{3 \cdot 3}$$

أولاً نوزع 3 على الحدين اللي في البسط

$$\frac{2x}{3} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x - \frac{7}{3}$$

ثانياً الأعداد في طرف و المتغيراتي في طرف مع مراعاة تغيير الإشارة

$$= \frac{-11}{3} \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) x$$

أقسم على  $\frac{11}{12}$  للطرفين

$$= \frac{-11}{3} \rightarrow x = -4 \quad \frac{11}{12}x$$

The set solution =  $\{-4\}$

الجزئية المهمة في هذا الدرس وهو الأهم في الامتحانات  
\* أنواع المعادلات الخطية

The type of linear equations :-

1- identity  $\rightarrow$  if The statement  $0 = 0$

2- conditional  $\rightarrow$  if The statement  $x = \text{number}$  حل وحيد

3- contradiction  $\rightarrow$  if The statement  $-3 = 7$  تعارض

تعارض

تعارض

أمثلة مهمة جداً لتوضيح أنواع المعادلات الخطية :

a-  $-2(x + 4) + 3x = x - 8$

أولاً نحل المعادلة كالمعتاد الأعداد في طرف والمتغيرات في طرف

$$\underline{-2x} - 8 + \underline{3x} = x - 8 \quad \text{نطرح ونأخذ إشارة الأكبر}$$

$$x - 8 = x - 8$$

$$x - x = 8 - 8$$

$$0 = 0 \quad \rightarrow \quad \text{وهذا يعني أنها الحالة الأولى}$$

وتسمى identity وتكون مجموعة الحل هي جميع الأعداد الحقيقية

Set solution  $\{all \ real \ number\}$  or  $(-\infty, \infty)$

$$\text{b- } 5x - 4 = 11$$

$$5x = 11 + 4 \quad \rightarrow \quad \frac{5x}{5} = \frac{15}{5} \quad \rightarrow \quad x = 3$$

هذا يعني أنها الحالة الثانية أعطتنا رقم وحيد إذا مجموعة الحل

The set solution  $\{3\}$

$$\text{c- } 3(3x - 1) = 9x + 7$$

$$9x - 3 = 9x + 7$$

$$9x - 9x = 7 + 3 \quad \rightarrow \quad 0 = 10$$

استحالة أن الصفر يساوي 10 هذا يعني تعارض contradiction

So the set solution  $\emptyset$  or null set or empty set or  $\{ \}$

أسئلة الامتحانات على درس 1 - 2

1- The solution of the equation

$$= \frac{2 \quad -2}{2X + 12X - 1}$$

لحل هذا النوع من المعادلات نضرب طرفين في وسطين

$$-2 ( 2X + 1 ) = 2 ( 2X - 1 )$$

$$-4X - 2 = 4X - 2$$

$$-4X - 4X = -2 + 2$$

$$= \frac{0}{-8} \rightarrow X = 0 \frac{-8X}{-8}$$

So the set solution is { 0 }

هنا نلاحظ أن مجموعة الحل (0) وهذا يعني أنه الحالة الثانية الصفر يعتبر رقم

## 2- The solution of linear equation

$$4 ( 5X + 1 ) = -5 - ( 3 - 20X )$$

$$20X + 4 = -5 - 3 + 20X$$

$$20X + 4 = -8 + 20X$$

$$20X - 20X = -8 - 4$$

$$0 = -12 \rightarrow \text{contradiction} \text{ تعارض}$$

So the set solution

المجموعة الخالية  $\emptyset$

2-2

الأعداد المركبة  $\rightarrow$  Complex number

تعريف الأعداد

المركبة

1- Complex number :- the set of real numbers does not include all the number needed in algebra.

$$x^2 = -1 \rightarrow \text{لا يوجد عدد مربع بالسالب}$$

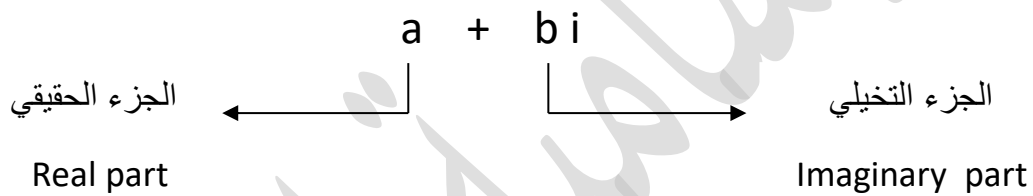
\* The imaginary unit  $i$  ← الجزء التخيلي

$$i = \sqrt{-1}, \quad i^2 = -1$$

مهم جداً

Complex number → العدد المركب

العدد المركب :- هو العدد الذي يحتوي على جزء حقيقي وجزء تخيلي .



$3i$  → pure imaginary → عدد تخيلي

So if  $a + bi$  →  $a = 0, b \neq 0$

So called pour imaginary number

إذا كان الجزء الحقيقي يساوي الصفر هذا يعني أنه عدد تخيلي

Pour imaginary number .

The expression  $\sqrt{-a}$  :-  $\sqrt{-1} = i$

$$= \sqrt{-1} \times a = \sqrt{-1} \times \sqrt{a} = i\sqrt{a}\sqrt{-a}$$

### Example :-

$$a- \sqrt{-16} = \sqrt{-1 \times 16} = \sqrt{-1} \times \sqrt{16} = i \times 4 = 4i$$

$$c- \sqrt{-48} = \sqrt{-1 \times 48} = \sqrt{-1} \times \sqrt{16 \cdot 3} = 4 \sqrt{3}i$$

ملاحظة ← \* hint :-  $\sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} = 2i \times 3i = 6i^2 = -6$   $\xrightarrow{\quad} i^2 = -1$

### Homework 1

$$1- \sqrt{-7} \cdot \sqrt{-7} = i\sqrt{7} \cdot i\sqrt{7} = i^2 \cdot 7 = -7$$

ومن الآلة الحاسبة يمكن التأكد من  $2 \rightarrow \text{mode}$  وهكذا نحول الآلة إلى complex

$$2- \sqrt{-6} \cdot \sqrt{-10} = \sqrt{-2 \cdot 3} \times \sqrt{-5 \cdot 2} =$$

$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \times \sqrt{-1} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times 2i^2 = \sqrt{-1} - 2\sqrt{15}$$

$$3- \frac{\sqrt{-20}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{-2} \text{ وهو ضرب البسط والمقام بـ } \sqrt{-2}$$

$$= \frac{\sqrt{-20}}{\sqrt{-2}} \times \frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{-2}} = \frac{\sqrt{2 \times 10 \times -1} \times \sqrt{-1 \times 2}}{-2} = \frac{-2\sqrt{10}}{-2} = \sqrt{10}$$

يمكن حلها  
بالآلة الحاسبة

Addition and subtraction of complex number



جمع

عطر

الأعداد المركبة

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c + bi + di)$$

هو جمع الجزء الحقيقي مع بعض و الجزء التخيلي مع بعض .

**Example :-**

$$a- (3 - 4i) + (-2 + 6i) = (3 - 2 + (-4 + 6) i)$$

$$b- (-4 + 3i) - (6 - 7i) = (-4 - 6 + 3i + 7i) = -10 + 10i$$

يمكن حلها  
بالآلة الحاسبة

\* Multiplication of complex number

ضرب

الأعداد المركبة

$$\begin{aligned}(2 - 3i) (3 + 4i) &= 2 \times 3 + 2 \times 4i - 3i \times 3 - 3i \times 4i \\ &= 6 + 8i - 9i - 12i^2 \\ &= 6 + (-i) - 12(-1) \\ &= 6 + (-i) + 12 = 18 - i\end{aligned}$$

يمكن حلها  
بالآلة الحاسبة

$$(a + bi) (a - bi) = a^2 + b^2$$

عند تشابه الحدود مع اختلاف الإشارة نربع الطرفين

$$(3 + 4i) (3 - 4i) = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

يمكن حلها  
بالآلة الحاسبة

**Homework 2**

a-  $\frac{3+2i}{5-i}$  في حالة الكسور نستخدم إنطاق المقام

$$\frac{3+2i}{5-i} \times \frac{5+i}{5+i} = \frac{3 \times 5 + 3i + 2i \times 5 + 2i^2}{25+i^2}$$

$$= \frac{15 + 3i + 10i - 2}{25+1} = \frac{13 + 13i}{26} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

يمكن حلها  
بالآلة الحاسبة

الجزئية المهمة في هذا الدرس وتكون منه جزئية الامتحان

Power of i

مثلاً:  $i^{15}$  لا يمكن إيجادها بالآلة الحاسبة فالتالي

نقسم الأس على 4 و نحدد القيمة من الباقي

1-  $1 \rightarrow 0.25 \rightarrow i^1 = \sqrt{-1}$

2-  $2 \rightarrow 0.5 \rightarrow i^2 = -1$

3-  $3 \rightarrow 0.75 \rightarrow i^3 = -i$

Example :-

1-  $i^{25} \rightarrow 4 \sqrt[4]{25} \rightarrow i^1 = \sqrt{-1}$

$$\begin{array}{r} 4 \sqrt{25} \\ 24 \\ \hline 1 \end{array}$$

2-  $\frac{1}{i^{-11}} = i^{11} = 4 \sqrt[4]{11} \quad i^3 = -i$

أسئلة امتحانات متعلقة في  $\frac{8}{3}$  درس :

1- The quotient  $\frac{1+2i}{1-i}$  in standard form  $a + bi$

$$\begin{aligned} \frac{1+2i}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i} &= \frac{1 \times 1 + i + 2i + 2i^2}{1+1} = \frac{1+3i-2}{2} = \frac{-1+3i}{2} \\ &= \frac{-1}{2} + \frac{3i}{2} \end{aligned}$$

يمكن حلها  
بالآلة الحاسبة

2-  $\frac{\sqrt{-32}\sqrt{-2}}{8}$  simplify the following بسطي العبارة

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{-1} \cdot 8 \times 4 \times \sqrt{-2}}{8} = \frac{\sqrt{-1} \times \sqrt{4} \times 2 \cdot \sqrt{4} \times \sqrt{-2}}{8} \\ &= \frac{i \times 2\sqrt{2} \cdot 2 \times \sqrt{-2}}{8} = \frac{4 \cdot 2i \times i}{8} = \frac{8i^2}{8} = -1 \end{aligned}$$

يمكن حلها  
بالآلة الحاسبة

3- simplify the following بسطي العبارة الآتية

$i^{1111} \rightarrow$  نقسم على 4

$$\begin{array}{r} 277 \\ 4 \overline{) 1111} \\ \underline{1108} \\ 3 \end{array}$$

$\rightarrow$  الباقي 3

من الآلة نقسم على 4 والناتج 277.75

هذا الجزء  
مرفوع فوق أس  
فردى نفس  
الإشارة

4-  $(-1)^{2013} (i)^{1435}$

358

4

$$(-1)(i)^{1435} \rightarrow \begin{array}{r} \sqrt{\phantom{1435}} \\ 1435 \\ \hline 1432 \end{array}$$

$$-i = i^3 \text{ بالتالي } \quad 3 \quad \rightarrow \quad \text{الباقى 3}$$

$$(-1)^{2013} (i)^{1435} = -1 \times -i = +i$$

5- The expression  $(i\sqrt{-4})^2$  in a simple form العبرة التالية في ابسط صور

$$(i\sqrt{-4})^2 = \text{يتوزع 2 على ما في داخل الأقواس}$$

$$i^2 (\sqrt{-4})^2 = i^2 (-4) = -1 \times -4 = +4$$

6- Simplify the following term  $\frac{\sqrt{-1}\sqrt{-2}\sqrt{-3}\sqrt{-4}}{\sqrt{+3}}$

$$= \frac{i \times i\sqrt{2} \times i\sqrt{3} \times i\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{i4\sqrt{24}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1 \times 2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$$

يمكن حلها  
بالآلة الحاسبة

## Quadratic equations → الدالة التربيعية

Can be written in the form

$$ax^2 + bx + c = 0$$

is called quadratic equation (( stander form ))

الصورة القياسية للدالة التربيعية

Solve  $6X^2 + 7X = 3$  عن حل معادلة من الدرجة الثانية نرتبها على شكل الصورة القياسية

$$6X^2 + 7X - 3 = 0 \quad 6X^2 = 2X - 3X$$

$$(3X - 1)(2X + 3) = 0$$

$$3X - 1 = 0 \quad \text{or} \quad 2X + 3 = 0$$

$$3X = 1 \quad \frac{2X}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$X = \frac{1}{3} \quad X = \frac{-3}{2}$$

الدالة التربيعية عند حلها يمكن إيجادها بواسطة الآلة الحاسبة

$$\text{mod} \rightarrow 5 \rightarrow 3$$

a-  $X^2 = 17$  بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$X = \pm\sqrt{17}$$

b-  $X^2 = -25$  بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$X = \pm 5i$$

c-  $(X - 4)^2 = 12$  بأخذ الجذر التربيعي للطرفين للتخلص من التربيع

$$X - 4 = \pm\sqrt{12} \rightarrow X - 4 = \sqrt{12} \quad \text{or} \quad X - 4 = -\sqrt{12}$$

$$X = \sqrt{12} + 4 \quad \text{or} \quad X = -\sqrt{12} + 4$$

4

$$X = 7.4 \quad \text{or} \quad X = 0.53$$

So the set solution { 7.4 , 0.53 }

\* عند حل معادلات تربيعية أي من الدرجة الثانية تحل بعدة طرق :

1- التحليل .

2- إكمال المربع (Completing the square) .

3- باستخدام القانون العام ( Quadratic Formula ) .

4- باستخدام الآلة الحاسبة .

**Example :-** Solve the equation using the completing The square .

$$a- X^2 - 4X - 14 = 0$$

نضع الأعداد  
بطرف و  
المتغيرات بطرف  
مع مراعاة الإشارة

$$\leftarrow X^2 - 4X = 14$$

$$X^2 - 4X + 4 = 14 + 4$$

نأخذ معامل X ونضربه في  $\frac{1}{2}$  ومن ثم  
نربعه و نضيفه للطرفين

$$X^2 - 4X + 4 = 18$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 4\right)^2 = (2)^2 = 4$$

$$(X - 2)^2 = 18$$

$$b- (X - 2)^2 = 18$$

$$X - 2 = \pm\sqrt{18}$$

$$X = \pm\sqrt{18} + 2 \quad \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}$$

The set solution is  $\{2 \pm 3\sqrt{2}\}$

ويمكن إيجاد حل المعادلة بواسطة الآلة الحاسبة mode  $5 \rightarrow 3 \rightarrow$

\* حل المعادلة التربيعية باستخدام القانون العام :

مهم جداً حفظ القانون

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ويسمى ما تحت الجذر بالميز ( Discriminant ) مهم جداً

$$b^2 - 4ac$$

**Example :-**

$$X^3 + 8 = 0$$

$$(a^3 + b^3) = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(X + 2)(X^2 - 2X + 4) = 0$$

$$X + 2 = 0 \quad \text{or} \quad \underline{X^2 - 2X + 4} \longrightarrow$$

$$X = -2$$

$$a = 1, \quad b = -2, \quad c = 4$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$= x \approx 1 \pm i\sqrt{3}$$

$$\text{The set solution } \{-2, 1 \pm i\sqrt{3}\}$$

هنا دالة تكعيبه بالتالي ن فك  
التكعيب باستخدام القانون التالي

دالة تربيعية نحلها بأحد الطرق  
السابقة وهنا سوف نختار  
القانون العام



الجزئية المهمة في هذا الدرس وتأتي في الامتحانات :

هو عدد الحلول ونوع الحلول في جدول ص 69

المميز Discriminant	عدد الحلول Number of solution	نوع الحلول Type of solution
Positive , perfect square المميز موجب و مربع كامل , $\sqrt{9} = 3$ , $\sqrt{16} = 4\sqrt{4} = 2$	Two	Rational
Positive but not perfect square موجب وليس مربع كامل , $\sqrt{12}$ , $\sqrt{10}\sqrt{5}$	Two	Irrational
Zero	One ( double solution )	Rational
Negative سالبة	Two	Non real complex

Example :- مهم جداً → ص 69

Determine the number of distinct solution and tell whether they are rational , Irrational , complex number

a-  $5X^2 + 2X - 4$

$$\sqrt{b^2 - 4ac} \quad a = 5, b = 2, c = -4$$

$$= \sqrt{(2)^2 - 4(5)(-4)}$$

$= \sqrt{84} \rightarrow$  Positive and perfect square

# of solution tow type of solution Irrational

b-  $X^2 - 10 = -25$

$$X^2 - 10X + 25 = 0$$

$$a = 1, b = -10, c = 25$$

$$= 0\sqrt{(-10)^2 - 4(1)(25)}$$

# of solution ( one ) type of solution Rational

c-  $2X^2 - X + 1 = 0$

$$a = 2, b = -1, c = 1$$

$$\sqrt{(-1)^2 - 4(2)(1)}$$

$$= \sqrt{-7}$$

Negative

# of solution = 2 type of solution Non real

### 1- Factor $2X^2 + 3X - 5$ عوامل المعادلة التالية

\* يمكن إيجادها بأحد الطرق الثلاثة السابقة أو عن طريق الآلة الحاسبة

$$(X - 1) (2X + 5)$$

في الآلة تعطي النتيجة كالتالي  $X = 1$  ,  $X = -\frac{5}{2}$   
↓ عكس الإشارة      ↓ عكس الإشارة  
 $(X - 1)$        $(2X + 5)$

### 2- Use the quadratic to solve this equation

المعادلة      هذه      لحل      القانون العام      استخدام

$$4X^2 - 3X + 3 = 0$$

$$a = 4 , b = -3 , c = 3$$

$$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(4)(3)}}{2(4)} = \frac{+3 \pm \sqrt{-39}}{8} = \frac{+3 \pm i\sqrt{39}}{8} x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

الحل

### 3- The set solution of $-27X = X^3 - 12X^2$ is

$$X^3 - 12X^2 + 27X = 0$$

الحل :- نأخذ عامل مشترك  $X (X^2 - 12X + 27) = 0$

بالآلة  $X = 0$  or  $X^2 - 12X + 27 = 0$

$$(X - 9) (X - 3)$$

$$X = 9 \quad X = 3 \rightarrow \text{The set solution } \{ 0, 3, 9 \}$$

### 4- The root of $X^2 = 5X + 2$ are

**الحل :-** في حالة طلب Factor set solution فحل يكون بالطرق الثلاثة السابقة  
وهنا سوف استخدم القانون العام ومن ثم تأكد من الحل بالآلة الحاسبة .

\* أولاً نضعها في الصورة القياسية  $aX^2 + bX + c = 0$

$$X^2 - 5X - 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)} = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{2}$$

5- What are the factor of this quadratic ?

$$8X^2 - 6X - 5 = 0$$

ماهي عوامل المعادلة التربيعية في الآلة 3 → 5 → mode

$$(4X - 5) (2X + 1)$$

6- The equation  $X - 1 = 0$  is called linear equation .

## Inequalities → المتباينات

less than , > → greater than <→

less than or equal , ≥ → greater than or equal ≤→

**\*\* ملاحظة مهمة**

عند الضرب أو القسمة على عدد سالب نغير اتجاه المتباينة

**مهم معرفة أسماء المعادلات**

$$ax + b > 0 \rightarrow \text{or } 3X + 4 < 0$$

دالة (( متباينة من الدرجة الأولى هذا يعني أنها متباينة خطية ))

$$3X + 4 < 0 \rightarrow \text{linear inequality}$$

Solve  $-3X + 5 > -7$

$$-3X > -7 - 5$$

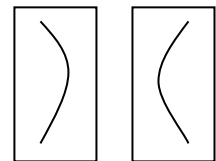
$$\frac{-3X}{-3} > \frac{-12}{-3} \quad \text{قسما على عدد سالب نغير اتجاه المتباينة}$$

$$X < 4$$

و لتمثيل مجموعة حل على شكل أقواس أو interval notation تكون كالتالي  $X < 4$  تعني أن X جميع الأعداد الأقل من 4

**1-** عندما تكون المتباينة بدون علامة مساواة تعني أنها مفتوحة ويرمز لها

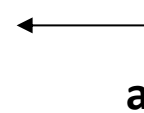
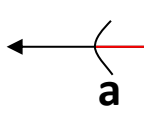
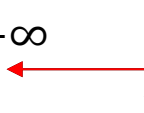
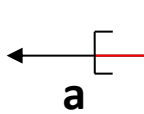
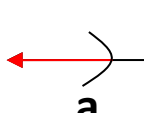
$$(-\infty, 4)$$

بالرمز : 



$$\{x|x < 4\}$$

جدول ص 73 — مهم جداً

Type of interval	Set	Interval notation	Graph
Open interval الفترة المفتوحة	$\{x x > a\}$	$(a, \infty)$	
Open interval الفترة المفتوحة	$\{x a < x < b\}$	$(a, b)$	
Open interval الفترة المفتوحة	$\{x x < b\}$	$(-\infty, b)$	
Closed interval	$\{x a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
Disjoint interval	$\{x x < a \text{ or } x > b\}$	$(-\infty, b) \text{ or } (b, \infty)$	

### Homework 1

$$4 - 3X \leq 7 + 2X$$

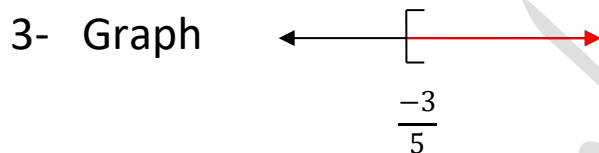
$$-2X - 3X \leq 7 - 4$$

$$\frac{-5X}{-5} \leq \frac{3}{-5} \rightarrow X \geq \frac{-3}{-5}$$

تمثيلها على 3 أشكال ( set , interval notation or graph )

1- Set  $\{x | x \geq \frac{-3}{-5}\}$

2- interval notation  $[\frac{-3}{5}, \infty)$



## Homework 2

$$-2 < 5 + 3X < 20$$

$$-5 - 2 < 3X < 20 - 5$$

بالقسمة على 3  $\frac{-7}{3} < \frac{3X}{3} < \frac{15}{3}$

$$\frac{-7}{3} < X < 5$$

The solution in interval notation  $(\frac{-7}{3}, 5)$

**\*\* Quadratic inequality :- المتباينة التربيعية**

$$aX^2 + bX + c < 0$$

**Example :-**

$$\text{Solve } X^2 - X - 12 < 0$$

**أولاً :** نقوم بتحليل المتباينة إلى عواملها وذلك بالآلة الحاسبة أو القانون العام

$$X = -3 , \quad X = 4$$

**ثانياً :** لتحديد منطقة الحل نرسم خط الأعداد



**ثالثاً :** منطقة الحل إما أن تكون B أو (A, C) ولمعرفة هذه المنطقة نأخذ قيم

في كل منطقة ونعوض في المعادلة ونرى هل تحقق أو لا

1-  $A \rightarrow ((-5))$  نعوض  $\rightarrow (5)^2 - 5 - 12 < 0 \rightarrow \underline{8 < 0}$  حل غير منطقي

2-  $B \rightarrow ((0))$  نعوض  $\rightarrow (0)^2 - 0 - 12 < 0 \rightarrow \underline{-12 < 0}$  حل منطقي

إذا منطقة الحل هي B (-3, 4) فترات مفتوحة لأن المتباينة ليس مساواة

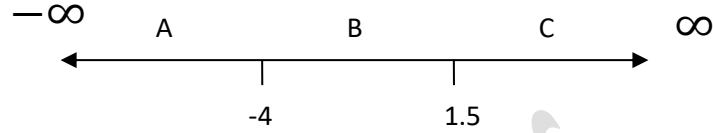
---

Solve :-  $2X^2 + 5X - 12 \geq 0$

1- تقوم بتحليل المتباينة

$$X_1 = \frac{3}{2} = 1.5 , X_2 = -4$$

2- تحديد منطقة الحل على خط الأعداد



3- نختار 3 قيم من كل C , B , A

حل منطقي

$$A = -5 \rightarrow \begin{array}{l} \text{نعوض} \\ \text{في المتباينة} \end{array} \rightarrow 2(-5)^2 + 5(-5) - 12 \geq 0 \rightarrow 13 \geq 0$$

حل غير منطقي

$$B = 0 \rightarrow 2(0)^2 + 5(-5) - 12 \geq 0 \rightarrow -12 \geq 0$$

حل منطقي

$$C = 3 \rightarrow 2(3)^2 + 5(3) - 12 \geq 0 \rightarrow 21 \geq 0$$

إذا منطقة الحل هي C , A

$$X \leq -4 \quad \text{or} \quad X \geq \frac{3}{2}$$

So the set solution  $(-\infty, -4] \cup [\frac{3}{2}, \infty)$

و دائما عند  $-\infty - \infty$  , فترات مفتوحة

\*\* Rational inequalities :- المتباينة النسبية



وهي متباينات تكون على شكل كسر أي بسط ومقام .

$$\frac{2X - 1}{3X + 4} \geq 1 \quad \text{مثل :-}$$

## Homework 2

$$\text{Solving } \frac{5}{x+4} \geq 1$$

1- أولاً لحل متباينات نسبية نضع جميع الحدود في جهة واحدة

$$\frac{5}{x+4} - 1 \geq 0$$

2- نوجد المقامات

$$\frac{(1) * 5}{(1) * x + 4} - \frac{1 * (x+4)}{1 * (x+4)} = \frac{5 - x - 4}{x + 4} \geq 0 = \frac{-x + 1}{x + 4} \geq 0$$

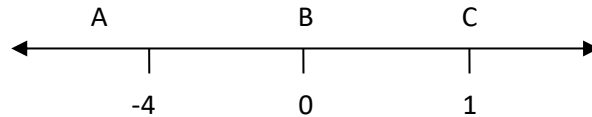
3- ومن ثم نأخذ البسط والمقام و نساويه بالصفر

$$-X + 1 = 0 \quad \text{or} \quad X + 4 = 0$$

$$-X = -1 \quad X = -4$$

$$X = 1$$

4- تحديد منطقة الحل وذلك بالرسم على خط الأعداد



5- نأخذ قيم افتراضية في منطقة A , B , C ولنفترض أخذ من B قيمة =  
صفر نعوض بها بالمتباينة

$$\rightarrow \frac{5}{4} \geq 1 \rightarrow 1.25 \geq 1 \frac{5}{0+4} \geq 1 \quad \text{حل منطقي}$$

So the set solution in interval notation  $\rightarrow (-4, 1]$

**ملاحظة مهمة جداً** لماذا عند قيمة -4 فترة مفتوحة وعند 1 فترة مغلقة ؟

\* ذلك لأن -4 تجعل المقام غير معرف وبالتالي يجب استبعادها (excluded) , و قيمة 1 لا تؤثر فيجب ضمها مع الفترة .

**\*\* سؤال امتحان مهم جداً**

The set solution  $\frac{3x+4}{2x-1} \leq 0$  is

أولاً هنا نجد أن جميع الأطراف في جهة واحدة بالتالي ننتقل للخطوة الثانية .

نأخذ البسط و نساويه بالصفر والمقام و نساويه بالصفر

$$3X + 4 = 0 \quad \text{or} \quad 2X - 1 = 0$$

$$\frac{3X}{3} = \frac{-4}{3}$$

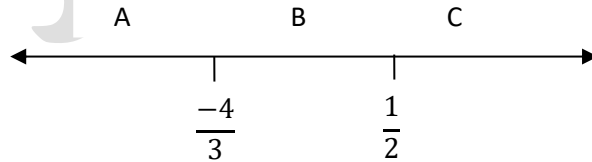
$$2X = 1$$

$$X = \frac{-4}{3}$$

$$X = \frac{1}{2}$$

مغلقة على حسب  
المتباينة اللي عندي

قيمة المقام يجب  
وضع فترة مفتوحة  
عندها



نفرض أخذنا -2 و نعوض  
في المتباينة

$$\frac{3(-2) + 4}{2(-2) - 1} \leq 0$$

$$0.4 \leq 0$$

حل غير منطقي

نفرض  $X = 0$

$$-4 \leq 0 \frac{3(0)+4}{2(0)-1} \leq 0 \quad \text{حل منطقي}$$

إذاً منطقة الحل هي B

$$\text{So The set solution } \left[ \frac{-4}{3}, \frac{1}{2} \right)$$

نفرض  $X = 3$

$$\frac{3(3) + 4}{2(3) - 1} \leq 0$$

حل غير منطقي

أسئلة الامتحانات في هذا الدرس

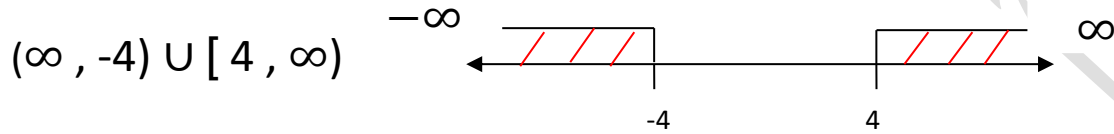
1- Write  $X < -4$  or  $X \geq 4$  in interval notation

أكتب

على صيغة الأقواس

**الحل:** تكون على صيغة interval notation كالتالي بالأقواس

جميع الأعداد الأكبر من 4  $\leftarrow X \geq 4$  , جميع الأعداد الأقل من -4  $\leftarrow X < -4$



2- Solve  $6 \leq X - 2 < 14$  and Write inter notation

$$+2 + 6 \leq X < 14 + 2$$

$$8 \leq X < 16 \rightarrow X < 16 , X \geq 8 \text{ inter notation } (16, \infty) [8, \infty)$$

3- Which of the following represent  $X \leq -5$  or  $X > 1$



4- Solve  $-3(X + 4) + 2X < 6$

$$-3X - 12 + 2X < 6$$

$$-X < 6 + 12$$

$$\frac{-X}{-1} < \frac{18}{-1}$$

$$X > 18$$

$$(-18, \infty)$$