♦ الجلسات الامتحانية ..دمشق 2022 ♦

جلسة مراجعة التحليل

السؤال الأول: ليكن C الخط البياني للتابع المعرف على R وفق: $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ والمطلوب:

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
2. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ و الخط C

السؤال الثاني: حل المعادلة: $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في R

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ علماً أن الخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$

السؤال الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-3\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$ والمطلوب:

1. اكتب التابع f بالشكل: $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$
2. أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$
3. احسب $\int_0^2 f(x)$

السؤال الخامس: أثبت أن: $\frac{x^2-1}{x^2+1} \le \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} \le 1$

ثمّ استنتج $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1}$

السؤال السادس: ليكن التابع : $x \to f(x) = x - \ln x$ المعرف على $I =]0, +\infty[$ والمطلوب:

1. جد $f(1)$ ، واحسب $f'(x)$ على هذا المجال ثمّ $f'(1)$
2. ما نهاية $\lim_{x\to1} \frac{x-\ln x-1}{x-1}$
3. استنتج مشتق التابع $h(x) = \sqrt{x} - \ln\sqrt{x}$ واستنتج مشتق التابع $f(\ln x)$

السؤال السابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-2, 2\}$ وفق: $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2-4}$ والمطلوب:

1. ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الكبرى محلياً ، وأوجد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C يوازي المحور xx' أو يوازي المحور yy'
2. ارسم كل مقارب وجدته للخط C ثمّ ارسم C

هام جداً : راجع شرح تابع الجزء الصحيح و حالات استنتاج خط بياني من مكتبة طريقك نحو ال600 صفحة 39 و 40

السؤال الثامن: ليكن f المعرف على المجال $]2, +\infty[$ وفق: $f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$

1. ادرس تغيرات f على المجال $]2, +\infty[$ ونظم جدولاً بها
2. أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً
3. اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3
4. هل يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $y = x$

السؤال التاسع: أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$

ثمّ أعط عدداً حقيقياً α يحقق الشرط إذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9, 3.1[$

السؤال العاشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$ والمطلوب:

1. ادرس تغيرات التابع f وننظم جدولاً بها واستنتج المقارب الموازي لمحور الفواصل وادرس وضع C بالنسبة إليه
2. ارسم كل مقارب وجدته وارسم C

السؤال الحادي عشر: أثبت أن للمعادلة $x^3 + x + 1 = 0$ حلاً وحيداً α في R ثمّ بيّن $\alpha \in]-1, 0[$

السؤال الثاني عشر: ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = xe^{-x}$ والمطلوب:

1. احسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\, d(x)$
2. أثبت أن التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = e^{-x}$

السؤال الثالث عشر: حل المعادلة $4^x = 5^{x+1}$

السؤال الرابع عشر: ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{-x}{2}})$

1. أثبت أن التابع f زوجي واستنتج الصفة التناظرية للخط C
2. ادرس تغيرات f ونظم جدولا بها
3. ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور xx' والمستقيمين $x = -1$ ، $x = 1$
4. احسب حجم المجسم الناتج عن دوران السطح السابق دورة كاملة حول xx'

السؤال الخامس عشر: ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x)=\frac{x^2+|x|}{x^2+1}$ والمطلوب:

1. ما نهاية التابع f عند $-\infty$
2. ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني C_f في النقطة $A(0,0)$

السؤال السادس عشر: حل في R:

① $\ln(x-1)=\ln(x+1)+\ln x$

② $\ln|x-2|+\ln(x+4)=3\ln 2$

السؤال السابع عشر: إذا كان $f(x)=\frac{\cos x-1}{x^2}+\frac{1}{2}$ أياً يكن x من R^* ، أوجد نهاية التابع f عند الصفر

السؤال الثامن عشر: أولاً: ليكن التابع g المعرف على R وفق: $g(x)=e^x+2-x$

ادرس اطراد التابع g واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x)>0$

ثانياً: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x)=x+\frac{x-1}{e^x}$

1. أثبت أن $f'(x)=\frac{1}{e^x}g(x)$
2. بيّن أن للمعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0<\alpha<\frac{1}{2}$
3. أثبت أن المستقيم Δ: $y=x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي

السؤال التاسع عشر: ليكن التابع $f(x)=e^x-1$

1. حل المتراجحة $f(x)\le 0$
2. احسب $\int_0^{\ln 2} f(x)\,d(x)$

السؤال العشرون: ليكن f التابع المعرف على R وفق:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & : x\neq 0\\ m & : x=0\end{cases}$$

1. جد نهاية التابع f عند الصفر
2. عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

السؤال الحادي والعشرون: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=ax+b-\frac{\ln x}{x}$

1. عيّن العددين الحقيقين a و b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y=3x$
2. من أجل $a=4$ و $b=-4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=4x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

السؤال الثاني والعشرون: أثبت أنه أياً كانت $x\ge 0$ فإن $\ln x\le x$

السؤال الثالث والعشرون:

ليكن التابع $f(x)=x\ln x-x$ المعرف على $]0,+\infty[$

1. ادرس التغيرات
2. برهن للمعادلة $x\ln x-x=1$ حل وحيد في المجال $]0,+\infty[$
3. ارسم الخط البياني للتابع

السؤال الرابع والعشرون: حل مايلي:

① $(e^x-4)(e^x-1)\le 0$

② $e^{2x^2+3}=e^{7x}$

③ $\frac{e^x}{1-2e^x}=5$

جلسة مراجعة المتتاليات

السؤال الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n=3n+1$

1. أثبت أنها حسابية وعيّن أساسها ثم احسب المجموع $u_0+u_1+u_2+\cdots u_{14}$
2. برهن أن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ متزايدة تماماً

السؤال الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ المعرفة بالعلاقة: $u_0=2$ و $u_{n+1}=2u_n-3$

نعرّف المتتالية $(v_n)_{n\ge 0}$ حيث $v_n=\frac{1}{u_n-3}$

1. أثبت أن (v_n) هندسية ثم عيّن أساسها وحدها الأول
2. اكتب u_n بدلالة n

السؤال الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ المعرفة وفق: $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{2u_n}{u_n+1}$

1. أثبت أن $u_n\ge u_{n+1}\ge 1$
2. استنتج أن (u_n) متناقصة

السؤال الرابع: $(u_n)_{n\ge 0}$ متتالية حسابية فيها $u_1=6$ و $u_0=-2$

1. أوجد أساس المتتالية ثم اكتب u_n بدلالة n
2. احسب المجموع $S=u_2+u_3+\cdots u_{10}$

السؤال الخامس: $(u_n)_{n\ge 0}$ متتالية هندسية فيها $u_0=-2$ و $q=2$

1. احسب u_5
2. احسب المجموع $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} S_n$

والفيزياء والكيمياء موجودة حصراً بمكتبة هجرا

السؤال السادس: لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان كما يلي:

$v_n = u_n + \frac{1}{4n}$ و $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$

أثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتين

السؤال السابع لتكن المتتاليتان المعرفتان وفق:

$u_n = 1 + \frac{1}{n^2}$ و $t_n = 1 - \frac{1}{n}$ ، أثبت أنهما متجاورتان ثم بيّن نهايتهما المشتركة

السؤال الثامن: ليكن n عدد طبيعي اثبت بالتدريج :

$4^n + 5$ مضاعف للعدد 3

السؤال التاسع: لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق

$S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots \frac{1}{3^n}$ والمطلوب:

1. أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.
2. أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n})$ ، ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنها متقاربة

السؤال العاشر: نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$ والمطلوب :

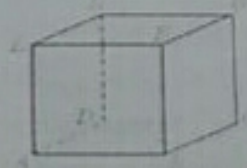
1. أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2, +\infty[$
2. أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أياً كان العدد الطبيعي n
3. استنتج أن المتتالية متقاربة واحسب نهايتها

جلسة مراجعة الهندسة

السؤال الأول:

1. اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$
2. تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P: X - Y + Z + 3 = 0$ يمس الكرة S

السؤال الثاني: في الشكل المجاور: ABCDEFGH مكعب طول حرفه 2 ، نتأمل المعلم المتجانس $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$ ، $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$



1. اكتب معادلة المستوي (GBD)
2. اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC)
3. جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD)
4. جد إحداثيات النقطة M التي تحقق: $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$
5. أثبت تعامد المستقيمين (EC) و (HM)

السؤال الثالث:

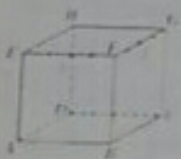
اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d' :

$$d: \begin{cases} X = t + 1 \\ Y = -3t + 2 \\ Z = -3t + 3 \end{cases} \quad ; t \in \mathbb{R}$$

$$d': \begin{cases} X = 5 \\ Y = -3s \\ Z = -s + 1 \end{cases} \quad ; s \in \mathbb{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوي واحد؟ علل إجابتك..

السؤال الرابع : نتأمل في المعلم المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطتين A(2,0,1) و B(1,2,1) والمطلوب: اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$



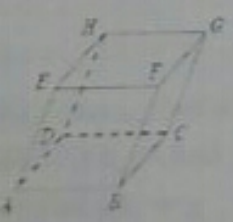
السؤال الخامس: ① $ABCDEFGH$ مكعب I منتصف $[EF]$، J منتصف $[FG]$ في كل من الحالات الآتية ، حدد موقع النقطة N المحققة للمساواة الشعاعية المفروضة

1. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FJ}$
2. $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{EI}$

② أثبت صحة المساواة الشعاعية في كل من الحالات الآتية

1. $\vec{0} = \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BE}$
2. $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FG}$

السؤال السادس:



$ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه $AB = 2$ و $BC = GC = 1$ وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$ والنقطة I منتصف $[FE]$ والمطلوب:

1. احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$
2. عيّن موضع النقطة M التي تحقق العلاقة: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

السؤال السابع

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط
$A(2,1,3)$ ، $B(1,0,-1)$ ، $C(4,0,0)$ ، $D(0,4,0)$ ،
$E(1,-1,1)$

1. جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$.
2. أثبت أن النقاط C,D,E ليست واقعة على استقامة واحدة
3. أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE)
4. اكتب معادلة المستوي (CDE)
5. احسب بعد B عن المستوي (CDE)
6. اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE)

السؤال الثامن:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط التالية:
$A(0,2,-2)$ ،
$B(-1,2,-1)$، $C(-2,1,1)$، $D(0,3,-3)$

1. أثبت أن النقاط A,B,C,D تقع في مستوي واحد
2. أثبت أن النقاط D,C,B تقع على استقامة واحدة

السؤال التاسع:

عيّن طبيعة مجموعة النقاط $M(X,Y,Z)$ التي تحقق: $X^2+Y^2+Z^2-2X+6Y-2=0$

السؤال العاشر:

ليكن $S-ABCD$ هرم قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 5 وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 5 ولتكن O مرتسم S القائم على القاعدة والمطلوب :

1. احسب $\overrightarrow{SD}.\overrightarrow{SC}$
2. احسب طول القطر BD ثمّ احسب $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DS}$
3. عيّن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D,2)$ ، $(C,3)$ ، $(S,1)$

السؤال الحادي عشر:

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(2,1,-2)$ ، $B(7,-2,0)$ والشعاعان $\vec{u}(2,-1,0)$ ، $\vec{v}(-3,1,2)$ والمطلوب:

1. أثبت أن الأشعة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطياً
2. اكتب معادلة المستوي الذي يقبل $\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ شعاعي توجيه له ويمر من A

السؤال الثاني عشر:

لتكن النقاط $A(1,0,-1)$ ، $B(2,2,3)$، $C(3,1,-2)$، $D(-4,2,1)$ بيّن مع التعليل صحة أو خطأ المقولات التالية

1. المثلث ABC قائم
2. النقاط A,B,C ليست على استقامة واحدة المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)

السؤال الثالث عشر:

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=4$ و $CG=2$ و $BC=2$ والنقطة I منتصف AB والنقطة J منتصف CG ولدينا المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب:

1. اكتب معادلة المستوي (IFH)
2. جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط (A,α) ، (B,β) ، (C,γ)
3. برهن أن الأشعة $\overrightarrow{AF}$ و $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{DB}$ مرتبطة خطياً
4. جد إحداثيات M التي تحقق: $\overrightarrow{EM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$
5. احسب بعد G عن المستوي (IFH) ثمّ أوجد مسقطه القائم على المستوي (IFH)

السؤال الرابع عشر:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط
$A(1,0,-1)$
$B(2,2,3)$، $C(3,1,-2)$، $D(-4,2,1)$

1. أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته
2. أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم المستوي (ABC) واستنتج معادلة المستوي(ABC)
3. احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثمّ احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

السؤال الخامس عشر:

في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$
$B(1,2,1)$، $C(4,0,0)$ والمطلوب:

1. أثبت أن النقاط A,B,C ليست على استقامة واحدة
2. أثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $X+2Y-3Z-4=0$
3. ليكن المستويان Q و P معادلتهما

$P: X-2Y-Z-4=0$

$Q: 2X+3Y-2Z-5=0$

أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d ذو التمثيلات الوسيطية التالية:

♦ الجلسات الامتحانية .. دمشق 2022 ♦

$$d:\begin{cases}X=t-2\\Y=3\\Z=t\end{cases};\ t\in R$$

4. ماهي نقطة تقاطع المستويات Q و P و (ABC)
5. احسب بعد A عن المستقيم d

جلسة مراجعة العقدية

السؤال الأول:

ليكن العددان العقديان : $Z_1=1+\sqrt{3}\,i$ و $Z_2=1+i$ والمطلوب:

1. اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد Z_1 و Z_2 و $\frac{Z_1}{Z_2}$
2. اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$ ، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$

السؤال الثاني: لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $Z=-1+i$ والمطلوب:

1. أثبت أن Z^8 عدداً حقيقياً
2. جد العدد Z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A\ (1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ واكتبه بالشكل الأسي

السؤال الثالث: احسب جداء الضرب

$$(Z^2+2Z-3)(Z^2+2Z+5)$$

ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^4+4Z^3+6Z^2+4Z-15=0$

السؤال الرابع: في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A و B و C و M التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a=-i$ ، $b=1-i$ ، $m=-1+i$ ، $d=2i$ والمطلوب:

1. مثّل الأعداد $a=-i$ و $b=1-i$ و $m=-1+i$ و $d=2i$ في المستوي
2. احسب العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة النقطة D وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$
3. أثبت أن النقاط B و O و M تقع على استقامة واحدة.
4. احسب $\arg\left(\frac{d-c}{m}\right)$ واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان
5. حلل في C ما يلي إلى عوامل خطية من الدرجة الأولى:

$$Z^3+Z^2+4\ Z29$$

6. عيّن العددين العقديين Z و W المحققان لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases}2Z-W=-3\\2\bar{Z}+\bar{W}=-3+2\sqrt{3}\,i\end{cases}$$

7. أوجد e صورة m وفق تحاكي مركزه b ونسبته -3
8. أوجد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $Z=3+4\,i$

السؤال الخامس:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A,B,C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ ، $b=-4+4i$ ، $c=-4i$ على الترتيب والمطلوب :

1. احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين
2. جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$
3. جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربع

السؤال السادس: ليكن لدينا كثير الحدود $p(z)=z^3-3z^2+3z+7$ والمطلوب :

1. أثبت أن $p(-1)=0$
2. اكتب $p(z)$ بالشكل $p(z)=(z+1)Q(z)$
3. حل المعادلة $p(z)=0$
4. A,B,C ثلاث نقاط تمثل حلول المعادلة ، أثبت أن المثلث ABC متساوي الأضلاع

جلسة مراجعة التحليل التوافقي + الاحتمالات

السؤال الأول:

في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة

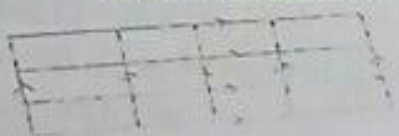
السؤال الثاني:

في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال ، بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من رئيس ونائب رئيس وأمين سر؟

السؤال الثالث: في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة:

1. بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟
2. بكم طريقة يمكن الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية؟

السؤال الرابع: في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب، احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة



دورة دجيل بمكتبة هجيل بحمشة بالمهاجرين-٤

السؤال الخامس: صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء نسحب عشوائيا ثلاث كرات معاً، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب:

1. نظم جدول القانون الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري
2. أعد المسألة السابقة في حال السحب على التتالي مع إعادة

السؤال السادس: عيّن في منشور $(x^2 - \frac{2}{x})^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x

السؤال السابع: نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$ ، نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار ، اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X، واكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي وتباينه

السؤال الثامن: صندوق يحوي 11 كرة متماثلة فيها 7 كرات خضراء و واحدة بيضاء و3 كرات حمراء نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين على التتالي مع إعادة ونتأمل المتحول العشوائي X الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة والمطلوب، عيّن قيم المتحول العشوائي X ثمّ نظم جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه الرياضي

السؤال التاسع: يحوي صندوق 6 بطاقات مرقمة بالأرقام $1,2,3,4,5,6$ نسحب منه عشوائيا بطاقتين على التتالي دون إعادة. ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على أصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين والمطلوب:

1. عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي
2. احسب التوقع الرياضي $E(X)$ والتباين $V(X)$

السؤال العاشر: أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X,Y) علما أن المتحولين العشوائيين X ، Y مستقلان احتماليا

X \ Y	0	1	2
0			
1			0.04
2			

السؤال الحادي عشر: ليكن B و A حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور...
كيف نختار P حتى يكون الحدثان B و A مستقلين احتماليا

السؤال الثاني عشر: يشتري أحد المحلات 70% من قطع الغيار التي يحتاجها من المصنع A ويشتري الباقي من المصنع B...نفترض أن نسبة الإنتاج المعيب في المصنع A هي 5% وفي المصنع B هي 8% نختار عشوائيا قطعة غيار من المحل والمطلوب:

1. أوجد احتمال أن تكون القطعة معيبة
2. إذا كانت القطعة معيبة، فما احتمال أن تكون من إنتاج المصنع B

السؤال الثالث عشر: نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربع وجوه ملونة بالأسود و وجهان ملونان بالأحمر نلقي الحجر خمس مرات متتالية وليكن X متغير عشوائي يقرن بنتيجة التجربة عدد الوجوه السوداء والمطلوب:

1. اكتب مجموعة قيم المتغير X
2. احسب قانون X الاحتمالي ونظم جدولاً به

السؤال الرابع عشر: عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقق الشرط المعطى في الحالات الآتية :

❶ $\binom{n}{2} = 36$ ❷ $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$

❸ $\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$

السؤال الخامس عشر: ليكن x متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية..الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات و $P(X=0) = \frac{1}{27}$ و $P(X=1) = \frac{6}{27}$

x_i			
$P(X=x_i)$			

1. جد $P(X=2)$ و $P(X=3)$
2. احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟
3. احسب تباين المتحول العشوائي X ؟

السؤال السادس عشر: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم : $0,1,2,3,4,5$ والمطلوب:

1. ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل

كتاب 2022 لمواسد الرياضيات والفيزياء والكيمياء موجودة حصرياً بمكتبة هدبل بحمشق بالمهاجرين - عفيف

♦ الجلسات الامتحانية ..دمشق 2022 ♦

2. ماهو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى

السؤال السابع عشر: يحتوي صندوق على خمس كرات مرقمة بالأرقام 1,2,3,4,5 نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة :

1. كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب
2. كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي

السؤال الثامن عشر: يحتوي صندوق على خمس كرات،ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0,1,2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0,1 نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق:

1. الحدث A: الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته، احسب P(A)
2. نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين
3. عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثمّ احسب توقعه الرياضي

السؤال التاسع عشر: نتأمل صندوقاً يحتوي على ثلاث كرات سوداء وأربع كرات حمراء. نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق ثمّ نضاعف عدد الكرات من لونها في الصندوق. وبعدئذ نسحب مجدداً كرة من الصندوق لنرمز بالرمز R_2 إلى الحدث: (الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون) وليكن R_1 الحدث: (الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون)

1. أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة
2. احسب احتمال الحدث R_2
3. إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء اللون؟

السؤال العشرون : تتألف عائلة من أربعة أطفال. نقبل أنه عند كل ولادة احتمال ولادة طفل ذكر يساوي احتمال ولادة طفل أنثى. ونفترض أن الولادات المتتالية هي أحداث مستقلة احتمالياً. نرمز A و B و C إلى الأحداث:

A : (للأطفال الأربعة الجنس نفسه)

B : (هناك طفلان ذكران وطفلتان)

C : (الطفل الثالث أنثى)

1. احسب احتمال وقوع كل من الأحداث A وB و C
2. احسب $P(A \cap C)$ ثمّ $P(C|A)$ أيكون الحدثان A و C مستقلين احتمالياً؟
3. احسب $P(B \cap C)$ ثمّ $P(C|B)$ أيكون الحدثان B و C مستقلين احتمالياً؟

السؤال الواحد و العشرون : عين قيمة n في المعادلة الآتية $P_{n+2}^{4} = 14P_{n}^{3}$

السؤال الثاني و العشرون : ترمي سعاد حلقتين لادخالهما في وتر ، احتمال نجاح سعاد في الحلقة الأولى يساوي احتمال فشلها . إذا نجحت بالحلقة الأولى فإن احتمال نجاحها بالثانية $\frac{1}{3}$ و إذا فشلت في الأولى فإن احتمال فشلها في الثانية $\frac{4}{5}$

و المطلوب : 1. ارسم مخططاً شجرياً ثمّ احسب احتمال نجاح سعاد في الحلقة الثانية

2. اذا علمت أنها نجحت في الحلقة الثانية ما احتمال نجاحها في الأولى (النجاح A ، الفشل B)

مخطط حالات السحب

نوع السحب	الترتيب	القانون	المقام	العكس
السحب معاً	لا يوجد أهمية للترتيب	توافق $\frac{(\ )}{(\ )}$	توافق	لا يوجد عكس (3,2) هي نفسها (2, 3)
على التتالي دون إعادة	يوجد أهمية للترتيب	المبدأ الأساسي $\frac{}{5} \times \frac{}{4}$ تكرر بحسب عدد الأشياء المسحوبة	يتناقص	يوجد عكس (2,3) مختلفة عن (3,2)
على التتالي مع إعادة	يوجد أهمية للترتيب	المبدأ الأساسي $\frac{}{5} \times \frac{}{5}$ تكرر بحسب عدد الأشياء المسحوبة	لا يتناقص	يوجد عكس (2,3) مختلفة عن (3,2)

* : ك جلسة القليل

السؤال الأول :

1

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim x + \lim \frac{x}{\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x^2})}}$$

$$= +\infty + \lim \frac{x}{\sqrt{x^2}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

$$= +\infty + \lim \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

$$= +\infty + \frac{1}{\sqrt{1+0}} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty + \lim \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

$$= -\infty - \frac{1}{1} = -\infty$$

2

$$f(x) - y_\Delta = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - (x+1)$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 \Rightarrow \lim f(x) - y_\Delta =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$$

$$= \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} - 1 = \frac{1}{1} - 1 = 0$$

$\Rightarrow y = x + 1$ مقارب مائل في $+\infty$

3 ندرس دشارة الفرق

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 < 0$$

لأن $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} < 1 \Rightarrow$ الخط (C_f) تحت المقارب

السؤال الثاني :

$$9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$$

$$(3^x)^2 + 3 \cdot 3^x - 4 = 0$$

$$(3^x + 4)(3^x - 1) = 0$$

أو $3^x + 4 = 0 \Rightarrow 3^x = -4$ مستحيلة

$$\Rightarrow \ln 3^x = \ln -4$$

أو $3^x - 1 = 0 \Rightarrow 3^x = 1$

$$\Rightarrow \ln 3^x = \ln \Rightarrow x \ln 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

السؤال الثالث :

$y' = ay + b \Rightarrow y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$

$2y' + 3y = 0$

نشكل y' : $2y' = -3y$

$$y' = \frac{-3}{2}y \Rightarrow y = ke^{-\frac{3}{2}x}$$

* الخط البياني يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$

$$1 = ke^{-\frac{3}{2}\ln 4}$$

$$1 = ke^{\ln(4)^{-\frac{3}{2}}}$$

نحسب k :

$$\Rightarrow 1 = k(4)^{-\frac{3}{2}}$$

$$k = \frac{1}{4^{-\frac{3}{2}}} = 4^{\frac{3}{2}}$$

$$= \sqrt{(4)^3} = 8$$

$$\Rightarrow y = 8e^{-\frac{3}{2}x}$$

السؤال الرابع:

1) نقسم البسط على المقام ثم نبسط:

$f(x) =$ ناتج القسمة $+ \frac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$

2) نوحد $f(x) - 0$ ثم نبرهن أن البسط سالب تماما الصفر.

3) $\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 \left[x - 1 + \frac{1}{x-1}\right] dx$

$= \left[\frac{x^2}{2} - x + \ln(x-1)\right]_0^2 = \dots$

السؤال الخامس:

$-1 \leq \cos e^x \leq +1$

نضيف x^2:

$x^2 - 1 \leq x^2 + \cos e^x \leq x^2 + 1$

نقسم على x^2+1:

$\frac{x^2-1}{x^2+1} \leq \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} \leq \frac{x^2+1}{x^2+1}$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = 1$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{x^2+1} = 1$

$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} = 1$

السؤال السادس:

1)

$f(1) = 1 - \ln(1) = 1 - 0 = 1$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x}$

$f'(1) = 1 - \frac{1}{1} = 0$

2)

$\lim_{x\to1} \frac{x - \ln x}{x-1} = 0$

3) نلاحظ أن:

$h(x) = f(\sqrt{x})$

$h'(x) = f'(\sqrt{x})\,(\sqrt{x})'$

$= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2x}$

استنتاج: $f'(x) = f'(\ln x) \cdot (\ln x)'$

$= \left(1 - \frac{1}{\ln x}\right) \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x \ln x}$

السؤال السابع:

1) التابع مستمر ومستقاق على:

$]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, +\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1 + 0 = 1$;

$x'x$ // مقارب $y = 1$

$\lim_{x\to-2^-} f(x) = 1 + \frac{1}{0^+} = +\infty$

$y'y$ // مقارب $x = -2$

$\lim_{x\to-2^+} f(x) = 1 + \frac{1}{0^-} = -\infty$

$y'y$ // مقارب $x = -2$

$\lim_{x\to2^-} f(x) = -\infty$

$y'y$ // مقارب $x = 2$

$\lim_{x\to2^+} f(x) = +\infty$

$y'y$ // مقارب $x = 2$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

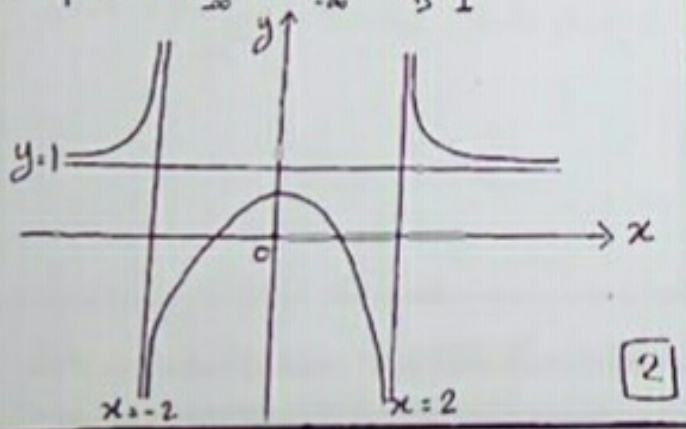
$x'x$ // مقارب $y = 1$

$f'(x) = \frac{2x}{(x^2-4)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 2x = 0$

$\Rightarrow \boxed{x = 0}$

$f(0) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{3}{4}$	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	1



2)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثامن: [1]

f مستمرة واشتقاقية على $]2,+\infty[$

$\lim_{x\to 2} f(x) = -2$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}} > 0$

x	2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	-2	↗	$+\infty$

[2] $f(x)=0$ ، f مستمرة ومتزايدة تماما على $]2,+\infty[$

$f(x)=0 \in f(]2,+\infty[) =]-2,+\infty[$

بالتالي للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في $]2,+\infty[$

[3] $f(3) = 3-4+\sqrt{3-2} = -1+1 = 0$

نقطة $(3,0)$

$m = f'(3)$

$f'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$

$f'(3) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{3-1}} = \frac{3}{2}$

$y = \frac{3}{2}(x-3)$

[4] حل المعادلة $f'(x)=1$ فإذا وجد حلول فإنه يقبل مماسين.

السؤال التاسع:

[1] $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{3}{1} = 3$

[2] $\left|\frac{3x+4}{x+1} - \frac{3}{1}\right| < 0.1$

$\left|\frac{3x+4-3x-3}{x+1}\right| < 0.1$

$\Rightarrow \left|\frac{1}{x+1}\right| < \frac{1}{10} \Rightarrow$

$\frac{1}{x+1} < \frac{1}{10} \Rightarrow x+1 > 10$

$\Rightarrow x > 9$

السؤال العاشر:

$f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (x^2+2x+1)e^{-x}$

$= \lim_{x\to+\infty} \left[e^{-x}x^2 + 2xe^{-x} + e^{-x}\right] = 0$

$y=0$ مقارب أفقي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ | $f(x) - y_0 > 0$: أي

$f'(x) = 2(x+1)\cdot e^{-x} + \left[-e^{-x}(x+1)^2\right]$

$= 2xe^{-x} + 2e^{-x} - x^2e^{-x} - 2xe^{-x} - e^{-x}$

$= e^{-x} - x^2e^{-x}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow e^{-x} - x^2e^{-x} = 0$

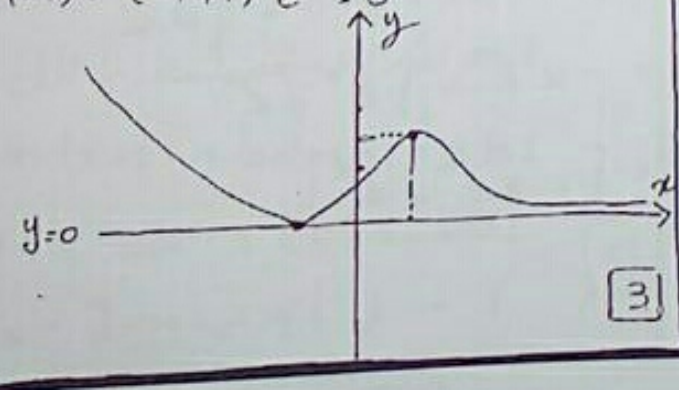
$\Rightarrow e^{-x}(1-x^2) = 0 \Rightarrow$ لما $e^{-x}=0$ مستحيلة

أو $1-x^2=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x = \mp 1$

x	$-\infty$		-1		$+1$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$\frac{4}{e}$	↘	0

$f(1) = (1+1)^2e^{-1} = \frac{4}{e}$

$f(-1) = (-1+1)^2e^{-1} = 0$



[3]

CamScanner

السؤال الحادي عشر:

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 3x^2+1 \Rightarrow f'(x) = 0$

$3x^2+1 = 0 \Rightarrow 3x^2 = -1 \Rightarrow x^2 = \frac{-1}{3}$ مستحيلة

$f'(x) = 3x^2+1 > 0$

التابع متزايد تماماً.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

التابع مستمر ومتزايد تماماً على $]-\infty,+\infty[$

والصفر ينتمي إلى صورة المجال:

$0 \in F\,,\ ]-\infty,0[=]-\infty,+\infty[$

للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد

* التابع مستمر ومتزايد تماماً على المجال

$]-\infty,+\infty[$ لأنه محتوى في المجال $]-1,0[$

$f(-1)\cdot f(0) = 1\times -1 = -1 < 0$

$\Rightarrow \alpha \in]-1,0[$

السؤال الثاني عشر:

1) $f(x) = x\cdot e^{-x}$

$\int_0^{\ln 3} f(x)\,dx = \int_0^{\ln 3} x\cdot e^{-x}\,dx$

$u = x \Rightarrow u' = 1$

$v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$

$\int f(x)\,dx = u\cdot v - \int v\cdot u'$

$= -xe^{-x} + \int_0^{\ln 3} e^{-x}\,dx$

$= \left[-xe^{-x} - e^{-x}\right]_0^{\ln 3}$

$= (\quad) - (\quad) = \ldots\ldots$

2) $y' + y = e^{-x}$

$e^{-x} - xe^{-x} + xe^{-x} = e^{-x}$

$\Rightarrow e^{-x} = e^{-x}$

$\Leftarrow y = f(x)$ حل للمعادلة

السؤال الثالث عشر:

$4^x = 5^{x+1}$

$\ln 4^x = \ln 5^{x+1}$

$x\ln 4 = (x+1)\ln 5$

$x\ln 4 - x\ln 5 = \ln 5$

$x(\ln 4 - \ln 5) = \ln 5$

$\Rightarrow x = \frac{\ln 5}{\ln 4 - \ln 5}$

السؤال الرابع عشر:

1) نلاحظ أن $x \in]-\infty,+\infty[$

$\Rightarrow -x \in]-\infty,+\infty[$ محقق

$f(-x) = \frac{1}{2}\left(e^{-\frac{x}{2}} + e^{\frac{x}{2}}\right) = f(x)$

$\Leftarrow$ التابع f زوجي ومنحناه البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب $y'y$

2) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} - \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\right)$

$= \frac{1}{4}\left(e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}}\right) = 0$

$e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}} = 0 \Rightarrow e^{\frac{x}{2}} = e^{-\frac{x}{2}}$

$\frac{x}{2} = -\frac{x}{2} \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الخامس عشر:

1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$

2) نشكل التابع $t(x)$ المرفق على $\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$$t(x) = \frac{f(x) - f(0)}{x - a}$$

$$t(x) = \frac{\frac{x^2+|x|}{x^2+1} - f(0)}{x - 0} = \frac{\frac{x^2+|x|}{x^2+1} - 0}{x - 0}$$

$$= \frac{x^2+|x|}{x(x^2+1)}$$

$$\lim_{x \to 0^+} t(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{x^2+x}{x^3+x}$$

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{x(x+1)}{x(x^2+1)} = \frac{1}{1} = 1$$

معادلة نصف المماس:

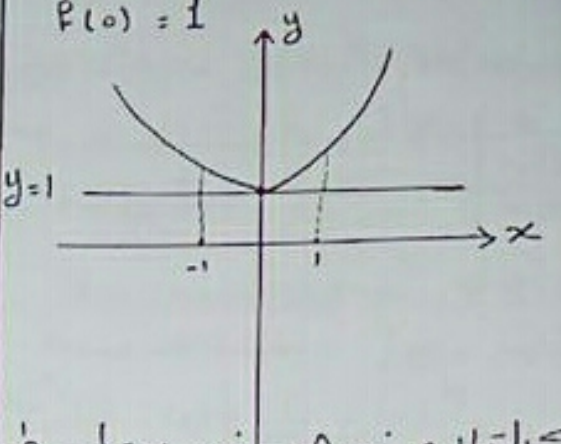
$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$y - 0 = 1(x - 0)$$

$$y = x$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

$f(0) = 1$



بما أن التابع زوجي فمساحة السطح تساوي ضعف مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات $x = 0$ ، $x = 1$

$$2\int_0^1 f(x)\,dx = 2\int_0^1 \frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}})\,dx$$

$$= \int_0^1 (e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}})\,dx$$

$$= \left[2e^{\frac{x}{2}} - 2e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^1$$

$$= \left[2e^{\frac{1}{2}} - 2e^{-\frac{1}{2}} - 2e^0 + 2e^0\right]$$

$$= 2\sqrt{e} - \frac{2}{\sqrt{e}} = \frac{2e-2}{\sqrt{e}}$$

4) $V = \int_{-1}^{+1} \pi f^2(x)\,dx$

$V = \ldots\ldots$

السؤال السادس عشر:

1) $-\ln(x+1) + \ln x = \ln(x-1)$

شرط الحل:

$D =]1, +\infty[$

$$\ln \frac{x}{x+1} = \ln(x-1)$$

$$\frac{x}{x+1} = x - 1 \Rightarrow x = (x-1)(x+1)$$

$$x = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

النتائج لا تنتمي لشرط الحل.

2) $\ln|x-2| + \ln(x+4) = 3\ln 2$

$D_1 =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$D_2 =]-4, +\infty[$

5

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$D = D_1 \cap D_2 =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$\ln[|x-2| - (x+4)] = \ln 8$

$|x-2|(x+4) = 8$

$x-2$ نفسه عندما $x-2 > 0$

$x > 2$

$-x+2$ عندما $x-2 < 0$

$\Rightarrow x < 2$

$\Leftarrow x > 2$ عندما

$(x-2)(x+4) = 8$

$x^2 + 4x - 2x - 8 = 8$

$x^2 + 2x - 16 = 0$

وغالبا ....

أو :

$(-x+2)(x+4) = 8$

عندما $x < 2$:

$-x^2 - 4x + 2x + 8 = 8$

$-x^2 - 2x = 0 \Rightarrow -x(x+2) = 0$

مقبول $-x = 0 \Rightarrow x = 0$ أما

مقبول $\Leftarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ أو

السؤال السابع عشر:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{1 - 2\sin^2 \frac{x}{2} - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{-2\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} + \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{-2 \sin \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2}}{2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 2 \cdot \frac{x}{2}} + \frac{1}{2}$$

$$= -1\,(1)\,(1)\,\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = 0$$

السؤال الثامن عشر:

$g(x) = e^x + 2 - x$

أولا:

$g'(x) = e^x - 1$

$g'(x) = 0 \Rightarrow e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	3	$\nearrow$	

$g(x) \geq 3 \Rightarrow g(x) > 0$

مجموعة الحلول: $]-\infty, +\infty[$

ثانيا: ① $f'(x) = \frac{1}{e^x} g(x)$

② $f'(x)$ لها نفس إشارة g لأن:

$\frac{1}{e^x} > 0$

f مستمر ومتزايد ....

③ يجب أن نتحقق: $\lim_{x \to \infty} (f(x) - y_0) = 0$

دراسة الوضع النسبي:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
الإشارة		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	الخط C تحت D		نقطة تقاطع $(1,1)$		الخط C فوق D

السؤال التاسع عشر:

$f(x) = e^x - 1$ ①

شرط الحل: R

$f(x) \leq 0 \Rightarrow e^x - 1 \leq 0 \Rightarrow e^x \leq 1$

$\ln e^x \leq \ln 1 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow x \in]-\infty, 0]$

② $\int_0^{\ln 2} f(x)\,dx = \int_0^{\ln 2} (e^x - 1)\,dx$

$= \dots\dots$

ونكمل الحل ..

CamScanner

السؤال الثاني والعشرون:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1}$$

نضرب بمرافق المقام:

$$\frac{(x\sin x)(\sqrt{x^2+1}+1)}{(\sqrt{x^2+1}+1)(\sqrt{x^2+1}-1)}$$

$$= \frac{x\sin x\cdot(\sqrt{x^2+1}+1)}{x^2+1-1} \cdot \frac{\frac{x\sin x}{x}\cdot(\sqrt{x^2+1}+1)}{x}$$

$$= \sqrt{x^2+1}+1 = \sqrt{0+1}+1 = \sqrt{1}+1 = 2$$

[2] $\lim_{x\to0} f(x) = \lim_{x\to0} f(x) = f(0)$

$m = 2$

السؤال الحادي والعشرون:

$f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$ $\quad A(1,0)$

$y = 3x$

[1] $a(1) + b - \frac{\ln(1)}{1} = 0$

$a + b - \ln(1) = 0$

$a + b = 0$ .... ①

نشتق ونضع بدل المشتق 3 وبدل x_0 1

$f'(1) = 3$

$f'(x) = -a - \frac{1-\ln x}{(x)^2} =$

$f'(x) = 3$ ، $x = 1$ نعوض

$a - \frac{1-0}{1} = 3 \Rightarrow a - 1 = 3$

$\Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -4$

[2] يجب أن يتحقق

$\lim_{x\to\infty} f(x) - y_D = 0$

السؤال الثاني والعشرون:

$0 \leq x - \ln x$

[1] ننقل

$f(x) = x - \ln x$

[2] نفرض تابع

ونشتق

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 0$

[3] ننظم جدول:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	↘	1	↗	

$f(x) \geq 1$ من الجدول:

$\Rightarrow f(x) > 0 \Rightarrow x - \ln x > 0$

$\Rightarrow x > \ln x$

السؤال الثالث والعشرون:

$]0,+\infty[$ التابع مستمر واستمراري على

[1]

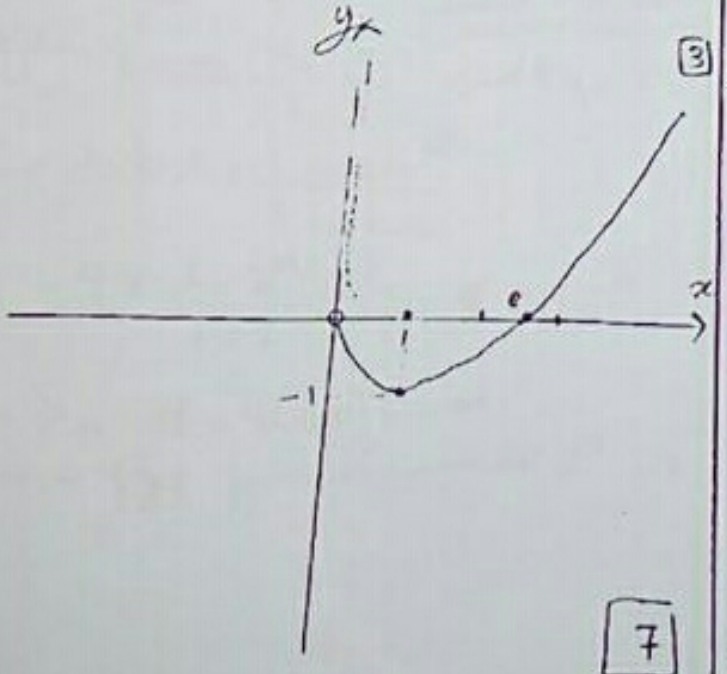
x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ 0	↘	1	↗	$+\infty$

[2] $x - \ln x = 1 \Rightarrow x - \ln x - 1 = 0$

$f(x) = 0 \Rightarrow x = 1$

من الجدول حل وحيد.

[3]



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الرابع والعشرون:

① $(e^x - 4)(e^x - 1) \leq 0$

ندرس الإشارة:

$(e^x - 4)(e^x - 1) = 0$

إما $e^x - 4 = 0 \Rightarrow e^x = 4 \Rightarrow x = \ln 4$

أو $e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

x	$-\infty$		0		$\ln 4$		$+\infty$
الإشارة		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S = [0, \ln 4]$

② $e^{2x^2+3} = e^{7x}$

$2x^2 - 7x + 3 = 0$

$\Rightarrow \Delta = 25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$

$x_1 = 3 \ , \ x_2 = \frac{1}{2}$

③ $\frac{e^x}{1 - 2e^x} = 5$

$e^x = 5 - 10e^x$

$11e^x = 5 \Rightarrow e^x = \frac{5}{11}$

$\Rightarrow x = \ln \frac{5}{11}$

CamScanner

التمرين الأول: (حلول المتتاليات)

$u_{n+1} - u_n = 3(n+1)+1-(3n+1)$

$= 3n+3+1-3n-1 = 3 = const$

متتالية حسابية أساسها $r=3$

$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{14}$

$S = 15 \times \frac{u_0 + u_{14}}{2}$

$u_0 = 3(0)+1 = 1 \quad , \quad u_{14} = 3(14)+1 = 43$

$\Rightarrow S = 15 \times \frac{1+43}{2} = \frac{44}{2} \times 15$

$= 330$

(2

$u_{n+1} > u_n$

$3n+4 > 3n+1$

محققة.

السؤال الثاني:

(1

$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{1}{u_{n+1}-3}}{\frac{1}{u_n-3}} = \frac{\frac{1}{2u_n-6}}{\frac{1}{u_n-3}}$

$= \frac{u_n-3}{2u_n-6} = \frac{u_n-3}{2(u_n-3)} = \frac{1}{2} = const = q$

متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = -1$

2) نكتب v_n بدلالة n ثم u_n

$\frac{v_n}{v_0} = q^{n-0} \Rightarrow \frac{v_n}{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\Rightarrow v_n = \frac{-1}{2^n}$

نبحث عن علاقة بين u_n و v_n

$v_n = \frac{1}{u_n-3} \Rightarrow u_n - 3 = \frac{1}{v_n}$

$\Rightarrow u_n = \frac{1}{v_n} + 3 = \frac{1}{\frac{-1}{2^n}} + 3 = -2^n + 3$

السؤال الثالث:

1) نبرهن للقضية $E(n)$.

2) نبرهن صحة $E(n)$ من أجل العدد (0)

$u_0 \geq u_1 \geq 1 \quad ; u_1 = \frac{2u_0}{u_0+1} = \frac{4}{3}$

$2 \geq \frac{4}{3} \geq 1$

محققة

3) نبرهن صحة $E(n)$

$u_n \geq u_{n+1} \geq 1$

4) نبرهن صحة الملاءة من أجل $n+1$:

أي سنبرهن $u_{n+1} \geq u_{n+1} \geq 1$

البرهان: نعرف تابع $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

مستمر و متناقص على $[1;+\infty[$

$f'(x) = \frac{2(x+1)-1(2x)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$

فتزايد تماما

$u_n \geq u_{n+1} \geq 1$

$\Rightarrow f(u_n) \geq f(u_{n+1}) \geq f(1)$

$u_{n+1} \geq u_{n+2} \geq 1$

وهو المطلوب.

السؤال الرابع:

(1

$u_* - u_\heartsuit = (* - \heartsuit)r$

$u_0 - u_1 = (0-1)r$

$-2-6 = -r \Rightarrow -r = -8 \Rightarrow r = 8$

$u_n - u_0 = nr \Rightarrow u_n = u_0 + nr$

$u_n = -2 + 8n$

(2

$S = 9 \times \frac{u_2 + u_{10}}{2} = +414$

حيث $u_2 = -2+8(2) = 14 \quad , \quad u_{10} = -2+8(10) = 78$

السؤال الخامس:

(1

$\frac{u_5}{u_0} = q^{5-0} \Rightarrow \frac{u_5}{-2} = 2^5 \Rightarrow u_5 = -64$

(2

$S = \text{الحد الأول} \times \frac{1 - \text{الأساس}^{\text{عدد الحدود}}}{1 - \text{الأساس}}$

$= -4 \times \frac{1-2^n}{1-2} \Rightarrow S = 4 - 4(2)^n$

$\lim_{n \to +\infty} S_n = 4 - 4(+\infty) = -\infty$

لأن 2^n هندسية أساسها $q > 1$

السؤال السادس:

1) برهن أن أحدهما متزايدة.
2) برهن أن المتتاليتين متقاربتين.

$\lim_{n\to+\infty}(u_n - v_n) = 0$

$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$

$u_{n+1} - u_n = \dots = \frac{1}{(2n+2)(2n+1)} > 0$

موجبة ⇐ المتتالية متزايدة تماماً

$v_{n+1} - v_n = \dots$ سالبة

⇐ متناقصة تماماً.

$\lim_{n\to+\infty} v_n - u_n = \lim \frac{1}{4n} = 0$

⇐ المتتاليتان متقاربتان.

السؤال السابع:

لتكن تابع $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$

مستمر ومشتق على $\mathbb{R}^*$

$f'(x) = 0 - \frac{-1}{x^2} = \frac{1}{x^2} > 0$

⇐ التابع f متزايد تماماً ⇐ المتتالية متزايدة.

$f(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$

مستمر ومشتق على $\mathbb{R}$

$f'(x) = \frac{-2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3} < 0$

بالمجال $x \geq 1$

⇐ f متناقص ⇐ المتتالية متناقصة

$\lim_{n\to\infty} t_n = \lim_{n\to\infty} u_n = l$

السؤال الثامن: π

$E(n) = 4^n + 5 = 3K$

حقيقة $E(0) = 4^0 + 5 = 6 = 3K$

$E(n) = 4^n + 5 = 3K$

$E(n+1) = 4^{n+1} + 5 = 3K$

البرهان:

$f_1 = 4^{n+1} + 5 = 4^n \cdot 4 + 5 = (3K-5)\cdot 4 + 5$

$= 12K - 20 + 5 = 12K - 15$

$= 3(4K-5) = 3K' = f_2$

السؤال التاسع:

$S_{n+1} - S_n =$

1) $= \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^{n+1}}\right) - \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}\right)$

$= \frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^{n+1}} - \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3^{n+1}} > 0$

⇐ المتتالية متزايدة.

2) $S_n = \frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$

$S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$

$= 1 + \left[\frac{1}{3} \times \frac{1 - (\frac{1}{3})^n}{1 - \frac{1}{3}}\right] = 1 + \left[\frac{1 - \frac{1}{3^n}}{2}\right]$

$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{3^n}}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2.3^n}$

$= \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{3^n}\right)$

* المتتالية المتزايدة نهايتها تعتبر عنصر رابح أي العنصر الرابح أكبر من نهايتها.
* المتتالية المتناقصة نهايتها عنصر قاصر أي العنصر القاصر أصغر من نهايتها.

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{1}{2}(3) = \frac{3}{2}$

بما أنها متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد $\frac{3}{2}$ فهي متقاربة.

السؤال العاشر:

1) انشئ وننظم جدول الإشارة.
2) نستنتج البرهان بالتدريج ومنحنى الأطراف وفق التابع f
3) بما أنها متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة

ولإيجاد حل المعادلة $f(x) = x$ نجد $x = 2$ وهي النهاية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* : جلسة الهندسة

السؤال الأول :

1) $(x - x_{\text{المركز}})^2 + (y - y_{\text{المركز}})^2 + (z - z_{\text{المركز}})^2 = R^2 - 1$

$(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2 = \sqrt{3}^2$

$x^2 + y^2 + z^2 = 3$

2) الشرط : $dist(O,P) = R$

$\frac{R}{\text{نصف القطر}}$ $\frac{|0 - 0 + 0 + 3|}{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = R$

السؤال الثاني :

1) تأكد شعاعين من المستوي :

$\overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{GB} = (0, -2, -2)$ } وهما غير مرتبطان لعدم تناسب مركباتهما
$\overrightarrow{BD} = (-2, 2, 0)$ }

نفرض ناظم : $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n} \perp \overrightarrow{GB} \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{GB} = 0$

$\Rightarrow (0)(a) + (-2)(b) + (-2)(c) = 0$

$\Rightarrow \boxed{-2b - 2c = 0}$ (1)

$\vec{n} \perp \overrightarrow{BD} \Rightarrow \boxed{-2a + 2b = 0}$ (2)

نفرض $c = 1$ ونعوض في (1)

$-2b - 2 = 0 \Rightarrow -2b = 2 \Rightarrow b = -1$

نعوض في (2) :

$-2a + 2(-1) = 0 \Rightarrow a = -1$

الناظم : $\vec{n}(-1, -1, 1)$

معادلة المستوي :

$a(x - x_G) + b(y - y_G) + c(z - z_G) = 0$

$\Rightarrow -1(x-2) - 1(y-2) + 1(z-2) = 0$

$\Rightarrow \boxed{-x - y + z + 2 = 0}$

2) قانون :

$x = x_E + at$
$y = y_E + bt \quad ; t \in \mathbb{R}$
$z = z_E + ct$

مستقيم من المستوي

$EC = (2,2,-2) \Rightarrow$ $x = 0 + 2t$, $y = 0 + 2t$, $z = 2 - 2t$; $t \in \mathbb{R}$

3) نعوض معادلة المستقيم في المستوي :

$-(2t) - (2t) + (2 - 2t) + 2 \Rightarrow t = \frac{2}{3}$

نعوض في x, y, z :

$\Rightarrow x = \frac{4}{3}, y = \frac{4}{3}, z = \frac{2}{3}$

4) نفرض $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC} \Rightarrow M(x,y,z)$

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \frac{2}{3}, y = \frac{2}{3}$

$z - 2 = \frac{-2}{3} \Rightarrow z = \frac{4}{3}$

5) نضرب شعاعين بالتوجيه والناتج صفر .

$\overrightarrow{EC}(2,2,-2)$ $\overrightarrow{HM}(\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$

$\Rightarrow \overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{HM} = \frac{4}{3} - \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{EC} \perp \overrightarrow{HM}$

الشعاعان متعامدان .

السؤال الثالث

$\vec{u_d} = (1,-3,-3)$, $\vec{u_d} = (1,3,-1)$ $\Rightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{-3}{3}$

$\Rightarrow$ المستقيمات غير مرتبطة خطيا

$\Rightarrow$ المستويات تقيمان في مستوي واحد

السؤال الرابع :

$\vec{AB}(-1,-2,0) = \vec{n}$

$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3}{2}$

$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 1$

$z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 1$

$\Rightarrow I(\frac{3}{2}, 1, 1)$

$-1(x - \frac{3}{2}) - 2(y+1) + 0(z-1) = 0$

$-x + \frac{3}{2} - 2y - 2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{-x - 2y - \frac{1}{2} = 0}$

السؤال الخامس :

I ① $\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{AE} + \vec{FJ}$

$\vec{AN} = \vec{AF} + \vec{FJ} \Rightarrow \vec{AN} = \vec{AJ}$

N تنطبق على J .

② $\vec{AN} = \vec{AD} + \vec{DC} + \vec{CF} + \vec{GH} + \vec{EI}$

$\vec{AN} = \vec{AF} + \vec{GH} + \vec{EI}$

$\vec{AN} = \vec{AF} + \vec{FE} + \vec{EI}$

$\vec{AN} = \vec{AF} + \vec{FI} \Rightarrow \vec{AN} = \vec{AI}$

N تنطبق على I .

السؤال السادس :

I ① $0 = \vec{HD} + \vec{EF} + \vec{BE}$

$\ell_2 = \vec{EA} + \vec{EF} + \vec{BE}$

$\ell_2 = \vec{EA} + \vec{BE} + \vec{EF} = \vec{EA} + \vec{BF}$

$= \vec{FB} + \vec{BF} = \vec{0} = \ell_1$

② $\vec{FD} = \vec{BA} + \vec{FB} + \vec{FG}$

$\ell_2 = \vec{FA} + \vec{FG}$

$= \vec{FA} + \vec{AD} = \vec{FD} = \ell_1$

II ① $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$

$= \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AD}\| \cdot \cos 45°$

$= 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

② $\vec{AM} = \vec{AB} - \vec{FB} + \frac{1}{2}\vec{GH}$

$= \vec{AB} + \vec{BF} + \frac{1}{2}\vec{GH}$

$= \vec{AF} + \frac{1}{2}\vec{GH}$

$= \vec{AF} + \frac{1}{2}\vec{FE}$

$= \vec{AF} + \vec{FI} = \vec{AI}$

$\Rightarrow$ إذن M تنطبق على I .

السؤال السابع :

II ① $\vec{AB} = (-1,-1,-4)$, $\vec{CE}(-3,-1,1)$

$\vec{CD} = (-4,4,0)$

② $\vec{CE}$, $\vec{CD}$: ناخذ شعاعين

$\Rightarrow \frac{-4}{-3} = \frac{-1}{4} = \frac{1}{0}$

$\Rightarrow$ الشعاعين غير مرتبطة خطيا $\Rightarrow$ النقط السبعة على استقامة واحدة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال السابع:

3) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CE}$

$\Rightarrow (-1,-1,-4) \times (-3,-1,+1)$

$= +3+1-4 = 0$

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$

$\Rightarrow (-1,-1,-4) \times (-4,4,0)$

$= +4-4+0 = 0$

$\Leftarrow AB$ عمودي على المستوي (CDF)

4) $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (-1,-1,-4)$

$\Rightarrow a(x-x_c) + b(y-y_c) + c(z-z_c) = 0$

$\Rightarrow -1(x-4) + (-1)(y-0) + (-4)(z-0) = 0$

$\Rightarrow \boxed{-x-y-4z+4=0}$

5) $dist(B, CDE)$

$= \frac{|(-1)-(0)-4(-1)+4|}{\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-4)^2}} = \frac{|7|}{\sqrt{18}}$

$= \frac{7}{\sqrt{18}}$

6) $(x-x_B)^2 + (y-y_B)^2 + (z-z_B)^2 = R$

$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-0)^2 + (z+1)^2 = \left(\frac{7}{\sqrt{18}}\right)^2$

السؤال الثامن:

1) $\overrightarrow{AB}(-1,0,1)$. $\overrightarrow{AC}(-2,-1,3)$

$\overrightarrow{AD}(0,1,-1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \alpha \overrightarrow{AC} + B \overrightarrow{AD}$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$-1 = -2\alpha \quad \cdots (1)$

$0 = -\alpha + B \quad (2)$

$1 = 3\alpha - B \quad (3)$

من (1) $\boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$

نعوض في (2): $\Leftarrow \boxed{B = \frac{1}{2}}$

نعوض α و B في (3):

$1 = 3\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 1 = \frac{2}{2} \Rightarrow \boxed{1=1}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = 1\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$

$\Leftarrow$ الأشعة $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ مرتبطة خطياً

فالنقاط A, B, C, D تقع في مستوي واحد.

2) $\overrightarrow{DC}(-2,-2,4)$, $\overrightarrow{CB}(1,1,-2)$

$\Rightarrow \frac{-2}{1} = \frac{-2}{1} = \frac{4}{-2} \Rightarrow -2 = -2 = -2$

$\Leftarrow$ النقاط تقع على استقامة واحدة. $\Leftarrow$ الأشعة مرتبطة خطياً

السؤال التاسع:

$x^2 - 2x + y^2 + 6y + z^2 - 2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 + 6y + 9 - 9 + z^2 - 2 = 0$

$(x-1)^2 - 1 + (y+3)^2 - 9 + z^2 - 2 = 0$

$(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 - 12 = 0$

$(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 12$

وهي معادلة كرة طول نصف قطرها $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

ومركزها: $(1,-3,0)$

السؤال العاشر :

[1]
$$\overrightarrow{SD}\cdot\overrightarrow{SC} = \|\overrightarrow{SD}\|\cdot\|\overrightarrow{SC}\|\cdot\cos 60^\circ$$
$$= 25\times\frac{1}{2} = \frac{25}{2}$$

[2]
$$BD^2 = 5^2 + 5^2 \quad (\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DO})$$
$$\Rightarrow BD^2 = 50 \Rightarrow BD = 5\sqrt{2}$$
$$\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DO} =$$
$$\Rightarrow \|\overrightarrow{BO}\|\cdot\|\overrightarrow{DO}\|\cdot\cos 60$$
$$= 5\sqrt{2}\times\frac{5\sqrt{2}}{2}\times 1 = 25$$

[3]
$$\overrightarrow{CH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CO}$$
$$\overrightarrow{SG} = \frac{5}{6}\overrightarrow{SH}$$
$\Leftarrow$ $(G,6)$ مركز أبعاد متناسبة للنقاط : $(S,1),(C,3),(D,2)$

السؤال الحادي عشر :

① الشرط $\vec{AB} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$; $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$

نفرض ..

② نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\perp\vec{v} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v} = 0 \Rightarrow$ ---- (1)

$n\perp\vec{AB} \Rightarrow n\cdot\vec{AB} = 0 \Rightarrow$ ---- (2)

نفرض $c=1$ ونوجد الباقي ثم نعوض في معادلة المستوى العامة

$x+2y+\frac{1}{2}z-3=0$

السؤال الثاني عشر :

① نثبت : $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[AC]$ بفيثاغورس ..

② نثبت شرط الارتباط الخطي للمتجهات $\vec{AB}$ ، $\vec{AC}$

③ يجب أن يتعامد $(\vec{AD})$ مع $\vec{AB}$ ، $\vec{BC}$ ليتحقق تطابق السؤال.

السؤال الثالث عشر

$A(0,0,0)$
$B(4,0,0)$, $C(4,2,0)$, $D(0,2,0)$.
$E(0,0,2)$, $F(4,0,2)$, $G(4,2,1)$
$H(0,2,1)$, $I(2,0,0)$, $J(4,2,1)$

$\vec{n}\perp\vec{IF} \Rightarrow 2a+2c=0$ (1)
$\vec{n}\perp\vec{FH} \Rightarrow -4a+2b=0$ (2)
نفرض $c=1$ فنجد $\vec{n}(-1,-2,1)$
$\Rightarrow$ $-x-2y+z+2=0$

(2)
$$\vec{DA}+\vec{DC}=\vec{DB} \Rightarrow \vec{DA}+\vec{DC}-\vec{DB}=0$$
$\Leftarrow$ $\alpha=1$, $\beta=1$, $\gamma=-1$

(3) الشرط : $\vec{DB} = \alpha\vec{AF} + \beta\vec{AH}$

$$\begin{pmatrix}4\\-2\\0\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}4\\0\\2\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \alpha=1,\ \beta=-1$$
$$\Rightarrow \vec{DB} = \vec{AF} - \vec{AH}$$
$$\Rightarrow \vec{DB} = \vec{AB}$$

(4) نفرض $M(x,y,z)$
$$\vec{EM} = \frac{1}{3}\vec{EC} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow M\left(\frac{4}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$$

(5)
$$dist = \frac{4}{\sqrt{6}}$$
$\vec{n}=\vec{GG'}$ نفرض $G'(x,y,z)$ مسقط G على (P)
$$GG' \begin{cases} x = t+4 \\ y = 2t+2 \\ z = -t+1 \end{cases} ;t\in\mathbb{R} \Rightarrow G'\left(\frac{10}{3},\frac{2}{3},\frac{5}{3}\right)$$

CamScanner

ة حلول جلسة الهندسة :

السؤال الرابع عشر :

1) احسب [AB] و [BC] ، [AC]
ثم عين فيثاغورث .

أو : نضرب شعاعين فينتج العدد (الجداء)

طول ضلع القائم الثاني × طول ضلع القائم الأول × $\frac{1}{2}$ = مثلث قائم

2) يجب أن يتحقق :

$\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ ، $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$

ثم : كاتبين معادلة المستوي ونصورين .

3) $dist[D, (ABC)] = \frac{1}{\sqrt{\quad}}$

$V = \frac{1}{3} \cdot Sh$ ← بالطلب الأول .

السؤال الخامس عشر :

1) نوجد شعاعين موجهين غير مرتبطين خطياً .

2) نعوض A و B و C في المعادلة أو نوجد معادلة المستوي .

3) نعوض المعادلات الوسيطية للفصل المشترك في معادلتين المستويين فينتج $1 = 0$ ، $5 = 0$

4) نعوض معادلات الفصل المشترك لـ P و Q في معادلة (ABC) فينتج t ثم نعوضها مرة أخرى في المعادلات الوسيطية .

5) نوجد معادلة مستوي يمر من A ويعامد شعاع توجيه d (1, 0, 1) ثم نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي ونحسب t ثم نعوض في معادلات d فينتج المستقيم القائم لـ A ولكن A' ثم نوجد [AA'] تقاطع بعد نقطة منتصف

* حلول جلسة التقدير:

السؤال الأول:

II

$r = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$

$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{1}{2}$

$\sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$

$\Rightarrow z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ← الشكل الأسي

$r = \sqrt{1+1} \Rightarrow r = \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ، $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]$

$\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ← الشكل الأسي

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]}{\sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]}$$

عند القسمة نطرح الزاوية ونقسم:

$$= \sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right]$$

12 $\quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$

$$= \frac{1 - \sqrt{3}i(1-i)}{1+i(1-i)} = \frac{1-i+\sqrt{3}i+\sqrt{3}i^2}{1-i^2}$$

$$= \frac{1-\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2}i$$

استنتاج الزاوية:

$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{3})(\sqrt{2})}{(2\sqrt{2})(\sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

$\sin\theta = \frac{b}{r}$

السؤال الثاني:

III

$z^8 = (-1+i)^8$

$r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ ، $\sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$

$\Rightarrow z = \sqrt{2}\left[\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right]$

دوموافر:

$\Rightarrow z^8 = \sqrt{2}^8\left[\cos 8\frac{3\pi}{4} + i\sin 8\frac{3\pi}{4}\right]$

$= \sqrt{2}^8\left[\cos 6\pi + i\sin 6\pi\right]$

$= \sqrt{2}^8\left[\cos 6\pi + i\sin 6\pi\right]$

$= 2^4\left[1 + i0\right] = 16 \in R$

[2] $z' - (1+i) = e^{i\frac{\pi}{4}}[z-(1+i)]$

$z' - 1 - i = [1\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}] \times [-1+i-1-i]$

$\Rightarrow z' - 1 - i = [\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}][-2]$

$\Rightarrow z' - 1 - i = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

$\Rightarrow z' = -\sqrt{2} + 1 + i(1-\sqrt{2})$

وهو المطلوب.

السؤال الثالث:

$(z^2+2z-3)(z^2+2z+5)$

بالنشر:

$z^4 + 2z^3 + 5z^2 + 2z^3 + 4z^2 + 10z - 3z^2 - 6z - 15$

$\vdots$ ------

نجد:

$z^4 + 4z^3 + 6z^2 + 4z - 15 = 0$

حل المعادلة:

$(z^2+2z-3)(z^2+2z+5) = 0$

إما $z^2 + 2z - 3 = 0$

Δ حسب

$x_1 = \dots$

$x_2 = \dots$

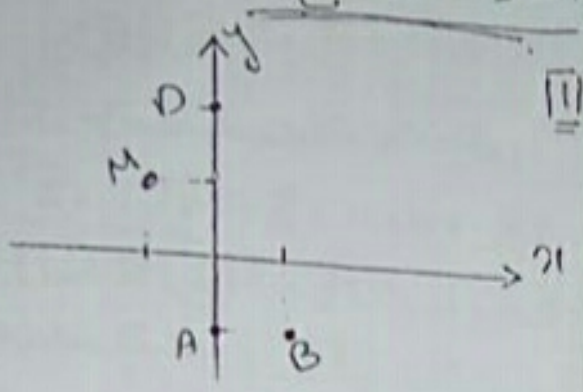
أو $z^2 + 2z + 5 = 0$

Δ حسب

$x_1 = \dots$

$x_2 = \dots$

السؤال الرابع:



[1]

[2] $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$

$C - (0) = i(2i - 0)$

$\Rightarrow C = -2$

[3] $\overrightarrow{Bo}(-1,1)$, $\overrightarrow{BM}(-2,2)$

$\Rightarrow \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

المركبات متناسبة فالمستقيمان متوازيان منطبقان فهيأ والنقاط على استقامة واحدة.

[4] $\arg = 0$, $\arg \cdot \frac{d-c}{m}$

$\arg = \frac{2i+2}{-1+i} = \frac{2i+2\cdot(-1-i)}{-1+i(-1-i)}$

$= (-2i) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$\Rightarrow \overrightarrow{cd} \perp \overrightarrow{oM}$

فالمستقيمان (cd) و (oM) متعامدان.

[5] $z^3 + 4z^2 + 29z$

$z(z^2 + 4z + 29) \rightarrow$ نحل داخل القوس

$\Delta = b^2 - 4ac = -100$

$\Rightarrow z_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-4+10i}{2} = -2+5i$

$z_2 = \overline{z_1} = -2-5i$

$(z-(-2-5i))(z-(-2-5i)) = (z+2-5i) \times (z+2+5i)$

[6]

$2z - w = -3$ ①

$2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}i$ ②

نأخذ مرافق المعادلة الثانية:

$2z + w = -3 - 2\sqrt{3}i$ ②'

نجمع ① مع ②': $4z = -6 - 2\sqrt{3}i$

نقسم على 4 مثلا: $z = \frac{-6 - 2\sqrt{3}i}{4}$

$= \frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$

ثم نعوض في ① وحسب w.

[7]

$e - b =$ العدد المركب $\times$ العدد المركب

$e - b = -3 \times m \Rightarrow e - (1-i)$

$= 3 \times [-1 + i - (1 - i)] \Rightarrow e = \dots$

[8] نفرض $w = x + iy$ حيث x, y عددان حقيقيان

$x^2 + y^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$ ... ①

$x^2 - y^2 = a$ ... ②

$x \cdot y = \frac{b}{2}$ ... ③

نعوض: ① $x^2 + y^2 = \sqrt{25} = 5$

② $x^2 - y^2 = 3$

③ $x \cdot y = 2$

نجمع ① مع ②: $2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = +2, x = -2$

نعوض في ③:

$x_1 = 2 \Rightarrow 2 \cdot y = 2 \Rightarrow y = 1$

$w = x + iy$

$\Rightarrow w_1 = 2 + i \Rightarrow w_2 = -w_1$

أو: $x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = -1$

$\Rightarrow w_2 = -2 - i$

السؤال الخامس:

[1] $\frac{b-c}{a-c} = \frac{-4+4i+4i}{8+4i} = \frac{-4+8i}{8+4i}$

$= \frac{(-4+8i)(8-4i)}{64+16} = \frac{80i}{80} = i$

$\Rightarrow \frac{b-c}{a-c} = i$.

$\arg\left(\frac{b-c}{a-c}\right) = \arg(i) = \frac{\pi}{2}$

ABC مثلث قائم في C

$\left|\frac{b-c}{a-c}\right| = |i| \Rightarrow \frac{CB}{CA} = 1$

ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين.

[2] $d - o = e^{i\frac{\pi}{2}}(a - o) \Rightarrow d = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)8$

$= 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$

[3] ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين

ACBE مربع نكتب أن شكله متوازي

أ) نعلم أن: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB} \Rightarrow z_{AC} = z_{EB}$

$\Rightarrow z_c - z_A = z_B - z_E$

$C - a = b - e \Rightarrow -4i - 8 = -4 + 4i - e$

$\Rightarrow e = -4 + 4i + 4i + 8 = 4 + 8i$

ب) $\frac{A+B}{2} = \frac{C+E}{2} \Rightarrow A + B = C + E$

$8 + 4 + 4i = -4i + e \Rightarrow e = 4 + 8i$

السؤال السادس:

[1] $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

$P(-1) = 0$ نعوض -1 في $P(z)$

[2] بالقسمة الإقليدية أو الطريقة هذه:

$P(z) = (z+1)(z^2 - 4z + 7)$

[3] $P(z) = 0$

$z_1 = -1$

أو $z_1 = \frac{4 + 2\sqrt{3}i}{2} = 2 + \sqrt{3}i$ } حسب O

$z_3 = \bar{z}_2 = 2\sqrt{3}i$

[4] $AB = BC = AC$

$\sqrt{12} = \sqrt{12} = \sqrt{12}$

فالمثلث متساوي الأضلاع.

[18]

حول جلسة (قليلك توافقي + احتمالات)

السؤال الأول:

عدد طرق اختيار مرشد من واحد هو $\binom{3}{1}$

عدد طرق اختيار عاملات $\binom{5}{2}$

عدد طرق اختيار اللجنة:

$$\binom{5}{2} \times \binom{3}{1} = 30$$

السؤال الثاني: ②

عدد طرق اختيار الرئيس 8

عدد طرق اختيار نائب الرئيس 7

عدد طرق اختيار أمين السر 6

حسب المبدأ الأساسي في العد: ③

$$8 \times 7 \times 6 = 336$$

السؤال الثالث:

① $\binom{8}{5} = \frac{8\times7\times6\times5\times4}{5\times4\times3\times2\times1} = 56$

② $\binom{5}{2} \times \binom{3}{3} = 10$

السؤال الرابع:

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{2} = \ldots$$

السؤال الخامس:

① $X(\Omega) = \{5, 3, 0\}$

$$P(X=5) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{10}{84}$$

$$P(X=3) = \frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{40}{84}$$

$$P(X=0) = 1 - \left[\frac{10}{84} + \frac{40}{84}\right] = \frac{34}{84}$$

X_i	5	3	0
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{34}{84}$

$$E(X) = 5\left(\frac{10}{84}\right) + 3\left(\frac{40}{84}\right) + 0\left(\frac{34}{84}\right) = \frac{170}{84}$$

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$= \left(25 \times \frac{10}{84} + 9 \times \frac{40}{84} + 0\right) - \left(\frac{170}{84}\right)^2$$

$$= \sigma(X) = \sqrt{V(X)} =$$

② $P(X=5) = \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} =$

$$P(X=3) = \left(\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{9}\right) \times 3 =$$

$$P(X=0) =$$

③ $P(X=5) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} =$

$$P(X=3) = \left(\frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7}\right) \times 3 =$$

السؤال السادس:

$$T_r = \binom{12}{r} \cdot (x^4)^{12-r} \cdot \left(\frac{-2}{x}\right)^r$$

$$= \binom{12}{r} \cdot x^{24-2r} \cdot (-2)^r \cdot \frac{1}{x^r}$$

$$= \binom{12}{r} x^{24-2r} \cdot (-2)^r \cdot x^{-r}$$

$$= \binom{12}{r} \cdot x^{24-3r} \cdot (-2)^r$$

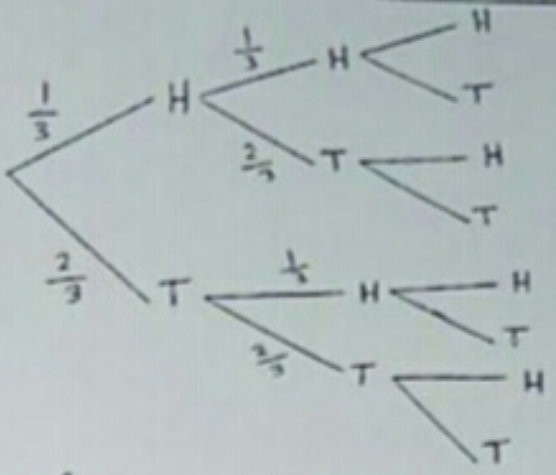
$24 - 3r = 12 \Rightarrow r = 4$

$$\binom{12}{4} \cdot x^{24-12} \cdot (-2)^4 = \binom{12}{4} x^{12} \cdot (-2)^4$$

=

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال السابع



$X = \{(H.H.H), (H.H.T), (H.T.H), (H.T.T), (T.H.H), (T.H.T), (T.T.H), (T.T.T)\}$

$X(\Omega) = \{0.1.2.3\}$

$P(X=0) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

$P(X=1) = (\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}) \times 3 = \frac{12}{27}$

$P(X=2) = (\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}) \times 3 = \frac{6}{27}$

$P(X=3) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{8}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{1}{27}$

$E(X) = 0 \cdot \frac{8}{27} + 1 \cdot \frac{12}{27} + 2 \cdot \frac{6}{27} + 3 \cdot \frac{1}{27} = \frac{27}{27} = 1$

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$= 0 + 1 \cdot \frac{12}{27} + 4 \cdot \frac{6}{27} + 9 \cdot \frac{1}{27}$

$= 0 + \frac{12}{27} + \frac{24}{27} + \frac{9}{27} = \frac{45}{27}$

$V(X) = \frac{45}{27} - (1)^2 = \frac{18}{27}$

السؤال الثامن

$X(\Omega) = \{0.1.2\}$

$P(X=0) = \frac{10}{11} \times \frac{10}{11} = \frac{100}{121}$

$P(X=1) = (\frac{1}{11} \times \frac{10}{11}) \times 2 = \frac{20}{121}$

$P(X=2) = \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{1}{121}$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{100}{121}$	$\frac{20}{121}$	$\frac{1}{121}$

$E(X) = 0 \cdot \frac{100}{121} + 1 \cdot \frac{20}{121} + 2 \cdot \frac{1}{121}$

$= 0 + \frac{20}{121} + \frac{2}{121} = \frac{22}{121}$

السؤال التاسع

.nb.

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	4	5	5
6	1	2	3	4	5	6

$X(\Omega) = \{1.2.3.4.5\}$

$P(X=1) = \frac{10}{30}$. $P(X=2) = \frac{8}{30}$

$P(X=3) = \frac{6}{30}$. $P(X=4) = \frac{4}{30}$

$P(X=5) = \frac{2}{30}$

$E(X) = ----$

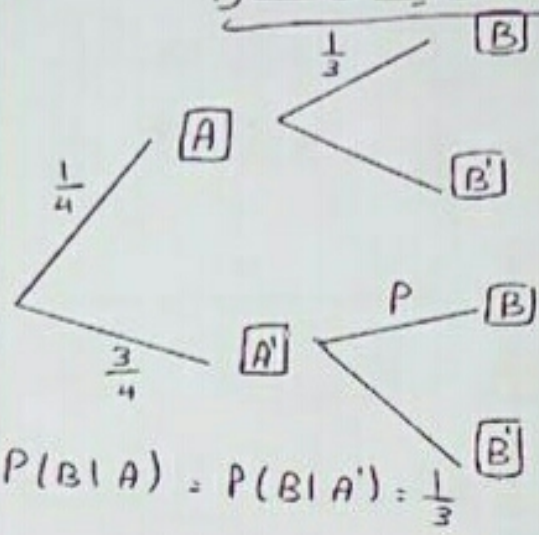
$V(X) = ----$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال العاشر:

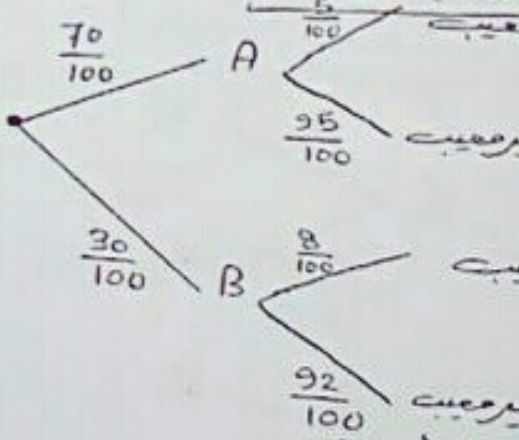
X \ Y	0	1	2	هامش X
0	0.12	0.2	0.08	0.4
1	0.06	0.1	0.04	0.2
2	0.12	0.2	0.08	0.4
هامش Y	0.3	0.5	0.2	1

السؤال الحادي عشر:



$P(B|A) = P(B|A') = \frac{1}{3}$

السؤال الثاني عشر:



① معيبة من A أو B

نفرض D حدث منتج A أو B معيب

$P(D) = \frac{70}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{8}{100}$

$= \square$

② $P(B|D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)}$

نحسب المقام مثل السابق.

$= \frac{\frac{30}{100} \times \frac{8}{100}}{\frac{70}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{8}{100}} = \square$

السؤال الثالث عشر:

$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $n = 5$

$P(X=0) = \binom{5}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \dots$

$P(X=1) = \binom{5}{1} \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \dots$

⋮

$P(X=5) = \binom{5}{5} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \dots$

ونتظم الجدول ....

السؤال الرابع عشر:

① $\binom{n}{2} = 36$ شرط الحل: $n \geq 2$

$\frac{n(n-1)}{2!} = 36 \Rightarrow n^2 - n = 72$

$n^2 - n - 72 = 0 \Rightarrow (n-9)(n+8) = 0$

إما $n = 9$ مقبول

أو $n = -8$ مرفوض

② $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$ شرط الحل: $n \geq 4$

$3 \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 14 \frac{n(n-1)}{2 \times 1}$

$\Rightarrow \frac{(n-2)(n-3)}{8} = 7$

$n^2 - 3n - 2n + 6 = 56$

$n^2 - 5n - 50 = 0 \Rightarrow (n-10)(n+5) = 0$

إما $n = 10$ مقبول

أو $n = -5$ مرفوض

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

عدد طرق اختيار الخانة الثانية : 5

عدد طرق اختيار الخانة الثالثة : 4

$\Rightarrow 6 \times 5 \times 4 = 120$

السؤال السابع عشر:

1) $5 \times 5 = 25$

2) $2 \times 3 \times 2 = 12$

السؤال الثامن عشر:

1) $P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{20}$

2) $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

$P(X=0) = \frac{2}{20}$ ، $P(X=1) = \frac{8}{20}$

$P(X=2) = \frac{6}{20}$ ، $P(X=3) = \frac{4}{20}$

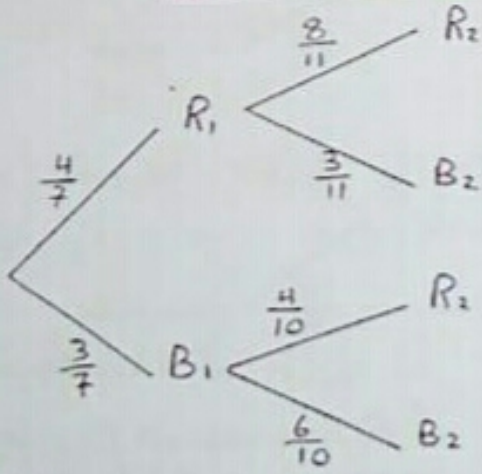
X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{2}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{4}{20}$

$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot P_i = \frac{0+8+12+12}{20}$

$= \frac{32}{20}$

السؤال التاسع عشر:

1)



2) $P(R_2) = \frac{4}{7} \times \frac{8}{11} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{10}$

$= \dots\dots$

③ $\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$

شرط الحل: $0 \leq n \leq 3.33$

إما $3n = n+2 \Rightarrow 2n = 2$

$\Rightarrow n = 1$ مقبول

أو $n+2 \leq 10 \Rightarrow n \leq 8$

$3n + n + 2 = 10 \Rightarrow n = 2$ مقبول

السؤال الخامس عشر:

$P(X=1) = \frac{6}{27}$ ، $P(X=0) = \frac{1}{27}$

K	0	1	2	3
$P(X=K)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{8}{27}$

$P(X=0) = \binom{3}{0} \cdot P^0 \cdot (1-P)^{3-0}$

$\frac{1}{27} = 1 \cdot 1 \cdot (1-P)^3$

$\frac{1}{3} = 1 - P \Rightarrow P = \frac{2}{3} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$

$P(X=2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1$

$= \frac{12}{27}$

$P(X=3) = \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0$

$= \frac{8}{27}$

$E(X) = n \cdot P = 3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{3}$

$V(X) = n \cdot P \cdot q = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

السؤال السادس عشر:

1) عدد الرمازات: $6 \times 6 \times 6$

2) عدد طرق اختيار الخانة الأولى: 6

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الحادي والعشرون:

$$P^{n+2}_{4} = 14\ P^{3}_{n}$$

شرط للحل: $n \geq 3$

$$(n+2)(n+1)(n)(n-1) = 14\ n(n-1)(n-2)$$

$$\Rightarrow n^2 + 3n + 2 = 14n - 28$$

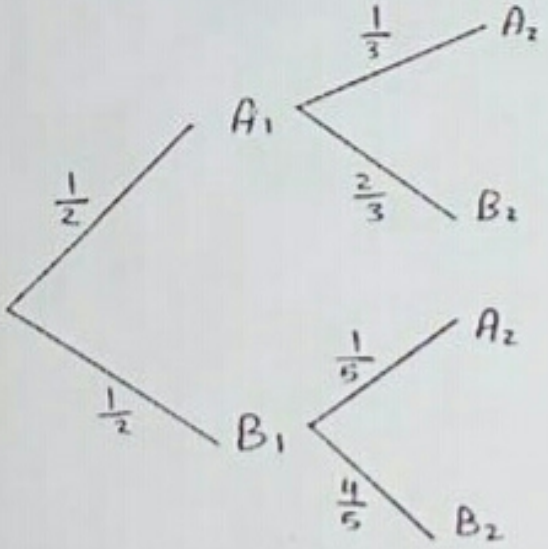
$$\Rightarrow n^2 - 11n + 30 = 0$$

$$\Rightarrow (n-6)(n-5) = 0$$

إما $n = 6$ مقبول

أو $n = 5$ مقبول

السؤال الثاني والعشرون:



$$P(A_1) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}$$

$$= \underset{(10)}{\frac{1}{6}} + \underset{(6)}{\frac{1}{10}} = \frac{10}{60} + \frac{6}{60} = \frac{16}{60}$$

$$P(A_2 \mid A_1) = \frac{P(A_2 \cap A_1)}{P(A_1)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}} = \dots$$

$$P(B_1 \mid R_2) = \frac{P(B_1 \cap R_2)}{P(R_2)}$$

$$= \frac{\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{10}}{\frac{4}{7}\cdot\frac{8}{11} + \frac{3}{7}\cdot\frac{4}{10}} = \dots$$

السؤال العشرون:

(1)

$$P(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$P(B) = \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)\times 6$$

$$= \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$P(C) = \frac{1}{2}$$

(2)

$$P(A \cap C) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$P(C \mid A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$P(A)\cdot P(C) = \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{16}$$

← مستقلة احتمالياً.

(3)

$$P(B \cap C) = \left[\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right]\times 3$$

$$= \frac{3}{16}$$

$$P(C \mid B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{16}}{\frac{3}{8}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

لنفرض:

$$P(B)\cdot P(C) = P(C \cap B)$$

← مستقلان احتمالياً.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner