

الكافي والوافي للنجاح والتفوق  
ملف سبر نماذج الرياضيات للبكالوريا العلمية السورية  
يتضمن الاتي:

- اولاً: اسئلة الدورات السابقة من ٢٠١٧ لغاية ٢٠٢٢ ← عدد ١٣
- ثانياً: النماذج التي عممتها وزارة التربية السورية عام ٢٠٢٠ ← عدد ٤
- ثالثاً: الاختبارات الوزارية الاربعة بكتاب الجزء الثاني ← عدد ٤
- رابعاً: النماذج التي عممتها وزارة التربية السورية عام ٢٠١٧ ← عدد ٦
- خامساً: النماذج التي عممتها وزارة التربية السورية عام ٢٠١٨ ← عدد ٣

المجموع: ٣٠ نموذج

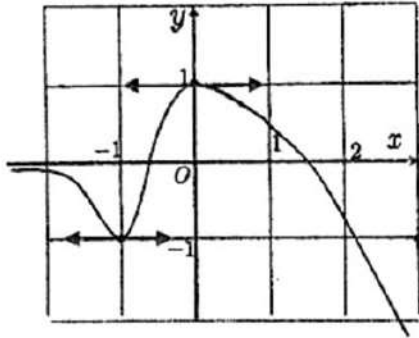
الطبعة الاولى 18 / 10 / 2016 ومحدثة لكل عام



٠٩٩٩١٦٧٣٧٢  
صدقة جارية لوجه الله تعالى  
بالتوفيق لكل طلابنا

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمل جانباً  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$ .

المطلوب:

- 1- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- 2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط  $C_f$ .
- 3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة  $f'(x) > 0$ .
- 4- عيّن القيم الحدية للتابع  $f$  مبيّناً نوع كلّ منها.

السؤال الثاني: في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطتان  $A(0,1,-1)$  و  $B(1,-1,1)$ . المطلوب:

أعط معادلةً للمجموعة  $S$  المكونة من النقاط  $M(x,y,z)$  التي تحقق العلاقة:  $MA = MB$  وما طبيعة المجموعة  $S$ .

السؤال الثالث: ليكن التابع  $g$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $g(x) = \ln(2 + \sin x)$ . المطلوب:

1- احسب  $g'(0)$  و  $g'(x)$ .

2- استنتج  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2 + \sin x) - \ln(2)}{x}$ .

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملتي المعادلتين:

$$\begin{cases} \ln(x) + \ln(y) = \ln(6) \\ \ln(x + y) = \ln(5) \end{cases}$$

السؤال الخامس: ليكن  $I = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^4} dx$  و  $J = \int_0^1 \frac{x^7}{1+x^4} dx$  والمطلوب:

احسب  $I$  ثم  $I + J$  واستنتج  $J$ .

السؤال السادس: لتكن  $C$  دائرة مركزها  $O$ ، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن  $S = \{A_1, A_2, \dots, A_{12}\}$  مجموعة

أطراف هذه الأقطار. والمطلوب:

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر  $S$  ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر  $S$  ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر  $S$  ؟

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول: لتكن المتتاليان  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$ :

$$v_n = u_n + \frac{1}{2^n} \quad \text{و} \quad u_n = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أن  $(u_n)_{n \geq 1}$  متتالية متزايدة و  $(v_n)_{n \geq 1}$  متتالية متناقصة.

2- استنتج أن المتتاليتين  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  متجاورتان.

3- أثبت أن  $u_n = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{5^n}\right)$ ، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$  واستنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .

التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي  $z$  يحقق  $z^3 = 1$  ، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان  $\beta$  عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي  $w = \frac{\beta + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i\beta}$

(a) أثبت أن  $|w| = 1$ .

(b) من أجل  $\beta = 1$  ، أثبت أن:  $w^{12} = 1$ .

3- عيّن مجموعة نقاط المستوى  $M(z)$  التي تحقق أن  $|z - 2 + i| = 5$ .

التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبتاقتان حمراوان تحملان الرقمين

(0) و (1) ، نسحب بطاقتين على التوالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين  $X$  و  $Y$  كالآتي:

$X$  يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

$Y$  يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. والمطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم  $X$  وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم  $Y$  وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج  $(X, Y)$  ، أياكون المتحولان  $X$  و  $Y$  مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نتأمل النقاط:  $A(2, -2, 2)$  و  $B(1, 1, 0)$  و  $C(1, 0, 1)$  و  $D(0, 0, 1)$ . والمطلوب:

1- تحقّق أن النقاط  $B$  و  $C$  و  $D$  لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أن:  $y + z - 1 = 0$  هي معادلة للمستوي  $(BCD)$ .

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $\Delta$  المار من النقطة  $A$  ويعامد للمستوي  $(BCD)$ .

4- عيّن إحداثيات النقطة  $K$  المسقط القائم للنقطة  $A$  على المستوي  $(BCD)$ .

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل  $[AD]$  قطراً لها.

المسألة الثانية:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $]-\infty, 1[$  وفق:  $f(x) = e^x + \ln(1-x)$  وليكن  $g$  التابع المعرّف

على  $\mathbb{R}$  وفق:  $g(x) = (1-x)e^x - 1$ . والمطلوب:

1- ادرس اطراد التابع  $g$  واستنتج أن  $g(x) \leq 0$  مهما تكن  $x \in \mathbb{R}$

2- تحقّق أن  $f'(x) = \frac{g(x)}{1-x}$  على المجال  $]-\infty, 1[$  ، ثم ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم المماس  $T$  للخط  $C$  في نقطة منه فاصلتها  $x = 0$

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم  $T$  ، ثم ارسم  $C$  الخط البياني للتابع  $f$



الاسم :  
الرقم :  
المدة : ثلاث ساعات  
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢٢

( الفرع العلمي ) ( الدورة الأولى )

الرياضيات:

الصفحة الأولى

أولاً: أحب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال).

السؤال الأول: تأمل جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  خطه البياني  $C$ .

|         |             |                |                   |           |
|---------|-------------|----------------|-------------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$   | $1$            | $2$               | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$         | $  $           | $-$ $0$ $+$       |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ ↘ | $-\infty$ $  $ | $+\infty$ ↘ $0$ ↗ | $+2$      |

المطلوب:

1- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط  $C$ .

3- ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  ؟

4- ما هي حلول المتراجحة  $f'(x) < 0$  ؟

السؤال الثاني: في معلّم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط  $A(2,0,0)$  ،  $B(0,1,0)$  ،  $C(0,0,1)$  . المطلوب:

1- احسب  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  ، واستنتج  $\cos(\widehat{BAC})$

2- إذا كانت النقطة  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$  ، عيّن مجموعة النقاط  $M$  من الفراغ التي تحقق العلاقة:

$$\|2\overline{MA} + 2\overline{MB} + 2\overline{MC}\| = \|\overline{AB}\|$$

السؤال الثالث: صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها

إلى الصندوق، ثم نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق.

الحدث  $R_1$  الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، الحدث  $R_2$  الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.

المطلوب: 1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث  $R_2$ .

2- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

السؤال الرابع: ليكن  $f$  تابعاً معرفاً على المجال  $]0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = x + 1 + \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$

المطلوب: أثبت أن المستقيم الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب مائل للخط البياني للتابع  $f$  عند  $+\infty$ .

السؤال الخامس: نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الست الآتية بأحد العددين  $+1$  أو  $-1$  . المطلوب:

|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|

1- بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة.

2- بفرض  $X$  متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم  $X$ .

3- بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

السؤال السادس: ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  وفق:  $f(x) = ax + \frac{b}{x+1}$  والمطلوب:

عيّن العددين  $a$  و  $b$  ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة  $(0,3)$  ويكون ميل المماس في هذه النقطة  $f'(0) = 4$ .

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: ( 70 درجة لكل من التمرين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث )

التمرين الأول : نعرّف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  وفق:  $u_0 = \frac{5}{2}$  ،  $u_{n+1} = u_n^2 - 4u_n + 6$  ، المطلوب:

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدرج أن  $2 \leq u_n \leq 3$  أيّاً كان العدد الطبيعي  $n$ .

2- أثبت أن  $u_{n+1} - u_n = (u_n - 3)(u_n - 2)$ .

3- استنتج أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة.

4- بيّن أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متقاربة واحسب نهايتها.



أ.علاء العبيد

التمرين الثاني: ليكن  $f$  تابعاً معرفاً على  $[0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x - \ln x} & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$  المطلوب:

- 1- أثبت أن  $f$  مستمر عند الصفر.
- 2- ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.
- 3- بين أن الخط البياني  $C$  للتابع  $f$  يقبل مقارباً أفقياً عند  $+\infty$  جد معادلته.
- 4- اكتب معادلة المماس للخط  $C$  في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد  $f(1.1)$ .

التمرين الثالث:

جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي  $\omega = -3 + 4i$  ، ثم حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة:

$$z^2 + 2(1+i)z + i + \frac{3}{4} = 0$$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة).

المسألة الأولى:

في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطة  $A(1,1,2)$  والمستويان  $P$  و  $Q$ :  
 $P: x - y + 2z - 1 = 0$  و  $Q: 2x + y + z + 1 = 0$  والمطلوب:

- 1- أثبت أن المستويين  $P$  و  $Q$  متقاطعان بفصل مشترك  $d$ .
- 2- اكتب التمثيل الوسيطى للمستقيم  $d$ .
- 3- اكتب معادلة للمستوي  $R$  المار من  $A$  ويعامد كلا من المستويين  $P$  و  $Q$ .
- 4- جد إحداثيات النقطة  $B$  الناتجة من تقاطع المستقيم  $d$  والمستوي  $R$ .
- 5- احسب بعد النقطة  $A$  عن المستقيم  $d$ .
- 6- اكتب معادلة الكرة  $S$  التي مركزها النقطة  $A$  وتمس المستوي  $Q$ .

المسألة الثانية:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = e^{-2x} + 2x - 2$  . المطلوب :

- 1- احسب نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه.
- 2- بين أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 2x - 2$  يقارب مائل للخط  $C$  عند  $+\infty$  وادرس الوضع النسبي للخط  $C$  و  $\Delta$  .
- 3- ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها، ثم بين أن للمعادلة  $f(x) = 0$  جذرين في  $\mathbb{R}$  أحدهما ينتمي إلى المجال  $[-1, 0]$ .
- 4- ارسم  $\Delta$  و  $C$  ، ثم احسب مساحة السطح المحصور بين محور الترتيب و  $C$  و  $\Delta$  والمستقيم  $x = 1$  .
- 5- استنتج الخط البياني  $C'$  للتابع  $g$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $g: x \mapsto -e^{2x} + 2x + 2$  .

-----  
- انتهت الأسئلة -



الاسم :

الرقم :

المدة : ثلاث ساعات

الدرجة : ستمة

الصلحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: حين قيمة  $n$  التي تحقق المعادلة  $P_{n+1} = 16 \binom{n+2}{2}$ .

السؤال الثاني: نأمل في معلم متحانس  $(\bar{O}, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$  النقطة  $A(2,1,2)$  والمستوي  $P: 2x + y - 2z - 4 = 0$ . المطلوب:

(1) احسب بعد  $A$  عن المستوي  $P$ .

(2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها  $A$  ونس  $P$ .

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

السؤال الرابع: تأمل جدول تصورات التابع  $f$  المعرف على  $]0, +\infty[$  خطه البياني  $C$ . والمطلوب:

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  واكتب معادلة المقارب الأفقي.

(2) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$ .

(3) دلل على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

(4) حد مجموعة حلول المتراجحة  $f'(x) > 0$ .

|         |           |            |              |
|---------|-----------|------------|--------------|
| $x$     | 0         | 1          | $+\infty$    |
| $f'(x)$ |           | +          | 0            |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\searrow$ 0 |

السؤال الخامس:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-\infty, 0[$  وفق  $f(x) = \frac{2x^2 + \cos^2 x}{x}$ . المطلوب:

أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 2x$  مقارب مائل لـ  $C$  في جوار  $-\infty$  وادرس الوضع النسبي بين  $C$  و  $\Delta$ .

السؤال السادس:

يحتوي صندوق على كرات حمراء وكرات بيضاء، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء. المطلوب:

(1) تسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.

(2) تسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي مع الإعادة، نعزف  $X$  المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم  $X$  وجدول القانون الاحتمالي.

ثانياً: حل التمرين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول:

نأمل المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق:  $u_0 = \frac{5}{2}$  وأياً كان العدد الطبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$ . المطلوب:

(1) أثبت بالتدريج أن  $2 \leq u_n \leq 3$  أيها كان العدد الطبيعي  $n$ .

(2) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة.

(3) استنتج تقارب المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  وجد  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

التمرين الثاني: في معلم متحانس  $(\bar{O}, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$  لدينا النقاط:

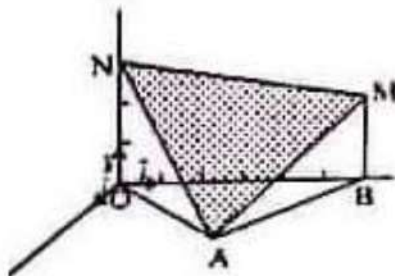
$A(1,3,0)$ ,  $B(0,6,0)$ ,  $N(0,0,3)$ ,  $M(0,6,2)$

المطلوب:

(1) اكتب معادلة للمستوي  $(AMN)$ .

(2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $\Delta$  المار من  $O$  وبعامد المستوي  $(AMN)$ .

(3) أثبت أن المستوي الذي معادلته  $z - 1 = 0$  هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[BM]$ .



ينبع في الصلحة الثانية

الصفحة الثالثة

التعريف الثالث:

ليكن التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(x) = (ax + b)e^{-x}$  . المطلوب :  
أولاً: احسب قيمة كل من  $a$  ,  $b$  إذا علمت أن  $f(-1) = e$  قيمة حنبة للتابع.  
ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية  $y' + y = \lambda e^{-x}$  . عين قيمة  $\lambda$  إذا علمت أن  $f(x) = (x + 2)e^{-x}$  حلاً لها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن  $P(z)$  كثير حدود معرف بالصيغة  $P(z) = z^3 - 2(\alpha + i\sqrt{3})z^2 - 4(\alpha - i\sqrt{3})z + 8$  حيث  $\alpha \in \mathbb{R}$ .  
المطلوب:

(1) احسب العدد  $\alpha$  لكي يكون  $z = 2$  حلاً للمعادلة  $P(z) = 0$ .

(2) بفرض  $\alpha = 1$  جد كثير الحدود من الدرجة الثانية  $Q(z)$  يحقق:  $P(z) = (z - 2)Q(z)$ .

تم استنتاج حلول المعادلة  $P(z) = 0$ .

ثانياً: لتكن  $A$  و  $B$  و  $C$  نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:

$$a = 2, b = 1 + i\sqrt{3}, c = -1 + i\sqrt{3} \text{ . المطلوب:}$$

(a) أثبت أن:  $\frac{a-b}{c-b} = e^{\frac{2\pi}{3}}$  , واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

(b) ليكن المثلث  $A'B'C'$  صورة المثلث  $ABC$  وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عين  $a'$  و  $b'$  و  $c'$  التي تمثلها

نقاط المستوي  $A', B', C'$  على الترتيب.

المسألة الثانية:

ليكن  $C_r$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $I = ]0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = e^{-x}(1 + \ln x)$  ، والتابع  $g$  المعرف

على  $I$  وفق:  $g(x) = \frac{1}{x} - 1 - \ln x$  . المطلوب:

(1) ادرس تغيرات التابع  $g$  ونظم جدولاً بها.

(2) بين أن للمعادلة  $g(x) = 0$  حلاً وحيداً  $\alpha$ ، ثم تحقق أن  $\alpha = 1$ .

(3) جد نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه.

(4) أثبت أن:  $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$ .

(5) مستخدماً من تغيرات التابع  $g$  ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها.

(6) لي معلم متعالمس لرسم الخط  $C_r$ .

- انتهت الأسئلة -

الاسم :

الرقم :

المدة : ثلاث ساعات

الدرجة : ستمة

## الصفحة الأولى

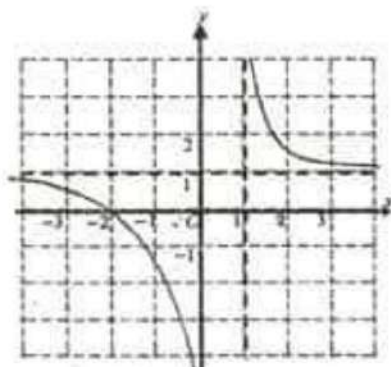
أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نتأمل الخط البياني  $C$  للتابع  $f$  المعروف على  $]-\infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$ .

والمطلوب:

1) جد  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) اكتب معادلة كل مغارب أفقي ومعادلة كل مغارب شاقولي لـ  $C$ .3) جد حلول المتراجحة  $f'(x) < 0$ 4) جد حل المعادلة  $f(x) = 0$ السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن  $x$ ) في منشور  $(x + \frac{1}{x^2})^{12}$ .

السؤال الثالث: احسب العدد:  $I = \int_0^1 (2 - |2 - x|) dx$

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقاط الآتية:  $A(2, 0, 1)$  ,  $B(1, -2, 1)$  ,  $C(5, 0, 5)$  ,  $D(6, 2, 5)$  والمطلوب:1) أثبت أن  $\overline{AC}$  ,  $\overline{AB}$  غير مرتبطين خطياً.2) عيّن العددين الحقيقيين  $\alpha$  ,  $\beta$  بحيث  $\overline{AD} = \alpha \overline{AB} + \beta \overline{AC}$  واستنتج أن النقاط  $A$  ,  $B$  ,  $C$  ,  $D$ 

تقع في مستر واحد.

السؤال الخامس:

ليكن  $f$  هو التابع المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق:  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x - 1}$ . المطلوب:عيّن العددين الحقيقيين  $a$  ,  $b$  لتكون  $f(-1) = 0$  قيمة حدية للتابع  $f$ .

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوثة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي.

نعرف متحولاً عشوائياً  $X$  يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. المطلوب:1) اكتب قيم المتحول العشوائي  $X$  واحسب  $P(X = 0)$ .2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي  $X$  وتباينه.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول: لنكن لدينا المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة التدرجية:  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$  ,  $u_0 = 2$ ولنعرف المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  وفق:  $v_n = u_n + 6$ .

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  هندسية، عيّن أساسها واحسب  $v_0$  , ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ .2) لنعرف المتتالية  $(w_n)_{n \geq 0}$  وفق:  $w_n = \ln(v_n)$  , أثبت أن المتتالية  $(w_n)_{n \geq 0}$  حسابية واحسب  $w_0$ .ثم احسب المجموع  $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$ .



الاسم :  
الرقم :  
المدة : ثلاث ساعات  
الدرجة : ستعة

الصفحة الثانية

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نتأمل النقاط  $C, B, A$  التي تمثلها الأعداد العقدية

$$c = -4i, b = -4 + 4i, a = 8$$

(1) احسب العدد  $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث  $ABC$  قائم ومتساوي الساقين.

(2) جد العدد العقدي  $d$  الممثل للنقطة  $D$  صورة النقطة  $A$  وفق دوران مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{\pi}{4}$ .

(3) جد العدد العقدي  $e$  الممثل للنقطة  $E$  ليكون الرباعي  $ACBE$  مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $I = ]0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = x - 4 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

(1) أثبت أن  $f$  تابع متزايد تماماً على  $I$ ، واستنتج  $f(I)$ .

(2) أثبت أن المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = x - 4$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$ .

(3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني  $C$  والمستقيم  $d$ .

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

البيانية الأولى:

في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نتأمل النقاط:  $A(-1, 2, 3)$ ،  $B(2, 1, 1)$ ،  $C(-3, 4, -1)$ ،  $D(3, 1, 1)$ . المطلوب:

(1) جد  $\overline{AC}$  و  $\overline{AB}$ ، وبتين أن المستقيمين  $(AC)$  و  $(AB)$  متعامدان.

(2) أثبت أن الشعاع  $\vec{n}(2, 4, 1)$  يعامد المستوي  $(ABC)$  واكتب معادلة للمستوي  $(ABC)$ .

(3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $d$  المار من النقطة  $D$  والعمودي على المستوي  $(ABC)$ .

(4) احسب بعد  $D$  عن المستوي  $(ABC)$  ثم احسب حجم الهرم  $D-ABC$ .

(5) بفرض أن  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المتقلبة  $(A, 1)$ ،  $(B, -1)$ ،  $(C, 2)$  أثبت أن

المستقيمين  $(AB)$  و  $(CG)$  متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$  والمطلوب:

(1) احسب نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

(2) أثبت أن  $f'(x) = (1-x^2)e^{-x}$ .

(3) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها وادل على القيم الحدية ميئاً نوعها.

(4) ارسم  $C$  في معلم متجانس.

(5) استنتج رسم الخط البياني  $C_1$  للتابع  $g$  المعرفة وفق:  $g(x) = (x-1)^2 e^x$ .

(6) جد مجموعة تعريف التابع:  $h(x) = \ln(f(x))$ .

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة: يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجدول اللوغاريتمية

الاسم :  
الرقم :  
المدة : ثلاث ساعات  
الدرجة : ستمئة

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

|         |           |            |   |            |   |            |           |
|---------|-----------|------------|---|------------|---|------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |            | 0 |            | 4 |            | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | -          |   | +          | 0 | -          |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $\searrow$ | 2 | $\nearrow$ | 6 | $\searrow$ | $-\infty$ |

نجد جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$   
خطه البياني  $C$ . المطلوب:

1- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- دل على القيم الحدية للتابع  $f$  مبيئاً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$

4- جد حلول المتراجحة  $f'(x) > 0$

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 1, 2, 3, 4, 5 ، نسحب من الصندوق كرتين على التوالي مع الإعادة. والمطلوب:

1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2- كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

السؤال الثالث:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$  . المطلوب:

(1) أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 2x$  مقارب مائل للخط البياني  $C$  في جوار  $+\infty$  .

(2) ادرس الوضع النسبي بين  $C$  و  $\Delta$  .

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس  $(O, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$  المستوي  $P: 2x + y - 3z + 2 = 0$  والنقطة  $A(1, 1, -2)$  . المطلوب:

(1) أثبت أن النقطة  $A$  لا تنتمي إلى المستوي  $P$  .

(2) اكتب معادلة للمستوي  $Q$  المار من  $A$  والموازي للمستوي  $P$  .

السؤال الخامس: نتأمل التابع  $f$  المعرفة على  $[0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = x - \sin x$

1- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  . 2- أثبت أن التابع  $f$  متزايد.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن العدد العقدي  $w = \frac{-\sqrt{2}}{1+i} e^{i\frac{\pi}{3}}$  . المطلوب:

1- بيّن أن  $|w| = 1$  ، ثم اكتب العدد  $w$  بالشكل الأسّي.

2- ليكن  $z$  عدد عقدي ما أثبت أن  $Z = \frac{z - \bar{z}w}{1-w}$  عدد حقيقي.

التمرين الثاني: ليكن  $f$  التابع المعرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق:  $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$  . المطلوب:

1- عين التابع المشتق  $f'$  للتابع  $f$  .

2- نرمز بالرمز  $g$  إلى التابع المعرف على  $J = ]1, +\infty[$  وفق  $g(x) = f(\sqrt{x})$  ، أثبت أن  $g$  اشتقاقي على  $J$  ،

ثم احسب  $g'(x)$  على  $J$  .

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

المستقيمان  $d$  و  $d'$  معرفان وسيطياً وفق:

$$d': \begin{cases} x = 2s - 1 \\ y = s - 2 \\ z = 3s - 2 \end{cases}, s \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad d: \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t + 1 \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

- المطلوب: (1) أثبت أن  $d$  و  $d'$  متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات  $I$  نقطة التقاطع.  
(2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين  $d$  و  $d'$ .

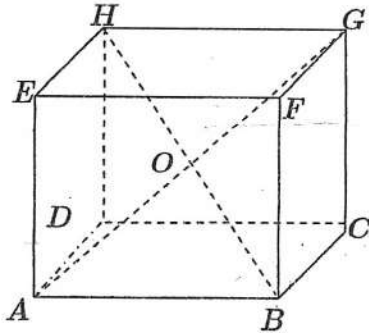
التمرين الرابع:

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  المعرفة وفق:  $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \frac{3}{e^3} + \dots + \frac{n}{e^n}$ . المطلوب:

- (1) أثبت أن  $n \leq 2^n$  أيّاً كان العدد الطبيعي  $n \geq 1$ .  
(2) استنتج أن  $\frac{2}{e-2}$  عنصر راجح على المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$ .  
(3) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متقاربة.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: مكعب  $ABCDEFGH$  طول حرفه 2 ،



$O$  نقطة تقاطع القطرين  $[AG]$  و  $[HB]$ .

نختار المعلم المتجانس  $(A, \frac{1}{2}\overline{AB}, \frac{1}{2}\overline{AD}, \frac{1}{2}\overline{AE})$ . والمطلوب:

(1) جد إحداثيات النقاط  $A$  و  $B$  و  $G$  و  $H$  و  $O$ .

(2) أعط معادلة للمستوي  $(GOB)$ .

(3) احسب  $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OB}$  واستنتج  $\cos \widehat{GOB}$ .

(4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(DC)$ .

(5) أثبت أن المستقيم  $(DC)$  يوازي المستوي  $(GOB)$ .

(6) جد الأعداد الحقيقية  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  حتى تكون النقطة  $D$  مركز الأبعاد المنتاسبة للنقاط المثقلة

$(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$ .

المسألة الثانية:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $I = ]0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$  والمطلوب:

(1) احسب نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها.

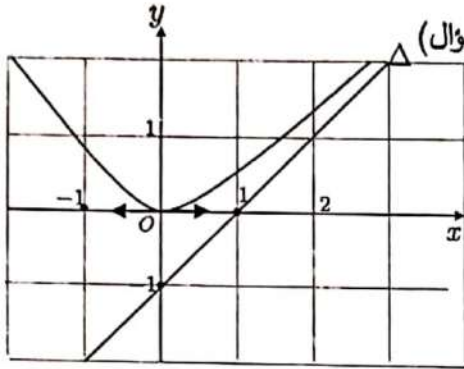
(3) اثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلاً وحيداً في المجال  $]\frac{1}{3}, \frac{1}{2}[$ .

(4) في معلم متجانس ارسّم الخط  $C$ .

(5) استنتج رسم  $C_1$  الخط البياني للتابع:  $g(x) = \frac{1-x+\ln x}{x}$ .



الصفحة الأولى



أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نتأمل جانباً الخط البياني  $C$  للتابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$ ، والمستقيم  $\Delta$  مقارب مائل لـ  $C$  والمطلوب:

1- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المستقيم  $\Delta$ .

3- جد  $f'(0)$  ,  $f(0)$

4- جد حلول المتراجحة  $f'(x) < 0$

السؤال الثاني: نتأمل المستويين  $p_1: 2x - y + z + 1 = 0$  ,  $p_2: x + y - z = 0$  والمطلوب:

1- تيقن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث

خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثلي مثلي.

السؤال الرابع: أثبت أن:  $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$  أيّاً كان  $x > -1$

السؤال الخامس: ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = x - E(x)$  . المطلوب:

1- اكتب  $f(x)$  بصيغة مستقلة عن  $E(x)$  على المجال  $[0, 2[$ .

2- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول:

نتأمل المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة التدرجية:  $u_0 = 3$  ,  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$  عند كل  $n \geq 0$  . والمطلوب:

1- أثبت أن التابع  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$  متزايد تماماً على  $[2, +\infty[$ .

2- أثبت بالتدرج أن  $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$  أيّاً كان العدد الطبيعي  $n$

3- استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

التمرين الثاني:

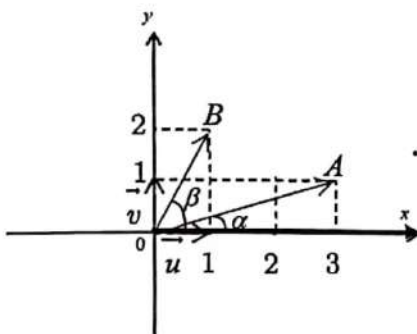
نتأمل في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  :

بفرض أن  $\alpha$  القياس الأساسي للزاوية  $(\vec{u}, \vec{oA})$  و  $\beta$  القياس الأساسي للزاوية  $(\vec{u}, \vec{oB})$ .

المطلوب:

1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين  $Z_B$  و  $Z_A$  اللذين يمثلان النقطتين  $A$  و  $B$ .

2) اكتب العدد العقدي  $\frac{Z_B}{Z_A}$  بالشكلين الجبري والأسّي، ثم استنتج قيمة  $\beta - \alpha$ .



الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

$f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(0) = 0$  و  $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$  في حالة  $x \neq 0$ . المطلوب:

1- أثبت أن  $f$  اشتقاقي عند  $x = 0$ .

2- احسب  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}^*$ .

3- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

التمرين الرابع:

في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن النقاط:  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(4, 3, -3)$ ,  $C(-1, 1, 2)$ ,  $D(0, 0, 1)$ . المطلوب:

(1) أثبت أن  $\overline{AC}$  و  $\overline{AB}$  غير مرتبطين خطياً.

(2) أثبت أن الأشعة:  $\overline{AD}$  و  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  مرتبطة خطياً.

(3) استنتج أن النقطة  $D$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة:  $(A, \alpha)$ ,  $(B, \beta)$ ,  $(C, \gamma)$  حيث أن  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

$(EABCD)$  هرم رباعي رأسه  $E$ ، قاعدته مربع طول ضلعه 3،

$[AE]$  عمودي على المستوي  $(ABCD)$  و  $EA = 3$ .

نختار المعلم المتجانس  $(A, \frac{1}{3}\overline{AB}, \frac{1}{3}\overline{AD}, \frac{1}{3}\overline{AE})$  والمطلوب:

(1) عين إحداثيات  $A, B, C, D, E$

(2) جد معادلة المستوي  $(EBC)$ .

(3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من  $A$  ويعامد المستوي  $(EBC)$ .

(4) استنتج أن  $H$  منتصف  $[EB]$  هي المسقط القائم لـ  $A$  على المستوي  $(EBC)$ .

(5) احسب حجم رباعي الوجوه  $(AEBC)$ .

المسألة الثانية:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على المجال  $]-2, 2[$  وفق:  $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$  والمطلوب:

(1) أثبت أن  $f$  تابع فردي.

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  على المجال  $[0, 2[$ .

(3) اكتب معادلة المماس  $T$  عند النقطة التي فاصلتها  $x = 0$ ، واحسب القيمة التقريبية للتابع  $f$  عند النقطة التي

فاصلتها  $x = 0.1$ .

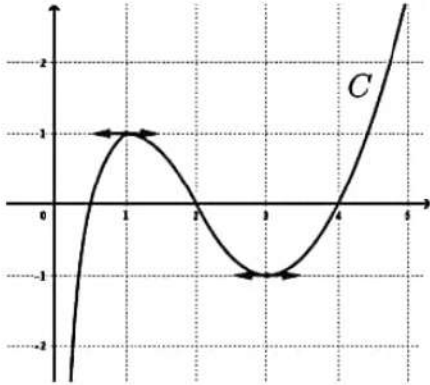
(4) في معلم متجانس ارسم الخط البياني  $C$ .

(5) استنتج رسم الخط البياني  $C'$  للتابع  $g(x) = \ln(2-x) - \ln(x+2)$  على المجال  $]-2, 2[$ .

- انتهت الأسئلة -

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المرسوم جانباً ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على المجال  $]0, +\infty[$  المطلوب :



(1) جد  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها

(3) جد حلول المترابحة  $f'(x) \leq 0$

(4) جد  $f([1,3])$

السؤال الثاني : عيّن قيم العدد  $n$  التي تحقق العلاقة :  $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$

السؤال الثالث : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $R$  وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$$

(1) جد نهاية التابع  $f$  عند الصفر

(2) عيّن قيمة العدد  $m$  ليكون  $f$  مستمراً عند الصفر .

السؤال الرابع : نتأمل في معلم متجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  . النقطتين  $A(2,1,-2)$  و  $B(-1,2,1)$

والمستوي  $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$

(1) أثبت أنّ المستقيم  $(AB)$  يعامد المستوي  $P$

(2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(AB)$  ، ثم عيّن إحداثيات النقطة  $A'$  المسقط القائم للنقطة  $A$  على  $P$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]0, +\infty[$  وفق :

$$f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$$

(1) عيّن العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  إذا علمت أنّ المماس للخط  $C$  في النقطة  $A(1,0)$  يوازي

المستقيم  $d$  الذي معادلته :  $y = 3x$

(2) من أجل  $a = 4$  و  $b = -4$  أثبت أنّ المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 4x - 4$

مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  ثم أدرس الوضع النسبي بين  $C$  و  $\Delta$



الصفحة الثانية

التمرين الثاني : نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي تمثلها الأعداد العقدية :  $a = 6 - i$  ,  $b = -6 + 3i$  ,  $c = -18 + 7i$  بالترتيب والمطلوب

(1) احسب العدد  $\frac{b-a}{c-a}$  واستنتج أن النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  تقع على استقامة واحدة

(2) بفرض  $d = 1 + 6i$  العدد العقدي الممثل للنقطة  $D$  صورة  $A$  وفق دوران مركزه  $O$  وزاويته  $\theta$  احسب  $\theta$

(3) جد العدد العقدي  $n$  الممثل للنقطة  $N$  ليكون الرباعي  $OAND$  مربع

التمرين الثالث : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق :  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$  المطلوب :

(1) ادرس اطراد المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$

(2) أثبت أن العدد 2 راجح على  $(u_n)_{n \geq 0}$

(3) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  ثم جد عدداً طبيعياً  $n_0$  يحقق أيأ كان  $n > n_0$  كان  $u_n$  في المجال  $[1.9, 2.1]$

التمرين الرابع : صندوق يحتوي على خمس كرات منها كرتان حمراوان وثلاث كرات زرقاء نكرر عملية سحب عشوائياً لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته ليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة

عين مجموعة القيم التي يأخذها  $X$  واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول  $X$  واحسب توقعه الرياضي

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقطة  $A(1,2,0)$  والمستويات :

$$P: 2x - y + 2z - 2 = 0$$

$$Q: x + y + z - 1 = 0$$

$$R: x - z - 1 = 0$$

(1) أثبت أن المستويين  $P$  و  $Q$  متقاطعان بفصل مشترك  $\Delta$  ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له

(2) تحقق أن المستوي  $R$  يعامد  $\Delta$  ويمر بالنقطة  $A$

(3) أثبت أن المستويات  $P$  و  $Q$  و  $R$  تتقاطع في نقطة  $I$  يطلب تعيين إحداثياتها

(4) استنتج بعد النقطة  $A$  عن المستقيم  $\Delta$

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{2x}{e^x}$  والمطلوب :

(1) جد نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$

(3) في معلم متجانس ارسم الخط  $C$

(4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط  $C$  ومحوري الإحداثيات والمستقيم  $x = 1$

(5) استنتج رسم الخط  $C_1$  للتابع  $g$  وفق :  $g(x) = 2xe^x$

(6) أثبت أن  $f(x)$  هو حل للمعادلة التفاضلية :  $y' + y = 2e^{-x}$

انتهت الأسئلة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : نجد جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $R$  خطه البياني  $C$

|              |           |      |     |           |
|--------------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$          | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $\dot{f}(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$       |
| $f(x)$       | $+\infty$ | $-2$ | $4$ | $3$       |

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني  $C$

(3) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع  $f$

(4) احسب  $f(]-1, 2[)$

السؤال الثاني : عين الحد المستقل عن  $x$  في منشور  $(x + \frac{1}{x^2})^6$

السؤال الثالث : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R^*$  وفق :  $f(x) = x + 3 - \frac{1}{x^2}$

المطلوب : أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 3$  مقارب للخط  $C$  في جوار  $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي للخط  $C$  والمستقيم  $\Delta$

السؤال الرابع : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نتأمل النقطتين  $A(1,0,1)$  و  $B(0,1,1)$

(1) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم  $d$  المار من  $A$  ويقبل شعاع توجيه له  $\vec{u}(2,2,1)$

(2) أثبت أن المستقيمين  $(AB)$  و  $d$  متعامدان

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق :  $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$  المطلوب

(1) أثبت أن المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  متزايدة تماماً

(2) أثبت أن  $S_n$  تكتب بالشكل  $S_n = \frac{1}{2} \left( 3 - \frac{1}{3^n} \right)$

ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  وبيّن أنها متقاربة

التمرين الثاني : يحتوي صندوق على خمس كرات ، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2

وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 نسحب عشوائياً كرتين على التوالي دون إعادة من الصندوق

(1) الحدث  $A$  : الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته ، احسب  $P(A)$

(2) نعرف متحولاً عشوائياً  $X$  يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين

عين مجموعة قيم المتحول العشوائي  $X$  واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي .

التمرين الثاني : لتكن المتتاليتان  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  المعرفتان وفق :

$$v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$$

$$u_n = 5 - \frac{1}{n}$$

- (1) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متزايدة
  - (2) أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 1}$  متناقصة
  - (3) هل المتتاليتان  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  متجاورتان؟ علل إجابتك .
- التمرين الثالث : ليكن  $X$  متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية .

الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول  $X$  الممثل لثلاث نجاحات

|            |                |                |   |   |
|------------|----------------|----------------|---|---|
| $k$        | 0              | 1              | 2 | 3 |
| $P(X = k)$ | $\frac{1}{27}$ | $\frac{6}{27}$ |   |   |

فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي  $\frac{2}{3}$

$$P(X = 1) = \frac{6}{27} \text{ و } P(X = 0) = \frac{1}{27}$$

$$(1) \text{ جد } P(X = 2) \text{ و } P(X = 3)$$

(2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي  $X$  ؟

(3) ما تباين المتحول العشوائي  $X$  ؟

التمرين الرابع : ليكن  $J = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^{x+2}} dx$  و  $I = \int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^{x+2}} dx$  والمطلوب :

(1) احسب  $J$

(2) احسب  $I + J$  ثم استنتج  $I$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \ln(e^{-x} + 1)$

(1) جد نهاية  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$  هل يقبل الخط  $C$  مقاربات غير مائلة؟

(2) أثبت أن  $f(x) = -x + \ln(e^x + 1)$

(3) أثبت أن المستقيم  $y = -x$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $-\infty$

(4) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها

(5) ارسم المقاربات وارسم الخط البياني  $C$

المسألة الثانية : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط  $A(1,1,0)$  و  $B(1,2,1)$  و  $C(4,0,0)$

(1) أثبت أن النقاط  $A, B, C$  ليست على استقامة واحدة

(2) أثبت أن معادلة المستوي  $(ABC)$  تعطى بالعلاقة :  $x + 3y - 3z - 4 = 0$

(3) ليكن المستويان  $P$  و  $Q$  معادلتهما :

$$P: x + 2y - z - 4 = 0$$

$$Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$$

أثبت أن المستويين يتقاطعان في الفصل المشترك  $d$  الذي تمثيله الوسيطى :

$$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} : t \in R$$

(4) ماهي نقطة تقاطع المستويات  $P$  و  $Q$  و  $(ABC)$

(5) احسب بعد  $A$  عن المستقيم  $d$

انتهت الأسئلة



أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $R$  والمطلوب :

|         |           |      |            |           |            |      |            |           |
|---------|-----------|------|------------|-----------|------------|------|------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $2$        | $+\infty$ |            |      |            |           |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$        | $-$       | $0$        | $+$  |            |           |
| $f(x)$  |           | $2$  | $\nearrow$ | $4$       | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

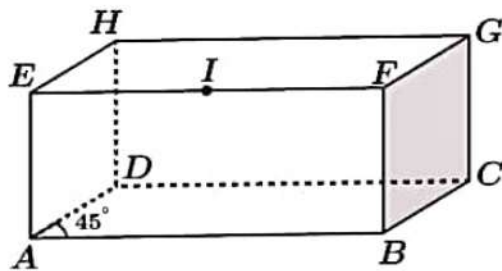
(2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع  $f$

(3) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$

(4) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع  $f$

السؤال الثاني :

$ABCD EFGH$  متوازي سطوح فيه  $AB = 2$  و  $BC = GC = 1$  وقياس الزاوية  $\widehat{DAB}$  يساوي  $45^\circ$



والنقطة  $I$  منتصف  $[EF]$  والمطلوب :

(1) احسب  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

(2) عيّن موضع النقطة  $M$  التي تحقق العلاقة :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{GH}$$

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاثة مهندسين وخمسة عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

السؤال الرابع :

$(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية أساسها  $q = 2$  وفيها  $u_0 = 1$  والمطلوب :

احسب  $u_3$  استنتج قيمة المجموع  $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

ليكن التابع  $f$  المعرف على المجال  $]2, +\infty[$  وفق :  $f(x) = x - 4 + \sqrt{x - 2}$

(1) ادرس تغيرات التابع  $f$  على المجال  $]2, +\infty[$  ونظم جدولاً بها .

(2) أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً

(3) اكتب معادلة المماس للخط  $C$  في النقطة التي فاصلتها 3

الصفحة الثانية

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء  
نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً . نتأمل المتحول العشوائي  $X$  الذي  
ياخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء

و القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء و القيمة 0 عدا ذلك المطلوب  
اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي  $X$  واحسب توقعه الرياضي

التمرين الثالث : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R$  وفق :  $f(x) = e^x - 1$  المطلوب

(1) جد مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) \leq 0$

(2) احسب  $\int_0^{\ln 2} f(x) dx$

التمرين الرابع :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نتأمل النقطتين  $B$  و  $A$  اللتين يمثلهما

على الترتيب العددان العقديان :  $Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$  و  $Z_A = 4$  ولتكن  $I$  منتصف  $[AB]$

(1) مثل النقطتين  $B$  و  $A$  في معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  واكتب  $Z_B$  بالشكل الأسّي

(2) بين طبيعة المثلث  $OAB$  وأثبت أن قياس الزاوية  $(\vec{u}, \vec{OI})$  هو  $\frac{\pi}{8}$

(3) اكتب العدد العقدي  $Z_I$  الممثل للنقطة  $I$  بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج  $\sin \frac{\pi}{8}$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط :

$A(2,1,3)$        $B(1,0,-1)$        $C(4,0,0)$        $D(0,4,0)$        $E(1,-1,1)$

(1) جد  $\vec{AB}$  و  $\vec{CD}$  و  $\vec{CE}$

(2) أثبت أن النقاط  $C$  و  $D$  و  $E$  ليست واقعة على استقامة واحدة

(3) أثبت أن  $(AB)$  يعامد المستوي  $(CDE)$

(4) اكتب معادلة المستوي  $(CDE)$

(5) احسب بعد  $B$  عن المستوي  $(CDE)$

(6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها  $B$  وتمس المستوي  $(CDE)$

المسألة الثانية :

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = x^2 - \ln x$  المطلوب :

(1) جد نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

(3) اكتب معادلة المماس  $T$  للخط البياني  $C$  في نقطة منه فاصلتها  $x = 1$

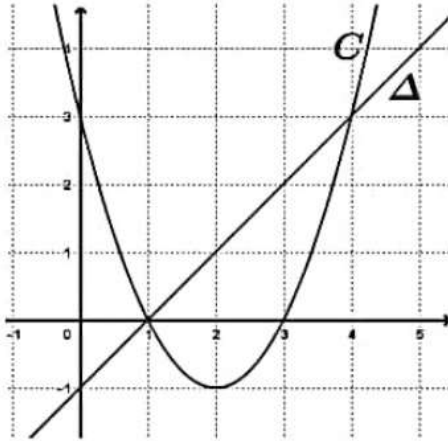
(4) في معلم متجانس ارسم المماس  $T$  والخط البياني  $C$

(5) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  ومحور الفواصل والمستقيمين  $x = 1$  و  $x = e$

(6) نعرف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  حيث :  $u_n = n^2 - \ln(n)$  أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متزايدة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  والمطلوب :



(1) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع  $f$

(2) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) ما هي حلول المعادلة  $f(x) = y_{\Delta}$

(4) اكتب معادلة المستقيم  $\Delta$

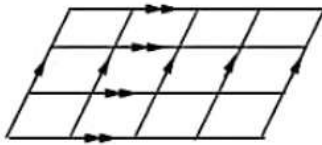
السؤال الثاني :

في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن النقطة  $A(1, -2, 0)$  والمستوي  $P: x + 2y + z - 1 = 0$

احسب بعد النقطة  $A$  عن المستوي  $P$  ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها  $A$  وتمس المستوي  $P$

السؤال الثالث : في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها

متوازيات أضلاع والمطلوب :



احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة

السؤال الرابع : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{1}{3 + \cos x}$

(1) أثبت محدودية  $f$

(2) استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{3 + \cos x}$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نتأمل النقاط

$M, C, B, A$  التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية :

$m = -1 + i$  ,  $c = 2i$  ,  $b = 1 - i$  ,  $a = -1 - i$  والمطلوب :

(1) مثل الأعداد  $m = -1 + i$  ,  $c = 2i$  ,  $b = 1 - i$  ,  $a = -1 - i$  في المستوي

(2) احسب العدد العقدي  $d$  الممثل للنقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  وفق دوران مركزه  $O$  وزاويته  $(\frac{\pi}{2})$

(3) أثبت أن النقاط  $B, O, M$  تقع على استقامة واحدة

(4) احسب  $\arg \frac{c-d}{m}$  واستنتج أن  $(OM)$  و  $(DC)$  متعامدان



الصفحة الثانية

التمرين الثالث : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $]e^{-1}, +\infty[$  وفق العلاقة :  $f(x) = \frac{2+\ln x}{1+\ln x}$  المطلوب

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم أعط عدداً حقيقياً  $A$  يحقق الشرط إذا كانت  $x > A$

كان  $f(x)$  في المجال  $]0.9, 1.1[$

(2) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$

التمرين الرابع : لتكن النقطتان  $A$  و  $B$  اللتان تمثلهما الأعداد العقدية :  $Z_A = -1 + i$  و  $Z_B = -3i$

وليكن  $P(Z) = Z^2 + (1 + 2i)Z + 3 + 3i$  والمطلوب :

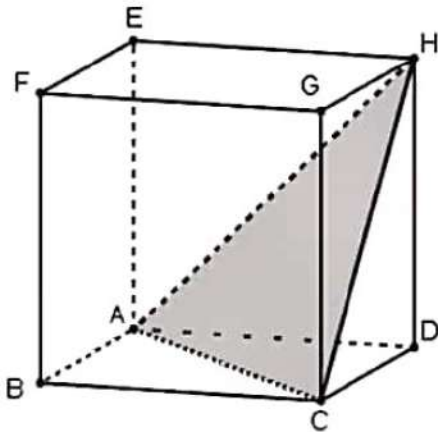
(1) أثبت أن  $Z_A$  حلاً للمعادلة  $P(Z) = 0$  ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة

(2) جد العدد العقدي  $Z'$  الممثل للنقطة  $A'$  صورة النقطة  $A$  وفق دوران مركزه  $B$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$

(3) اكتب  $Z_A$  بالشكل الأسّي

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس  $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$  المكعب  $ABCDEFGH$



(1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط

$A, C, H, F, D$

(2) اكتب معادلة المستوي  $(ACH)$

(3) أثبت أن المستوي  $P$  الذي معادلته

$$P: -2x + 2y - 2z + 1 = 0$$

يوازي المستوي  $(ACH)$

(4) بفرض  $I$  مركز ثقل المثلث  $(ACH)$  أثبت أن

$D$  و  $I$  و  $F$  على استقامة واحدة

(5) اكتب معادلة للكرة  $S$  التي مركزها  $\Omega(1, -1, 1)$  ونصف قطرها  $R = \sqrt{3}$

وبيّن أن المستوي  $(ACH)$  يمس الكرة  $S$

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{4}{1+e^x}$  والمطلوب :

(1) جد نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه و اكتب معادلة كل مقارب وجدته .

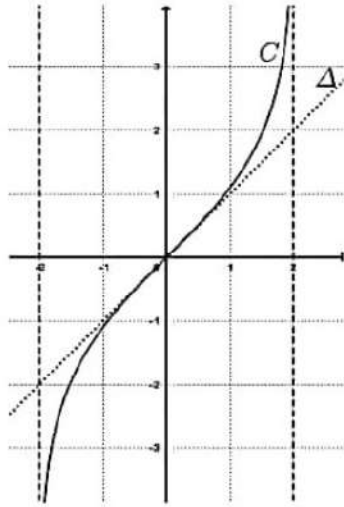
(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

(3) جد معادلة للمماس  $T$  للخط البياني  $C$  عند النقطة  $(0, 2)$  و ادرس الوضع النسبي لـ  $C$  و  $T$

(4) في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس  $T$  والخط البياني  $C$

(5) ليكن  $C'$  الخط البياني للتابع  $g$  المعرف على  $R$  وفق  $g(x) = \frac{4e^x}{1+e^x}$

استنتج الخط البياني  $C'$  للتابع  $g$



أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : نتأمل الخط البياني للتابع  $f$

المعرف على  $I = ]-2, +2[$  والمطلوب :

$$(1) \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

(2) أوجد  $f(0)$  و  $f'(0)$

(3) هل التابع  $f$  فردي أم زوجي ؟

(4) اكتب معادلة المماس  $\Delta$

السؤال الثاني : اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين  $d$  و  $d'$

$$(d') \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 : s \in R \\ z = -s + 1 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 : t \in R \\ z = -3t + 3 \end{cases}$$

وهل المستقيمان  $d$  و  $d'$  في مستو واحد ؟ علل إجابتك .

السؤال الثالث :

حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $2y' + 3y = 0$  والخط البياني  $C$  للحل يمر بالنقطة  $A(\ln 4, 1)$

السؤال الرابع : نتأمل في المعلم المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطتين  $A(2, 0, 1)$  و  $B(1, -2, 1)$

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[AB]$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق ما يأتي :  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

(1) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة

(2) أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 1$  واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

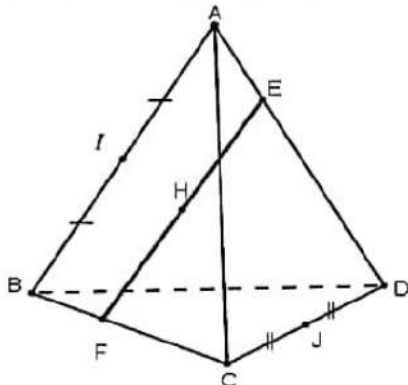
التمرين الثاني : ليكن  $ABCD$  رباعي الوجوه. وليكن  $\alpha$  عدد حقيقي ، و  $I$  منتصف  $[AB]$  و  $J$  منتصف  $[CD]$

النقطتان  $E$  و  $F$  معرفتان بالعلاقين :

$$\overrightarrow{BF} = \alpha \overrightarrow{BC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AE} = \alpha \overrightarrow{AD}$$

و أخيراً  $H$  هي منتصف  $[EF]$  أثبت أن النقاط

$I$  و  $J$  و  $H$  تقع على استقامة واحدة



## الصفحة الثانية

التمرين الثالث : لتكن النقطة  $M$  التي يمثلها العدد العقدي  $z = -1 + i$  المطلوب :

(1) أثبت أن  $z^8$  عدد حقيقي

(2) جد العدد العقدي  $Z'$  الممثل للنقطة  $M'$  صورة النقطة  $M$  وفق دوران مركزه  $A(1 + i)$  وزاويته  $\left(\frac{\pi}{4}\right)$  واكتبه بالشكل الأسّي .

التمرين الرابع : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $D = R \setminus \{-3\}$  وفق:  $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$

(1) اكتب التابع بالشكل :  $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$

(2) أثبت أن المستقيم  $y = ax + b$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$

(3) احسب  $I = \int_0^2 f(x) dx$  .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $I = ]0, +\infty[$  وفق :

$f(x) = x + x(\ln x)^2$  وليكن  $g(x) = (\ln(x) + 1)^2$  والمطلوب :

(1) أوجد نهاية التابع  $f$  عند الصفر وعند  $+\infty$  .

(2) أثبت أن  $f'(x) = g(x)$  .

(3) حل المعادلة  $g(x) = 0$  .

(4) نظم جدول تغيرات  $f$  .

(5) اكتب معادلة المماس  $\Delta$  للخط  $C$  في نقطة فاصلتها  $x = \frac{1}{e}$  وارسم المماس  $\Delta$  وارسم  $C$  .

المسألة الثانية : يضم مصنع ورشتين  $A$  و  $B$  لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره

1000 قلم صنعت الورشة  $A$  منها 600 قلم وصنعت البقية الورشة  $B$  هناك نسبة 5% من أقلام الورشة  $A$

غير صالحة للاستعمال . في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة  $B$  غير صالحة للاستعمال

نسحب عشوائياً قلماً من الطلب . نرمز بالرمز  $A$  إلى الحدث ( القلم مصنوع في الورشة  $A$  )

وبالرمز  $B$  إلى الحدث ( القلم مصنوع في الورشة  $B$  )

وبالرمز  $D$  إلى الحدث ( القلم غير صالح للاستعمال  $D$  )

(1) أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

(2) احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال .

(3) إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة  $A$  .

(4) نسحب عشوائياً من الورشة  $A$  قلمين معاً . وليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام

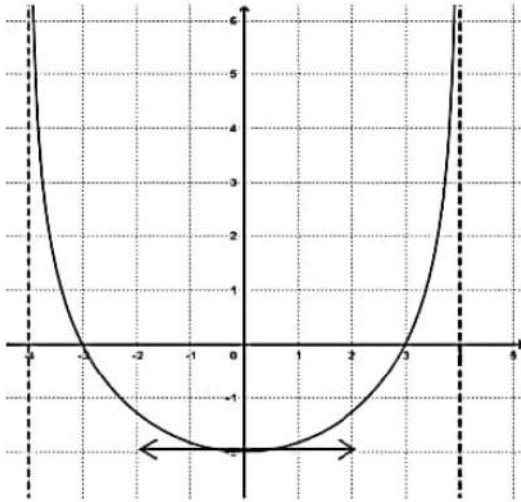
المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب  $P(X = 0)$  .

انتهت الأسئلة



أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المجاور  $C$  هو الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-4,4[$



(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x)$

واستنتج معادلة كل مقارب للخط  $C$

(2) احسب  $f(0)$  و  $f'(0)$

(3) جد حلول المعادلة  $f(x) = 0$

السؤال الثاني : حل المعادلة  $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$  في  $R$

السؤال الثالث :

(1) اكتب معادلة للكرة  $S$  التي مركزها  $O$  مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها  $R = \sqrt{3}$

(2) تحقق أن المستوي  $P$  الذي معادلته  $P: x - y + z + 3 = 0$  يمس الكرة  $S$

السؤال الرابع :

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة

(1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

(2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية ؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$

ولتكن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق :  $v_n = u_n + 3$

(1) أثبت أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية وأوجد أساسها .

(2) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

(3) ليكن في حالة عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  عبر عن  $S_n$  بدلالة  $n$

واستنتج نهاية المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$

يتبع في الصفحة الثانية ....

## الصفحة الثانية

التمرين الثاني : ليكن لدينا العددان العقديان  $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$  و  $z_2 = 1 + i$  والمطلوب :

(1) اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد  $z_1$  و  $z_2$  و  $\frac{z_1}{z_2}$

(2) اكتب بالشكل الجبري  $\frac{z_1}{z_2}$  واستنتج  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

التمرين الثالث : نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية ، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار

في كل رمية يساوي  $\frac{1}{3}$  . نعرف  $X$  المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار .

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي  $X$  ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي وتباينه .

التمرين الرابع : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R$  وفق :  $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

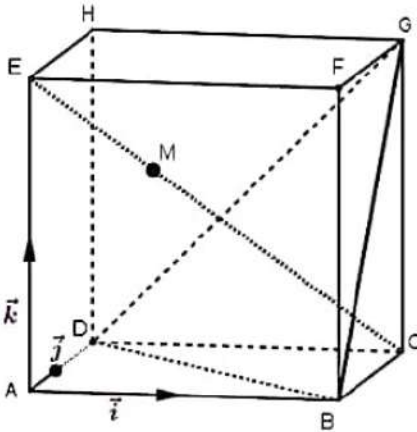
(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب مائل لـ  $C$  في جوار  $+\infty$

(3) ادرس الوضع النسبي بين  $\Delta$  و  $C$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى :  $ABCDEFGH$  مكعب طول حرفه يساوي 2



نتأمل المعلم المتجانس  $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

في المعلم  $\vec{AB} = 2\vec{i}$  و  $\vec{AD} = 2\vec{j}$  و  $\vec{AE} = 2\vec{k}$

(1) اكتب معادلة للمستوي  $(GBD)$

(2) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم  $(EC)$

(3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم  $(EC)$

مع المستوي  $(GBD)$

(4) جد إحداثيات النقطة  $M$  التي تحقق :  $\vec{EM} = \frac{1}{3}\vec{EC}$

(5) أثبت تعامد المستقيمين  $(HM)$  و  $(EC)$  .

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي .

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ، ونظم جدولاً بها ، ثم دل على القيمة الحدية محلياً .

(3) جد معادلة للمماس  $\Delta$  في النقطة  $A$  من الخط  $C$  التي فاصلتها  $x = 1$  .

(4) ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس  $\Delta$  ، ثم ارسم  $C$  .

(5) احسب  $S$  مساحة المحصور بين  $C$  والمحور  $xx'$  والمستقيم  $x = e$  .

انتهت الأسئلة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تتأمل جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف والمستمر على  $R$  وخطه البياني  $C$  والمطلوب :

|        |           |            |    |            |
|--------|-----------|------------|----|------------|
| $x$    | $-\infty$ | 1          | 2  | $+\infty$  |
| $f(x)$ |           | -          | 0  | +          |
| $f(x)$ | 3         | $\searrow$ | -2 | $\nearrow$ |
|        |           |            | 4  | $\nearrow$ |
|        |           |            |    | $+\infty$  |

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

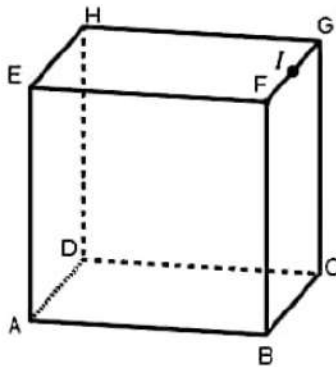
(2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني  $C$

(3) هل  $f(2) = 4$  قيمة حدية محلياً ؟

(4) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  في  $R$

السؤال الثاني :

ليكن العدد العقدي  $z = 1 + \sqrt{3}i$  اكتب العدد  $z$  بالشكل المثلثي وأثبت أن  $z^6$  عدد حقيقي .



السؤال الثالث : في الشكل المجاور  $ABCDEFGH$  مكعب

و  $I$  منتصف  $FG$  والمطلوب :

عين النقطة  $M$  التي تحقق :  $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DH} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{GI}$

السؤال الرابع : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق  $f(x) = \sin x$

(1) أوجد  $f(\pi)$  و  $f(x)$  و  $f(\pi)$

(2) استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} = -1$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

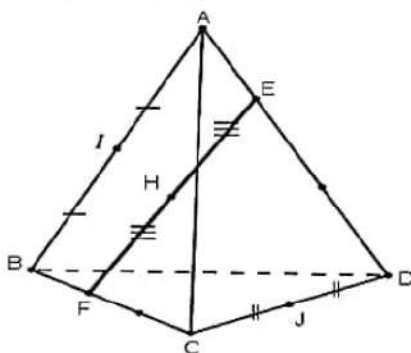
التمرين الأول : لتكن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة تدريجياً وفق:  $u_0 = 1$   $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n}$

(1) أثبت بالتدرج أن  $u_n > 0$  أيأ كان العدد الطبيعي  $n$

(2) أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة  $v_n = \frac{1}{u_n}$  متتالية حسابية

واكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

التمرين الثاني:  $ABCD$  رباعي وجوه ،  $J, I$  هما على الترتيب منتصفا  $[AB]$  ,  $[CD]$



$E$  و  $F$  نقطتان تحققان العلاقتين :

$$\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

و أخيراً  $H$  هي منتصف  $[EF]$

أثبت أن النقاط  $I$  و  $J$  و  $H$  على استقامة واحدة



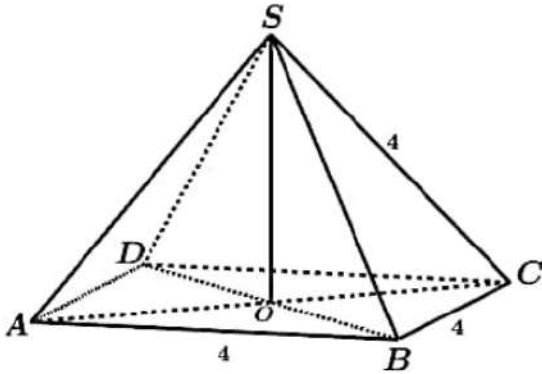
التمرين الثالث :

ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق  $f(x) = \sqrt{4x^2 + 5}$  خطه البياني  $C$   
احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4x^2 + 5} - 2x \right)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

واستنتج معادلة المقارب المائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$

التمرين الرابع :

نتأمل هرم  $S - ABCD$  قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 4 ورأسه  $S$ .



وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 4

النقطة  $O$  مرتسم  $S$  القائم على القاعدة والمطلوب :

(1) احسب  $\vec{SA} \cdot \vec{SB}$

(2) احسب طول القطر  $CA$  ثم احسب  $\vec{AC} \cdot \vec{AS}$

(3) عين  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$(S; 1), (B; 3), (A; 2)$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى :

أولاً - ليكن التابع  $g$  المعرف على  $R \setminus \{1\}$  وفق العلاقة :  $g(x) = \frac{x^2 + bx + a}{x-1}$

جد العددين  $a$  و  $b$  علماً أنّ التابع  $g$  يقبل قيمة حدية محلياً عند  $x = 0$  قيمتها تساوي 2

ثانياً - بفرض التابع  $f$  المعرف على  $R \setminus \{1\}$  وفق العلاقة  $f(x) = x + 3 + \frac{1}{x-1}$  خطه البياني  $C$

(1) أثبت أنّ المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 3$  مقارب للخط  $C$

(2) أوجد نهايات التابع  $f$  عند حدود مجموعة تعريفه

(3) ادرس تغيرات  $f$  ونظّم جدولاً بها ، واستنتج من جدول التغيرات أنّ للمعادلة  $f(x) = 0$

حل حقيقي وحيد  $\alpha$  ينتمي إلى المجال  $]-3, -2[$

المسألة الثانية :

في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطتان  $A(2, 1, -2)$  و  $B(7, -2, 0)$  والشعاغان

$\vec{u}(2, -1, 0)$  و  $\vec{v}(-3, 1, 2)$

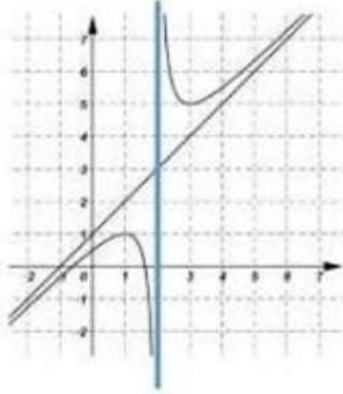
(1) أثبت أن الأشعة  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  و  $\vec{AB}$  مرتبطة خطياً

(2) اكتب معادلة المستوي الذي يقبل  $\vec{u}$  و  $\vec{AB}$  شعاعي توجيه له

(3) اكتب التمثيل الوسيط للمستقيم  $d$  الذي يقبل  $\vec{u}$  شعاعاً توجيهياً له ويمر بالنقطة  $A$

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية. (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الشكل المرسوم جانبا، ليكن  $C_f$  الخط البياني للدّالة  $f$  المعرّف على  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ ، والمطلوب:



1- حدّ  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2- دلّ على النغم الحدّية للدّالة وبيّن نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$ .

4- اكتب معادلة المقارب المائل.

5- اذكر إحداثيات النقطة  $I$  مركز تناظر الخط البياني  $C_f$ .

السؤال الثاني: ليكن  $f$  الدّالة المعرّف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = \cos x$

1- حدّ  $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$  و  $f'(x)$  و  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

2- استنتج قيمة النهاية  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{2}}$ .

السؤال الثالث: حلّ المعادلة  $e^x - 1 = 6e^{-x}$ .

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية. (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: بيّن فيما إذا كانت المستقيمين  $d$  و  $d'$  متقاطعين وفي حالة الإيجاب جد إحداثيات نقطة تقاطعهما.

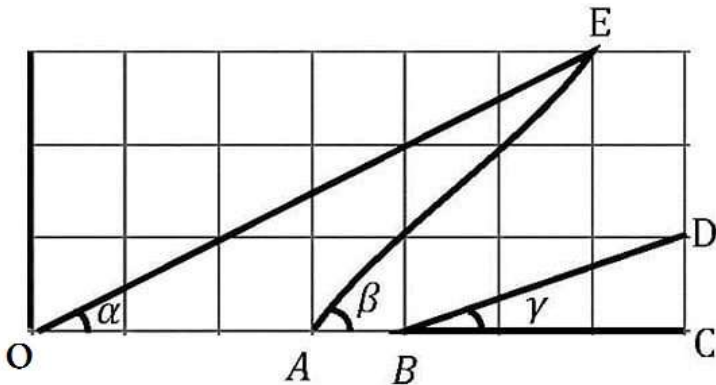
$$d': \begin{cases} x = s + 5 \\ y = 2 \\ z = 2s + 5 \end{cases} ; s \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad d: \begin{cases} x = 2t - 5 \\ y = t - 2 \\ z = -\frac{1}{2}t + 3 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

السؤال الثاني: جدّ الجذور التربيعيّة للعدد المعقدي  $\omega = 8 - 6i$ .

السؤال الثالث: عيّن قيمة  $n$  في المعادلة الآتية:  $P_{n+2}^5 = 45P_{n+1}^3$ .

ثالثاً: حلّ التمارين الثلاثة الآتية (80 درجة للأول - 70 درجة للثاني - 70 درجة للثالث).

التمرين الأول: في الشكل المجاور  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  هي الزوايا الأسنسية للزوايا الموجهة  $(\vec{OC}, \vec{OE})$  و  $(\vec{AC}, \vec{AE})$  و  $(\vec{BC}, \vec{BD})$  بالترتيب، والمطلوب:



(1) اكتب كلاً من  $Z_{\vec{BD}}$ ,  $Z_{\vec{AE}}$ ,  $Z_{\vec{OE}}$

بالشكل الجبري ثم الأسّي

(2) احسب الجداء  $Z_{\vec{BD}} \cdot Z_{\vec{AE}} \cdot Z_{\vec{OE}}$

بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسّي

(3) استنتج قياساً للزاوية  $\alpha + \beta + \gamma$

التمرين الثاني: ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $]-2, 2[$  وفق  $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{-x+2}\right)$ ، والمطلوب:

- 1- أثبت أنّ التابع  $f$  هو تابع فرديّ، ثم ادرس تغيرات التابع على المجال  $]0, 2[$ .
- 2- اكتب معادلة المماس  $T$  للخط البياني  $C_f$  في نقطة منه فاصلتها  $x = 0$ .
- 3- ادرس الوضع النسبي بين  $T$  و  $C_f$ .

التمرين الثالث: ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $\mathbb{R}$  وفق  $f(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 5}$ ، والمطلوب:

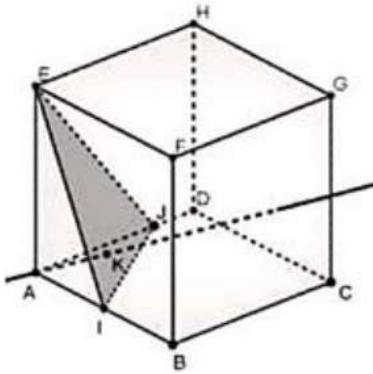
- 1- ادرس تغيرات  $f$  ونظّم جدولاً بها.
- 2- أثبت أنّ للمعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  يقع في المجال  $]1, 2[$ ، ثم جد هذا الحل جبرياً.
- 3- استنتج مشتق التابع  $g$  المعرّف على  $\mathbb{R}$  وفق  $g(x) = 2\sin x - \sqrt{\sin^2 x + 5}$ .

رابعاً: حلّ المسألتين الآتيتين (100° درجة لكل مسألة).

المسألة الأولى: ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $]0, +\infty[$  وفق  $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{4}{x}\right)$ ، والمطلوب:

- 1- ادرس تغيرات  $f$  ونظّم جدولاً بها.
- 2- أثبت أنّ المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = \frac{1}{2}x$  مقارب مائل للخط  $C_f$ ، ثم ادرس الوضع النسبي.
- 3- حلّ المعادلة  $f(x) = x$ .
- 4- لتكن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة تدريجياً بالشكل  $u_0 = 4$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  عند كل  $n \in \mathbb{N}$ ، والمطلوب:
  - a- احسب  $u_1$  و  $u_2$ .
  - b- استنتج من تزايد التابع  $f$  على المجال  $]2, +\infty[$  صحة الخاصية  $E(n): 2 < u_{n+1} < u_n$  وذلك من أجل  $n \in \mathbb{N}$ .
  - c- استنتج أنّ المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متقاربة، واحسب نهايتها.
  - d- ارسم مقاربات  $C_f$  وارسم المستقيم  $\Delta: y = x$ ، ثم ارسم  $C_f$  ومثل الحدود الأولى للمتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  على الرسم نفسه.

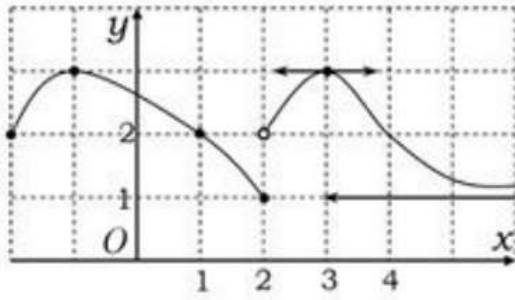
المسألة الثانية: ليكن  $ABCDEFGH$  مكعباً طول حرفه يساوي 4، ولتكن النقطة  $I$  منتصف  $[AB]$  والنقطة  $J$  تحقق العلاقة  $4\overline{AJ} = 3\overline{AD}$ . نتأمل المعلم المتجانس  $(A, \frac{1}{4}\overline{AB}, \frac{1}{4}\overline{AD}, \frac{1}{4}\overline{AE})$ ، والمطلوب:



- 1- جدّ احداثيات رؤوس المكعب والنقطتين  $I$  و  $J$ .
- 2- أثبت أنّ معادلة المستوي  $(EIJ)$  هي  $6x + 4y + 3z - 12 = 0$ .
- 3- اكتب التمثيل الوسيطى للمستقيم  $d$  المار من  $A$  وعمودياً على المستوي  $(EIJ)$ ، ثم جدّ احداثيات النقطة  $K$  نقطة تقاطع  $d$  مع  $(EIJ)$ .
- 4- احسب مساحة المثلث  $AEJ$  ثم استنتج حجم رباعي الوجوه  $I - AEJ$ .
- 5- احسب بُعد  $A$  عن المستوي  $(EIJ)$  واستنتج مساحة المثلث  $EIJ$ .

انتهت الأسئلة

أولاً أجب عن سؤالين من بين الأسئلة الثلاثة الآتية. (45° لكل سؤال)



السؤال الأول. ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المرسوم جانباً

1. جد  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ .
2. هل  $f$  اشتقاقي عند 2؟
3. جد  $f(3)$ ,  $f'(3)$ . وجد معادلة للمماس عند 3.
4. ما عدد القيم الحدية للتابع  $f$ ؟

السؤال الثاني. لتكن المتتاليتين  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  المعرفتين وفق العلاقتين:  $u_n = -\frac{1}{n}$  و  $v_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$

1. ادرس اطراد كل من  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$ .

2. أثبت أن المتتاليتين  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  متجاورتان.

السؤال الثالث. حل المعادلة  $(e^x - 1)\left(e^x - \frac{1}{2}\right) = 0$  ثم حل المتراجحة  $(e^x - 1)\left(e^x - \frac{1}{2}\right) \leq 0$

ثانياً أجب عن سؤالين من بين الأسئلة الثلاثة الآتية. (45° لكل سؤال)

السؤال الأول. ليكن  $ABCD$  رباعي وجوه منتظم طول حرفه 4. فيه  $I$  منتصف  $[CD]$ .

1. وضع النقطة  $M$  المحققة للعلاقة  $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AC} - \vec{BI}$

2. احسب العدد  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

السؤال الثاني.

1. جد المجموع  $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^6$  بدلالة  $\alpha$ .

2. ليكن  $\alpha = e^{2i\pi/7}$ . أثبت أن  $1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^6 = 0$ .

السؤال الثالث. يريد طالب أن يدرس مواد السبعة بشكل متتابع.

1. بكم طريقة يمكن أن يرتب المواد لدراستها.

2. بكم طريقة يمكن أن يرتب المواد إذا كانت المادة الأولى هي الرياضيات والأخيرة هي الفيزياء.

ثالثاً حل التمارين الثلاثة الآتية. (70° للأول، 70° للثاني، 80° للثالث)

التعريف الأول. ليكن التابع  $f$  المعرف على  $[0, +\infty[$  والمعطى بالعلاقة  $f(x) = \sqrt{x} \ln(1+x)$ .

1. أثبت أن  $f$  اشتقاقي عند 0 ثم استنتج مجموعة تعريف  $f'$ .

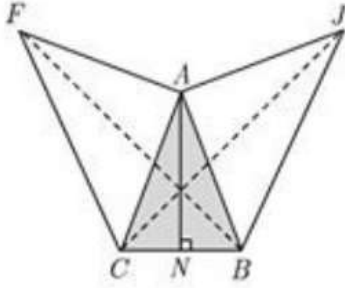
2. جد  $f'(x)$  على  $[0, +\infty[$ .

3. استنتج مشتق التابع  $g$  المعرف على المجال  $]0, \frac{\pi}{2}[$  وفق  $g(x) = \sqrt{\cos x} \ln(1 + \cos x)$ .



**التعريف الثاني.** لتكن النقاط  $A(1,-1,2)$  و  $B(2,1,0)$  و  $C(2,3,-1)$  و  $D(0,0,2)$  والمطلوب:

1. عين إحداثيات  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(A,1)$  و  $(B,2)$  و  $(C,2)$  و  $(D,1)$ .
2. حدد  $S$  مجموعة النقاط  $M$  التي تحقق:  $\|\overline{MA} + 2\overline{MB} + 2\overline{MC} + \overline{MD}\| = 6$
3. جد معادلة للمجموعة  $S$ .



**التعريف الثالث.** ليكن  $ABC$  مثلثاً متساوي الساقين، رأسه  $A$ . ننشئ خارجه

مثلثين قائمين ومتساوي الساقين  $ABJ$  و  $ACF$ . لتكن الأعداد العقدية

$a, b, c, j, f$  الممثلة للنقاط  $A, B, C, J, F$  بالترتيب.

1. جد بدلالة  $b$  و  $c$  العددين  $j$  و  $f$ .

2. اكتب العدد  $\frac{f-b}{c-j}$  بالشكل الجبري.

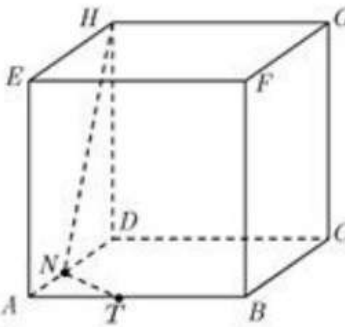
3. أثبت أن  $JC = BF$ ، وأن المستقيمين  $(CJ)$  و  $(BF)$  متعامدان.

4. نفترض أن  $A$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(B,1), (C,1), (F,3), (J,2)$  احسب  $\frac{c}{b}$ .

**رابعاً حل المسائلين الآتيين.** (100 لكل مسألة)

**المسألة الأولى.**

ليكن لدينا المكعب  $ABCDEFGH$  طول حرفه 1. و  $T$  نقطة من  $[AB]$  وتحقق  $\overline{AT} = \frac{2}{5}\overline{AB}$ ، و  $N$  نقطة



من  $[AD]$  وتحقق  $\overline{AN} = \frac{2}{5}\overline{AD}$ .

1. في المعلم المتجانس  $(A; \overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$  جد إحداثيات النقاط  $H, F, N, T$ .

2. جد الشعاعين  $\overline{NT}, \overline{NH}$  ثم جد معادلة المستوي  $(HNT)$ .

3. جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(EF)$ .

4. استنتج نقطة تقاطع المستقيم  $(EF)$  مع المستوي  $(HNT)$ .

5. اذكر مقطع المكعب بالمستوي  $(HNT)$ . ما طبيعته؟

**المسألة الثانية.**

ليكن  $f$  التابع المعرف على المجال  $I = ]-\infty, -1[ \cup ]0, +\infty[$  وفق  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{1+x}\right)$ . لتكن  $(u_n)_{n \geq 1}$  متتالية

معروفة على  $\mathbb{N}^*$  وفق  $u_n = f(n)$ .

1. ادرس تغيرات  $f$  على  $]0, +\infty[$  ونظم جدولاً بها واكتب معادلة كل مقارب.

2. ارسم الخط  $C$  على  $]0, +\infty[$ .

3. أثبت أن النقطة  $A(-\frac{1}{2}, 0)$  هي مركز تناظر للخط  $C$ ، ثم استنتج رسم الخط البياني للتابع  $f$ .

4. نضع  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  أثبت أن  $S_n = -\ln(n+1)$ .

5. جد نهاية هذه المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$ ، وما نهاية  $(S_n)_{n \geq 1}$ ؟

**انتهت الاسئلة**

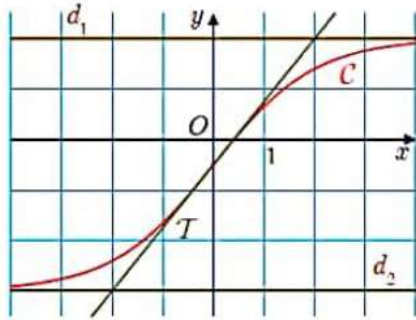


أ. علاء العبيد

نموذج امتحان لمادة الرياضيات للنصف الثالث ثانوي علمي ( ٢٠١٩ )

أولاً ( أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال )

السؤال الأول : إذا كان  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  والمستقيمين  $d_1, d_2$  مقاربين للخط  $C$  والمستقيم  $T$  مماس للخط  $C$  المطلوب:



١- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

٢- اكتب معادلة كل مقارب من المقاربين  $d_1, d_2$ .

٣- إذا علمت أن المستقيم المائل المرسوم في الشكل يمس المنحني في النقطة  $(0, \frac{-1}{2})$  احسب  $f'(0)$  ثم اكتب معادلته.

السؤال الثاني: نتأمل النقاط  $C(0, -2, 2), B(2, -1, 3), A(3, 5, 2)$

١) احسب إحداثيات منتصف القطعة  $[AC]$

٢) احسب مركبات الأشعة  $\vec{AC}, \vec{AB}$

٣) عين إحداثيات  $K$  بحيث يكون الرباعي  $ABCK$  متوازي أضلاع.

السؤال الثالث:

١) عين حل المعادلة التفاضلية  $3y + 2y' = 1$  الذي يحقق الشرط  $f(0) = 1$ .

٢) احسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{x}$

السؤال الرابع: لتكن المجموعة  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

١) كم عددا زوجيا مولفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر  $S$

٢) كم عدد المجموعات الجزئية المكونة من عنصرين من  $S$

ثانياً ( حل التمارين الأربعة الآتية: (٦٠ درجة لكل سؤال )

السؤال الخامس: التمرين الأول: ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R \setminus \{3\}$  وفق  $f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x - 3}$  المطلوب:

١) احسب  $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم احسب  $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax)$

٢) استنتج معادلة المقارب المائل  $\Delta$  في جوار  $+\infty$  ثم ادرس الوضع النسبي للمقارب  $\Delta$  و الخط البياني  $C$

السؤال السادس: التمرين الثاني: لتكن النقطتان A و B اللتان يمثلهما العدديان العقديان  $Z_B = -\sqrt{3} + i$  و  $Z_A = -2i$ .

- ١- اكتب  $Z_A$  بالشكل الاسي ثم جد العدد العقدي  $Z_C$  المُمثل للنقطة C التي تجعل المبدأ مركز ثقل المثلث ABC.  
٢- أثبت أن  $Z_C - Z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}(Z_B - Z_A)$  ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

السؤال السابع: التمرين الثالث: المتتالية  $(U_n)_{n \geq 1}$  معرفة عند كل  $n \geq 1$  وفق

$$U_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$$

- (١) أثبت أن  $\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$   
(٢) أثبت أن  $U_n < 2$  و استنتج أن  $U_n$  متقاربة.

السؤال الثامن: التمرين الرابع: نملأ عشوائيا كل خانة من الخانات الأربع الآتية بأحد العددين 0, 3 والمطلوب :

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|

- (١) ليكن A الحدث: «مجموع الأعداد التي كتبت في الخانات يساوي ٦» وليكن B الحدث: «عدم ظهور العدد ذاته في خانتي متجاورتين» احسب  $P(A)$  ثم  $P(B|A)$   
(٢) نسمي X المتحول العشوائي الذي يقرن بكل نتيجة للتجربة عدد الخانات التي كتب فيها العدد ٣ اكتب القانون الاحتمالي و احسب التوقع الرياضي و التباين.

ثالثا) حل المسألتين الآتيتين : (١٠٠ درجة لكل مسألة)

السؤال التاسع: المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقطتين  $A(1, -1, 2)$  و  $B(2, 0, 4)$  و المستوي P الذي معادلته  $x - y + 3z - 4 = 0$  و المطلوب:

- (١) جد معادلة المستوي Q العمودي على المستوي P و يمر بالنقطتين A, B  
(٢) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة A و يعامد المستوي P  
(٣) عين إحداثيات المسقط القائم A' للنقطة A على المستوي P  
(٤) اعط معادلة للمجموعة E المكونة من النقاط  $M(x, y, z)$  التي تحقق  $\vec{AM} \cdot \vec{BM} = 0$  و ما طبيعة المجموعة E

السؤال العاشر: المسألة الثانية: ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على  $]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  وفق:  
 $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{x-1}\right)$  و ليكن c' الخط البياني للتابع g مقصور التابع f على المجال  $]1, +\infty[$  المطلوب:

- (١) أثبت أن f تابع فردي و استنتج الصفة التناظرية للخط c.  
(٢) ادرس تغيرات التابع g و نظم جدولا بها و اكتب معادلة كل مقارب للخط c.  
(٣) ارسم كل مقارب و جدته و ارسم c ثم استنتج رسم c.  
(٤) احسب مساحة السطح المحصور بين c و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x = 2$  و  $x = 3$ .

انتهت الأسئلة

الاسم:

الرقم:

المدة: ثلاث ساعات

الدرجة: ستمئة فقط

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية. (45° درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  :

|         |           |     |     |           |
|---------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 2   | 5   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         | 0   | +   | 0         |
| $f(x)$  | 2 ↘       | 0 ↗ | 4 ↗ | 6 ↗       |

1- جد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2- انكر قيمة حدية للتابع وبين نوعها.

3- هل  $f(5) = 4$  قيمة حدية للتابع؟

4- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع.

5- اكتب مجموعة تعريف التابع  $g$  حيث  $g(x) = \ln(f(x))$ .

السؤال الثاني: ليكن  $f$  التابع المعرف على المجال  $[0, 3]$  وفق  $f(x) = (x-3)\sqrt{x(3-x)}$ ، جد  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x-3}$ ، واستنتج أنه

اشتقالي عند  $x = 3$ .

السؤال الثالث:  $ABCD$  رباعي وجوده، مركز ثقله  $G$ ، فيه  $K$  مركز ثقل الوجه  $BCD$ ، أثبت أن النقاط  $A$  و  $G$  و  $K$  تقع على استقامة واحدة، وعين موضع  $G$  على القطعة المستقيمة  $[AK]$ .

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية. (45° درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: صفت مجموعة النقاط  $M(x, y, z)$  التي تحقق إحدائياتها العلاقات:  $x^2 + z^2 = 16$  و  $2 \leq y \leq 5$

السؤال الثاني: حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 - 2(1+i)z - 4 + 2i = 0$ .

السؤال الثالث: لتكن المجموعة  $S = \{2, 3, 5, 8, 9\}$ ، والمطلوب:

1- كم عدداً مختلف الأرقام ومولفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر  $S$  ؟

2- كم عدداً من مضاعفات العدد 5 ومولفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر  $S$  ؟

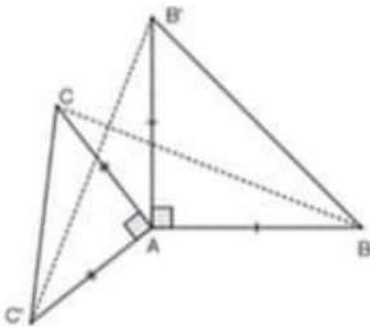
ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية (70° درجة لأول - 70° درجة للثاني - 80° درجة للثالث).

التمرين الأول: في الشكل المجاور المثلثان  $ABB'$  و  $ACC'$  كلٌّ منهما قائم في  $A$  ومتساوي الساقين، تأمل المعلم المتجانس والمباشر  $(A, \vec{u}, \vec{v})$ ، والمطلوب:

1- اكتب  $z_B$  بدلالة  $z_C$  و  $z_C$  بدلالة  $z_B$ .

2- احسب  $\frac{z_{B'} - z_{C'}}{z_B - z_C}$ .

3- استنتج أن  $(BC) \perp (B'C')$  و  $BC = B'C'$ .





التمرين الثاني: لتكن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة تدريجياً وفق:  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+4u_n}$  من أجل كل  $n$  من  $N$ .

- 1- أثبت بالتدرج أن  $u_n > 0$  لئلا كان العدد الطبيعي  $n$ .
- 2- أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة  $v_n = \frac{1}{u_n}$  متتالية حسابية، ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .
- 3- ليكن المجموع المعرف بالشكل  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، اكتب  $S_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .

التمرين الثالث: ليكن التابع  $f$  المعرف على  $]-5, +\infty[$  وفق  $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$ ، والمطلوب:

- 1- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  واستنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ .
- 2- جذ عدداً حقيقياً  $A$  يحقق الشرط: إذا كان  $x > A$ ، كان  $f(x)$  في المجال  $]1.99, 2.01[$ .
- 3- جذ  $f'(x)$  ثم استنتج  $g'(x)$ ، حيث إن  $g(x) = \frac{2 \sin x + 1}{\sin x + 5}$ .

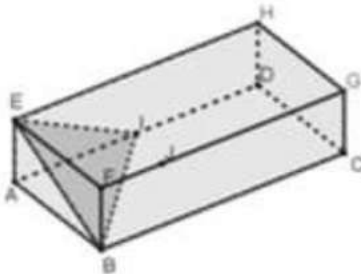
رابعاً: حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة).

المسألة الأولى: ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  وفق:  $f(x) = 2x - 1 - \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

- 1- أثبت أن المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = 2x - 1$  مقارب مائل للخط البياني  $C_f$  في جوار  $+\infty$  وفي جوار  $-\infty$ ، وادرس الوضع النسبي للخط  $C_f$  بالنسبة للمقارب  $d$ .
- 2- ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جنولاً بها، وكتب معادلات المقاربات الشاقولية للخط  $C_f$ .
- 3- أثبت أن  $f(x) + f(-x) = -2$ .
- 4- استنتج أن  $C_f$  متناظرٌ بالنسبة للنقطة  $I(0, -1)$ .
- 5- ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم  $C_f$ .
- 6- استنتج رسم  $C_g$  للتابع  $g$  المعرف وفق  $g(x) = -2x + 1 - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ .

المسألة الثانية: ليكن  $ABCDEFGH$  متوازي مستطيلات فيه  $AB = 2$  و  $AD = 4$  و  $AE = 1$ ، ولتكن  $I$  منتصف  $[AD]$  والنقطة  $J$

تحقق  $\vec{FJ} = \frac{1}{4} \vec{FG}$ . نتأمل المعلم المتجانس  $(A, \frac{1}{2} \vec{AB}, \frac{1}{4} \vec{AD}, \vec{AE})$ ، والمطلوب:



- 1- جذ احداثيات رؤوس متوازي المستطيلات واحداثيات كل من  $I$  و  $J$ .
- 2- أثبت أن معادلة المستوي  $(EIB)$  هي  $x + y + 2z - 2 = 0$ .
- 3- بيّن نوع المثلث  $EIB$ ، ثم احسب مساحته.
- 4- احسب بُعد  $G$  عن المستوي  $(EIB)$ ، واستنتج حجم رباعي الوجوه  $G-EIB$ .
- 5- لكتب التمثيل الوسيط للمستقيم  $d$  المار من  $J$  وعمودياً على المستوي  $(EIB)$ .
- 6- استنتج أن المسقط القائم للنقطة  $J$  على المستوي  $(EIB)$  تقع على القطعة المستقيمة  $[BI]$ .

أولاً - أجب عن الأسئلة الآتية : (30 لكل سؤال)

السؤال الأول : احسب كلا مما يأتي :

$$\int_0^{\ln 2} e^x (1 - e^x)^3 dx \quad \textcircled{2} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right) \quad \textcircled{1}$$

السؤال الثاني : حل في  $R$  المعادلة :  $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$

السؤال الثالث :  $ABCD$  رباعي وجوه مركز ثقله  $G$ ,  $I$  منتصف  $[AD]$ ,  $J$  منتصف  $[BC]$

أثبت أن النقاط  $I$  و  $J$  و  $G$  تقع على استقامة واحدة .

السؤال الرابع : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطة  $A(2, -1, 0)$  والمستوي  $P$

الذي معادلته  $2x + y - 2z + 9 = 0$ . اكتب معادلة الكرة التي مركزها  $A$  وتمس المستوي  $P$ .

ثانياً - حل التمرينات الآتية : (70 لكل تمرين)

التمرين الأول : أثبت أن  $\ln x \leq x - 1$ , أيًا يكن  $x > 0$ . باختيار  $x = e^{\frac{1}{3}}$  و  $x = e^{-\frac{1}{3}}$ , احصر  $e$ .

التمرين الثاني : أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة تدريجياً بالعلاقات :

$$u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2}, u_0 = 0$$

التمرين الثالث : احسب قيمة  $r$  إذا علمت أن :  $\frac{1}{\binom{4}{r}} = \frac{1}{\binom{5}{r}} + \frac{1}{\binom{6}{r}}$

التمرين الرابع : حل في  $C$  المعادلة :  $z^2 - (1 + 2i)z + 3 + 3i = 0$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100 لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = 2x - 1 + \ln \frac{x}{1+x}$

(1) أثبت أن المستقيم  $\Delta: y = 2x - 1$  مقارب للخط  $C$  وادرس الوضع النسبي لـ  $C$  و  $\Delta$ .

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  وعين المقارب الشاقولي لـ  $C$ , وارسم كل مقارب وجدته, ثم ارسم  $C$ .

(3) أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  واحصره في مجال طوله 0.5.

المسألة الثانية : يحوي صندوق 6 بطاقات مرقمة بالأرقام 1, 2, 3, 4, 5, 6, نسحب منه عشوائياً بطاقتين على التوالي

دون إعادة. ليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يدل على أصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين :

(1) عين مجموعة قيم المتحول العشوائي  $X$ , واكتب جدول قانونه الاحتمالي .

(2) احسب التوقع الرياضي  $E(X)$ , والتباين  $V(X)$ .

-----  
انتهت الأسئلة

أولاً - أجب عن الأسئلة الآتية : (30° لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعروف على  $[0, +\infty[$  وفق :

$$f(x) = \frac{x^3 + 4 - 4 \cos x}{x^2}$$

① أوجد  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ② أثبت أن المستقيم  $y = x$  مقارب للخط (C).

السؤال الثاني : نعرف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  كما يأتي :  $u_0 = 1, u_{n+1} = \sqrt{12 + u_n}$

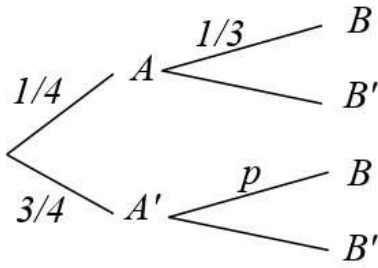
1) أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 4$  أيًا كان العدد الطبيعي n .

2) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متزايدة .

السؤال الثالث : ليكن A و B حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية

معروضة بالمخطط الشجري المجاور .

كيف نختار قيمة p حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتمالياً .



السؤال الرابع : نتأمل في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

النقاط  $A(1, 5, 4)$  و  $B(10, 4, 3)$  و  $C(4, 3, 5)$  و  $D(0, 4, 5)$

1) أثبت أن النقاط A و B و C ليست على استقامة واحدة .

2) بين أن النقاط A و B و C و D تقع في مستوى واحد .

3) استنتج أن D هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(A, \alpha)$  و  $(B, \beta)$  و  $(C, \gamma)$

حيث  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

ثانياً - حل التمرينات الآتية : (70° لكل تمرين)

التمرين الأول : أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة :  $f(x) = \frac{3x + 4}{x + 1}$  عند  $+\infty$

ثم أعط عدداً حقيقياً  $\alpha$  يحقق الشرط : إذا كان  $x > \alpha$  كان  $f(x) \in ]2.9, 3.1[$

التمرين الثاني : أثبت أنه أيًا كانت x من  $]-1, +\infty[$  كان  $\frac{x}{1+x} \leq \ln(x+1)$

التمرين الثالث :

① حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة ذات المجهول z التالية :  $z^2 - 2(1 - \sqrt{3})z + 8 = 0$

② في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  لتكن النقطتان A و B الممثلتان بالعددين

$$\frac{z_A}{z_B} = e^{\frac{\pi}{6}i} \text{ بين أن } z_B = \overline{z_A} \text{ و } z_A = (\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)i$$

واستنتج زاوية العدد العقدي  $z_A$  ثم استنتج  $\cos \frac{\pi}{12}$  و  $\sin \frac{\pi}{12}$ .

التمرين الرابع : نريد تأليف لجنة مكونة من ( مدير ونائب مدير وأمين سر ) من مجموعة تضم خمسة أشخاص . بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة علماً بأن في المجموعة شخصين متخصصين لا يجتمعان في اللجنة ذاتها .

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : ( 100° لكل مسألة )

المسألة الأولى : ليكن ( C ) الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$

( 1 ) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها , واستنتج المقارب الموازي لمحور الفواصل . وادرس وضع ( C ) بالنسبة إليه .

( 2 ) ارسم كل مقارب وجدته , ثم ارسم ( C ) .

( 3 ) بين أن للمعادلة  $f(x) = 2$  حل وحيد  $\alpha$  وأن هذا الحل ينتمي إلى المجال  $[-2, -1]$

واستنتج أن  $\alpha$  تحقق المعادلة :  $\alpha = -1 - \sqrt{2} e^{\frac{\alpha}{2}}$

( 4 ) احسب مساحة السطح المحصور بين ( C ) ومحور الفواصل والمستقيمين  $x=0$  و  $x=1$

( 5 ) استنتج مجموعة تعريف التابع  $g(x) = \ln(f(x))$  ثم حل المعادلة  $g(x) = -x$

المسألة الثانية : لدينا  $n$  صندوقاً  $u_1, u_2, \dots, u_n$  حيث  $u_1$  يحوي ثلاث كرات زرقاء وكرة واحدة

حمراء وكل من الصناديق الباقية يحوي كرتين زرقاوين وكرة واحدة حمراء .

نسحب كرة من الصندوق  $u_1$  ثم نضعها في الصندوق  $u_2$  ثم نسحب كرة من الصندوق  $u_2$

ونضعها في الصندوق  $u_3$  وهكذا ..... , نسحب كرة من الصندوق  $u_{n-1}$  ونضعها في الصندوق  $u_n$

يرمز  $R_k$  إلى الحدث ( الكرة المسحوبة من الصندوق  $u_k$  حمراء )

( 1 ) احسب  $P(R_1)$  .

( 2 ) أثبت أن  $P(R_2) = \frac{1}{4}P(R_1) + \frac{1}{4}$

( 3 ) أثبت أن  $P(R_k) = \frac{1}{4}P(R_{k-1}) + \frac{1}{4}$  في حالة  $2 \leq k \leq n$  .

( 4 ) نعرف  $x_k = P(R_k) - \frac{1}{3}$

a . أثبت أن المتتالية  $(x_k)_{k \geq 1}$  هندسية . عين أساسها وحدها الأول .

b . اكتب  $x_k$  بدلالة  $k$  واستنتج  $P(R_k)$  بدلالة  $k$  .



أولاً – أجب عن الأسئلة الآتية : (30° لكل سؤال )

السؤال الأول : أثبت أن للمعادلة  $x^3 + x + 1 = 0$  حلاً وحيداً  $\alpha$  في  $R$  ثم بين أن  $\alpha \in ]-1, 0[$

السؤال الثاني : حل المعادلة التفاضلية  $2y' + y = 1$  ثم عين حلها  $f$  الذي يحقق  $f(-1) = 2$

السؤال الثالث : ليكن التابع  $f$  المعروف بالصيغة :  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - |x|$

احسب النهايتين :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  (1) و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  (2)

السؤال الرابع : يحوي صندوق ثلاث كرات سوداء وخمس كرات بيضاء . عند سحب كرة سوداء

يخسر اللاعب نقطة واحدة , وعند سحب كرة بيضاء ينال نقطتين .

يسحب اللاعب كرتين على التوالي دون إعادة . ما احتمال أن يحصل اللاعب نقطة واحدة فقط ؟

ثانياً – حل التمرينات الآتية : (70° لكل تمرين )

التمرين الأول : لتكن المتتاليتان  $(u_n)_{n \geq 1}$  ,  $(v_n)_{n \geq 1}$  المعرفتان كما يأتي :

$$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \quad \text{و} \quad v_n = u_n + \frac{1}{4n}$$

. أثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتان .

التمرين الثاني : في الشكل المجاور ( $C$ ) هو الخط البياني للتابع  $f$

المعرف على المجال  $[0, 3]$  بالصيغة :  $f(x) = x\sqrt{3-x}$

عندما يدور  $C$  دورة كاملة حول محور الفواصل يولد مجسماً دورانياً  $S$  .

(1) ما طبيعة مقطع هذا المجسم بمستوى عمودي على محور الفواصل

ويمر بالنقطة  $I(x, 0)$  في حالة  $x \in ]0, 3[$  ؟

(2) عين  $A(x)$  , مساحة هذا المقطع بدلالة  $x$  , ثم استنتج  $V$  حجم المجسم  $S$  .

التمرين الثالث : في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  , لدينا النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$

التي تمثلها الأعداد العقدية :  $z_A = \sqrt{3} + i$  و  $z_B = \sqrt{3} - i$  و  $z_C = 3\sqrt{3} + i$

(1) اكتب العدد العقدي  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسّي واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

(2) عين  $(\mathcal{E})$  مجموعة النقاط  $M \neq B$  التي تجعل  $\frac{z_M - z_C}{z_M - z_B}$  تخيلياً بحتاً .

(3) عين  $(\mathcal{F})$  مجموعة النقاط  $M \neq B$  التي تجعل  $\frac{z_M - z_C}{z_M - z_B}$  حقيقياً .

التمرين الرابع : ( نفس المسألة الثانية من النموذج الوزاري الرابع )

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , لدينا النقاط :

$A(1,0,-1)$  و  $B(2,2,3)$  و  $C(3,1,-2)$  و  $D(-4,2,1)$  والمطلوب :

1) أثبت أن المثلث  $ABC$  قائم واحسب مساحته .

2) أثبت أن الشعاع  $\vec{n}(2,-3,1)$  ناظم على المستوي  $ABC$  واستنتج معادلة المستوي  $(ABC)$

3) احسب بعد النقطة  $D$  عن المستوي  $(ABC)$  ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $(D, ABC)$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]0, e[ \cup ]e, +\infty[$  وفق :

$$f(x) = \frac{1}{x(1 - \ln x)}$$

1) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها واستنتج ما للخط  $C$  من مقاربات موازية للمحورين الإحداثيين . وعين قيمته الحدية مبيناً نوعها .

2) ارسم ما وجدته من مستقيمات مقاربة ثم ارسم  $C$  .

3) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  ومحور الفواصل والمستقيمين  $x = \frac{1}{e}$  و  $x = \frac{1}{e^2}$  .

المسألة الثانية : يواجه حارس مرمى عدداً من ضربات الجزاء . إذا صد ضربة الجزاء  $n$

فإن احتمال أن يصد ضربة الجزاء  $n+1$  يساوي  $0.8$  , وإذا لم يصد ضربة الجزاء  $n$

فإن احتمال أن يصد ضربة الجزاء  $n+1$  يساوي  $0.6$  .

نفترض أن احتمال أن يصد أول ضربة جزاء يساوي  $0.7$  .

ليكن  $A_n$  الحدث " يصد حارس المرمى ضربة الجزاء  $n$  "

1. احسب  $P(A_2 | A_1)$  و  $P(A_2 | A_1')$  .

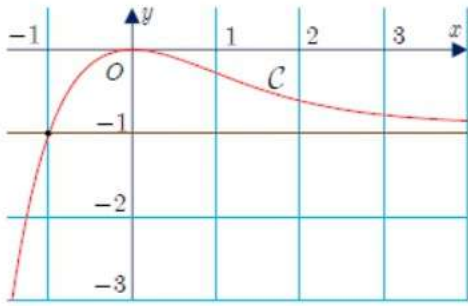
2. استنتج أن  $P(A_2) = 0.74$  .

3. نعرف  $p_n = P(A_n)$  :  $(I)$  برهن أن :  $p_{n+1} = 0.2 p_n + 0.6$

$(II)$  نعرف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  بالصيغة  $u_n = p_n - 0.75$  بين أن  $(u_n)_{n \geq 1}$  متتالية هندسية

أساسها  $0.2$  , استنتج عبارة  $p_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$

-----  
انتهت الأسئلة



أولاً - أجب عن الأسئلة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : في الشكل المجاور خط بياني  $C$  لتابع  $f$

من خلال قراءة بيانية للشكل أجب عن الأسئلة الآتية :

① ما معادلة المستقيم المقارب للخط  $C$  ؟

وما الوضع النسبي للخط  $C$  مع هذا المقارب ؟

② يقبل  $f$  قيماً حدية محلياً . عينها وعين نوعها .

③ في حالة عدد حقيقي  $k$  , عين بدلالة  $k$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = k$  .

السؤال الثاني : لتكن المجموعة  $S = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$

① ما عدد الأعداد المكونة من ثلاث خانوات مختلفة وأرقامها مأخوذة من  $S$  ؟

② ما عدد الأعداد المؤلفة من ثلاث خانوات مختلفة وأرقامها مأخوذة من  $S$  وكل عدد منها من مضاعفات العدد 5

وأصغر من 500 ؟

السؤال الثالث : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  , لدينا النقاط :

$D(0, 4, -1)$  و  $C(6, -2, -1)$  و  $B(6, 1, 5)$  و  $A(3, -2, 2)$

بين مع التعليل صحة أو خطأ كل من المقولات الآتية : ① المثلث  $ABC$  قائم .

② المستقيم  $(AD)$  عمودي على المستوي  $(ABC)$  . ③ حجم رباعي الوجوه  $DABC$  يساوي  $V = 81$  .

ثانياً - حل التمرينات الآتية : (70° لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = x \cdot e^{-x}$

① احسب  $\int_0^{\ln 3} f(x) dx$  ② أثبت أن التابع  $y = f(x)$  هو حل للمعادلة التفاضلية  $y' + y = e^{-x}$

التمرين الثاني : المستقيمان  $L$  و  $L'$  معرفان وسيطياً وفق :

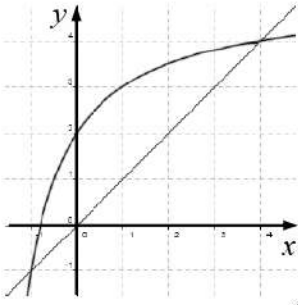
$$L': \begin{cases} x = 4 - 5s \\ y = 3 - 2s \\ z = -1 + 2s \end{cases}, s \in R \quad \text{و} \quad L: \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, t \in R$$

① أثبت أن  $L$  و  $L'$  متقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

② أوجد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين  $L$  و  $L'$  .

التمرين الثالث : نعرف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  كما يأتي  $u_0 = \frac{1}{2}$  و  $u_{n+1} = \frac{5u_n + 4}{u_n + 2}$

① باستعمال الرسم , مثل على محور الفواصل ودون حساب الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$



② ضع تخميناً حول اطراد المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  وتقاربها .

③ نعرف المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  بالعلاقة :  $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n + 1}$

1 . بين أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية وعين أساسها وحدها الأول

2 . اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  وعين نهاية المتتالية  $u_n$  .

التمرين الرابع : نتأمل النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  الممثلة للأعداد العقدية :  $a = -1$  و  $b = 2 + i\sqrt{3}$  و  $c = 2 - i\sqrt{3}$

و  $d = 3$  بالترتيب . والمطلوب :

① ارسم النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  ثم احسب  $AB$  و  $BC$  و  $AC$  واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

② عين  $\arg \frac{a-c}{d-c}$  واستنتج طبيعة المثلث  $DAC$  .

③ أثبت أن  $D$  هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط  $(A, -1)$  و  $(B, 2)$  و  $(C, 2)$  .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : أولاً : ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = x(\ln x)^2$

① أثبت  $f(x)$  يكتب بالشكل :  $f(x) = 4(\sqrt{x} \ln \sqrt{x})^2$  .

② ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

ثانياً : ليكن  $C_g$  الخط البياني للتابع  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  وفق :  $g(x) = -2x \ln x$

أثبت أنه عندما  $x > 1$  يكون  $f(x) - g(x) = x f'(x)$  واستنتج الوضع النسبي للخطين  $C_f$  و  $C_g$  .

ثالثاً : ليكن  $x_0$  من  $]0, +\infty[$

① بين أن معادلة المماس  $T$  للمنحنى  $C_f$  في النقطة التي فاصلتها  $x_0$  هي  $y = x f'(x_0) - g(x_0)$

② ادرس تقاطع المماس  $T$  مع محور الترتيب , ثم استنتج طريقة لإنشاء المماس  $T$  للمنحنى  $C_f$  عند نقطة فاصلتها  $x_0$

المسألة الثانية : نتأمل صندوقين . يحتوي الأول على (3) كرات مرقمة بالأعداد 1, 2, 3

ويحوي الصندوق الثاني (4) كرات مرقمة بالأعداد 2, 3, 4, 5

نسحب عشوائياً كرة من الصندوق الأول ثم نسحب كرة من الصندوق الثاني والمطلوب :

① اكتب فضاء العينة المرتبط بهذا الاختبار .

② ليكن  $A$  الحدث إحدى الكرتين المسحوبتين على الأقل تحمل الرقم (3)

وليكن  $B$  الحدث مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين أكبر تماماً من (5)

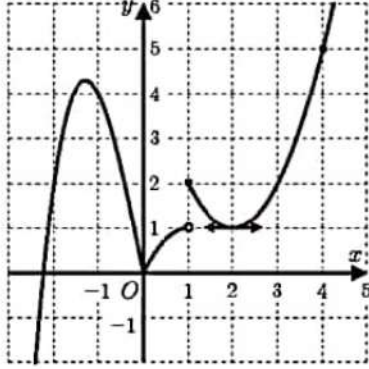
هل الحدثان  $A$  و  $B$  مستقلان احتمالياً ؟ علل إجابتك .

③ نعرف متحولاً عشوائياً  $X$  يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين .

اكتب مجموعة قيم  $X$  واكتب جدول قانونه الاحتمالي ثم احسب توقعه الرياضي وتباينه .



نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )



أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد جانباً الخط البياني لتابع  $f$  معرف على  $R$  والمطلوب :

(1) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 5$  ؟

(2) ما مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) \geq 5$  ؟

(3) هل  $f(1)$  قيمة محلية كبرى أو صغرى للتابع  $f$  . علل ذلك .

(4) ما عدد القيم الحدية للتابع  $f$  ؟

(5) ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها  $x = 2$  ؟ (6) أكون التابع  $f$  اشتقاقياً عند  $x = 1$  ؟

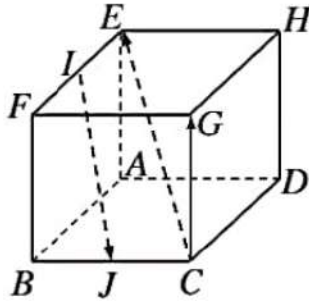
|            |   |   |   |   |                 |
|------------|---|---|---|---|-----------------|
| $k$        | 0 | 1 | 2 | 3 | 4               |
| $P(X = k)$ |   |   |   |   | $\frac{16}{81}$ |

السؤال الثاني : ليكن  $X$  متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات

في تجربة برنولية . الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون

الاحتمالي لـ  $X$  : (1) ما عدد الاختبارات في التجربة ؟

(2) اكمل الجدول المجاور . (3) احسب التوقع الرياضي والتباين للمتحول العشوائي  $X$  .



في الشكل المجاور مكعب .  $I$  و  $J$  منتصفات  $[EF]$  و  $[BC]$

(1) أثبت أن :  $2(\vec{CJ} + \vec{IE}) = \vec{CE} - \vec{CG}$

(2) أثبت أن الأشعة  $\vec{CE}$  ،  $\vec{CG}$  ،  $\vec{IJ}$  مرتبطة خطياً .

السؤال الرابع : حل المعادلة  $4^x = 5^{x+1}$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين)

التمرين الأول : (1) ليكن  $g$  التابع المعرف على  $I = ]-1, +\infty[$  وفق العلاقة :  $g(x) = \ln \sqrt{x+1}$

احسب كلا من  $g(1)$  و  $g'(x)$  و  $g'(1)$  واستنتج  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \sqrt{x+1} - \ln \sqrt{2}}{x-1}$

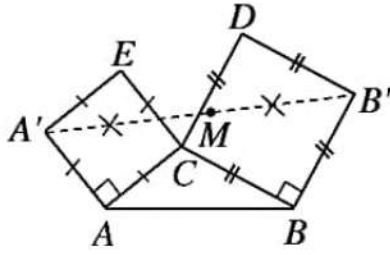
(2) احسب نهاية التابع  $f$  المعرف على  $R \setminus \{2\}$  وفق :  $f(x) = \frac{2x + \sin x}{x-2}$  عند  $+\infty$  .

التمرين الثاني : لتكن  $(x_n)_{n \geq 0}$  المتتالية المعطاة وفق :  $x_0 = 4$  و  $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + 2$

في حالة  $n \geq 0$  . نعرف  $(y_n)_{n \geq 0}$  بالعلاقة :  $y_n = x_n - 8$  .

أثبت أن  $(y_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية ، واكتب  $x_n$  بدلالة  $n$  ، واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$

( الصفحة الثانية )



التمرين الثالث : ليكن المثلث  $ABC$  في المستوي ننشئ على ضلعيه  $[AC]$  و  $[BC]$  وخارجه المربعين  $ACEA'$  و  $CBB'D$  كما في الشكل المجاور .

تمثل الأعداد العقدية  $a, b, c, a', b'$  النقاط  $A, B, C, A', B'$

( 1 )  $B'$  هي صورة  $C$  وفق دوران مركزه  $B$  ، عينه واكتب الصيغة العقدية للعدد  $b'$  بدلالة  $b, c$  .

( 2 ) أثبت أن :  $a' = i(c - a) + a$  .

( 3 ) عين بدلالة  $a, b$  العدد العقدي  $m$  الممثل للنقطة  $M$  منتصف  $[A'B']$  .

( 4 ) كيف تتغير النقطة  $M$  عندما تتحول  $C$  في المستوي .

التمرين الرابع : أثبت صحة المساواة :  $\cos^2 x \cdot \sin^2 x = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos 4x$  ، ثم احسب  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin^2 x dx$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : ( 100° لكل مسألة )

المسألة الأولى : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  بالصيغة :  $f(x) = x e^{-x}$

( 1 ) احسب نهاية التابع  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$  ، احسب  $f'(x)$  ، ادرس اطراد التابع  $f$  ونظم جدولاً بتغيراته وعين قيمته الحدية ثم ارسم  $C$  .

( 2 ) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x=0$  و  $x=1$  .

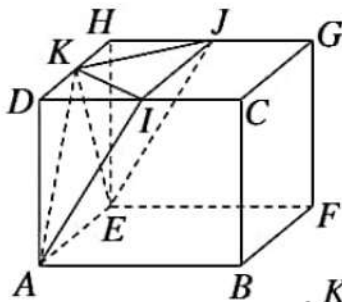
( 3 ) بين أنه في حالة عدد حقيقي  $m$  من المجال  $]0, e^{-1}[$  تقبل المعادلة  $f(x) = m$  حلين مختلفين .

( 4 ) لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة تدريجياً كما يأتي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$

( a ) أثبت أن  $0 < u_n \leq 1$  وذلك مهما كان العدد الطبيعي  $n$  .

( b ) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة ، ثم بين تقاربها واحسب نهايتها .

المسألة الثانية : نتأمل مكعباً  $ABCDEFGH$  . لتكن  $I$  و  $J$  و  $K$  منتصفات أضلاعه  $[DC]$  و  $[HG]$  و  $[DH]$



بالترتيب . نتخذ  $(A; \vec{AB}, \vec{AE}, \vec{AD})$  معلماً متجانساً في الفراغ .

( 1 ) أوجد إحداثيات النقاط  $A, I, E$  .

( 2 ) اكتب معادلة المستوي  $(AIJE)$  .

( 3 ) احسب بعد  $K$  عن المستوي  $(AIJE)$  وحجم الهرم  $KAIJE$  .

( 4 ) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $d$  العمودي على المستوي  $(AIJE)$  والمار بالنقطة  $K$  .

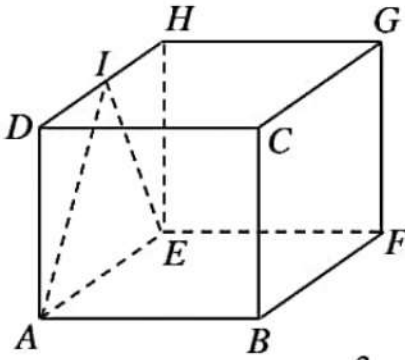
( 5 ) احسب إحداثيات  $N$  نقطة تقاطع المستقيم  $d$  مع المستوي  $(AIJE)$  .

( 6 ) أثبت أن  $N$  هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط  $(A, \alpha), (I, \beta), (E, \gamma)$  حيث  $\alpha, \beta, \gamma$  هي أنقال يطلب تعيينها

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد جانباً مكعباً طول ضلعه  $I$  . مزوداً بمعلم متجانس  $(A ; \vec{AB}, \vec{AE}, \vec{AD})$



حيث  $I$  هي منتصف  $[DH]$  :

(1) أعط إحداثيات النقاط  $I$  و  $E$  و  $A$  .

(2) جد إحداثيات  $O$  مركز ثقل المثلث  $AEI$  .

(3) أين تقع النقطة  $M$  التي تحقق  $3\vec{FM} = \vec{BA} + \vec{EO}$  ؟

(4) احسب  $\vec{IA} \cdot \vec{IE}$

السؤال الثاني : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x + 1}$

(1) جد الأعداد  $a$  و  $b$  و  $c$  التي تحقق  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$  أي  $x$  من  $D$  .

(2) احسب  $I = \int_0^2 f(x) dx$  .

السؤال الثالث : ليكن  $z$  عدداً عقدياً ما ، وليكن  $w$  عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد .

أثبت أن  $\frac{w \cdot z - z}{iw - i}$  تخيلي بحت .

السؤال الرابع : احسب مشتق التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(x) = e^{1 - \sin x}$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + 1}$

(1) ما نهاية التابع  $f$  عند  $-\infty$  ؟

(2) ادرس قابلية اشتقاق  $f$  عند الصفر من اليمين ، ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني  $C_f$  في النقطة  $A(0,0)$  .

التمرين الثاني : لتكن  $(x_n)_{n \geq 0}$  المتتالية المعرفة وفق العلاقة  $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$  ،  $x_0 = 5$

(1) احسب  $x_1, x_2, x_3$  ثم ادرس اطراد المتتالية .

(2) نعرف  $(y_n)_{n \geq 0}$  بالعلاقة  $y_n = x_n + 4$  . أثبت أن  $(y_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية .

(3) اكتب  $y_n$  بدلالة  $n$  . ثم احسب  $y_2 + y_3 + \dots + y_{10}$  بدلالة قوة للعدد  $\frac{6}{5}$  .

( الصفحة الثانية )

التمرين الثالث : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، لدينا نقطتين  $A(2, -1, 0)$  و  $B(-1, 3, 5)$  والمستوي  $P$  الذي يقبل معادلة  $2x - 3y + z - 5 = 0$

1) أثبت أن المستقيم  $(AB)$  يقطع المستوي  $P$  في نقطة  $C$  يطلب تعيين إحداثياتها .

2) اكتب معادلة للمستوي  $Q$  العمودي على  $P$  ويمر بالنقطتين  $A$  و  $B$  .

التمرين الرابع : يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء ، وثلاث كرات خضراء ، وواحدة بيضاء . نسحب عشوائياً معاً ثلاث كرات من الصندوق .

ليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان الظاهرة بين الكرات المسحوبة

1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها  $X$  ؟

2) احسب كلا من  $P(X=1)$  و  $P(X=3)$  ثم استنتج قيمة  $P(X=2)$  .

3) احسب توقع  $X$  وانحرافه المعياري .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : نتأمل في المستوي مثلثاً  $ABC$  مباشر التوجيه كفيماً .

لتكن  $M$  منتصف  $[BC]$  ، وليكن  $AEB$  و  $ACD$  مثلثين قائمين في  $A$

ومتساوي الساقين مباشرين . نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة  $A$  .

ونرمز بالرمزين  $b$  و  $c$  إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين  $B$  و  $C$

1) احسب بدلالة  $b$  و  $c$  الأعداد العقدية  $e$  و  $d$  و  $m$  الممثلة للنقاط  $E$  و  $D$  و  $M$  بالترتيب .

2) احسب  $\frac{d-e}{m-a}$  ثم استنتج أن  $(AM)$  هو ارتفاع في المثلث  $AED$  وأن  $ED = 2AM$

3) نفترض أن  $A$  هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المنقلة  $(D, 2)$  و  $(E, 3)$  و  $(C, 1)$  و  $(B, 1)$  .

احسب  $\frac{c}{b}$  ، ثم احسب قياس الزاوية  $\widehat{BAC}$  .

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-\infty, -2[ \cup ]0, +\infty[$  بالعلاقة  $f(x) = \ln \frac{x+2}{x}$

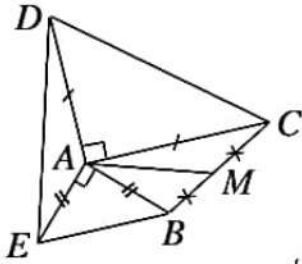
1) احسب نهاية  $f$  عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه  $D_f$  .

2) أوجد  $f'(x)$  وادرس إشارته ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع  $f$  .

3) ارسم الخط  $C$  في معلم متجانس .

4) لتكن  $(u_n)_{n \geq 1}$  متتالية معرفة على  $N^*$  وفق  $u_n = f(n)$  . نضع  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .

أثبت أن  $S_n = \ln \frac{(n+2)(n+1)}{2}$  .

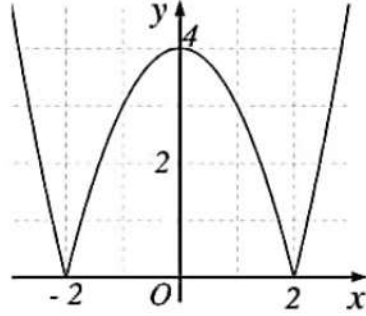




نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال )

السؤال الأول : تجد جانباً الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R$  . والمطلوب :



( 1 ) كم حلاً للمعادلة  $f(x) = 2$  .

( 2 ) احسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر .

( 3 ) عين صورة المجال  $I = [-2, 2]$  وفق  $f$  .

( 4 ) كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع  $f$  .

السؤال الثاني : حل في  $R$  المعادلة الآتية :  $-\ln(x+1) + \ln x = \ln(x-1)$

السؤال الثالث : اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[AB]$

حيث  $A(2, -1, 3)$  و  $B(4, 3, -1)$

السؤال الرابع : ما هي أمثال الحد  $x^2 y$  في منشور  $\left(\frac{y^2}{x} + \frac{x}{y}\right)^8$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين )

التمرين الأول : إذا كان  $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$  أيًا يكن  $x$  من  $R^*$

أوجد نهاية التابع  $f$  عند الصفر

التمرين الثاني : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة التدرجية :  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2 - u_n}, u_0 = \frac{1}{2}$

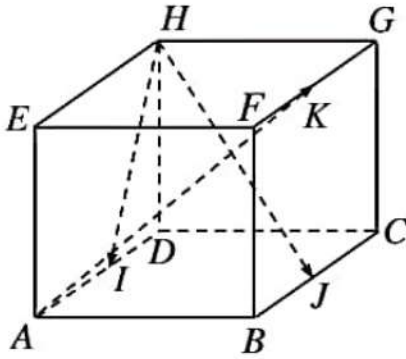
( 1 ) أثبت أن  $0 < u_n < 1$  أيًا كانت  $n$  من  $N$  .

( 2 ) نعرف  $(v_n)_{n \geq 0}$  حيث  $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$  . أثبت أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية واستنتج  $v_n$  بدلالة  $n$

( 3 ) اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  ، واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

( الصفحة الثانية )

التمرين الثالث :  $ABCDEFGH$  مكعب  $I$  و  $J$  و  $K$  هي بالترتيب منتصفات



$[AD]$  و  $[BC]$  و  $[FG]$

( 1 ) باختيار معلم متجانس  $(D ; \vec{DA}, \vec{DC}, \vec{DH})$

احسب مركبات كل من الأشعة  $\vec{AK}$  و  $\vec{HI}$  و  $\vec{HJ}$

( 2 ) أوجد عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  يحققان المساواة :

$$\vec{AK} = a\vec{HI} + b\vec{HJ}$$

ثم استنتج أن الأشعة  $\vec{AK}$  و  $\vec{HI}$  و  $\vec{HJ}$  مرتبطة خطياً .

$$\begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \\ 2\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = -3 + 2\sqrt{3}i \end{cases} \text{ التمرين الرابع : عين العددين } z_1 \text{ و } z_2 \text{ حيث :}$$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (  $90^\circ$  للأولى و  $110^\circ$  للثانية )

المسألة الأولى : صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء .

نسحب من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً وليكن الحدث  $A$  الحصول على كرة حمراء على الأقل والحدث  $B$  الحصول على كرتين سوداوين على الأقل .

( 1 ) احسب احتمالات الأحداث التالية :  $A|B$  ,  $B$  ,  $A$  .

( 2 ) إذا كان  $X$  متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

اكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه وتباينه .

المسألة الثانية : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = 2e^{-x} + x - 2$  خطه البياني  $C$

( 1 ) أوجد معادلة المقارب المائل للخط  $C$  وادرس الوضع النسبي للخط  $C$  بالنسبة إلى هذا المقارب .

( 2 ) ادرس تغيرات  $f$  ونظم جدولاً بها . وبين أنه يبلغ قيمة حدية محلية عينها وبين نوعها .

( 3 ) استنتج أن للمعادلة  $f(x) = 0$  جذرين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرّمزه بالرمز  $\alpha$  .

أثبت أن  $1 < \alpha < 2$  .

( 4 ) ارسم المقارب المائل ثم ارسم  $C$  , واحسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  والمستقيمت

التي معادلاتها  $y = x - 2$  و  $x = \ln 2$  و  $x = \ln 3$  .

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال )

السؤال الأول : تجد جانبياً جدول تغيرات التابع  $f$  والمطلوب :

|         |     |           |           |     |
|---------|-----|-----------|-----------|-----|
| $x$     | $0$ | $1$       | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ |     | $+$       | $0$       | $-$ |
| $f(x)$  |     | $-\infty$ | $1$       | $0$ |

(1) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$ .

(2) ما عدد القيم الحدية محلياً .

(3) اكتب معادلة مماس منحنى التابع عند نقطة فاصلتها  $x = 1$ .

السؤال الثاني : حل في  $C$  المعادلة  $z^2 = 1 + 2\sqrt{2}i$

السؤال الثالث : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $]1, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

أوجد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم عين  $x > A$  ليكون  $f(x)$  من المجال  $]1.95, 2.05[$ .

السؤال الرابع : في المخطط الشجري المرسوم جانبياً .

الرموز  $A_1, A_2, A_3$  تدل على ثلاثة صناديق .

الرمز  $W$  يدل على الكرات البيضاء والرمز  $R$  يدل على الكرات الحمراء

يتم اختيار عشوائياً صندوق ثم يتم سحب عشوائياً كرة واحدة منه .

(1) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .

(2) إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول  $A_1$ .

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين )

التمرين الأول : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  التابع المعرف على  $R \setminus \{-3\}$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 3}$

(1) اكتب  $f(x)$  بالشكل :  $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$  وعين قيمة كلا من  $a$  و  $b$

ثم أثبت أن المستقيم الذي معادلته  $y = ax + b$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$ .

(2) احسب  $\int_0^2 f(x) dx$

( الصفحة الثانية )

التمرين الثاني : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  ،  $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$  و  $u_0 = e^3$

$v_n$  متتالية معرفة بالشكل  $v_n = \ln(u_n) - 2$  والمطلوب :

( 1 ) أثبت أن  $v_n$  هندسية وعين  $q, v_0$  . ( 2 ) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  .

( 3 ) أثبت أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e^2$

التمرين الثالث :  $ABCDEFGH$  مكعب حيث  $K$  من  $CD$  تحقق :  $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$

والنقطة  $J \in BC$  بحيث  $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$  والمطلوب :

( 1 ) جد احداثيات النقط  $H, E, J, K, G$  في المعلم  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$

( 2 ) أثبت أن الشعاعين  $\overrightarrow{EJ}, \overrightarrow{EG}$  غير مرتبطين خطياً .

( 3 ) أثبت أن الأشعة  $\overrightarrow{EJ}, \overrightarrow{EG}, \overrightarrow{HK}$  مرتبطة خطياً .

( 4 ) أثبت أن المستقيم  $(HK)$  يوازي المستوي  $(EGJ)$  .

التمرين الرابع : أوجد الحد المستقل عن  $x$  في منشور ذي الحدين  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : ( 100° لكل مسألة )

المسألة الأولى : أولاً : ليكن التابع  $g$  المعرفة على  $R$  وفق :  $g(x) = e^x + 2 - x$

ادرس اطراد التابع  $g$  واستنتج مجموعة حلول المتراجحة  $g(x) > 0$

ثانياً : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R$  وفق  $f(x) = x + \frac{x-1}{e^x}$

( 1 ) أثبت أن  $f'(x) = \frac{1}{e^x} g(x)$

( 2 ) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $0 < \alpha < 0.5$  .

( 3 ) أثبت أن المستقيم  $y = x$  :  $\Delta$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  وادرس الوضع النسبي .

( 4 ) ارسم  $\Delta$  وارسم  $C$  ، واحسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  و  $\Delta$  والمستقيمين  $x=0$  و  $x=1$  .

المسألة الثانية : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، لدينا النقط :

$A(1, 0, -1)$  و  $B(2, 2, 3)$  و  $C(3, 1, -2)$  و  $D(-4, 2, 1)$  والمطلوب :

( 1 ) أثبت أن المثلث  $ABC$  قائم واحسب مساحته .

( 2 ) أثبت أن الشعاع  $\vec{n}(2, -3, 1)$  ناظم على المستوي  $(ABC)$  واستنتج معادلة المستوي  $(ABC)$

( 3 ) احسب بعد النقطة  $D$  عن المستوي  $(ABC)$  ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $(D, ABC)$



نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : ( 40° لكل سؤال )

السؤال الأول : لتكن  $u_n = 4n + 1$  أثبت أن المتتالية حسابية وعين أساسها

واحسب  $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$

السؤال الثاني : اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي :  $z = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + i}$

السؤال الثالث : رف يحوي 7 كتب لمؤلفين ، ثلاثة للمؤلف A وأربعة للمؤلف B :

1 ) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B .

2 ) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية .

السؤال الرابع : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : ( 60° لكل تمرين )

التمرين الأول : ليكن  $g(x) = \tan x$  والمطلوب :

1 ) احسب  $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$  ،  $g'(x)$  ،  $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$

2 ) احسب مشتق التابع  $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$  على  $R \setminus \{0\}$  .

التمرين الثاني : لتكن المتتاليتين  $(x_n)_{n \geq 0}$  ،  $(y_n)_{n \geq 0}$  المعرفتين وفق :

$x_n = \frac{4n+5}{n+1}$  و  $y_n = \frac{4n+1}{n+2}$  . أثبت أن المتتاليتين  $(x_n)_{n \geq 0}$  ،  $(y_n)_{n \geq 0}$  متجاورتان .

التمرين الثالث : ليكن كثير الحدود  $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$

1 ) عين عددين a و b يحققان  $P(z) = (z^2 + az + a)(z^2 + bz + a)$

2 ) حل في C المعادلة  $P(z) = 0$  .

( الصفحة الثانية )

التمرين الرابع : يشتري محل للأدوات الكهربائية 400 مصباح من المصنع A و 200 مصباح من المصنع B . نعلم أن نسبة المصابيح المعطوبة في إنتاج المصنع A هي 40 % وفي إنتاج المصنع B هي 10 % . نسحب عشوائياً مصباحاً :

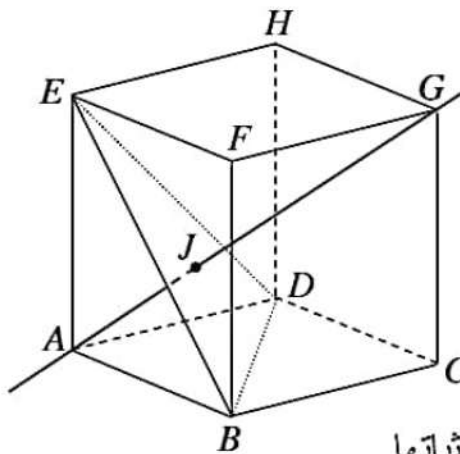
- 1 ( ما احتمال أن يكون المصباح معطوباً .
- 2 ( إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من إنتاج المصنع B .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : ( 100° لكل مسألة )

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع  $f(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$  المعرفة على  $R \setminus \{-1\}$

- 1 ( ادرس نهايات التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبين إذا كانت له نهاية حقيقية عند  $x = -1$  .
- 2 ( أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C و ادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C .
- 3 ( احسب  $f'(x)$  ونظم جدولاً بتغيرات f وعين ما له من قيم حدية محلية .
- 4 ( أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها  $x = -2$  .
- 5 ( ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم  $x = 3$  .

المسألة الثانية :



مكعب طول ضلعه يساوي 3

1 ( عين إحداثيات النقاط  $D, B, E, G$

في المعلم  $\left( A; \frac{1}{3}\vec{AB}, \frac{1}{3}\vec{AD}, \frac{1}{3}\vec{AE} \right)$

2 ( أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) .

3 ( أثبت أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (EDB)

4 ( المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عين إحداثياتها .

5 ( أثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

6 ( احسب حجم رباعي الوجوه AEDB .

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال )

السؤال الأول : تجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع  $f$  والذي خطه البياني  $C$  والمطلوب :

|         |                         |                               |                         |           |
|---------|-------------------------|-------------------------------|-------------------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$               | $-1$                          | $1$                     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +                       |                               | -                       |           |
| $f(x)$  | $3 \rightarrow +\infty$ | $+\infty \rightarrow -\infty$ | $+\infty \rightarrow 3$ |           |

1) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني  $C$ .

2) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني  $C$  ؟

3) هل يوجد للخط  $C$  مماسات أفقية ؟

4) أثبت أن للمعادلة  $f(x)=0$  حل وحيد في المجال  $]-1,1[$ .

السؤال الثاني : اكتب العدد العقدي  $z = (1 - \sqrt{2}) \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$  بالشكل الأسّي

السؤال الثالث :  $ABCD$  رباعي وجوه و  $G$  مركز ثقل المثلث  $DBC$

جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق :

$$\|\vec{MB} + \vec{MD} + \vec{MC}\| = \|\vec{3MA} - \vec{MB} - \vec{MD} - \vec{MC}\|$$

السؤال الرابع : ليكن التابع  $f$  المعروف على  $R$  وفق  $f(x) = e^x$

$$\lim_{x \rightarrow \ln 2} \frac{e^x - 2}{x - \ln 2} \text{ احسب } f(\ln 2) \text{ و } f'(\ln 2) \text{ ، ثم استنتج}$$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين )

التمرين الأول : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة كما يأتي :  $u_0 = 0$  ،  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

1) أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 1$ .

2) أثبت أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متزايدة.

3) علل تقارب المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  واحسب نهايتها.

( الصفحة الثانية )

التمرين الثاني : صندوق يحوي خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء .

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً .

نتأمل المتحول العشوائي  $X$  الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء

ويأخذ القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة صفر في غير ذلك .

عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي  $X$  واحسب توقعه وتباينه .

التمرين الثالث : أوجد الحد المستقل عن  $x$  في منشور ذي الحدين  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$

التمرين الرابع : عين مجموعة تعريف التابع  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$  واحسب نهايته عند الصفر .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$

(1) أوجد نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف .

(2) ادرس اطراد التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

(3) بين القيم الحدية المحلية للتابع  $f$  . وارسم خطه البياني  $C$  .

(4) استنتج عدد حلول المعادلة  $x^2 e^{-x} = 1$  .

(5) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  ومحور الفواصل والمستقيم  $x=1$  .

المسألة الثانية : نتأمل النقطتين  $A(1,1,1)$  و  $B(3,2,0)$  في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس

$(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ليكن  $P$  المستوي المار بالنقطة  $B$  ويقبل  $\vec{AB}$  شعاعاً ناظماً ، وليكن المستوي  $Q$

الذي معادلته  $x - y + 2z + 4 = 0$  . وأخيراً لتكن  $S$  الكرة التي مركزها  $A$  ونصف قطرها  $AB$  .

(1) أثبت أن  $2x + y - z - 8 = 0$  هي معادلة المستوي  $P$  .

(2) جد معادلة الكرة  $S$  . (3) أثبت أن المستوي  $Q$  مستوي مماس للكرة  $S$  .

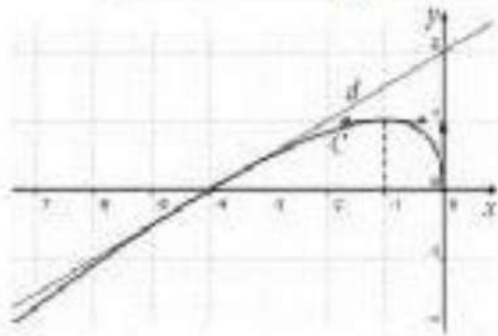
(4) أثبت أن النقطة  $C(0,2,-1)$  هي مسقط النقطة  $A$  على المستوي  $Q$  .

(5) ليكن  $d$  المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً  $d : \begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t, t \in R \\ z = 4 - 3t \end{cases}$

(a) أثبت أن المستقيم  $d$  هو الفصل المشترك للمستويين  $P$  و  $Q$  .

(b) أثبت أن المستقيم  $d$  محتوي في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[BC]$  .





أولاً: اجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن لدينا الشكل المرسوم جانباً  $C$  هو الخط البياني لتابع  $f$

معرف على  $]-x, 0[$  و  $d$  هو مماس للخط  $C$  في نقطة تقاطعه مع محور  
الفاصل، والمطلوب:

- (١) نظم جدولاً بتغيرات التابع  $f$ .
- (٢) اكتب معادلة المماس  $d$  والمماس الأفقي لـ  $C$  ونصف المماس الشاقولي لـ  $C$ .
- (٣) ارسم الخط البياني  $C'$  للتابع  $g(x) = -f(-x)$ .

السؤال الثاني: ليكن لدينا التابع  $f: x \mapsto \frac{3x-1}{(x-2)^2}$ ، احسب نهاية  $f$  عند  $2$ ، ثم عين عدداً  $\alpha$  يحقق الشرط:

إذا كان  $x$  عنصراً من المجال  $]2-\alpha, 2+\alpha[$  مختلفاً عن  $2$  كان  $f(x) > 10^5$ .

السؤال الثالث: أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(AB)$  إذا علمت أن  $A(3,2,1)$  و  $B(0,1,0)$

ثم تمثيلاً وسيطياً لنصف المستقيم  $(BA)$ .

السؤال الرابع: احسب أمثال  $x^4$  في منشور  $(2x + \frac{1}{x})^{10}$ .

ثانياً: اجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية معرفة وفق:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{2u_n + 6}; n \geq 0 \end{cases}$$

(١) أثبت أن التابع  $x \mapsto \frac{3x+2}{2x+6}$  متزايداً تملكاً واستنتج أن  $\frac{1}{2} < u_n \leq 1$  أيًا كان العدد الطبيعي  $n$ .

(٢) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متناقصة تملكاً.

التمرين الثاني: ليكن التابع  $f$  المعرف وفق:  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 1}$

(١) احسب نهاية  $f$  عند  $+\infty$ .

(٢) أثبت وجود عدد حقيقي  $a$  يحقق  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a$  وأن نهاية  $x \mapsto f(x) - ax$  عند  $+\infty$  عدد حقيقي  $b$ .

ثم استنتج وجود مقارب مائل للخط  $C_f$  في جوار  $+\infty$ .

التمرين الثالث: يتواجه فريقان  $A$  و  $B$  في لعبة كرة الطائرة مكونة من خمسة أشواط، يكسب الفريق  $B$  الشوط الواحد

باحتمال يساوي  $0.6$ ، ويربح الفريق المباراة الذي يكسب أكبر عدد من الأشواط، ما احتمال أن يربح الفريق  $A$ ؟

التعريف الرابع: في معلم متجانس  $(O, i, j, k)$  للنقط  $A(1, -1, -2)$  و  $B(1, -2, -3)$  و  $C(2, 0, 0)$ .

(1) برهن أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  تعين مستو ثم تحقق أن معادلته الديكارتيّة هي:  $x+y-z-2=0$

(2) ليكن المستويان  $P$  و  $Q$  معادلتهما:  $P: x-y-2z+5=0$  و  $Q: 3x+2y-z+10=0$

اريس تقاطع المستويات:  $(ABC)$  و  $P$  و  $Q$ .

ثلاثاً: حل المسالتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في مجموعة الأعداد العقدية  $C$ :

(1) المعادلة  $z^2 - 12z + 48z - 128 = 0$

(1) تحقق أن  $z=8$  هو حلاً للمعادلة

(2) عين الثوابت  $a$  و  $\beta$  و  $\gamma$  ليكون:  $z^2 - 12z + 48z - 128 = (z-8)(az^2 + \beta z + \gamma)$  ثم حل المعادلة

(2) في المستوي العقدي للعرف النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  صور الأعداد  $z_A = 2 - 2i\sqrt{3}$ ,  $z_B = 2 + 2i\sqrt{3}$ ,  $z_C = 8$

(1) اكتب كلاً من الأعداد  $z_A$  و  $z_B$  و  $z_C$  بالشكل الأسّي.

(2) أوجد طوليلة وزاوية العدد  $Z = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$  ثم استنتج نوع المثلث  $ABC$ .

(3) أنشئ  $G$  مركز الأبعاد المثلثية للنقط:  $(A, |z_A|)$ ,  $(B, |z_B|)$ ,  $(C, |z_C|)$

(4) أوجد مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق:  $|\overline{MA} + \overline{MB} + 2\overline{MC}| = |\overline{MA} + \overline{MB} - 2\overline{MC}|$

المسألة الثانية: ليكن لدينا الخط البياني  $C$  للتابع  $f$  المعروف على  $]0, +\infty[$  وفق  $f(x) = 1 + \frac{2 \ln x}{x}$

(1) احسب نهاية التابع  $f$  عند الصفر و  $+\infty$  واستنتج ماله من مقاربات توازي المحورين الإحداثيين، ثم ادرس وضع  $C$  مع مقاربه الأفقي  $A$ .

(2) ادرس تغيرات  $f$  وتنظم جدولاً بها.

(3) أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلاً وحيداً في المجال  $[\frac{1}{2}, 1]$ .

(4) باستخدام التقريب التالي المحلي احسب قيمة تقريبية لـ  $f(1.1)$ .

(5) ارسم  $A$  ثم ارسم  $C$ .

(6) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  و  $A$  والمستقيمين  $x=1$  و  $x=e$ .

تتمة نموذج ٢ 2018

بالتوفيق للجميع أعلاء

انتهت الأسئلة.

اسم الطالب :  
 المدة : ثلاث ساعات  
 الدرجة : ٦٠٠ درجة

مادة الرياضيات للثالث الثانوي العلمي  
 دورة ٢٠١٧-٢٠١٨

الجمهورية العربية السورية  
 وزارة التربية

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية (٤٠ درجة لكل سؤال)  
السؤال الأول: نجد فيما يأتي جدولاً لتعبيرات التابع  $f$  والذي خطه البياني  $C$  والمطوق:

|         |           |           |     |           |
|---------|-----------|-----------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $3$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$       | $+$ | $-$       |
| $f(x)$  | $1$       | $-\infty$ | $0$ | $-3$      |

- (١) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني  $C$ .
  - (٢) هل يوجد مقاربات مائلة للخط  $C$  ؟
  - (٣) هل يمكنك رسم مماس أفقي للخط  $C$  في إحدى نقاطه ؟
  - (٤) هل  $f$  لشققي عند  $3$  ؟
  - (٥) عين القيم الحدية للتابع  $f$ .
- السؤال الثاني: لتكن النقاط  $A, B, C$  التي تمثلها الأعداد العقدية  $a=3+5i, b=3-5i, c=7+3i$

بين أن:  $\frac{b-c}{a-c} = 2i$ ، ثم استنتج أن  $ABC$  قائم الزاوية و  $BC = 2AC$ .

السؤال الثالث: عين في منشور  $(x^2 - \frac{2}{x})^{12}$  الحد الذي يحوي  $x^{12}$  والحد المستقل عن  $x$ .

السؤال الرابع: احسب نهاية المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق:  $u_n = \frac{2n! + (-1)^n}{n!}$

ثانياً: حل التمارين الأربعة التالية (٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول:  $ABCD$  رباعي وجوه، النقاط  $P, Q, R, K, I$  تحقق:

$G$  و  $I$  منتصف  $[AB]$  و  $R$  منتصف  $[CD]$  و  $AP = \frac{1}{3}AD$  و  $BQ = \frac{1}{3}BD$  و  $CK = \frac{2}{3}CB$  و  $DI = \frac{1}{3}DC$

مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(A, 2), (B, 2), (C, 1), (D, 1)$  والمطلوب:

- (١) أثبت أن المستقيمان  $(IR)$  و  $(PK)$  متقاطعان.
- (٢) عين موضع النقطة  $J$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقتين  $(A, 2), (C, 1)$ .
- (٣) عين المجموعة المكونة من النقاط  $M$  التي تحقق:  $\|2\overline{AM} + \overline{CM}\| = \|2\overline{BM} + \overline{DM}\|$ .

التمرين الثاني:  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة وفق:  $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{2u_n + 6} \end{cases}$  عند كل  $n \geq 0$

- (١) أثبت أن التابع  $x \mapsto \frac{3x+2}{2x+6}$  متزايد تملصاً واستنتج أن:  $\frac{1}{2} < u_n \leq 1$  أياً كان العدد الطبيعي  $n$ .
- (٢) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة تملصاً.



التعريف الثالث:  $f$  هو التابع المعرف على المجال  $]0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4 \sin x}{x}$  خطه البياني  $C$

(١) أوجد  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(٢) برهن أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 4$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  وادرس وضع  $C$  بالنسبة لهذا المقارب.

التعريف الرابع: نلكن الأعداد المركبة  $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}, z_2 = \sqrt{3} + i, z_3 = 1$

(١) اكتب كلا من العددين  $z_1$  و  $z_2$  بالشكل الأسّي.

(٢) حل في  $C$  المعادلة  $z^3 = z_1 z_2$ .

(٣) اكتب العدد:  $(\frac{z_1}{2})^{12} + (\frac{z_2}{2})^{12}$  بالشكل الجبري.

(٤) اكتب العدد  $x = \frac{z_1}{z_2}$  بالشكلين الجبري والأسّي، ثم استنتج قيمة كل من  $\cos \frac{\pi}{12}$  و  $\sin \frac{\pi}{12}$ .

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين. (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نلعل في معلم متجانس النقاط  $A(-\frac{1}{2}, 3, 1), B(-1, 0, 2), C(2, 1, 1), D(-3, 3, -1)$

(١) (a) أثبت أن النقاط  $B, C, D$  تمثل مستوي، أوجد معادلته.

(b) استنتج طبيعة المثلث  $BCD$  واحسب مساحته.

(٢) (a) أثبت أن النقطة  $A$  تقع خارج المستوي  $(BCD)$ .

(b) احسب بعد النقطة  $A$  عن المستوي  $(BCD)$ .

(٣) احسب حجم رباعي الوجوه  $(ABCD)$ .

(٤) (a) أثبت أن النقاط  $B, C, D$  تقع على كرة مركزها  $A$ .

(b) احسب نصف قطر هذه الكرة واكتب معادلتها.

المسألة الثانية: ليكن  $C$  الخط البياني للتابع المعرف على  $R$  وفق  $f(x) = x^3 e^x$ ، والمطلوب:

(١) جد تابعاً أصلياً  $F$  للتابع  $f$  على  $R$  بالصيغة  $F(x) = P(x) e^x$  حيث  $P$  كثير حدود.

(٢) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً لها.

(٣) ارسم  $C$  الخط البياني للتابع  $f$ .

(٤) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  ومحور الفواصل والمستقيم  $x = 1$ .

انتهت الأسئلة



## المسائل التي جرى مناقشتها بالندوة

المسألة 1:  $u_n$  و  $v_n$  متتاليتان معرفتان عند كل عدد طبيعي  $n$  وفق:

$$v_n = \ln u_n - 2 \bullet \quad \begin{cases} u_0 = e^3 \\ u_{n-1} = e\sqrt{u_n} \end{cases} \bullet$$

1. أثبت أن المتتالية  $v_n$  هندسية واحسب كلاً من حدها  $v_0$  وأساسها  $q$ .

2. اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .

3. ① ما نهاية المتتالية  $v_n$  ؟

② استنتج أن المتتالية  $v_n$  متقاربة ونهايتها تساوي  $e^2$

4. ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f(x) = e\sqrt{x}$  المعروف على المجال

a- أدرس قابلية اشتقاق التابع  $f$  عند الصفر.

b- أدرس تغيرات  $f$  التابع ونظم جدولاً بها وارسم خطه البياني

مسألة :

لتكن المتتالية  $u_n$  معرفة وفق  $u_0 = 0$  وعند كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

وليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعروف على  $[0, +\infty[$  وفق  $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$

1. أدرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها.

2. استعمل البرهان بالتدرج لإثبات أن:  $0 \leq u_n < 1$  . ( أثبت أن:  $u_n \geq 0$  ثم  $u_n < 1$  )

3. استنتج أن المتتالية  $u_n$  مطردة. 4. المتتالية  $v_n$  معرفة عند كل عدد طبيعي  $n$  وفق  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

أثبت أن  $v_n$  متتالية هندسية. أوجد أساسها واحسب حدها الأول.

5. اكتب  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  وأوجد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$  . 6. جد عدداً طبيعياً  $N$  يحقق عند كل  $n > N$  :  $u_n > 0.99$

تمرين : المتتالية  $u_n$  معرفة وفق  $u_0 = 1$  وعند كل عدد طبيعي  $n$  :  $2u_{n+1} = u_n - 2$

1. احسب الحدود الخمسة الأولى من هذه المتتالية.

2. ليكن  $a$  عدداً حقيقياً، ولتكن  $v_n$  المتتالية المعرفة عند كل عدد طبيعي  $n$  وفق  $v_n = u_n - a$

① جد العدد  $a$  الذي يجعل المتتالية  $v_n$  هندسية. ② اكتب  $u_n$  و  $v_n$  بدلالة  $n$  . ③ جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين

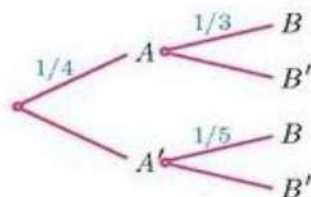
ليكن  $g$  التابع المعروف على المجال  $I = ]0, +\infty[$  وفق  $g(x) = 1 + \frac{\ln x}{x}$

1. جد نهاية  $g$  عند طرفي المجال  $I$ ، ثم ادرس تغيرات  $g$  ونظم جدولاً بها.

2. استنتج أن للمعادلة  $g(x) = 0$  حلاً وحيداً  $\alpha$  وأن هذا الحل ينتمي إلى المجال  $]0, 1[$ .

سؤال: حل المعادلة التفاضلية:  $y' + 5y = 0$ ، والخط البياني  $C$  للحل يمر بالنقطة  $A(-2, 1)$

سؤال:



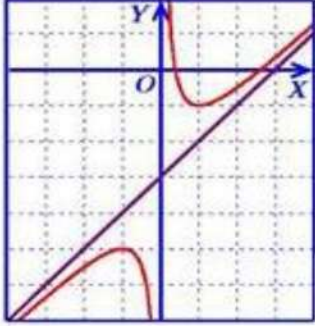
استناداً إلى التمثيل الشجري المبين في الشكل المجاور .

عين الاحتمالات  $P(A')$  و  $P(B'|A)$  واستنتج قيمة كل من

$P(A \cap B)$  و  $P(A \cap B')$  و  $P(A' \cap B)$  و  $P(A' \cap B')$

## مهارات مباشرة وبسيطة

سؤال : 40 درجة



ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المرسوم في الشكل المرفق.

وليكن المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = -1$ .

1. بالاستفادة من الشكل، ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = -1$ .
2. أكتب القيم الحدية للتابع  $f$  مبيناً نوعها.
3. أكتب معادلة المقارب المائل للخط  $C$ .

سؤال : 40 درجة

$$z = i + i^2 + i^3 + i^5 \quad \text{ليكن}$$

1. أكتب  $z$  بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسّي

2. أثبت أن  $z = \frac{i + i^2 + i^3 + i^5}{1 + i}$  تخيلي بحت

سؤال : 40 درجة نجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع  $f$  والذي خطه البياني  $C$  والمطلوب :

|         |           |                      |            |           |            |      |
|---------|-----------|----------------------|------------|-----------|------------|------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$                 | $3$        | $+\infty$ |            |      |
| $f'(x)$ | $-$       | $  $                 | $+$        | $0$       | $-$        |      |
| $f(x)$  | $1$       | $\searrow$           | $\nearrow$ | $0$       | $\searrow$ | $-3$ |
|         |           | $\rightarrow \infty$ | $-\infty$  |           |            |      |

(1) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني  $C$ .

(2) هل يوجد مقاربات مائلة للخط  $C$  ؟

(3) عين القيمة الحدية للتابع  $f$  ؟

(4) أكتب معادلة المماس للخط البياني في النقطة التي فاصلتها  $x = 3$  ؟

**ملاحظة هامة :**

وهكذا فانت تملك مايقارب 30 اختبار ، عليك بها .

مع خالص التمنيات بالتفوق - أ.علاء عبيد ..... 0999167372



أ.علاء العبيد