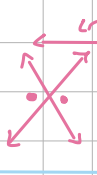
الزوايا والمضلعات

* الزوايا :

- قياس الزاوية المستقيمة = ١٨٠°
- كل زاويتان متقابلتان بالرأس متساويتان



- مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°
- زوايا القاعدة متساوية في المثلث متطابق الضلعين

- مجموع الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

* المضلعات :-

- مجموع زوايا المضلع الداخلية = (ن - ٢) × ١٨٠
- زاوية المضلع المنتظم الداخلية = $\frac{(ن-٢) \times ١٨٠}{ن}$

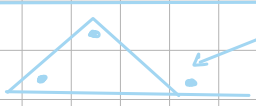
- مجموع الزوايا الخارجية لأي مضلع = ٣٦٠
- زاوية المضلع المنتظم الخارجية = $\frac{٣٦٠}{ن}$

- مجموع زوايا الخماسي = ٥٤٠ ،
- السداسي = ٧٢٠ ، الثماني = ١٠٨٠
- زاوية السداسي المنتظم = ١٢٠
- زاوية الخماسي المنتظم = ١٠٨

- ملحوظة هامة الحوائي واحمين : ١) كل زاويتان متجاورتان = ١٨٠ ٢) كل زاويتان متقابلتان متساويتان

* الزاوية الخارجية :-

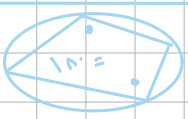
هي الزاوية المحصورة بين امتداد أحد الأضلاع مع ضلع غير مستند



الزاوية الخارجية = مجموع الزاويتان الداخليتان ماعدا المجاورة

مجموع الزوايا الخارجية لأي مضلع = ٣٦٠

* الرباعي الدائري : شكل رباعي تقع رؤوسه على الدائرة فيه • مجموع كل زاويتان متقابلتان = ١٨٠°



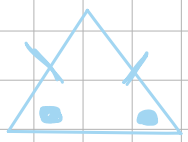
* متباينة المثلث :

- مجموع أي ضلعين في المثلث أكبر من الضلع الثالث ← ٣ ، ٤ ، ٩ ← ٣ + ٤ = ٧ اصغر من ٩ ، لا تصلح لتكون أضلاع مثلث
- طرح الضلعين الآخرين اصغر من ح اي ضلع ح مجموع الضلعين الآخرين ← ٣ ، ٤ ، ٦ ← ٣ + ٤ = ٧ أكبر من ٦ ، تصلح لتكون اضلاع مثلث

* المثلث متطابق الضلعين :-

١) ضلعان متطابقان • اذا كان المثلث متطابق الضلعين واحدى زواياه = ٦٠° يصبح متطابق الأضلاع

٢) زاويتي القاعدة متطابقتان



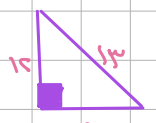
* نظرية فيثاغورس :-

اذا المطلوب (الوتر) ← ربع وربع واجمع ثم خذ الجذر

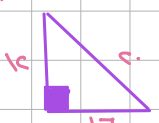
اذا المطلوب (الضلع الآخر) ← ربع ربع واطرح ثم خذ الجذر

لايجاد طول الضلع اذا علم الضلعان الآخران ← في المثلث القائم

مثلثات فيثاغورس المشهورة :

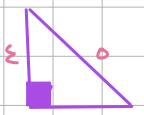


٥ ، ١٢ ، ١٣

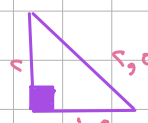


١٢ و ١٦ و ٢٠

٦ ، ٨ ، ١٠



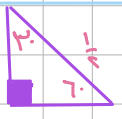
٣ و ٤ و ٥



اضلاعه ٢٫٥ ، ٢ ، ١٫٥

المثلث ٣٠ - ٦٠ :

هو مثلث قائم احدى زواياه ٣٠ والأخرى ٦٠



الضلع المقابل للزاوية ٣٠ يساوي $\frac{١}{٢}$ الوتر

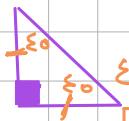
الضلع المقابل للزاوية ٦٠ يساوي $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ الوتر

• في المثلث الواحد : ١) كلما زادت قيمة الزاوية ← كان الضلع المقابل لها اكبر

٢) كلما صغرت الزاوية ← كان الضلع المقابل لها اصغر

* المثلث ٤٥ - ٤٥ :

هو مثلث قائم متطابق الضلعين زواياه الحادة تساوي ٤٥



الضلع المقابل لـ ٤٥ يساوي $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × الوتر

المساحات

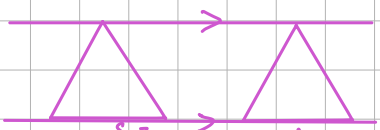
* مساحة ومحيط المثلث:

- مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الإرتفاع
- محيط المثلث = مجموع اطوال اضلاعه
- في حال معلومية مساحة المثلث: ×٢ مساحة المثلث = القاعدة × الإرتفاع

---

* المثلثات المحصورة بين مستقيمين متوازيين:

المثلثات التي نقع رؤوسها على أحد مستقيمين متوازيين وقواعدها على المستقيم الآخر



النسبة بين مساحتيهما = النسبة بين طول قواعدهما

- اذا كانت المثلثان مشتركة في راس واحد وقواعدهما على مستقيم واحد فإن النسبة بين مساحتيهما = النسبة بين طول قواعدهما

$\frac{\text{مساحة المثلث الأول}}{\text{مساحة المثلث الثاني}} = \frac{ق}{ق'}$

---

* المستطيل:

مساحة المستطيل: الطول × العرض

محيط المستطيل: مجموع اطوال اضلاعه

$\frac{1}{2}$ محيط المستطيل = الطول + العرض

* المربع:

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

$\frac{1}{4}$ محيط المربع طول قطره

محيط المربع = مجموع اطوال اضلاعه

* قطرا المربع يقسم المربع الى مثلثين ع ـ ع

* المثلث داخل الرباعي:

في المتوازي والمستطيل والمربع والمعين ←

اذا رسم مثلث راسه على احد الأضلاع وقاعدته هي الضلع المقابل ← مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ مساحة الرباعي

---

* المعين:

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين

محيط المعين = مجموع اطوال اضلاعه

*ملاحظة:

- اذا رسم معين داخل مربع ← يكون مربع المربع = $\frac{1}{2}$ مربع
- اذا رسم شكل رباعي داخل مستطيل ← يطلع معين المعين = $\frac{1}{2}$ المستطيل

خواص المعين:

١) القطران متعامدان
٢) القطران ينصف كل منهما الآخر
٣) القطران يقسما المعين الى ٤ مثلثات متساوية في المساحة
٤) كل زاويتان متقابلتان متساويتان
٥) كل زاويتان متجاورتان مجموعهم = ١٨٠°
٦) جمع اضلاعه متطابقة

* متوازي الأضلاع

مساحة متوازي الأضلاع = القاعدة × الإرتفاع

محيط متوازي الأضلاع = مجموع اطوال اضلاعه

ملحوظة: الإرتفاع لازم يكون العمود الواقع من فوق وتحت

* شبه المنحرف:

مساحة شبه المنحرف = $\frac{\text{مجموع القاعدتين المتوازيتين}}{2}$ × الإرتفاع

ملحوظة: الإرتفاع لازم يكون العمود الواقع من فوق وتحت

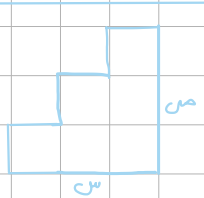
---

* خصائص الطائرة الورقية:

- مجموع زواياها = ٣٦٠°

١) الضلعان المتجاوران في مقدمة الطائرة متساويان
٢) الضلعان في مؤخرة الطائرة متساويان
٣) الزاويتان الأضلاع المختلفة متساويتان

* تمرين السلم:



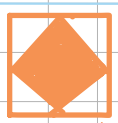
محيط الشكل المرسوم

٢ (س + ص)

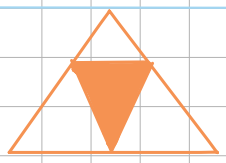
---

* المساحات المظللة

مساحة المربع الصغير = $\frac{1}{2}$ مساحة



* أوجد مساحات لأشكال معروفة ذات قوانين



• مساحة المثلث الصغير = $\frac{1}{4}$ مساحة المثلث الكبير

* ملاحظة:

مساحة المربع الكبير = ٤ مساحة المربع الصغير

مساحة المظلل = مساحة المربع الصغير - مساحة الدائرة

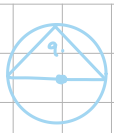
أو ع (ق² - ط)

* الدائرة:

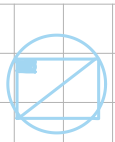
- مساحة الدائرة = $\pi نق^2$
- محيط الدائرة = $2 \pi نق$

ملاحظة:

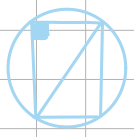
اذا نق كان ← ١٠ او ١٠٠ او ١٠٠٠ نخطي $\frac{22}{7}$ و اذا نق ← ٧ او ١٤ او ٢١ نخطا = $\frac{22}{7}$



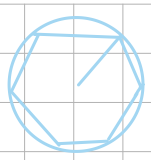
- اذا رسم مثلث في نصف دائرة فإن الزاوية المرسومة على الدائرة تكون قائمة



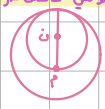
- اذا رسم مربع داخل دائرة فإن قطر المربع هو نفسه قطر الدائرة



- اذا رسم مستطيل داخل دائرة فإن قطر المستطيل هو نفسه قطر الدائرة



- اذا رسم سداسي منتظم داخل دائرة فإن طول ضلع السداسي = نصف قطر الدائرة



* مساحة الدائرة الكبيرة = ٤ مساحة الدائرة الصغيرة

* اذا رسمت عدة دوائر صغيرة متطابقة على قطر دائرة كبيرة فإن: $\frac{\text{محيط الصغيرة}}{\text{محيط الكبيرة}} = \frac{1}{\text{عدد الدوائر}}$ ، $\frac{\text{مساحة الصغيرة}}{\text{مساحة الكبيرة}} = \left(\frac{1}{\text{عدد الدوائر}}\right)^2$

* π = ٣,١٤ أو $\frac{22}{7}$ بعض التمارين المشهورة التي يكون معلوم مساحة الدائرة أو محيطها ويكون المطلوب كل العناصر التي هو ليجاد قيمة ق

مساحة الدائرة ← ٣,١٤ فإن نق = ١ ← ٣,١٤ نق = ١٠ ← ٣,١٤ نق = ٧ ← ١٥٤ نق = ٧

محيط الدائرة ← ٢١,٩٨ نق = ٥ ← ٤٤ نق = ٧ ← ٣,١٤ نق = ١٠

* مساحة القطاع:

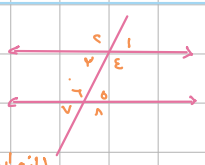
اذا علم زاوية القطاع فإنه يمكن ايجاد مساحة القطاع

زاوية	١٨٠	١٢٠	٩٠	٦٠	٤٥	٣٠
مساحة القطاع =	$\frac{1}{2}$ الدائرة	$\frac{1}{3}$ الدائرة	$\frac{1}{4}$ الدائرة	$\frac{1}{6}$ الدائرة	$\frac{1}{8}$ الدائرة	$\frac{1}{12}$ الدائرة

معادلة الدائرة = $س^2 + ص^2 = نق^2$

زاوية القطاع = $\frac{\text{العدد داخل القطاع}}{\text{العدد الكلي}} \times 360$

* التوازي: اذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين



الزوايا المتبادلة: (تبادل داخلي) (٣) ، (٤) = (تبادل خارجي) (١) ، (٧)

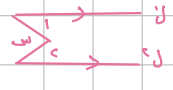
الزوايا المتناظرة: (١) = (٥) قياس(٤) = قياس(٨) قياس(١) = قياس(٦) قياس(٣) = قياس(٧)

في جهة واحدة وحدة خارجية وحدة داخلية

الزوايا المتحالفة: قياس(٤) + قياس(٥) = ١٨٠ محلها داخلية وجهة واحدة قياس(٣) + قياس(٦) = ١٨٠

تحالف خارجي = قياس(١) + قياس(٨) = ١٨٠

* التوازي والقاطع العكسي: اذا كان ل١ يوازي ل٢ فإن:



قياس س = قياس زاوية ١ + قياس زاوية ٢

* المجسمات:

- متوازي المستطيلات:

الحجم = الطول × العرض × الإرتفاع

المساحة الكلية: ٢(طول × عرض + طول × ارتفاع + عرض × ارتفاع) او حاصل جمع كل بعدين × ٢ ثم نجمع

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الإرتفاع * ملاحظة: اذا تضاعف ابعاد متوازي مستطيلات أو مكعب ← فإن الحجم يتضاعف ٨ مرات

* المكعب: هو مجسم جميع أحرفه متساوية

الحجم = (طول الحرف)^3 مساحة السطح = ٦ × (طول الحرف)^2

المساحة الجانبية = ٤ × طول الحرف)^2

* الأسطوانة:

حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الإرتفاع = π نق^2 ع

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الإرتفاع = ٢π نق × ع

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين