القوانين الذهبيّة في حلّ الجزء الكمي

منتديات يزيد التعليمية

المجموعات العددية :

الأعداد الطبيعية = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }

الأعداد الكلية = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }

الأعداد الصحيحة = { ... ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، ... }

الأعداد النسبية ن = { $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب ∋ صـ ، ب ≠ صفر }

الأعداد غير النسبية نَ = الجذور المركبة مثل $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٧}$ ، ...

الأعداد الحقيقية ح = ن ∪ نَ

العدد الزوجي : هو الذي أحاده يقبل القسمة على ٢

العدد الفردي : هو الذي أحاده لا يقبل القسمة على ٢

الأعداد الأولية : هي الأعداد الصحيحة الأكبر من ١ ولا تقبل القسمة إلا على نفسها والواحد الصحيح مثل { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ... }

الكسور الاعتيادية :

(١) $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{أ د + ب جـ}{ب د}$

(٢) $\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{د} = \frac{أ د - ب جـ}{ب د}$

(٣) $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$

(٤) $\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ} = \frac{أ \times د}{ب \times جـ}$

الكسور العشرية :

(١) في حالة الضرب في قوى العشرة نحرك العلامة العشرية جهة اليمين عدد من المنازل يساوي عدد الأصفار في قوى العشرة .

مثال : ١,٢٥ × ١٠ = ١٢,٥ ، ١,٢٥ × ١٠٠ = ١٢٥,٠ ، ١,٢٥ × ١٠٠٠ = ١٢٥٠,٠

(٢) في حالة القسمة على قوى العشرة نحرك العلامة العشرية جهة اليسار عدد من المنازل تساوي عدد الأصفار في قوى العشرة .

مثال : ١,٢٥ ÷ ١٠ = ٠,١٢٥ ، ١,٢٥ ÷ ١٠٠ = ٠,٠١٢٥ ، ١,٢٥ ÷ ١٠٠٠ = ٠,٠٠١٢٥

الكسور والأعداد العشرية :

تبسيط الكسور :

لتبسيط الكسر لأبسط صورة قم بتحليل ثم حذف العوامل المشتركة للبسط والمقام .

مثال : بسط $\frac{٢٨}{٣٦}$ لأبسط صورة

الحل :

$$\frac{٢٨}{٣٦} = \frac{٧ \times ٤}{٩ \times ٤} = \frac{٧}{٩}$$

جمع وطرح الكسور :

لجمع أو طرح الكسور قم أولاً بإيجاد المقام المشترك ثم قم بجمع أو طرح البسط .

مثال : أوجد ناتج $\frac{٢}{١٥} + \frac{٣}{١٠}$

الحل :

$$\frac{٢}{١٥} + \frac{٣}{١٠} = \frac{٤}{٣٠} + \frac{٩}{٣٠} = \frac{١٣}{٣٠}$$

ضرب الكسور :

لضرب الكسور نضرب البسط مع البسط و المقام مع المقام

مثال : أوجد ناتج $\frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٨}$

الحل :

$$\frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٨} = \frac{٥ \times ٣}{٨ \times ٤} = \frac{١٥}{٣٢}$$

قسمة الكسور :

لقسمة الكسور نحول القسمة إلى ضرب وذلك بقلب الكسر الثاني ثم ضرب الكسرين .

مثال : أوجد ناتج $\frac{٣}{٤} \div \frac{٥}{٨}$

الحل :

$$\frac{٣}{٤} \div \frac{٥}{٨} = \frac{٣}{٤} \times \frac{٨}{٥} = \frac{٢٤}{٢٠}$$

تحويل الأعداد الكسرية إلى كسور و العكس :

لتحويل العدد الكسري إلى كسر

نضرب العدد الكلي بالمقام ثم نضيفه إلى البسط و الناتج سيكون بسط جديد مع نفس المقام .

مثال : حول العدد الكسري $٧ \frac{١}{٣}$ إلى كسر

الحل :-

$$٧ \frac{١}{٣} = \frac{٣ \times ٧ + ١}{٣} = \frac{٢٢}{٣}$$

لتحويل الكسر إلى عدد كسري

نقسم البسط على المقام وناتج خارج القسمة هو العدد الكلي وباقي القسمة يكون البسط الجديد مع نفس المقام .

مثال : حول الكسر $\frac{١٠٨}{٥}$ إلى عدد كسري

الحل :

$$\frac{١٠٨}{٥} = ٢١ \frac{٣}{٥}$$

جمع وطرح وضرب وقسمة الأعداد الصحيحة :

(١) لكي نجمع عددين أحدهما موجب والآخر سالب نتجاهل إشارتي العددين ثم نوجد الفرق بينهما وبالتالي نلحق النتيجة بإشارة العدد الأكبر .

مثال : ٢٣ + (-٣٤) = - ١١

(٢) تبسط عملية الطرح بتحويلها إلى عملية جمع .

مثال : - ١٧ – (- ٢١) = - ١٧ + ٢١ = ٤

(٣) في الضرب والقسمة إذا اتفقت الإشارتين يكون الناتج عدد موجب وإذا اختلفت الإشارتين يكون الناتج عدد سالب .

مثال : - ٢ × - ٥ = + ١٠ ، - ٢ × - ٣ × - ٥ = - ٣٠ ، ٣٠ ÷ (- ٥) = - ٦

عمليات على الكسور :

(١) عند جمع الكسور العشرية نلتزم بجمع الأجزاء من النوع نفسه ، الأجزاء من مائة ثم الأجزاء من عشرة ... الخ ، وهكذا بالنسبة لعملية الطرح .

(٢) قد نحتاج إلى إعادة التسمية عند جمع أو طرح الكسور في صورتها العشرية ، ويتم ذلك كما في خوارزميتي جمع وطرح الأعداد الطبيعية .

مثال : أوجد ناتج كل مما يأتي :

(أ) ٣,٧٥ + ١٠٥,٦ =

٣,٧٥
+ ١٠٥,٦٠
١٠٩,٣٥

الحل :

نضيف صفر عند الـ ٦ عشان نجعل العددين من نفس النوع ((جزء من مئة))

٣,٧٥ + ١٠٥,٦٠ = ١٠٩,٣٥

(ب) ٢٤,٢٠٥ – ١٥,٤٩ =

الحل :-

٢٤,٢٠٥
- ١٥,٤٩٠
٨,٧١٥

نضيف صفر عند الـ ٤٩ عشان نجعل العددين من نفس النوع ((جزء من ألف))

٢٤,٢٠٥ – ١٥,٤٩٠ = ٨,٧١٥

(٣) عند ضرب الكسور في الصورة العشرية ، نتجاهل الفاصلة ، وهذا يعني ضرب كل كسر في قوة من قوى العشرة ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ .. الخ ، ثم نضع الفاصلة في الناتج بما يتفق مع قسمة الناتج على ما سبق الضرب فيه من قوى العشرة .

(٤) في القسمة يحول المقسوم عليه إلى عدد صحيح من خلال ضربه في إحدى قوى العدد عشرة وإجراء الشيء نفسه بالنسبة للمقسوم حتى نحافظ على السؤال (خارج القسمة لا يتغير) .

مثال : أوجد ناتج كل مما يأتي :-

(أ) ١٣,٢٥ × ٧,٠٥ =

الحل :

$$\frac{١٣٢٥}{١٠٠} \times \frac{٧٠٥}{١٠٠} = \frac{٩٣٤١٢٥}{١٠٠٠٠} = ٩٣,٤١٢٥$$

١٣٢٥ × ٧٠٥ ——— ٦٦٢٥ + ٠٠٠٠٠ + ٩٢٧٥٠٠ ——— ٩٣٤١٢٥

نضع الفاصلة بعد أربعة أرقام لأن عندنا أربعة أصفار في المقام

والقراءة من جهة اليمين

(ب) ١٧,٠٤ × ١٢ =

الحل :-

$$\frac{١٧٠٤}{١٠٠} \times ١٢ = \frac{٢٠٤٤٨}{١٠٠} = ٢٠٤,٤٨$$

١٧٠٤ × ١٢ ——— ٣٤٠٨ + ١٧٠٤٠ ——— ٢٠٤٤٨

نضع الفاصلة بعد رقمين ، القراءة من جهة اليمين

مثال : أوجد ناتج كل مما يأتي :-

(أ) ٦١,٣٢ ÷ ٧,٣ =

الحل :-

راح أحرك الفاصلة رقم واحد لـ جهة اليمين من المقسوم ورقم واحد من المقسوم عليه ، ليه ؟!

عشان أجعل المقسوم عليه عدد صحيح ، كذا :-

٦١٣,٢ ÷ ٧٣ = ٨,٤

```
      ٠٠٨,٤
   ٧٣ | ٦١٣,٢
      - ٥٨٤
        ٢٩٢
      - ٢٩٢
        ٠٠٠
```

(ب) ٤,٧٩٤ ÷ ٠,٦٨ =

الحل :-

راح أحرك الفاصلة رقمين لـ جهة اليمين من المقسوم ورقمين من المقسوم علية ، ليه ؟! عشان أجعل المقسوم عليه عدد صحيح ، هكذا :-

٤٧٩,٤ ÷ ٦٨ = ٧,٠٥

```
      ٠٠٧,٠٥
   ٦٨ | ٤٧٩,٤
      - ٤٧٦
        ٣٤٠
      - ٣٤٠
        ٠٠٠
```

إذا نزلت رقمين في خطوة وحدة

إذاً لازم أحط صفر في الناتج

(٥) عند إجراء العمليات الأساسية على الكسور في صورتها المعتادة و العشرية معاً ، يلزم تحويلها لتصبح جميعها في صورة واحدة ، المعتادة أو العشرية ونفضل في ذلك الطريق الأسهل .

(٦) يحول الكسر من الصورة المعتادة إلى الصورة العشرية بقسمة بسطة على مقامة قسمة مطولة

(٧) الإلمام بالصورتين المعتادة و العشرية لعدد من الكسور يريح كثيراً في إجراء العمليات الأساسية على الكسور في صورتيها المعتادة و العشرية معاً ، هذه الكسور هي :

$\frac{١}{٢}$ = ٠,٥ $\quad$ $\frac{١}{٤}$ = ٠,٢٥ $\quad$ $\frac{١}{٨}$ = ٠,١٢٥

$\frac{٣}{٤}$ = ٠,٧٥ $\quad$ $\frac{٣}{٨}$ = ٠,٣٧٥ $\quad$ $\frac{٥}{٨}$ = ٠,٦٢٥

$\frac{٧}{٨}$ = ٠,٨٧٥ $\quad$ $\frac{١}{٥}$ = ٠,٢ $\quad$ $\frac{٢}{٥}$ = ٠,٤

$\frac{٣}{٥}$ = ٠,٦ $\frac{٤}{٥}$ = ٠,٨

مثال : أوجد ناتج كل مما يأتي :-

(أ) ٤,٥ + ٨ $\frac{٣}{٤}$ =

الحل (١) :

٤,٥ + ٨,٧٥ = ٤,٥٠ + ٨,٧٥ = ١٣,٢٥

الحل (٢) :

٤ $\frac{١}{٢}$ + ٨ $\frac{٣}{٤}$ = ٤ $\frac{٢}{٤}$ + ٨ $\frac{٣}{٤}$ = ١٢ $\frac{٥}{٤}$ = ١٣ $\frac{١}{٤}$

(ب) ٢٥ $\frac{٢}{٥}$ − ٩,٧٥ =

الحل (١) :

٢٥,٤ − ٩,٧٥ = ٢٥,٤٠ − ٩,٧٥ = ١٥,٦٥

الحل (٢) :

٢٥ $\frac{٢}{٥}$ - ٩ $\frac{٣}{٤}$

٢٥ $\frac{٨}{٢٠}$ - ٩ $\frac{١٥}{٢٠}$

٢٤ $\frac{٢٨}{٢٠}$ - ٩ $\frac{١٥}{٢٠}$ = ١٥ $\frac{١٣}{٢٠}$

(٨) إننا نحتاج إلى توحيد المقامات عند إجراء عمليتي الجمع والطرح على الكسور في صورتها المعتادة ونأخذ المقام المشترك مساوياً المضاعف المشترك الأصغر للمقامات الأصلية (م . م . أ) ثم نجري التعديلات اللازمة على البسوط الأصلية . ولكننا لا نحتاج هذا الأمر عند إجراء عمليتي الضرب والقسمة .

(٩) نحتاج تحويل الأعداد الكسرية إلى الصورة الكسرية عند إجراء عمليتي الضرب و القسمة على الكسور . ولكننا لا نحتاج إلى هذا الأمر عند إجراء عمليتي الجمع أو الطرح .

(١٠) تحول عملية القسمة على الكسور إلى عملية الضرب ، فخارج قسمة كسر على آخر يساوي ناتج ضرب الأول في مقلوب الثاني .

مثال : أوجد ناتج كل مما يأتي :-

(أ) $\frac{٣}{٤}$ ٢٧ + $\frac{٢}{٣}$ ١٢ =

الحل :

م . م . أ للعددين ٤ ، ٣ هو ١٢

إذاً

$\frac{٣ \times ٣}{٤ \times ٣}$ ٢٧ + $\frac{٤ \times ٢}{٣ \times ٤}$ ١٢ =

$\frac{٩}{١٢}$ ٢٧ + $\frac{٨}{١٢}$ ١٢ = $\frac{٨ + ٩}{١٢}$ ٣٩ = $\frac{١٧}{١٢}$ ٣٩ = $\frac{٥}{١٢}$ ٤٠

(ب) ٥٠ - $\frac{٥}{٧}$ ٣٢ =

الحل :

٥٠ = ١ + ٤٩ = $\frac{٧}{٧}$ + ٤٩ = $\frac{٧}{٧}$ ٤٩

إذاً

$\frac{٧}{٧}$ ٤٩ - $\frac{٥}{٧}$ ٣٢ = $\frac{٧ - ٥}{٧}$ ١٧ = $\frac{٢}{٧}$ ١٧

(جـ) $\frac{٢}{٥}$ ٨ × $\frac{٤}{٧}$ ٣ =

الحل :

$\frac{٤٢}{٥} \times \frac{٢٥}{٧} = \frac{٦ \times ٧}{٥} \times \frac{٥ \times ٥}{٧}$ = ٣٠

(د) $\frac{١}{٢}$ ٧ ÷ $\frac{٣}{١٦}$ ٢ =

الحل :-

$$\frac{١٥}{٢} \div \frac{٣٥}{١٦} = \frac{١٥}{٢} \times \frac{١٦}{٣٥} = \frac{٣ \times ٨}{١ \times ٧} = \frac{٢٤}{٧} = ٣\frac{٣}{٧}$$

أسبقية العمليات الرياضية :

لكي نقوم بإجراء عملية رياضية نبدأ بالأقواس ثم الأسس ثم الضرب والقسمة ثم الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار.

مثال : أوجد $٩ - ٢ \times (٥ - ٣)^{٢} + ٦ \div ٣$

$= ٩ - ٢ \times (٢)^{٢} + ٦ \div ٣$ ⟸ الأقواس

$= ٩ - ٢ \times ٤ + ٦ \div ٣$ ⟸ الأسس

$= ٩ - ٨ + ٢$ ⟸ الضرب والقسمة

$= ٩ - ٦$ ⟸ الجمع

$= ٣$ ⟸ الطرح

إيجاد النسبة :

لإيجاد النسبة نضع العدد الذي معه كلمة إلى في المقام ثم نبسط الكسر إن أمكن .

مثال :

أوجد نسبة ٢٠ برتقالة إلى ١٢ تفاحة ؟

الحل :

نسبة البرتقال إلى التفاح = $\frac{٢٠}{١٢} = \frac{٥}{٣}$

التناسب :

إذا كانت الأعداد أ ، ب ، جـ ، د متناسبة فإن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ ⟸ أ × د = ب × جـ

(حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)

مثال : أوجد قيمة س إذا كانت الأعداد س ، ٥ ، ٣ ، ٤ متناسبة على التوالي ؟

الحل :

$\frac{س}{٥} = \frac{٣}{٤}$ ⟸ ٤ س = ٥ × ٣ ⟸ س = $\frac{١٥}{٤}$

التناسب الطردي :

في كثير من المواقف الحياتية تلاحظ أن هناك علاقة بين كميتين وتلاحظ أيضاً

أن الزيادة في إحدى الكميتين يتبعها زيادة في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها .

أو النقصان في إحدى الكميتين يتبعها نقصان في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها .

العلاقة هي :-

أ ← ب

جـ ← د

إذاً :

أ × د = جـ × ب

مثال : إذا كان ثمن ١٠ دفاتر يساوي ١٢ ريال . فكم يبلغ ثمن ١٥ دفتراً من النوع نفسه ؟

الحل :

١٠ دفاتر ← ١٢ ريال

١٥ دفتر ← س ريال

(كلما زاد عدد الدفاتر زاد الثمن ، نوع التناسب طردي)

١٠ × س = ١٥ × ١٢

س = ١٨ ريال

التناسب العكسي :

في كثير من المواقف الحياتية تلاحظ أن هناك علاقة بين كميتين وتلاحظ أيضاً

أن الزيادة في إحدى الكميتين يتبعها نقصان في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها

أو النقصان في إحدى الكميتين يتبعها زيادة في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها

العلاقة هي :

أ ← ب

جـ ← د

إذاً :

أ × ب = جـ × د

مثال : ينهي ٥٦ عاملاً مشروعاً خلال ٣ أيام . كم عاملاً يستطيعون إنهاء المشروع في يومين ؟

الحل :

٥٦ عامل ← ٣ أيام

س عامل ← ٢ يوم

(قللت عدد الأيام لازم أزود عدد العمال – نوع التناسب عكسي)

إذاً

س × ٢ = ٥٦ × ٣

س = ٨٤ عاملاً

معنى النسبة المئوية :

النسبة $\frac{٧٥}{١٠٠}$ تسمى نسبة مئوية لأن حدها الثاني ١٠٠ وتكتب على الصورة ٧٥ ٪ وتقرأ ٧٥ في المائة

وعلى ذلك فإن ٧٥ ٪ = $\frac{٧٥}{١٠٠}$ = ٠,٧٥

النسبة المئوية :

قاعدة (١) :

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$$

مثال : مدرسة بها ٨٠ طالب في الصف الأول الثانوي نجح منها ٦٠ طالب فأوجد نسبة النجاح ؟

الحل (١) :

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$$

$\frac{٦٠}{٨٠} = \frac{س}{١٠٠ ٪}$

إذاً

س × ٨٠ = ٦٠ × ١٠٠ ٪

س = ٧٥ ٪

الحل (٢) :

٨٠ طالب ← ١٠٠ ٪

٦٠ طالب ← س

نوع التناسب طردي

س × ٨٠ = ١٠٠ ٪ × ٦٠

س = ٧٥ ٪

الحل (٣) :

عدد الطلاب	نسبة النجاح	نسبة الرسوب
١٠٠ ٪	س	ص
٨٠ طالب	٦٠ طالب	٢٠ طالب

إذاً

س × ٨٠ = ١٠٠ ٪ × ٦٠

س = ٧٥ ٪

الحل (٤) :

٨٠ طالب ← ١٠٠ ٪ بالقسمة على ٨

١٠ طلاب ← $\frac{١٠٠ ٪}{٨}$ بالضرب في ٦

٦٠ طالب ← $\frac{١٠٠ ٪}{٨}$ × ٦ = ٧٥ ٪

الحل (٥) :

٧٥ ٪ ← ٦٠ طالب (بالقسمة على ٣)

٢٥ ٪ ← ٢٠ طالب (بالضرب في ٤)

١٠٠ ٪ ← ٨٠ طالب

الحل (٦) :

٢٠ طالب + ٢٠ طالب + ٢٠ طالب + ٢٠ طالب = ٨٠ طالب

٢٥ ٪ + ٢٥ ٪ + ٢٥ ٪ + ٢٥ ٪ = ١٠٠ ٪

إذاً ٦٠ طالب ← ٧٥ ٪

قاعدة (٢) : العدد الناتج بعد الزيادة ، العدد الأصلي ، نسبة الزيادة أ ٪ :

$$\text{العدد الناتج} = \frac{١٠٠ + أ}{١٠٠} \times \text{العدد الأصلي}$$

$$\text{نسبة الزيادة} = \frac{\text{العدد الناتج} - \text{العدد الأصلي}}{\text{العدد الأصلي}} \times ١٠٠$$

مثال : عند زيادة العدد ٤٠ بمقدار ٢٥ ٪ ، ما هو العدد الناتج ؟

الحل (١) :

$$\text{العدد الناتج} = \frac{١٠٠ + أ}{١٠٠} \times \text{العدد الأصلي} = \frac{١٠٠ + ٢٥}{١٠٠} \times ٤٠ = ٥٠$$

الحل (٢) :

العدد الأصلي	الزيادة	العدد الناتج
١٠٠ ٪	٢٥ ٪	١٢٥ ٪
٤٠		س

إذاً

س × ١٠٠ ٪ = ٤٠ × ١٢٥ ٪

س = ٥٠

الحل (٣) :

١٠٠ ٪ + ٢٥ ٪ = ١٢٥ ٪

١٠٠ ٪ ← ٤٠ (بالقسمة على ٤)

٢٥ ٪ ← ١٠

بالجمع

١٢٥ ٪ ← ٥٠

الحل (٤) :

١٠٠ ٪ + ٢٥ ٪ = ١٢٥ ٪

١٠٠ ٪ ← ٤٠ (بالقسمة على ١٠٠)

١ ٪ ← ٠,٤ (بالضرب في ١٢٥)

١٢٥ ٪ ← ٥٠

مثال : بعد زيادة ٥ ٪ يكون عدد السكان ٥٩٣٤٦ ، فكم عدد السكان قبل الزيادة ؟

$$\text{٥٩٣٤٦} = \frac{\text{١٠٠ + ٥}}{\text{١٠٠}} \times \text{العدد الأصلي}$$

$$\text{العدد الأصلي} = \frac{\text{٥٩٣٤٦} \times \text{١٠٠}}{\text{١٠٥}} = \text{٥٦٥٢٠}$$

قاعدة (٣) : العدد الناتج بعد النقصان ، العدد الأصلي ، نسبة النقصان أ ٪ :

$$\text{العدد الناتج} = \frac{\text{١٠٠ - أ}}{\text{١٠٠}} \times \text{العدد الأصلي}$$

$$\text{نسبة النقصان} = \frac{\text{العدد الأصلي} - \text{العدد الناتج}}{\text{العدد الأصلي}} \times \text{١٠٠}$$

مثال : عند نقصان العدد ٥٠ بمقدار ٢٥ ٪ ، ما هو العدد الناتج ؟

الحل :

$$\text{العدد الناتج} = \frac{\text{١٠٠ - ٢٥}}{\text{١٠٠}} \times \text{٥٠} = \text{٣٧,٥}$$

مثال : انخفض الدخل الأسبوعي لأحد المحلات التجارية من ٢٨٠٠ ريال إلى ٢٤٦٤ ريال . أوجد النسبة المئوية للنقص في الدخل ؟

الحل :

نسبة النقصان = $\frac{\text{٢٨٠٠ - ٢٤٦٤}}{\text{٢٨٠٠}} \times ١٠٠ = ١٢ \%$

مثال : اشترى محمد سيارة ثم باعها فكان ثمن البيع ٢٢٠٠٠ ريال وكانت نسبة ربحه ١٠ ٪ ، فما قيمة السعر الذي اشترى به السيارة ؟

الحل (١) :

ثمن الشراء	الربح	ثمن البيع
١٠٠ ٪	١٠ ٪	١١٠ ٪
س		٢٢٠٠٠

إذاً

س × ١١٠ ٪ = ١٠٠ ٪ × ٢٢٠٠٠

س = ٢٠٠٠٠ ريال

همسة : في حالة الربح نجمع

ثمن البيع = ١٠٠ ٪ + ١٠ ٪ = ١١٠ ٪

الحل (٢) :

١٠٠ ٪ + ١٠ ٪ = ١١٠ ٪

١١٠ ٪ ← ٢٢٠٠٠ ريال (بالقسمة على ١١)

١٠ ٪ ← ٢٠٠٠ ريال (بالضرب في ١٠)

١٠٠ ٪ ← ٢٠٠٠٠ ريال

الحل (٣) :

١٠٠ ٪ + ١٠ ٪ = ١١٠ ٪

النسبة المئوية = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$

$\frac{\text{٢٢٠٠٠}}{\text{س}} = \frac{\text{١١٠ ٪}}{\text{١٠٠ ٪}}$

إذاً

س × ١١٠ ٪ = ٢٢٠٠٠ × ١٠٠ ٪

س = ٢٠٠٠٠ ريال

الحل (٤) :

نفرض أن ثمن الشراء = س

س + (١٠ ٪ × س) = ٢٢٠٠٠

س + ($\frac{١٠}{١٠٠}$ × س) = ٢٢٠٠٠

س + $\frac{١}{١٠}$ س = ٢٢٠٠٠

بالضرب في ١٠ لـ التخلص من المقام

١٠ س + س = ٢٢٠٠٠٠

١١ س = ٢٢٠٠٠٠

س = ٢٠٠٠٠ ريال

الحل (٥) :

المائة يوجد بها ١٠ أجزاء من العشرة (النسبة المئوية) + جزء الربح ١٠ ٪

إذاً عدد الأجزاء = ١١

تقسم $\frac{٢٢٠٠٠٠}{١١}$ = ٢٠٠٠ ((وهذا يمثل قيمة الجزء الواحد وهو الربح)

إذاً

سعر السيارة = ٢٢٠٠٠ – ٢٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ ريال

مثال : حصل عبد الرحمن على ٧٥ درجة في مادة اللغة العربية في الفصل الدراسي الأول من هذا العام ، وحصل على ٨٤ درجة في نفس المادة في الفصل الدراسي الثاني ، فما نسبة تحسن درجته ؟

الحل :

نسبة التحسن = $\frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{الدرجة الأولى}}$ × ١٠٠ ٪

مقدار الزيادة = ٨٤ – ٧٥ = ٩ درجات

إذاً نسبة التحسن = $\frac{٩}{٧٥}$ × ١٠٠ ٪ = ١٢ ٪

مثال : نفرض أن الخسارة ١٨ ٪ وثمن الشراء ٣٠٠٠ ريال ، أوجد ثمن البيع ؟

الحل :

ثمن الشراء	الخسارة	ثمن البيع
٪ ١٠٠	٪ ١٨	٪ ٨٢
٣٠٠٠		س

إذاً

س × ٪ ١٠٠ = ٣٠٠٠ × ٪ ٨٢

س = ٢٤٦٠ ريال

همسة : في حالة الخسارة نطرح

ثمن البيع = ٪ ١٠٠ - ٪ ١٨ = ٪ ٨٢

الحل بـ فكرة الميراث :

مثال : سبيكة معدنية تتكون من الحديد والنحاس بنسبة ٣ : ٨ وزناً ، فإذا كان وزن السبيكة ٣٣٠ جراماً ، فكم وزن النحاس فيها بالجرامات ؟

الحل :

الحديد : النحاس

٣ : ٨

مجموع الأجزاء = ٣ + ٨ = ١١

وزن النحاس = $\frac{٨}{١١}$ × ٣٣٠ = ٢٤٠

وزن الحديد = $\frac{٣}{١١}$ × ٣٣٠ = ٩٠

مثال : لدى رجل خمسة صناديق من التفاح إذا علمت أن في كل صندوق ١٢ تفاحة منها ٨ صالحة للأكل والتفاح المتبقي فاسد . فكم عدد التفاح الفاسد في الصناديق الخمسة ؟

الحل :

العدد الكلي للتفاح = ٥ × ١٢ = ٦٠ تفاحة

التفاح الصالح : التفاح الفاسد

٨ : ٤

مجموع الأجزاء = ٨ + ٤ = ١٢

عدد التفاح الفاسد = $\frac{٤}{١٢}$ × ٦٠ = ٢٠ تفاحة

عدد التفاح الصالح = $\frac{٨}{١٢}$ × ٦٠ = ٤٠ تفاحة

مثال : قطار به ٨٢٠ راكباً ، فإذا كان عدد ركاب الدرجة الأولى $\frac{٣}{٤}$ عدد ركاب الدرجة الثانية ، وعدد ركاب الدرجة الثانية $\frac{٣}{٥}$ عدد ركاب الدرجة الثالثة . فكم عدد ركاب الدرجة الثالثة؟

الحل :

ركاب الدرجة الأولى : ركاب الدرجة الثانية : ركاب الدرجة الثالثة

٣	:	٤	:	....	×	٣
....	:	٣	:	٥	×	٤

يجب توحيد الرقمين في المستطيل الأحمر عن طريق ضرب السطر الأول في ٣ والسطر الثاني في ٤

٩	:	١٢	:	....
....	:	١٢	:	٢٠
٩	:	١٢	:	٢٠

مجموع الأجزاء = ٩ + ١٢ + ٢٠ = ٤١

عدد ركاب الدرجة الثالثة = $\frac{٢٠}{٤١}$ × ٨٢٠ = ٤٠٠ راكب

مثال : توفي رجل وخلف تركه مقدارها ٣٠٠٠ دينار وزعت على ورثته وهما ولد وبنت فقط . أوجد نصيب كل منهما ؟

الحل :

الولد : البنت

٢ : ١

مجموع الأجزاء = ٢ + ١ = ٣

نصيب الولد = $\frac{٢}{٣}$ × ٣٠٠٠ = ٢٠٠٠ دينار

نصيب البنت = $\frac{١}{٣}$ × ٣٠٠٠ = ١٠٠٠ دينار

مقياس الرسم :

مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$

مع مراعاة تحويل الطولين إلى وحدة واحدة

مثال : المسافة بين بلدين ٣٥ كيلو متراً ، فإذا كانت المسافة بين البلدين على الخريطة ٥ سنتيمترات . أوجد مقياس الرسم الذي رُسمت به هذه الخريطة ؟

الحل :

مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}} = \frac{٥}{٣٥ \times ١٠٠٠ \times ١٠٠} = \frac{١}{٧٠٠٠٠٠}$ = ١ : ٧٠٠٠٠٠

الزكاة :

إذا وجبت زكاة المال فإنها تحدد بمقدار $\frac{١}{٤٠}$ = ٢,٥ ٪ (ربع العشر)

مثال : يمتلك شخص كيلوجراماً من الذهب . أوجد مقدار ما يتوجب عليه إخراجه من زكاة ؟

الحل :

مقدار الزكاة = ٢,٥ ٪ مما يمتلك

مقدار الزكاة = $\frac{٢٥}{١٠٠٠}$ × ١٠٠٠ = ٢٥ جراماً من الذهب

الضرب التبادلي :

يجب المراعاة أثناء الحل الترتيب

الخانة الأولى للأشخاص ، الخانة الثانية للمادة ، الخانة الثالثة للزمن

مثال : إذا كانت ثلاث قطط تستغرق ثلاث دقائق في قتل ثلاثة فئران ، فكم دقيقة تستغرق مئة قطة في قتل مئة فأر ؟

الحل :

قطط	فئران	دقائق
٣	٣	٣
١٠٠	١٠٠	س

إذاً

١٠٠ × ٣ × س = ٣ × ١٠٠ × ٣

س = ٣ دقائق

مثال : يقطع ثلاث عمال ٣ ألواح خشبية إلى قطع متساوية في ٣ دقائق ، كم لوحاً يقطعها ٩ عمال في ٤ ساعات ؟

الحل :

نحول من ساعة إلى دقيقة = ٤ × ٦٠ = ٢٤٠ دقيقة

عمال	ألواح	دقائق
٣	٣	٣
٩	س	٢٤٠

إذاً

٣ × س × ٣ = ٩ × ٣ × ٢٤٠

س = ٧٢٠ لوحاً

المسافة – السرعة – الزمن :

قوانين الحركة بالنسبة لجسم واحد :

(١) المسافة = السرعة × الزمن

(٢) السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$

(٣) الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

قوانين حركة جسمين في اتجاهين متعاكسين :

(١) ف = (ع١ + ع٢) × ن

(٢) ن = $\frac{\text{ف}}{\text{ع١ + ع٢}}$

(٣) ع١ + ع٢ = $\frac{\text{ف}}{\text{ن}}$

قوانين حركة جسمين في اتجاه واحد :

(١) ف = (ع١ – ع٢) × ن

(٢) ن = $\frac{\text{ف}}{\text{ع١ - ع٢}}$

(٣) ع١ – ع٢ = $\frac{\text{ف}}{\text{ن}}$

ملاحظة : الحركة في اتجاهين متعاكسين نجمع السرعتين ، الحركة في اتجاه واحد نطرح السرعتين .

مثال : تسير سيارة بسرعة ٦٠ كلم / ساعة . فما المسافة التي تقطعها في زمن قدره ٥ دقائق ؟

الحل :

ف = ع × ن

ف = ٦٠ × $\frac{٥}{٦٠}$ = ٥ كلم

مثال : تسير دراجة هوائية بسرعة ٢٠ كلم / ساعة وتسير دراجة نارية بسرعة ٩٥ كلم / ساعة . إذا افترقا باتجاهين متعاكسين . بعد كم ساعة تصبح المسافة بينهما ٥٧٥ كلم ؟

الحل :

ن = $\frac{\text{ف}}{\text{ع}_١ + \text{ع}_٢}$ = $\frac{٥٧٥}{٢٠ + ٩٥}$ = $\frac{٥٧٥}{١١٥}$ = ٥ ساعات

مثال : تنطلق سيارتان من نقطة واحدة وفي نفس الاتجاه فإذا كانت سرعة السيارة الأولى ٨٠ كلم / ساعة وسرعة السيارة الثانية ٦٠ كلم / ساعة . فما المسافة بين السيارتين بعد ساعة من انطلاقها ؟

الحل :

ف = (ع١ − ع٢) × ن

ف = (٨٠ − ٦٠) × ١ = ٢٠ كلم

قوانين السرعة المتوسطة :

(١) السرعة المتوسطة (ذهاباً وإياباً) = $\frac{\text{المسافة الإجمالية (ذهاباً وإياباً)}}{\text{الزمن الإجمالي (ذهاباً وإياباً)}}$

(٢) السرعة المتوسطة = $\frac{٢ \times \text{حاصل ضرب السرعتين}}{\text{مجموع السرعتين}}$

(٣) $\frac{١}{\text{ع الذهاب}} + \frac{١}{\text{ع الإياب}} = \frac{٢}{\text{ع المتوسطة}}$

مثال : سيارة تسير بسرعة ١٠٠ كلم / ساعة ذهاباً ثم تعود لتقطع المسافة نفسها ولكن بسرعة ٨٠ كلم / ساعة . ما متوسط سرعة رحلة هذه السيارة ذهاباً وإياباً ؟

الحل :

السرعة المتوسطة = $\frac{\text{٢} \times \text{حاصل ضرب السرعتين}}{\text{مجموع السرعتين}} = \frac{\text{٢} \times (\text{١٠٠} \times \text{٨٠})}{\text{١٠٠} + \text{٨٠}} = \frac{\text{١٦٠٠٠}}{\text{١٨٠}} = \frac{\text{٨}}{\text{٩}}$ ٨٨ كلم / ساعة

عدد المصافحات : عدد المصافحات التي تتم بين مجموعة من الأشخاص عددهم ن هو :

$$\binom{\text{ن}}{\text{٢}} = \frac{\text{ن} \times (\text{ن} - \text{١})}{\text{٢}}$$

مثال : كم عدد المصافحات التي تتم بين ١٠ أصدقاء ؟

الحل :

$$\binom{\text{١٠}}{\text{٢}} = \frac{\text{١٠} \times \text{٩}}{\text{٢}} = \text{٤٥}$$

مجموع الأعداد من ١ إلى س = $\frac{\text{س} \times (\text{س} + \text{١})}{\text{٢}}$

مثال : أحسب مجموع الأعداد من ١ إلى ١٠٠ ؟

الحل :

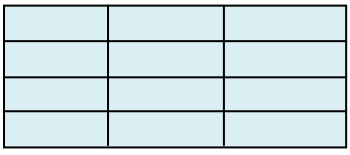
المجموع = $\frac{\text{١٠٠} \times (\text{١٠٠} + \text{١})}{\text{٢}} = \frac{\text{١٠١} \times \text{١٠٠}}{\text{٢}} = \text{٥٠٥٠}$

عدد المستطيلات :

عدد المستطيلات الناشئة من تقسيم مستطيل إلى مستطيلات صغيرة يعطى بالقانون التالي :

عدد المستطيلات = $\frac{\text{م} (\text{م} + \text{١}) \times \text{ن} (\text{ن} + \text{١})}{\text{٤}}$

حيث : م = عدد الصفوف ، ن = عدد الأعمدة



مثال : أحسب عدد المستطيلات في الشكل المقابل :

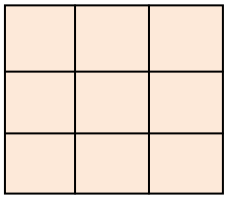
الحل :

عدد المستطيلات = $\frac{٤ (٤ + ١) \times ٣ (٣ + ١)}{٤} = \frac{٤ \times ٥ \times ٣ \times ٤}{٤}$ = ٦٠ مستطيلاً

عدد المربعات :

عدد المربعات الناشئة من تقسيم مربع طول ضلعه ن يعطى بالقانون التالي :

$\sum_{ر=١}^{ن} ر^{٢}$ حيث ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، ن



مثال : كم عدد المربعات في الشكل التالي :

الحل :

$\sum_{ر=١}^{٣} ر^{٢} = (١)^{٢} + (٢)^{٢} + (٣)^{٢} = ١ + ٤ + ٩ = ١٤$ مربعاً

عدد المثلثات في المثلث المتطابق الأضلاع :

إذا كان ن عدد زوجي فإن عدد المثلثات :

$جـ_{ن} = \frac{٢ ن^{٣} + ٥ ن^{٢} + ٢ ن}{٨}$

إذا كان ن عدد فردي فإن عدد المثلثات :

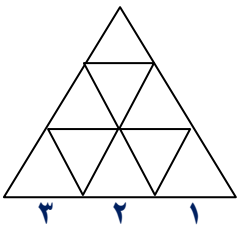
$جـ_{ن} = \frac{٢ ن^{٣} + ٥ ن^{٢} + ٢ ن - ١}{٨}$

بشكل عام مهما تكون قيمة ن زوجية أم فردية فإن عدد المثلثات :

$جـ_{ن} = \frac{٤ ن^{٣} + ١٠ ن^{٢} + ٤ ن - ١ + (-١)^{ن}}{١٦}$

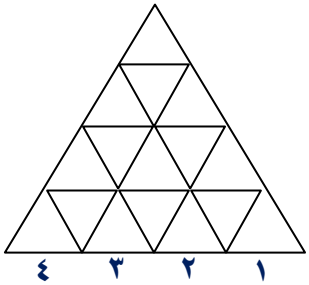
مثال : ما هو عدد المثلثات في هذا المثلث المتطابق الأضلاع ؟

الحل :



ن = ٣ عدد فردي

جـ ن = $\frac{٢ ن^{٣} + ٥ ن^{٢} + ٢ ن - ١}{٨} = \frac{٢ (٣)^{٣} + ٥ (٣)^{٢} + ٢ (٣) - ١}{٨} = \frac{١٠٤}{٨}$ = ١٣ مثلث



مثال : ما هو عدد المثلثات في هذا المثلث المتطابق الأضلاع ؟

الحل :

ن = ٤ عدد زوجي

جـ ن = $\frac{٢ ن^{٣} + ٥ ن^{٢} + ٢ ن}{٨} = \frac{٢ (٤)^{٣} + ٥ (٤)^{٢} + ٢ (٤)}{٨} = \frac{٢١٦}{٨}$ = ٢٧ مثلث

الساعة :

قاعدة (١) :

قياس الزاوية = (عدد الساعات × ٣٠) – (عدد الدقائق × $\frac{١١}{٢}$)

مثال : إذا كانت الساعة ٠٥ : ٩ فما الزاوية التي يصنعها عقرب الساعات مع عقرب الدقائق ؟

الحل :

قياس الزاوية = (٩ × ٣٠) – (٥ × $\frac{١١}{٢}$)

قياس الزاوية = ٢٧٠° - ٢٧,٥°

قياس الزاوية = ٢٤٢,٥°

الزاوية الكبرى = ٢٤٢,٥°

الزاوية الصغرى = ٣٦٠° - ٢٤٢,٥° = ١١٧,٥°

قاعدة (٢) :

١ ساعة = ٣٦٠ درجة

علماً بأن الساعة = ٦٠ دقيقة

إذاً

٦٠ دقيقة = ٣٦٠ درجة

بالقسمة على ٦٠

١ دقيقة = ٦ درجات

قاعدة (٣) :

إذا تحرك عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة فإن عقرب الساعات يتحرك ٣٠ درجة

مثال : إذا تحرك عقرب الدقائق ٢٥ دقيقة فكم الزاوية التي يصنعها ؟

الحل :

بناء على القاعدة (٢)

١ دقيقة = ٦ درجات

بالضرب في ٢٥

٢٥ دقيقة = (٦ × ٢٥) درجة

٢٥ دقيقة = ١٥٠ درجة

مثال : الزاوية التي يتحركها عقرب الساعات إذا تحرك عقرب الدقائق ٤٠ دقيقة ؟

الحل :

بناء على القاعدة (٣) إذا تحرك عقرب الدقائق ٤٠ دقيقة فإن عقرب الساعات يتحرك ٢٠ درجة .

المتوسط الحسابي - الوسيط - المنوال :

$$\text{الوسط الحسابي للأعداد} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد الأعداد}}$$

الوسط الحسابي لعينة من الأرقام تمثل متتابعة حسابية :

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{أصغر عدد} + \text{أكبر عدد}}{٢}$$

مثال : أوجد الوسط الحسابي للأعداد الآتية : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥

الحل (١) :

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥}{٥} = ٣$$

الحل (٢) :

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{أصغر قيمة} + \text{أكبر قيمة}}{٢} = \frac{١ + ٥}{٢} = ٣$$

إيجاد مجموع القيم باستخدام الوسط الحسابي :

مجموع القيم = الوسط الحسابي × عدد القيم

مثال : أوجد مجموع عشرة أعداد وسطها الحسابي يساوي ٦٠ ؟

الحل : مجموع القيم = ٦٠ × ١٠ = ٦٠٠

مثال : أحسب مجموع أعمار ١٠ أشخاص المتوسط الحسابي لأعمارهم ١٣ سنة ؟

الحل : مجموع الأعمار = ١٠ × ١٣ = ١٣٠

إيجاد العدد الناقص باستخدام الوسط الحسابي :

العدد الناقص = (الوسط الحسابي × عدد القيم) – مجموع القيم المعطاة

مثال : إذا كان الوسط الحسابي للأعداد ٨ ، ١٢ ، س يساوي ١١ أوجد قيمة س ؟

الحل : العدد الناقص = (الوسط الحسابي × عدد القيم) – مجموع القيم المعطاة

س = (١١ × ٣) – (٨ + ١٢)

س = ٣٣ – ٢٠

س = ١٣

الوسيط :

الوسيط هو القيمة المتوسطة في الترتيب بعد ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً .

مثال : ما هو الوسيط للمجموعة التالية { ٣ ، ٤ ، ٨ ، ٧ ، ٤ ، ٦ ، ٩ ، ٢ ، ٥ }

الحل :

نرتب القيم تصاعدياً = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ }

الوسيط = ٥

مثال : ما هو الوسيط للمجموعة التالية { ٣ ، ٤ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٦ ، ٩ ، ٢ ، ٦ ، ٤ }

الحل :

نرتب القيم تصاعدياً = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٤ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ }

الوسيط = $\frac{٦ + ٦}{٢}$ = ٦

المنوال : هو القيمة الأكثر شيوعاً .

مثال : ما هو المنوال للمجموعة التالية { ٣ ، ٤ ، ٨ ، ٧ ، ٤ ، ٦ ، ٩ ، ٢ ، ٥ }

الحل : المنوال = ٤

جمع وحدات الزمن

تعلمت مما درست سابقا أن :

١. اليوم =٢٤ ساعة (س)　　٢. الساعة = ٦٠ دقيقة (د)　　٣. الدقيقة = ٦٠ ثانية(ث)

لجمع ٣٤ ث ٢٧ د ٥ س و ٤٧ ث ٣٩ د ٦ س نتبع الخطوات التالية :

ث	د	س
٣٤	٢٧	٥
٤٧	٣٩	٦
٨١	٦٧	١١
٢١	٧	١٢

إذا يكون المجموع : ١٢ ساعة ٧ دقائق ٢١ ثانية

طرح وحدات الزمن

لطرح ٣٥ ث ٤٩ د ٢ س من ٨ ث ١٧ د ٨ س نتبع الخطوات التالية :

ث	د	س
٦٨	١٦	٨
٣٥	٤٩	٢
٣٣	٢٧	٥

إذا ناتج الطرح = ٣٣ ثوان و ٢٧ دقيقة و ٥ ساعات

ضرب وحدات الزمن بعدد صحيح

لضرب ٣ × (١٢ ث ١٥ د ٤ س) نتبع الخطوات التالية :

ث	د	س
١٢	١٥	٤
٣ ×		
٣٦	٤٥	١٢

لضرب ٦ × (٣٣ ث ٤١ د ٨ س) نتبع الخطوات التالية :

ث	د	س
٣٣	٤١	٨
٦ ×		
١٩٨ ← ٢٤٦	← ٤٨	
١٨	٩	٥٢

قسمة وحدات الزمن على عدد صحيح

لقسمة فترة زمنية على عدد صحيح ، نستخدم الطريقة التالية :

	٢٩ ث	١٤ د	١ س
٥	٢٥	١٢	٦
نقسم الساعات	- ٠٠	٠٠	٥
نحول الباقي إلى دقائق		١٢ + ٦٠ ← ١	٠
		٧٢	٠
نقسم الدقائق		٧٠	٠
نحول الباقي إلى ثوان		٢٥ + ١٢٠ ← ٢	٠
		١٤٥	٠
نقسم الثواني	- ١٤٥	٠	٠
	٠	٠	٠

خارج القسمة ٢٩ ث ١٤ د ١ س

قدرة العامل والصنبور :

قاعدة (١) :

$$\text{مدة إنجاز العمل كله} = \frac{\text{حاصل ضرب العددين}}{\text{مجموع العددين}}$$

قاعدة (٢) :

$$\text{ما ينجز خلال يوم أو ساعة} = \frac{\text{مجموع العددين}}{\text{حاصل ضربهما}}$$

$$\text{مدة أنجاز العمل كله} = \frac{١}{\text{ما ينجز خلال يوم أو ساعة}}$$

قاعدة (٣) :

$$\frac{١}{ز} = \frac{١}{ز_{١}} + \frac{١}{ز_{٢}}$$

حيث :

ز زمن (مدة انجاز العمل سوياً)

ز ١ زمن الشخص الأول بمفردة

ز ٢ زمن الشخص الثاني بمفردة

قاعدة (٤) :

زمن التعبئة = $\frac{\text{حاصل الضرب}}{\text{حاصل الجمع}}$

قاعدة (٥) :

زمن التفريغ = $\frac{\text{حاصل الضرب}}{\text{حاصل الطرح}}$

مثال : يستغرق سالم ٨ ساعات لحرث حقل والده بينما يستغرق صالح ١٠ ساعات لحرث الحقل نفسه ، إذا عمل الاثنان معاً في حرث الحقل فكم يستغرقان من الوقت ؟

الحل (١) :

الزمن = $\frac{\text{حاصل ضرب العددين}}{\text{مجموع العددين}} = \frac{٨ \times ١٠}{٨ + ١٠} = \frac{٨٠}{١٨} = ٤\frac{٤}{٩}$ ساعة

الحل (٢) :

$$\frac{١}{ز} = \frac{١}{ز_١} + \frac{١}{ز_٢} = \frac{١}{٨} + \frac{١}{١٠} = \frac{١٨}{٨٠}$$

إذاً

$$ز = \frac{٨٠}{١٨} = ٤\frac{٤}{٩} \text{ ساعة}$$

الحل (٣) :

في ١ ساعة يحرث سالم $\frac{١}{٨}$ الحقل

في ١ ساعة يحرث صالح $\frac{١}{١٠}$ الحقل

الاثنان معاً يحرثان في ١ ساعة = $\frac{١}{٨} + \frac{١}{١٠} = \frac{١٨}{٨٠}$

إذاً

١ ساعة ← يحرثان $\frac{١٨}{٨٠}$

س ساعة ← يحرثان $\frac{٨٠}{٨٠}$

نوع التناسب طردي

$$س \times \frac{١٨}{٨٠} = ١ \times \frac{٨٠}{٨٠}$$

$$س = \frac{٨٠}{١٨} = ٤\frac{٤}{٩} \text{ ساعة}$$

مثال : صنبور ماء يملأ خزان في ٤ ساعات ، وفي أسفل الخزان يوجد فتحة للتفريغ ، تفرغ الخزان كاملاً في ساعة . لو فتحنا الصنبور والفتحة معاً (وكان الخزان ممتلئ) فكم يحتاج الخزان من الوقت ليفرغ تماماً ؟

الحل :

١ ساعة = ٦٠ دقيقة

٤ ساعات = ٤ × ٦٠ = ٢٤٠ دقيقة

زمن التفريغ = $\frac{\text{حاصل الضرب}}{\text{حاصل الطرح}} = \frac{٢٤٠ \times ٦٠}{٢٤٠ - ٦٠} = \frac{١٤٤٠٠}{١٨٠}$ = ٨٠ دقيقة

القاسم المشترك الأكبر :

القاسم المشترك الأكبر لعددين أو أكثر هو أكبر عدد تقبل هذه الأعداد القسمة عليه بدون باق ، ويرمز له اختصاراً بالرمز : ق . م . أ

مثال : جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد ١٨ ، ٢٧ ، ٤٥

الحل :-

قواسم ١٨ هي ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٨

قواسم ٢٧ هي ١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧

قواسم ٤٥ هي ١ ، ٣ ، ٥ ، ٩ ، ١٥ ، ٤٥

ومنها

القواسم المشتركة هي ١ ، ٣ ، ٩

إذاً

القاسم المشترك الأكبر = ٩

مثال : جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد ١٨٠ ، ٢٤٠

الحل :-

١٨٠ = ٢ × ٢ × ٣ × ٣ × ٥

٢٤٠ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٣ × ٥

العوامل المشتركة هي : ٢ ، ٣ ، ٥

أصغر تكرار للعامل ٢ هو ٢ × ٢

أصغر تكرار للعامل ٣ هو ٣

أصغر تكرار للعامل ٥ هو ٥

إذاً

القاسم المشترك الأكبر = ٢ × ٢ × ٣ × ٥ = ٦٠

المضاعف المشترك الأصغر :

المضاعف المشترك الأصغر بين عددين أو أكثر ، هو أصغر عدد يقبل القسمة على هذه الأعداد ويرمز له بالرمز (م . م . أ)

مثال : جد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد ٨ ، ٩ ، ١٢

الحل :-

٨ = ٢ × ٢ × ٢

٩ = ٣ × ٣

١٢ = ٢ × ٢ × ٣

أكبر تكرار للعامل ٢ هو ٢ × ٢ × ٢

أكبر تكرار للعامل ٣ هو ٣ × ٣

إذاً

المضاعف المشترك الأصغر = ٢ × ٢ × ٢ × ٣ × ٣ = ٧٢

ملاحظة :

القاسم المشترك الأكبر لعددين × المضاعف المشترك الأصغر لهما = حاصل ضرب العددين

ق × م = س × ص (إذا علم ٣ مجاهيل علم الرابع)

مثال : إذا علمت أن ق . م . أ لعددين = ٦ ، م . م . أ لهما = ٣٦ فأوجد هذين العددين ؟

الحل :

حاصل ضرب العددين = ٦ × ٣٦ = ٢١٦

مجموعة مضاعفات العدد ٦ = { ٠ ، ٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ ، ٣٠ ، ٣٦ ، ... }

فيكون العددان هما ١٢ ، ١٨

باقي قسمة :

مثال : إذا كان باقي قسمة س على ٧ يساوي ٣ ، فما باقي قسمة ٣ س على ٧ ؟

الحل :-

نفرض س = الباقي

إذاً

س = ٣

ومنها

٣ س = ٣ × ٣ = ٩

باقي قسمة ٩ على ٧ = ٢ وهو المطلوب

مثال : إذا كان باقي قسمة س على ٤ يساوي ٢ ، فما باقي قسمة ٥ س على ٤ ؟

الحل :-

نفرض س = الباقي

إذاً

س = ٢

ومنها

٥ س = ٥ × ٢ = ١٠

باقي قسمة ١٠ على ٤ = ٢ وهو المطلوب

العدد الدوري :

مثال : العدد الدوري $٠,\overline{٣١٧٥٢}$ يتكرر إلى مالا نهاية ، فأي الأعداد التالية يمثل العدد الموجود في الخانة رقم ٩٦٨ ؟

الحل :-

$\frac{٩٦٨}{٥}$ = ١٩٣ والباقي ٣

إذاً العدد في الخانة رقم ٩٦٨ هو ٧

همسة (١) :

لماذا تقسيم ٥ ؟ لأن عدد الأرقام في العدد الدوري ($٠,\overline{٣١٧٥٢}$) خمسة أرقام ثم يتكرر .

همسة (٢) :

المقصود بالعدد الدوري إن العدد راح يتكرر كذا

٠،٣١٧٥٢٣١٧٥٢٣١٧٥٢٣١٧٥٢

إذا كان الرقم الممثل للخانة

يقبل القسمة على ٥ بدون باقي فالعدد في الخانة المطلوبة ٢

وإذا تبقى ١ فالعدد هو ٣

وإذا تبقى ٢ فالعدد ١

وإذا تبقى ٣ فالعدد ٧

وإذا تبقى ٤ فالعدد ٥

ترتيب العمليات بدون أقواس :

نتبع الخطوات الآتية :-

أولاً : في البداية تجرى العمليات داخل الأقواس

ثانياً : ثم تجرى عمليات الضرب و القسمة من اليمين إلى اليسار

ثالثاً : ثم تجرى عمليات الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

مثال : ٥ × ٨ + ١٢ ÷ ٣ − ٤ × ٥

الحل :-

تجرى عملية ضرب (٥ × ٨) ، ثم عملية قسمة (١٢ ÷ ٣) ثم عملية ضرب (٤ × ٥)

= ٤٠ + ٤ − ٢٠

تجرى عملية جمع (٤٠ + ٤)

= ٤٤ − ٢٠

تجرى عملية طرح ٢٠ من ٤٤

= ٢٤

مثال : ١٢٠ − ٦٤ ÷ ٨ × ٤

الحل :-

اقسم ٦٤ ÷ ٨

= ١٢٠ − ٨ × ٤

اضرب ٨ × ٤

= ١٢٠ − ٣٢

= ٨٨

مثال : ١٢٠ − (٦٤ ÷ ٨) × ٤

الحل :-

اقسم ٦٤ ÷ ٨

= ١٢٠ – ٨ × ٤

اضرب ٨ × ٤

= ١٢٠ – ٣٢

اطرح ٣٢ من ١٢٠

= ٨٨

مثال : (١٢٠ – ٦٤) ÷ ٨ × ٤

الحل :-

اطرح ٦٤ من ١٢٠

= ٥٦ ÷ ٨ × ٤

اقسم ٥٦ ÷ ٨

= ٧ × ٤

اضرب ٧ × ٤

= ٢٨

المسائل الحياتية (١) :

(حساب عدد الصفحات) :

لحساب عدد الصفحات التي يقرأها من كتاب من صفحة ... إلى صفحة ...

نطرح العددين ثم نضيف ١ هكذا (النهاية – البداية + ١)

ويختلف الوضع لو كان بين ..

مثال : في طابور الصباح عدد الطلاب ٢٠٠ طالب ، سعد كان ترتيبه الخامس والعشرون ومازن كان ترتيبه المئة وخمسة وعشرون فإن عدد الأشخاص المحصورة بين سعد ومازن ؟

الحل :-

عدد الأشخاص المحصورين بين سعد ومازن = النهاية – البداية – ١

= ١٢٥ – ٢٥ – ١

= ٩٩

مثال : طلب أستاذ من تلاميذه قراءة الصفحات من ٢١ إلى نهاية ٦٣ والصفحات من ١٠٩ إلى نهاية ١٦٥ من كتاب الكيمياء . فما مجموع الصفحات التي يجب على التلاميذ قراءتها ؟

الحل :-

مجموع الصفحات = (٦٣ – ٢١ + ١) + (١٦٥ – ١٠٩ + ١) = ١٠٠ صفحة

مثال : لدينا طابور من الشباب ، ترتيب خالد العاشر من بدايته والحادي عشر من نهايته . فكم عدد أفراد هذا الطابور ؟

الحل :-

عدد أفراد هذا الطابور = ١١ + ١٠ – ١ = ٢٠

مثال : أجاب طلال في اختبار ما عن الأسئلة من ٢٥ إلى ٧٤ . كم عدد الأسئلة التي أجاب عنها ؟

الحل :-

عدد الأسئلة = ٧٤ – ٢٥ + ١ = ٥٠

مثال : ترتيب سعد في الفصل الثالث عشر بدءاً من الأول وكان عدد طلاب الفصل ٣٤ ، فكم يكون ترتيبه من الأخير ؟

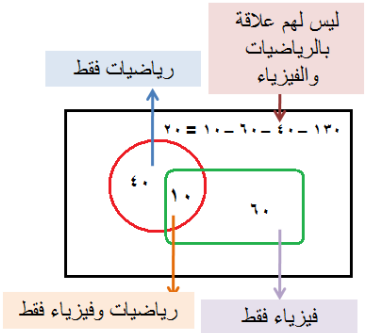
الحل :-

يكون ترتيبه من الأخير = ٣٤ – ١٣ + ١ = ٢٢

المسائل الحياتية (٢) :

مثال : في إحدى الكليات ١٣٠ طالباً منهم ٤٠ تخصص رياضيات فقط ، ٦٠ تخصص فيزياء فقط ، ١٠ تخصص رياضيات وفيزياء معاً ، فكم عدد الطلاب الذين ليس لهم علاقة في الرياضيات أو الفيزياء ؟

الحل :-



رياضيات فقط ٤٠

فيزياء فقط ٦٠

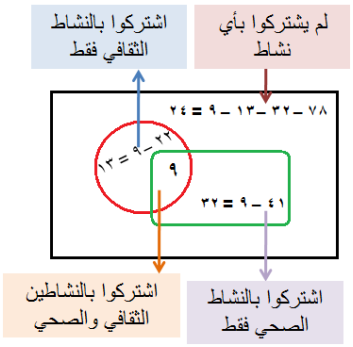
رياضيات و فيزياء فقط ١٠

المجموع = ٤٠ + ٦٠ + ١٠ = ١١٠

الطلاب الذين ليس لهم علاقة بالرياضيات أو الفيزياء = ١٣٠ – ١١٠ = ٢٠

مثال : صف به ٧٨ طالباً ، اشترك منهم ٤١ طالب بالنشاط الصحي وَ ٢٢ بالنشاط الثقافي وَ ٩ طلاب اشتركوا بالنشاطين الثقافي و الصحي .

فما عدد الطلاب الذين لم يشتركوا بأي نشاط ؟

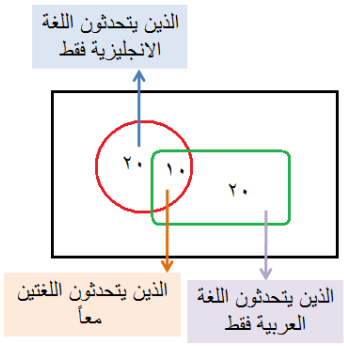


الحل :-

عدد الطلاب الذين اشتركوا في النشاطين = (٤١ + ٢٢) – ٩ = ٥٤

عدد الطلاب الذين لم يشتركوا = ٧٨ – ٥٤ = ٢٤

مثال : اجتمع ٥٠ طالباً في إحدى مسابقات الرياضيات الدولية ، فإذا كان ٣٠ طالباً يتحدثون اللغة العربية ، و ٣٠ طالباً يتحدثون اللغة الانجليزية . كم عدد الذين يتحدثون اللغتين معاً ؟



الحل :-

عدد الطلاب الذين يتحدثون اللغتين معاً = (٣٠ + ٣٠) – ٥٠ = ١٠

المسائل الحياتية (٣) :

مثال : إذا كان اليوم الأربعاء . فبعد ٦٠ يوم سيكون ؟

الحل :

الأربعاء = ١

الخميس = ٢

الجمعة = ٣

السبت = ٤

الأحد = ٥

الاثنين = ٦

الثلاثاء = ٧

نهاية الأسبوع عند يوم الثلاثاء ، إذاً مضاعفات العدد ٧ في يوم الثلاثاء

٦٠ ÷ ٧ = ٨ والباقي ٤ أيام

٧ × ٨ = ٥٦ والباقي لـ ٦٠ = ٤ أيام

الثلاثاء = ٥٦

الأربعاء = ٥٧

الخميس = ٥٨

الجمعة = ٥٩

السبت = ٦٠

الأحد = بعد ٦٠ يوم

مثال : إذا كان اليوم السبت في اليوم الـ ٤٠ أي يوم ؟

الحل :

السبت = ١

الأحد = ٢

الاثنين = ٣

الثلاثاء = ٤

الأربعاء = ٥

الخميس = ٦

الجمعة = ٧

مضاعفات العدد ٧ في يوم الجمعة (٥ × ٧ = ٣٥) والباقي ٥ للوصول لـ ٤٠

الجمعة = ٣٥

السبت = ٣٦

الأحد = ٣٧

الاثنين = ٣٨

الثلاثاء = ٣٩

الأربعاء = ٤٠

المسائل الحياتية (٤) :

مثال : لديك حظيرة كلها بقر إلا اثنتان وكلها ضأن إلا اثنتان وكلها غنم إلا اثنان . فكم بقرة لديك في الحظيرة ؟

الحل :-

نفرض عدد الحيوانات = س

من جملة : كلها بقر إلا اثنتان = عدد البقر = س – ٢

من جملة : كلها ضأن إلا اثنتان = عدد الضأن = س – ٢

من جملة : كلها غنم إلا اثنان = عدد الغنم = س – ٢

إذاً

عدد البقر + عدد الضأن + عدد الغنم = عدد الحيوانات في الحظيرة

(س – ٢) + (س – ٢) + (س – ٢) = س

٣ س – ٦ = س

- ٦ = س – ٣ س

- ٦ = - ٢ س

س = ٣

إذاً

عدد البقر = س – ٢ = ٣ – ٢ = ١

المسائل الحياتية (٥) :

مثال : إذا كان لديك عدد من علب الصابون والتي حجم كل منها = ٠,٠٦ متر مكعب ، وأردت تخزينها في مستودع سعته ٤٨ متر مكعب . فكم علبة يلزم لملأ المستودع ؟

الحل :-

$$\text{عدد العلب} = \frac{\text{سعة المستودع}}{\text{حجم العلبة}}$$

$$\text{عدد العلب} = \frac{٤٨}{٠,٠٦} = ٨٠٠ \text{ علبة صابون}$$

المسائل الحياتية (٦) :

لحل هذه المسائل نتبع الخطوات التالية :

- نرمز للمجهول في المسألة بالرمز س
- نكون معادلة بالنسبة للمجهول س من المعطيات
- نحل المعادلة جبرياً

مثال : إذا كان ما مع سليم من النقود ثلاثة أمثال ما مع سعيد ، وكان مجموع ما معهما ٣٢٠ ريالاً ، فما مقدار ما مع سعيد ؟

الحل :

نفرض أن ما مع سعيد = س ريال ، فإن ما مع سليم = ٣ س ريال

المعادلة هي :

س + ٣ س = ٣٢٠

٤ س = ٣٢٠

س = ٨٠

ما مع سعيد = س = ٨٠ ريال

خانة الآحاد :

مثال : ما هو أحاد العدد $٢^{٨١}$ ؟

الحل :-

خانة الآحاد لقوى ٢ :-

$٢^{١} = ٢$

$٢^{٢} = ٤$

$٢^{٣} = ٨$

$٢^{٤} = ١٦$

$٢^{٥} = ٣٢$

٢ ^ ٦ = ٦٤

:

الخ

نلاحظ أن قوى ٢ تتكرر كل ٤ مرات بالصورة

٢ ، ٤ ، ٨ ، ٦ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ، ٦ ، ... الخ

٢ ، ٤ ، ٨ ، ٦

الفكرة هي قسمة الأس على ٤

ليه ٤ ؟ لأن التكرار كل ٤ مرات

ومنها

٨١ ÷ ٤ = ٢٠ والباقي ١

إذا كان الباقي ١ فإن خانة الآحاد للناتج النهائي = ٢

إذا كان : الباقي ، الباقي ، الباقي ، الباقي
١ ، ٢ ، ٣ ، صفر

عدد الدورات :

القانون :

$$\text{عدد الدورات} = \frac{\text{المسافة}}{\text{محيط العجلة}}$$

عندما تدور عجلة سيارة دورة واحدة فإن المسافة التي تقطعها السيارة =

طول محيط العجلة = ٢ ط نق

وعند دورانها عدة دورات فإن المسافة = ٢ ط نق × عدد الدورات

همسة : حيث نق (للعجلة)

مثال : إذا كان نصف قطر عجلة دراجة ٠,٣٥ متر . فكم عدد دورات العجلة اللازمة لتقطع مسافة ٢٢٠ متر ؟

الحل :

محيط العجلة = محيط الدائرة = ٢ نق ط = ٢ × ٠,٣٥ × $\frac{٢٢}{٧}$ = ٢,٢

$$\text{عدد الدورات} = \frac{\text{المسافة}}{\text{محيط العجلة}}$$

عدد الدورات = $\frac{٢٢٠}{٢,٢}$ = ١٠٠ دورة

مبدأ العد – تباديل – توافيق – احتمالات :

مبدأ العد :

إذا كان هناك إجراء معين يتم بـ م١ طريقة ثم يتبعه إجراء معين يتم بـ م٢ طريقة فإن الإجراءين يتم بـ م١ × م٢ طريقة .

الاحتمالات :

احتمال أي حدث منتظم = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$

التباديل :

$$ن ل ر = \frac{ن!}{(ن - ر)!}$$

التوافيق :

$$\binom{ن}{ر} = \frac{ن!}{ر! \times (ن - ر)!}$$

ملاحظة :

١) يقال للحدثان أ ، ب إنهما مستقلان إذا كان ح (أ ∩ ب) = ح (أ) × ح (ب)

٢) ح (أ ′) = ١ – ح (أ)

٣) ح (أ ∪ ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ∩ ب)

٤) في التباديل الترتيب مهم

٥) في التوافيق الترتيب غير مهم

مثال : تضم قائمة الطعام لأحد المطاعم ثلاثة أنواع من الشوربة وخمسة أنواع من اللحوم بكم طريقة يمكنك اختيار وجبة تتكون من الشوربة و اللحم ؟

الحل :

عدد الطرق = ٣ × ٥ = ١٥ طريقة

مثال : بكم طريقة يمكننا اختيار كتاب ومجلة وجريدة من بين ثلاثة كتب وثلاث مجلات وثلاث جرائد مختلفة الألوان ؟

الحل :

عدد الطرق الممكنة = ٣ × ٣ × ٣ = ٢٧

الحل :

$ل_{١}^{٣} \times ل_{١}^{٣} \times ل_{١}^{٣} = ٣ \times ٣ \times ٣ = ٢٧$ طريقة

مثال : تقابل ٦ أشخاص في مكان ما ، إذا صافح كل شخص منهم الآخر مرة واحدة فقط ، فكم عدد المصافحات التي تمت ؟

لماذا ٢ ؟!

لأن المصافحة دائماً بين شخصين

الحل :-

$$\text{عدد المصافحات} = \binom{٦}{٢} = \frac{٦ \times ٥}{٢ \times ١} = ١٥$$

مثال : صندوق يحتوي على ٥٠ كرة متماثلة إلا من حيث اللون . إذا سحبنا كرة عشوائية فإن احتمال أن تكون صفراء = $\frac{٣}{١٠}$ كم عدد الكرات غير الصفراء في الصندوق ؟

الحل :

$$\text{احتمال أن تكون صفراء} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$$

$$\frac{٣}{١٠} = \frac{س}{٥٠}$$

ومنها

١٠ س = ١٥٠

س = ١٥ ((عدد الكرات الصفراء))

إذاً

عدد الكرات الغير صفراء = ٥٠ – ١٥ = ٣٥

مثال : بكم طريقة يمكن وضع ٨ شمعات ذات ألوان مختلفة في شمعدان يتسع لثلاث شمعات فقط ؟

الحل (١) :

عدد الطرق الممكنة = عدد تباديل ٨ شمعات مأخوذة ٣ في كل مرة

$$^{٨}ل_{٣} = \frac{٨!}{(٨-٣)!} = \frac{٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥!}{٥!} = ٣٣٦$$

الحل (٢) :

عدد الطرق الممكنة = ٨ × ٧ × ٦ = ٣٣٦

مثال : بكم طريقة يمكن اختيار فريق كرة السلة المكون من خمسة لاعبين من بين ١٠ طلاب متميزين في لعبة كرة السلة ؟

الحل :

عدد الطرق = $\binom{١٠}{٥}$ حيث إن الترتيب غير مهم

$$\binom{١٠}{٥} = \frac{١٠!}{(١٠-٥)! \times ٥!} = \frac{١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥!}{٥! \times ٥!} = \frac{١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦}{٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١} = ٢٥٢$$

مثال : صندوق يحتوي على ٩ كرات بيضاء و ٣ كرات حمراء ، إذا سحبنا كرة بشكل عشوائي ما احتمال أن تكون بيضاء ؟

الحل :-

عدد فضاء الإمكانات = ٩ + ٣ = ١٢

عدد الكرات البيضاء = ٩

احتمال أن تكون بيضاء = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}} = \frac{٩}{١٢} = ٠,٧٥$

مثال : وضع في كيس ٣٠ كرة مرقمة من ١ إلى ٣٠ ، ثم سحب كرة منه عشوائياً . فما احتمال أن تحمل هذه الكرة رقماً يقبل القسمة على ٤ أو ٦ ؟

الحل (١) :

فضاء الإمكانات = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، ٢٩ ، ٣٠ } = ٣٠

أ = حادثة أن الرقم يقبل القسمة على ٤ = { ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٨ } = ٧

ب = حادثة أن الرقم يقبل القسمة على ٦ = { ٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ ، ٣٠ } = ٥

أ ∩ ب = { ١٢ ، ٢٤ } = ٢

أ ∪ ب = أ + ب – (أ ∩ ب) = ٧ + ٥ – ٢ = ١٠

إذاً

احتمال أن تحمل هذه الكرة رقماً يقبل القسمة على ٤ أو ٦

= ح (أ ∪ ب)

= ح (أ) + ح (ب) – ح (أ ∩ ب)

$= \frac{٧}{٣٠} + \frac{٥}{٣٠} - \frac{٢}{٣٠}$

$= \frac{١٠}{٣٠}$

$= \frac{١}{٣}$

الحل (٢) :

عدد مضاعفات الرقم ٤ = ٧

عدد مضاعفات الرقم ٦ = ٥

عدد الاحتمالات = ٧ + ٥ = ١٢

هناك احتمالان مكرران بسبب وجودهما معاً في مضاعفات العددين وهما ١٢ ، ٢٤

وباستبعادهما يكون عدد الاحتمالات = (٧ + ٥) – ٢ = ١٠

إذاً احتمال أن يقبل رقم البطاقة القسمة على ٤ أو ٦ هو $\frac{١٠}{٣٠} = \frac{١}{٣}$

مثال : صندوق يحتوي على تفاح وبرتقال إذا سحبنا من الصندوق حبة عشوائياً فاحتمال أن تكون تفاحة يساوي $\frac{٢}{٣}$ ، فإذا علمت بأن عدد التفاح في هذا الصندوق يساوي ١٢ تفاحة . فكم برتقاله فيه ؟

الحل (١) :

احتمال أن تكون تفاحة = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$

$\frac{١٢}{س} = \frac{٢}{٣}$

حيث س = عدد عناصر فراغ العينة = عدد البرتقال والتفاح في الصندوق

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

س = $\frac{١٢ \times ٣}{٢}$

س = ١٨

ومنها

عدد البرتقال في الصندوق = ١٨ – ١٢ = ٦ برتقالات

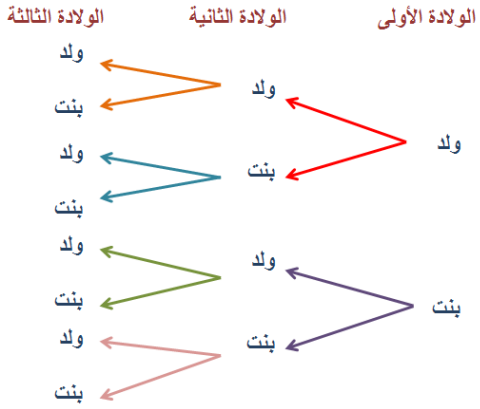
الحل (٢) :

التفاح ثلثين الصندوق وعدده = ١٢

البرتقال راح يكون الثلث الباقي وعدده = ٦

مثال : شهد لديها ثلاثة أبناء . ما الاحتمال ان يكونوا الثلاثة من نفس الجنس ؟

الحل :-



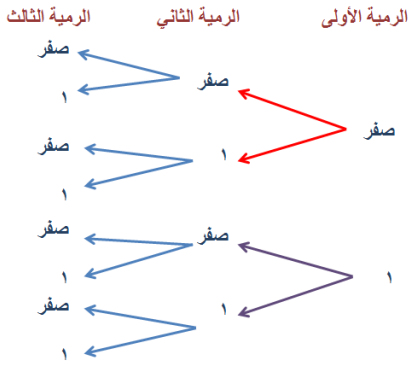
عدد فضاء الإمكانات = ٨

الولادات الثلاثة من نفس الجنس = ٢

احتمال أن يكونوا الثلاثة من نفس الجنس = $\frac{٢}{٨} = \frac{١}{٤}$

مثال : على أحدى جهات عملة نقدية مكتوب الرقم صفر وعلى الجهة الأخرى مكتوب الرقم ١ ، رمينا هذه العملة ٣ مرات وجمعنا الأرقام التي حصلنا عليها . ما الاحتمال أن يكون المجموع هو ٢ ؟

الحل :



فضاء العينة = { (٠ ، ٠ ، ٠) ، (٠ ، ٠ ، ١) ، (٠ ، ١ ، ٠) ، (٠ ، ١ ، ١) ، (١ ، ٠ ، ٠) ، (١ ، ٠ ، ١) ، (١ ، ١ ، ٠) ، (١ ، ١ ، ١) }

احتمال أن يكون المجموع هو ٢ = $\frac{٣}{٨}$

مثال : في لغة الفضاء يوجد ٥ أحرف فقط وكل كلمة مكونه من ٣ أحرف مختلفة . ما هو عدد الكلمات في هذه اللغة ؟

الحل :

كل تبديل للحروف يعطي كلمة ، إذاً الترتيب مهم

عدد الكلمات في هذه اللغة = ^{٥}ل $_{٣}$ = ٥ × ٤ × ٣ = ٦٠ كلمة

العامل المشترك :

مثال : حلل بإخراج العامل المشترك

د (س) = ٨ س^{٣} + ١٢ س ^{٤} + ٤ س^{٢}

الحل :

د (س) = ٤ × ٢ × س × س × س + ٤ × ٣ × س × س × س × س + ٤ × ١ × س × س

د (س) = ٤ × س × س (٢ س + ٣ س × س + ١)

د (س) = ٤ س^{٢} (٢ س + ٣ س^{٢} + ١)

مثال : حلل بإخراج العامل المشترك

٢ س + ١٤ ص = ٠

الحل :

٢ × ١ × س + ٢ × ٧ × ص = ٠

٢ (١ س + ٧ ص) = ٠

المتطابقات الأساسية :

مربع مجموع حدين :

(أ + ب) ^{٢} = أ ^{٢} + ٢ أ ب + ب ^{٢}

مربع الفرق بين حدين :

(أ – ب) ^{٢} = أ ^{٢} – ٢ أ ب + ب ^{٢}

مثال :

$(س + ٣)^{٢} = س^{٢} + ٢ \times ٣ \times س + ٣^{٢} = س^{٢} + ٦ س + ٩$

$(أ + ب)^{٣} = أ^{٣} + ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} + ب^{٣}$

مثال :

$(س + ٢)^{٣} = س^{٣} + ٣ س^{٢} \times ٢ + ٣ س \times ٤ + ٨ = س^{٣} + ٦ س^{٢} + ١٢ س + ٨$

$(أ - ب)^{٣} = أ^{٣} - ٣ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} - ب^{٣}$

مثال :

$(س - ٢)^{٣} = س^{٣} - ٦ س^{٢} + ١٢ س - ٨$

الفرق بين مربعين :

$أ^{٢} - ب^{٢} = (أ - ب) (أ + ب)$

مثال :

$س^{٢} - ٢٥ = (س - ٥) (س + ٥)$

تحليل الفرق بين مكعبين :

$أ^{٣} - ب^{٣} = (أ - ب) (أ^{٢} + أ ب + ب^{٢})$

مثال :

$س^{٣} - ٨ = (س - ٢) [س^{٢} + ٢ س + ٤]$

تحليل مجموع مكعبين :

$أ^{٣} + ب^{٣} = (أ + ب) (أ^{٢} - أ ب + ب^{٢})$

مثال :

$س^{٣} + ٢٧ = (س + ٣) (س^{٢} - ٣ س + ٩)$

التحليل بأخذ العامل المشترك :

مثال :

$س^{٢} + ٢ س = س \times س + ٢ س = س (س + ٢)$

مثال :

٦ س^{٣} + ٤ س^{٢} = ٢ × ٣ × س × س × س + ٢ × ٢ × س × س = ٢ س^{٢} (٣ س + ٢)

إذا كانت المعادلة تشتمل على ثلاث حدود تتبع الخطوات الآتية :

(أ) نستخرج عامل مشترك إن وجد

(ب) نحل المعادلة بطريقة التحليل أو إكمال المربع أو القانون العام

حيث القانون العام س = $\frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤ \text{أ جـ}}}{٢ \text{أ}}$

(جـ) المميز = ب^{٢} − ٤ أ جـ

إذا كان المميز > صفر

نوع الجذرين ⟵ جذران حقيقيان مختلفان

إذا كان المميز = صفر

نوع الجذرين ⟵ جذران حقيقيان متساويان

إذا كان المميز < صفر

نوع الجذرين ⟵ لا يوجد للمعادلة جذور حقيقة

تحليل الحدودية الثلاثية :

تتحلل الحدودية الثلاثة التي على الصورة س^{٢} + ب س + جـ إلى حاصل ضرب عاملين :

س^{٢} + ب س + جـ = (س + م) (س + ن)

حيث :-

ب = م + ن ، جـ = م × ن

مثال :

حلل الحدودية س^{٢} + ٥ س + ٦

الحل :

بفرض أن :-

$س^{٢}$ + ٥ س + ٦ = (س + م) (س + ن)

إذاً

م + ن = ٥ ، م × ن = ٦

إذاً

م ، ن عددان مجموعهما ٥ وناتج ضربهما ٦

وحيث أن ناتج ضرب العددين موجب فهما موجبان معاً أو سالبان معاً .

وحيث إن مجموعهما موجب فهما بالقطع موجبان :-

إذاً

م = ٢ ، ن = ٣

وتكون :

$س^{٢}$ + ٥ س + ٦ = (س + ٢) (س + ٣)

مثال :

حلل الحدودية $س^{٢}$ − ٧ س + ١٠

الحل :

$س^{٢}$ − ٧ س + ١٠ = (س + م) (س + ن)

معامل س = - ٧ = م + ن

الحد المطلق = ١٠ = م ن

إذاً

م ، ن موجبان معاً أو سالبان معاً

ولكن مجموعهما سالب لذلك فهما سالبان معاً .

عوامل العدد ١٠ :

- ١ ، - ١٠

- ٢ ، - ٥

إذاً

مجموع العاملين :

(- ١) + (- ١٠) = - ١١

(- ٢) + (- ٥) = - ٧

العددان هما – ٢ ، - ٥ وتكون :

س^{٢} – ٧ س + ١٠ = (س – ٢) (س – ٥)

تكوين معادلة إذا علم جذريها :

المعادلة التي جذريها م ، ن هي :-

س^{٢} – (م + ن) س + (م × ن) = ٠

مثال : كون المعادلة التي جذريها ٣ ، ٤

الحل :

س^{٢} – (٣ + ٤) س + (٣ × ٤) = ٠

س^{٢} – ٧ س + ١٢ = ٠

تنقلب المتراجحة في الحالات الآتية :

إذا ضربت طرفي المتراجحة في عدد سالب أو قسمت على سالب :

مثال :-

٥ > ٢ × - ١ ⟵ - ٥ < - ٢

إذا انقلبت طرفي المتراجحة :

مثال :-

٥ > ٢ نقلب الطرفين ⟵ $\frac{١}{٥}$ < $\frac{١}{٢}$

إذا ربعنا أعداد سالبة :

مثال :

- ٥ < - ٢ نربع الطرفين ٢٥ > ٤

الوحدات :

وحدات قياس الزمن :

السنة = ١٢ شهر

الشهر = ٤ أسابيع

الشهر = ٣٠ يوم

الأسبوع = ٧ أيام

اليوم = ٢٤ ساعة

الساعة = ٦٠ دقيقة

الدقيقة = ٦٠ ثانية

وحدات قياس الطول :

١ كيلو متر = ١٠٠٠ متر

١ متر = ١٠ دسم

١ متر = ١٠٠ سم

١ دسم = ١٠ سم

١ سم = ١٠ ملم

وحدات قياس المساحة :

١ كيلو متر مربع = ١٠٠٠٠٠٠ متر مربع

١ متر مربع = ١٠٠ دسم مربع

١ متر مربع = ١٠٠٠٠ سم مربع

١ دسم مربع = ١٠٠ سم مربع

١ سم مربع = ١٠٠ ملم مربع

وحدات قياس الحجم :

١ كيلو متر مكعب = ١٠٠٠ × ١٠٠٠ × ١٠٠٠ متر مكعب

١ متر مكعب = ١٠٠٠ دسم مكعب

١ متر مكعب = ١٠٠٠ × ١٠٠٠ سم مكعب

١ دسم مكعب = ١٠٠٠ سم مكعب

١ سم مكعب = ١٠٠٠ ملم مكعب

وحدات قياس الوزن :

١ طن = ١٠٠٠ كيلو غرام

١ كيلو غرام = ١٠٠٠ غرام

١ ملغم = ٠,٠٠١ غرام

وحدة قياس حجم السائل :

١ متر مكعب = ١٠٠٠ لتر

١ لتر = ١ دسم مكعب

السنة الكبيسة :

هي السنة التي تقبل القسمة على ٤ وعدد أيامها ٣٦٦ يوم ويكون فيها فبراير ٢٩ يوم .

السنة البسيطة :

هي السنة التي لا تقبل القسمة على ٤ وعدد أيامها ٣٦٥ يوم ويكون فيها فبراير ٢٨ يوم .

ملاحظات على الأعداد:

قابلية القسمة على ٢

يقبل عدد ما القسمة على ٢ إذا كان آحاده صفر أو عدداً زوجياً

قابلية القسمة على ٣

يقبل عدد ما القسمة على ٣ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣

قابلية القسمة على ٤

يقبل عدد ما القسمة على ٤ إذا كان العدد المكون من الآحاد والعشرات يقبل القسمة على ٤

قابلية القسمة على ٥

يقبل عدد ما القسمة على ٥ إذا كان آحاده (٠ أو ٥)

قابلية القسمة على ٦

يقبل عدد ما القسمة على ٦ إذا كان يقبل القسمة على (٢ و ٣ معا)

قابلية القسمة على ٨

يقبل عدد ما القسمة على ٨ إذا كان

(الآحاد + ٢ × العشرات + ٤ × المئات) يقبل القسمة على ٨

فكرة أخرى : إذا كان نصف العدد يقبل القسمة على ٤ فهو يقبل القسمة على ٨

مثال : العدد ٢٥٢٨ نصفه ١٢٦٤ (٦٤ يقبل القسمة على ٤ ⟸ العدد يقبل القسمة على ٨)

قابلية القسمة على ٩

يقبل عدد ما القسمة على ٩ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩

قابلية القسمة على ١٠

يقبل عدد ما القسمة على ١٠ إذا كان آحاده صفر

قابلية القسمة على ١١

يقبل عدد ما القسمة على ١١ إذا كان

الفرق بين مجموع المنازل الفردية ومجموع المنازل الزوجية (٠ أو يقبل القسمة على ١١)

مثال : ١٢٩٦٨٤٥

(مجموع المراتب الفردية = ٥+٨+٩+١=٢٣) - (مجموع المراتب الزوجية = ٤+٦+٢=١٢) = ١١

أو يمكن طرح كل منزلتين متتاليتين وجمع الناتج

(٥ – ٤) + (٨ – ٦) + (٩ – ٢) + (١ – ٠) = ١١ وهو يقبل القسمة على ١١

قابلية القسمة على ٧ :

أي عدد مهما كان عدد مراتبه (منازله آحاد ، عشرات ، مئات ، ألوف ، .....)

نأخذ الآحاد ونسميه ب ثم نأخذ العدد المتبقي ونسميه حـ

أي عدد مهما كان عدد مراتبه يكتب على الشكل: ب + ١٠ حـ

أي عدد ب + ١٠ حـ

نأخذ ٢ × ب - حـ

نأخذ ٢ × ب - حـ

نأخذ ٢ × ب - حـ

---------- نجمع الأعداد السابقة الأربع

لنجد ٧ × ب + ٧ حـ وهذا يقبل القسمة على ٧

إذن إذا كان (٢ × ب - حـ) يقبل القسمة على ٧ فإن العدد المطلوب يقبل القسمة على ٧

مثال (١) : ١٠٥

ب = ٥ ، جـ = ١٠ ، ٢ × ب - حـ = ٠ وهو من مضاعفات ٧ فالعدد ١٠٥ يقبل القسمة على ٧

مثال (٢) : ٨٧٥

يقبل القسمة على ٧ لأن ب = ٥ ، حـ = ٨٧ و ٢ × ب - حـ = ٧٧ يقبل القسمة على ٧

مثال (٣) : ٥٧٨٢

يقبل القسمة على ٧ تطبق القاعدة ذاتها مرتين متتاليتين :

الأولى: ٤ - ٥٧٨ = - ٥٧٤ نطبق القاعدة على العدد الناتج دون النظر للإشارة أي | العدد |

الثانية: ٨ - ٥٧ = - ٤٩ وهو يقبل القسمة على ٧ إذاً ٥٧٨٢ يقبل القسمة على ٧

مثال (٤) : هل ٣٠٥٢٧ يقبل القسمة على ٧

تطبق القاعدة على التتالي

١) ٣٠٥٢ – ١٤ = ٣٠٣٨

٢) ٣٠٣ – ١٦ = ٢٨٧

٣) ٢٨ – ١٤ = ١٤ وهو من مضاعفات العدد ٧

القوانين الذهبيّة في حلّ الجزء الكمي

منتديات يزيد التعليمية

قوانين الأسس والجذور :

الأسس :

$أ^{هـ} \times أ^{ن} = أ^{(هـ + ن)}$ حيث أ ≠ صفر

في حالة الضرب أجمع الأسس بشرط الأساسات تكون متساوية

مثال :

$٥^{٢} \times ٥^{٧} = ٥^{٩}$

$\frac{أ^{هـ}}{أ^{ن}} = أ^{(هـ - ن)}$ حيث أ ≠ صفر

مثال :

$\frac{٥^{٧}}{٥^{٣}} = ٥^{(٧-٣)} = ٥^{٤}$

$(أ^{هـ})^{ن} = أ^{هـ ن}$ حيث أ ≠ صفر

مثال :

$(٥^{٢})^{٣} = ٥^{٦}$

$(\frac{أ}{ب})^{هـ} = \frac{أ^{هـ}}{ب^{هـ}}$ حيث ب ≠ صفر

مثال :

$(\frac{٢}{٣})^{٥} = \frac{٢^{٥}}{٣^{٥}}$

$(أ \times ب)^{هـ} = أ^{هـ} \times ب^{هـ}$

مثال :

$(س \times ص)^{٥} = س^{٥} \times ص^{٥}$

$أ^{صفر} = ١$ بشرط أ ≠ صفر

مثال :

$٥^{صفر} = ١$

ملاحظة :- في المعادلات الأسيه :

(١) إذا تساوت الأساسات ⟵ تتساوى الأسس

(٢) إذا تساوت الأسس الفردية ⟵ تتساوى الأساسات

مثال : حل المعادلة $س^{م+٢} - ٢ = س^{١٠} - ٢$

الحل :

$س^{م+٢} = س^{١٠}$

$م + ٢ = ١٠$

$م = ١٠ - ٢$

$م = ٨$

الجذور :

(١) لا تجمع و لا تطرح إلا الجذور المتشابهة :-

مثال : $٥\sqrt[٣]{٢} + ٣\sqrt[٣]{٤} + ٣\sqrt[٣]{٢} = ٣\sqrt[٣]{(٥ + ٤ + ٢)} = ٣\sqrt[٣]{١١}$

(٢) $٥\sqrt[٣]{٦} + ٢\sqrt[٣]{٦}$ = لا يمكن جمعها

(٣) $\sqrt[ن]{س} \times \sqrt[ن]{ص} = \sqrt[ن]{س \times ص}$ حيث س ، ص ⩾ صفر

مثال : $٥\sqrt[٢]{٣} \times ٣\sqrt[٣]{٢} = ١٥\sqrt[٦]{}$

(٤) $\sqrt[ن]{س} \div \sqrt[ن]{ص} = \sqrt[ن]{\frac{س}{ص}}$ حيث س ⩾ صفر ، ص > صفر

(٥) $س^{\frac{أ}{ب}} = \sqrt[ب]{س^{أ}}$

مثال : حول إلى الصورة الجذرية $س^{\frac{٢}{٣}}$

الحل : $\sqrt[٣]{س^{٢}}$

مثال : حول إلى الصورة الأسية $\sqrt[٥]{س^{٢}}$

الحل : $س^{\frac{٢}{٥}}$

طرق مقارنة الكسور :

مثال : قارن بين الكسرين $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{٢}{٥}$

الحل (١) :

بتوحيد المقامات

$$\frac{٣ \times ٥}{٨ \times ٥} = \frac{١٥}{٤٠}$$

$$\frac{٢ \times ٨}{٥ \times ٨} = \frac{١٦}{٤٠}$$

المقامات موحده ، أقارن البسط بالبسط ١٥ < ١٦

إذاً

$$\frac{٣}{٨} < \frac{٢}{٥}$$

الحل (٢) :

$$\frac{٣}{٨} \quad \frac{٢}{٥}$$

٣×٥ ٨×٢

$١٥ < ١٦$

إذاً

$$\frac{٣}{٨} < \frac{٢}{٥}$$

هندسة الإحداثيات :

المسافة بين نقطتين :

المسافة بين نقطتين (س ١ ، ص ١) ، (س ٢ ، ص ٢) تساوي :

$$\sqrt{(س_{١} - س_{٢})^{٢} + (ص_{١} - ص_{٢})^{٢}}$$

منتصف القطعة المستقيمة :

النقطة المنصفة بين النقطتين (س ١ ، ص ١) ، (س ٢ ، ص ٢) هي :

$$\left(\frac{س_{١} + س_{٢}}{٢} ، \frac{ص_{١} + ص_{٢}}{٢} \right)$$

إيجاد الميل باستخدام نقطتين :

ميل المستقيم المار بالنقطتين (س ١ ، ص ١) ، (س ٢ ، ص ٢) هو :

$$م = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$$

إيجاد الميل باستخدام معادلة المستقيم :

ميل المستقيم الذي معادلته ص = أ س + ب هو أ

معادلة المستقيم المار بنقطتين :

معادلة المستقيم المار بالنقطتين (س ١ ، ص ١) ، (س ٢ ، ص ٢) هي :-

$$\frac{ص - ص_{١}}{س - س_{١}} = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$$

(ص − ص ١) = الميل (س − س ١)

يقال عن مستقيمين إنهما متوازيان عندما لا يلتقيان أبداً مهما امتدا

ويلاحظ أن المستقيمين المتوازيين يكون لهما نفس الميل

بمعنى أن : م ١ = م ٢

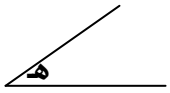
يقال عن مستقيمين إنهما متعامدان إذا كانت الزاوية بينهما قائمة (٩٠ درجة) ويلاحظ أن المستقيمين المتعامدين يكون ميل أحدهما مساوياً لمقلوب ميل الآخر مع عكس الإشارة .

أي أن : $م_1 = -\frac{1}{م_2}$ أو $م_2 = -\frac{1}{م_1}$

أو :

$م_1 \times م_2 = -1$

الميل بمعلومية زاوية $م = ظا\ هـ$ ←



ملاحظة :

معادلة محور السينات هي ص = صفر

معادلة محور الصادات هي س = صفر

ميل محور السينات = صفر

ميل محور الصادات = غير معروف

مثال : إذا كانت أ (- ٢ ، ٧) ، ب (١ ، ٣) فأحسب | أ ب | ؟

الحل :

$| أ\ ب | = \sqrt{(س_1 - س_2)^2 + (ص_1 - ص_2)^2}$

$س_1 = -2$ ، $ص_1 = 7$ ، $س_2 = 1$ ، $ص_2 = 3$

$| أ\ ب | = \sqrt{(-2-1)^2 + (7-3)^2}$

$| أ\ ب | = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$

$| أ\ ب | = \sqrt{9+16}$

$| أ\ ب | = \sqrt{25}$

$| أ\ ب | = 5$

مثال : إذا كانت أ (٧ ، ٦) ، ب (٥ ، - ١٢) فأوجد إحداثي النقطة المنصفة للقطعة المستقيمة أ ب ؟

الحل :

س ١ = ٧ ، ص ١ = ٦ ، س ٢ = ٥ ، ص ٢ = - ١٢

النقطة هي = ($\frac{\text{س ١ + س ٢}}{٢}$ ، $\frac{\text{ص ١ + ص ٢}}{٢}$)

النقطة هي = ($\frac{٧ + ٥}{٢}$ ، $\frac{٦ - ١٢}{٢}$)

النقطة هي = ($\frac{١٢}{٢}$ ، $\frac{-٦}{٢}$)

النقطة هي = (٦ ، - ٣)

مثال : أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين أ (٢ ، ٢) ، ب (- ١ ، - ٤)

الحل :

س ١ = ٢ ، ص ١ = ٢ ، س ٢ = - ١ ، ص ٢ = - ٤

ميل المستقيم = $\frac{\text{ص ٢ − ص ١}}{\text{س ٢ − س ١}}$ = $\frac{-٤ - ٢}{-١ - ٢}$ = $\frac{-٦}{-٣}$ = ٢

مثال : أوجد ميل المستقيم ٣ س + ٢ ص = ٤

الحل :

نرتب المعادلة : ٢ ص = - ٣ س + ٤

بالقسمة على ٢ لـ جعل معامل ص يساوي ١

ص = $\frac{-٣}{٢}$ س + ٢

إذاً

الميل = $\frac{-٣}{٢}$

مثال : أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين أ (٢ ، ٢) ، ب (- ١ ، - ٤)

الحل :

س ١ = ٢ ، ص ١ = ٢ ، س ٢ = - ١ ، ص ٢ = - ٤

معادلة المستقيم :

$$\frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{س} - \text{س}_1} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

$$\frac{\text{ص} - ٢}{\text{س} - ٢} = \frac{-٤ - ٢}{-١ - ٢}$$

$$\frac{\text{ص} - ٢}{\text{س} - ٢} = \frac{-٦}{-٣}$$

$$\frac{\text{ص} - ٢}{\text{س} - ٢} = ٢$$

ص − ٢ = ٢ (س − ٢)

ص − ٢ = ٢ س − ٤

ص = ٢ س − ٢

مثال : ميل المستقيم الذي يصنع زاوية ٤٥ درجة مع محور السينات الموجب يساوي :

الحل :

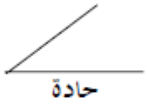
الميل = ظا هـ

الميل = ظا ٤٥

الميل = ١

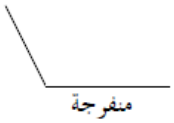
المستقيمات والزوايا :

أنواع الزوايا :

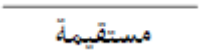


- الزاوية الحادة : هي زاوية قياسها أقل من ٩٠ درجة .

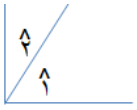
- الزاوية القائمة : هي زاوية قياسها ٩٠ درجة .



- الزاوية المنفرجة : هي زاوية قياسها أكبر من ٩٠ درجة وأقل من ١٨٠ درجة .



- الزاوية المستقيمة : هي زاوية قياسها ١٨٠ درجة



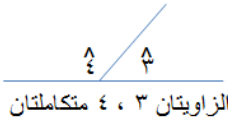
الزاويتان ١ ، ٢ متتامتان لأن :
$\hat{١} + \hat{٢} = ٩٠$

الزوايا المتتامة :

تكون الزاويتان متتامتين إذا كان مجموعهما ٩٠ درجة .

الزوايا المتكاملة :

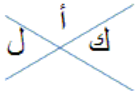
تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموعهما ١٨٠ درجة .



الزاويتان ٣ ، ٤ متكاملتان لأن :
$\hat{٣} + \hat{٤} = ١٨٠$

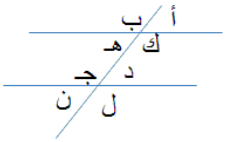
المستقيمات المتقاطعة :

- الزوايا المتجاورة متكاملة أي (أ + ل = ١٨٠ درجة)



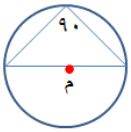
- الزوايا الرأسية متساوية (تقابل بالرأس) أي (ك = ل)

المستقيمات المتوازية والمستقيم القاطع لها :

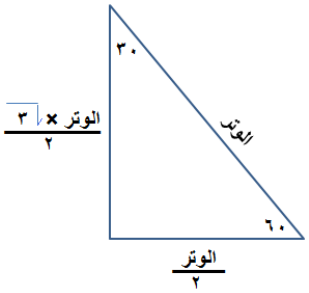


- المستقيم القاطع لمستقيمين متوازيين يكون أربع زوايا حادة (أ ، د ، هـ ، ن) كلها متساوية . وأربع زوايا منفرجة (ب ، جـ ، ك ، ل) كلها متساوية .
- أي زاوية حادة متكاملة مع أي زاوية منفرجة مثلاً أ مع ك متكاملتين .

الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة قائمة .



المثلث الثلاثيني الستيني :



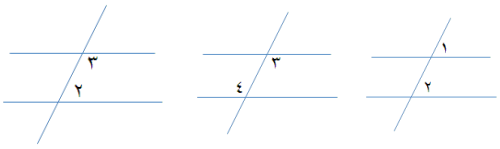
- هو مثلث قائم الزاوية قياس زاويتيه الحادتين ٣٠ درجة ، ٦٠ درجة

- طول الضلع المواجه للزاوية ٣٠ = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢}$

- طول الضلع المواجه للزاوية ٦٠ = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢} \times \sqrt{٣}$

الزاوية المحيطية = $\frac{١}{٢}$ الزاوية المركزية المشتركة معها في قوس واحد .

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :

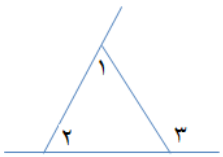


- كل زاويتين متناظرتين متساويتين . (الزاوية ١ = الزاوية ٢)
- كل زاويتين متبادلتين متساويتين . (الزاوية ٣ = الزاوية ٤)
- كل زاويتين داخلتين وفي جهة واحدة من القاطع مجموعهم ١٨٠ درجة .

قياس الزاوية ٣ + قياس الزاوية ٢ = ١٨٠°

حقائق :

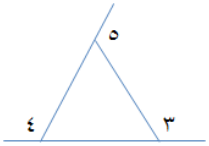
- مجموع زوايا المثلث الداخلية = ١٨٠ درجة .
- مجموع زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠ درجة .
- مجموع زوايا أي مضلع = (ن − ٢) × ١٨٠ حيث ن = عدد الأضلاع
- لحساب الزاوية في مضلع منتظم = $\frac{(\text{ن} - ٢) \times ١٨٠}{\text{ن}}$



$\hat{٣} = \hat{١} + \hat{٢}$

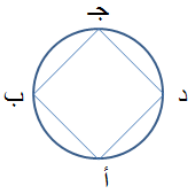
- مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث .
- الزاوية الخارجة في مثلث = مجموع الزاويتين الداخلتين ما عدا المجاور لها .
- المضلع المنتظم (أضلاعه متساوية وزواياه متساوية) .
- عدد الأقطار الخارجة من إحدى رؤوس مضلع = (ن − ٣) حيث ن عدد الأضلاع .
- عدد الأقطار في مضلع = $\frac{\text{ن}}{٢}$ × (ن − ٣)

- عدد المثلثات الناتجة من تقسيم مضلع من رأس واحد = (ن – ٢) حيث ن عدد الأضلاع .



- مجموع الزوايا الخارجية للمثلث = ٣٦٠ درجة

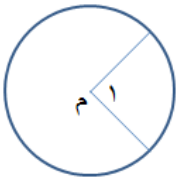
$\hat{٣} + \hat{٤} + \hat{٥} = ٣٦٠$



$\hat{أ} + \hat{جـ} = ١٨٠$ درجة

$\hat{ب} + \hat{د} = ١٨٠$ درجة

- في الشكل الرباعي الدائري فيه كل زاويتين متقابلتين مجموعهما = ١٨٠ درجة

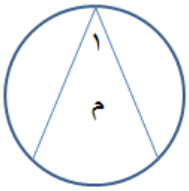


الزاوية المركزية في دائرة :

- هي زاوية رأسها مركز الدائرة .

$\hat{١}$ هي زاوية مركزية

- كل زاوية مركزية تحد قوساً على الدائرة وكل قوس على الدائرة محدود بزاوية مركزية .



الزاوية المحيطية في دائرة :

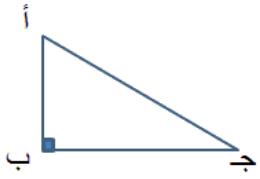
- هي زاوية ضلعها وتران في الدائرة ورأسها يقع على محيط الدائرة .

$\hat{١}$ هي زاوية محيطية

- قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس .

نظرية فيثاغورث :

في المثلث القائم الزاوية



$| أ جـ |^{٢} = | أ ب |^{٢} + | ب جـ |^{٢}$

الأعداد الشهيرة في نظرية فيثاغورث :

(٣ ، ٤ ، ٥) ، (٦ ، ٨ ، ١٠) ، (٩ ، ١٢ ، ١٥) ، وهكذا

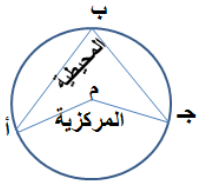
(٥ ، ١٢ ، ١٣) ، (١٠ ، ٢٤ ، ٢٦) ، (١٥ ، ٣٦ ، ٣٩) ، وهكذا

الدائرة :

محيط الدائرة = ٢ ط نق

مساحة الدائرة = ط نق ^{٢}

الزاوية المركزية :



هي زاوية يقع رأسها على مركز الدائرة (م)

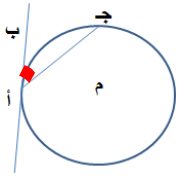
قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المحدد بين ضلعيها = أ $\hat{م}$ جـ

الزاوية المحيطية :

هي زاوية ضلعاها وتران في الدائرة ورأسها يقع على محيط الدائرة أ $\hat{ب}$ جـ

الزاوية المركزية = ٢ × الزاوية المحيطية (المشتركة معها بالقوس)

الزاوية المماسية :



هي زاوية رأسها على محيط الدائرة وأحد ضلعيها وتر في الدائرة والآخر مماس لهذه الدائرة

- قياس الزاوية المماسية = نصف قياس القوس المحدود بضلعيها على الدائرة .
- قياس الزاوية المماسية = نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس .
- قياس الزاوية المماسية = قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس.

طول القوس :

- القوس هو جزء من محيط الدائرة
- طول القوس = $\frac{ن}{٣٦٠}$ × محيط الدائرة

حيث ن عبارة عن الزاوية المركزية بالدرجات للقوس .

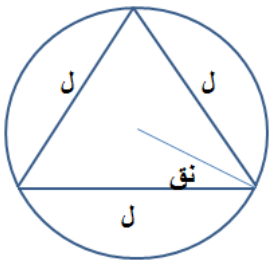
مساحة القطاع الدائري :

- القطاع الدائري هو عبارة عن قطعة من مساحة الدائرة .

- مساحة القطاع الدائري = $\frac{\text{ن}}{٣٦٠}$ × مساحة الدائرة

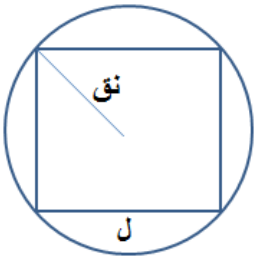
حيث ن عبارة عن الزاوية المركزية بالدرجات

مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة :



ل = نق × $\sqrt{٣}$

مربع مرسوم داخل دائرة :



ل = نق × $\sqrt{٢}$

سداسي منتظم مرسوم داخل دائرة :

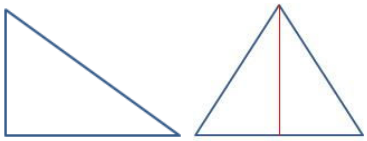
ل = نق

السداسي :

مساحة السداسي المنتظم = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ ل^{٢} حيث (ل طول الضلع)

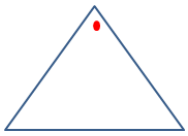
المثلث :

مساحة المثلث بمعلومية قاعدته وارتفاعه :



م = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

مساحة المثلث بمعلومية ضلعين وزاوية محصورة :



م = $\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب الضلعين × جيب الزاوية المحصورة بينهما

م = $\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب الضلعين × جـا هـ (حيث هـ الزاوية المحصورة بينهما)

مساحة المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة :

م = $\sqrt{\text{ح (ح – أ) (ح – ب) (ح – جـ)}}$

حيث :-

ح = نصف المحيط ، أ = الضلع المقابل للزاوية وهكذا

مساحة المثلث المتطابق الأضلاع :

م = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ل^{2} حيث ل = طول الضلع

مساحة المثلث بمعلومية رؤوس المثلث :

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} س_1 & ص_1 & 1 \\ س_2 & ص_2 & 1 \\ س_3 & ص_3 & 1 \end{vmatrix}$$

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

محيط المثلث المتطابق الأضلاع = ٣ × طول ضلعه

طول الارتفاع في المثلث المتطابق الأضلاع = نصف طول الضلع × $\sqrt{٣}$

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ المحيط × نصف قطر الدائرة الداخلية

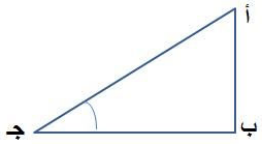
المثلث المتطابق الضلعان :

له ضلعان متساويان و تكون الزاويتان المقابلتان للضلعين المتساويين متساويتين .

المثلث المتطابق الأضلاع :

تكون جميع أضلاعه متساوية وكذلك جميع زواياه متساوية وكل زاوية تساوي ٦٠ درجة .

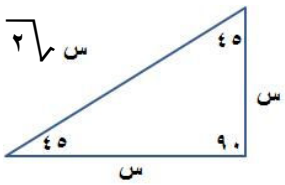
نظرية فيثاغورث :



(الوتر)^{٢} = (المقابل)^{٢} + (المجاور)^{٢}

| أ جـ |^{٢} = | أ ب |^{٢} + | ب جـ |^{٢}

في المثلث القائم الزاوية والمتطابق الضلعين :

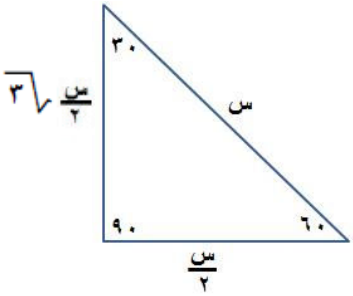


يكون قياس زاويتيه الحادتين = ٤٥ درجة

طول الوتر = طول أحد ضلعي الزاوية القائمة × $\sqrt{٢}$

طول ضلع الزاوية القائمة = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢}$ × $\sqrt{٢}$

المثلث الثلاثيني الستيني :



هو مثلث قائم الزاوية ، قياس زاويتيه الحادتين هما ٣٠ درجة ، ٦٠ درجة ويكون

طول الضلع المواجه للزاوية ٣٠ = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢}$

طول الضلع المواجه للزاوية ٦٠ = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢}$ × $\sqrt{٣}$

حقائق :

- في أي مثلث يكون مجموع طولي أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث

- مجموع قياسات زوايا أي مثلث = ١٨٠ درجة

- إذا تطابقت (تساوت) زاويتان في مثلث ما فإن الضلعين المواجهين لهما يتطابقان (يتساويان) وبالتالي يكون هذا المثلث متطابق الضلعين (متساوي الساقين)

- إذا تطابقت (تساوت) الزوايا الداخلية في مثلث ما ، فإن هذا المثلث يكون متطابق (متساوي الأضلاع .

- في المثلث المتطابق الضلعين (المتساوي الساقين) يكون الارتفاع منصفاً لزاوية الرأس ومنصفاً أيضاً للقاعدة ويكون عمودياً عليها.

- في المثلث المتطابق (المتساوي) الأضلاع تكون الارتفاعات أعمدة منصفة للأضلاع ومنصفات للزوايا .

المربع :

مساحة المربع = ل^{٢}

محيط المربع = ٤ ل

حيث ل = طول الضلع

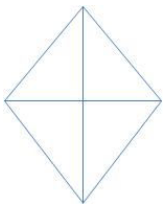
مساحة المربع بمعلومية قطره = $\frac{١}{٢}$ × (القطر)^{٢}

المستطيل :

مساحة المستطيل = الطول × العرض

محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

المعين :



مساحة المعين بمعلومية قطرية :

م = $\frac{١}{٢}$ × (طول القطر الأول) × (طول القطر الثاني)

مساحة المعين بمعلومية ضلعه والزاوية المحصورة بين الضلعين :

م = ل^{٢} جـاهـ حيث (هـ = الزاوية بين الضلعين)

محيط المعين = ٤ × طول ضلعه

متوازي الأضلاع :

مساحة متوازي الأضلاع :

م = ق × ع = القاعدة × الارتفاع

مساحة متوازي الأضلاع بمعلومية ضلعين متجاورين والزاوية بينهما :

م = ل ١ × ل ٢ × جـاهـ

محيط متوازي الأضلاع :

المحيط = ٢ × (مجموع طول الضلعين المتجاورين)

شبة المنحرف :

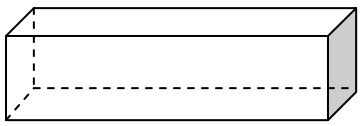
مساحة شبة المنحرف = نصف مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

مساحة شبة المنحرف = $\frac{\text{ق ١ + ق ٢}}{٢}$ × ع

محيط شبة المنحرف = مجموع أطوال أضلاعه

متوازي مستطيلات :

هو مجسم مضلع يتألف سطحه من ستة أوجه مستطيله وفيه كل وجهين متقابلين متطابقين (متساويان)



حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

طول القطر في متوازي المستطيلات = $\sqrt{(\text{العرض})^{٢} + (\text{الطول})^{٢} + (\text{الارتفاع})^{٢}}$

خصائص المربع :

- جميع أضلاعه متساوية .
- جميع زواياه قائمة وقطراه متعامدان .

خصائص المستطيل :

- أربع زوايا قائمة .
- الأطراف المتقابلة متساوية .
- قطراه متساويان .

خصائص المعين :

- جميع أضلاعه متطابقة .
- كل زاويتين متقابلتين متساويتين .
- قطراه متعامدان وينصف كل منهما الآخر .

خصائص متوازي الأضلاع :

- الأضلاع المتقابلة متساوية ومتوازية .
- الزوايا المتقابلة متساوية .
- الزاويتان المتجاورتان مجموعها ١٨٠ درجة .

خصائص شبة المنحرف :

- هو شكل رباعي له ضلعان فقط متوازيان .

خصائص الشكل الرباعي :

- هو مضلع مغلق ذو أربعة أضلاع
- مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي = ٣٦٠ درجة
- محيط الشكل الرباعي = مجموع أطوال أضلاعه الأربعة

خصائص الشكل الرباعي الدائري :

- هو مضلع رباعي يقع داخل الدائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة وفيه كل زاويتين متقابلتين متكاملتين (مجموعهما = ١٨٠ درجة)

القوانين الذهبيّة في حلّ الجزء الكمي

منتديات يزيد التعليمية

حقائق :

محيط أي مضلع = مجموع أطوال أضلاعه

محيط المضلع المنتظم = طول ضلعه × عدد أضلاعه

مساحة أي مضلع منتظم = $\frac{\text{ن}}{٤}$ ل^{٢} ظا $\frac{\text{هـ}}{٢}$

حيث (هـ = زاوية المضلع ، ن = عدد الأضلاع ، ل = طول الضلع)

المضلع المنتظم : هو مضلع فيه أضلاعه متطابقة وزواياه متطابقة

أمثلة على المضلع المنتظم :-

مثلث متساوي الأضلاع – المربع – الخماسي المنتظم – السداسي المنتظم .

المجسمات :

المجسمات المضلعة :

مثل المكعب – متوازي المستطيلات – المنشور – الهرم

المجسمات غير المضلعة :

مثل الأسطوانة – المخروط – الكرة

متوازي المستطيلات :

مساحة سطح متوازي المستطيلات = ٤ (الطول × العرض) + ٢ (العرض × الارتفاع)

مساحة سطح متوازي المستطيلات = مجموع مساحة الأوجه الستة المستطيلة

حجم متوزاي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

المكعب :

المساحة الجانبية = ٤ × (طول الضلع)^{٢}

المساحة الكلية = ٦ × (طول الضلع)^{٢}

حجم المكعب = (طول الضلع)^{٣}

الأسطوانة :

المساحة الجانبية = ٢ ط نق ع

المساحة الكلية = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق^{٢}

حجم الأسطوانة = ط نق^{٢} ع

حيث ع الارتفاع ، نق نصف قطر القاعدة

المخروط :

مساحة سطح المخروط = ط نق ل + ط نق^{٢}

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع

حيث ل الراسم ، ع الارتفاع ، نق نصف القطر

الكرة :

مساحة سطح الكرة = ٤ ط نق^{٢}

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ ط نق^{٣}

الهرم :

المساحة الجانبية = $\frac{١}{٢}$ محيط القاعدة × ارتفاع الوجه الجانبي

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

الحجم = $\frac{١}{٣}$ (مساحة القاعدة × الارتفاع)

المنشور :

المساحة الجانبية للمنشور القائم = محيط القاعدة × الارتفاع

المساحة الكلية للمنشور القائم = المساحة الجانبية + ٢ مساحة القاعدة

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

ملاحظة :

إذا كان ٠ < س < ١ (س كسر موجب أصغر من ١) ، ن > ١

إذاً س > س^{ن}

مثال : قارن بين $(\frac{٢}{٣})^{٥}$ ، $(\frac{٢}{٣})$

الحل :

حسب الملاحظة $(\frac{٢}{٣})^{٥} < (\frac{٢}{٣})$

ملاحظة :

س عدد فردي ، ص عدد فردي ⟸ حاصل ضربهم س ص عدد فردي

س عدد فردي ، ص عدد فردي ⟸ حاصل جمعهم س + ص عدد زوجي

س عدد فردي ، ص عدد زوجي ⟸ حاصل ضربهم س ص عدد زوجي

س عدد فردي ، ص عدد زوجي ⟸ حاصل جمعهم س + ص عدد فردي

س عدد زوجي ، ص عدد زوجي ⟸ حاصل ضربهم س ص عدد زوجي

س عدد زوجي ، ص عدد زوجي ⟸ حاصل جمعهم س + ص عدد زوجي

تعريف القيمة المطلقة :

| س | = المسافة على خط الأعداد من الـ صفر إلى العدد س

مثال :

| ٧ | = ٧

| - ٧ | = ٧

القوانين الذهبيّة في حلّ الجزء الكمي

منتديات يزيد التعليمية

النظير الضربي :

لإيجاد النظير الضربي لكسر نقلب الكسر

مثال : أوجد النظير الضربي لـ $\frac{٣}{٧}$

الحل : النظير الضربي هو $\frac{٧}{٣}$

الأسس السالبة والكسرية :

$س^{-ن} = \frac{١}{س^{ن}}$ ، $(\frac{س}{ص})^{-ن} = (\frac{ص}{س})^{ن}$ ، $(س)^{\frac{١}{ص}} = \sqrt[ص]{س}$

حل نظام معادلتين من الدرجة الأولى ذات مجهولين :

نوحد المعادلتين إلى معادلة واحدة بحيث نقوم بحذف أحد المتغيرين .

مثال : حل النظام : س + ص = ٦ ، ٢ س − ٣ ص = ٧

الحل :

لكي نحذف ص نضرب المعادلة الأولى في ٣ ثم نجمع المعادلتين

٣ س + ٣ ص = ١٨

٢ س − ٣ ص = ٧

٥ س = ٢٥

س = ٥

بالتعويض في المعادلة الأولى نحصل على قيمة ص ، هكذا :

س + ص = ٦

٥ + ص = ٦

ص = ١

إذاً حل النظام هو (٥ ، ١)

حل المتباينات :

- نجعل المتغيرات في طرف والأعداد في طرف .
- عند ضرب أو قسمة المتباينة بعدد سالب نعكس اتجاه المتباينة .

مثال : حل المتباينة ٢ س + ٥ < ٤ س + ١٧

الحل :

٢ س – ٤ س < ١٧ – ٥

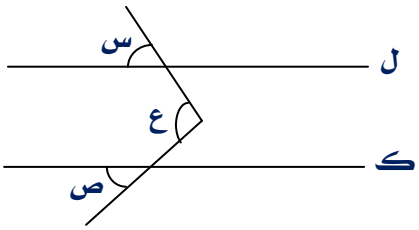
- ٢ س < ١٢

بالقسمة على – ٢

س > - ٦

المختصرات في الهندسة :

١) إذا كان ل // ك والمستقيمان يلتقيان داخل الخطين المتوازيين



وَ س ، ص حادتين ينتج :

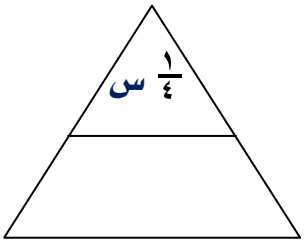
س + ص = ع

٢) مثلث متساوي الأضلاع ضلعه يساوي س

يكون ارتفاعه = $\frac{\text{س} \sqrt{٣}}{٢}$

تكون مساحته = $\frac{\text{س}^{٢} \sqrt{٣}}{٤}$

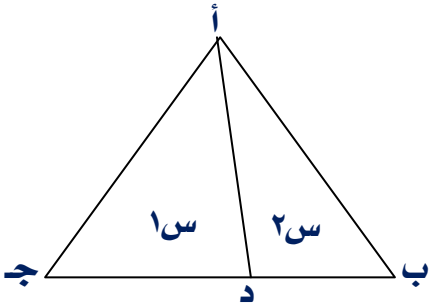
٣) في المثلث المتساوي الأضلاع ، القاعدة المتوسطة تكون مثلث (رأسه مشترك مع رأس المثلث الأكبر) مساحته تساوي ربع مساحة المثلث المتساوي الأضلاع الأكبر .



نفرض مساحة المثلث الكبير = س

إذاً مساحة المثلث الصغير = $\frac{١}{٤}$ س

٤) أ ب جـ مثلث أياً كان ، س١ ، س٢ تعبران عن مساحة الجزأين اللذين نتجا من الخط $\overline{\text{أ د}}$ في هذه الحالة ينتج أن :

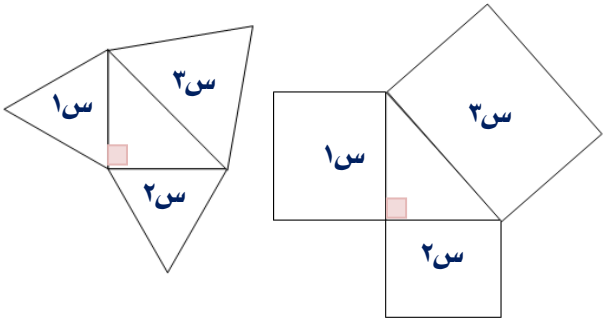


$$\frac{\text{جـ د}}{\text{د ب}} = \frac{\text{س١}}{\text{س٢}}$$

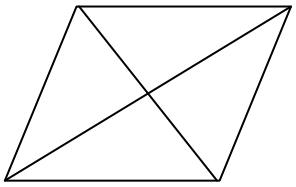
وكذلك إذا كان $\overline{\text{أ د}}$ مستقيم منصف لضلع المثلث ب جـ فإنه أيضاً ينصف مساحة المثلث لجزأين متساويين .

٥) إذا كان معطى مثلث قائم الزاوية وعلى كل ضلع من أضلاعه يرتكز شكل منتظم (يشمل المربع والمثلث المتساوي الأضلاع) فإن مساحة الشكل الذي يرتكز على الوتر = مجموع مساحة الشكلين الآخرين المرتكزين على قائمي المثلث

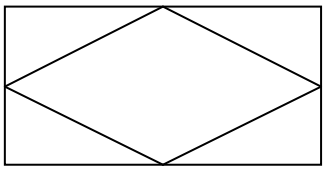
س١ + س٢ = س٣



٦) الأقطار في متوازي الأضلاع تقسمه إلى أربعة مثلثات متساوية في مساحتها .

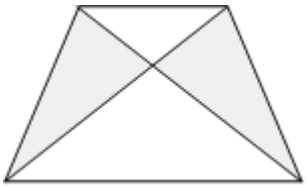


٧) عند توصيل منتصفات أضلاع مستطيل ينتج داخل المستطيل معين مساحته تساوي نصف مساحة المستطيل

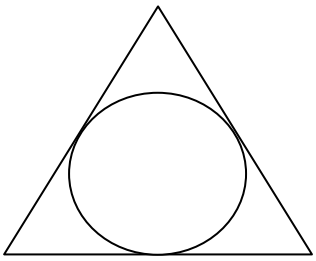


٨) في كل شكل رباعي أقطاره متعامدة يمكن حساب مساحته بواسطة :

$$\frac{\text{طول القطر الأول} \times \text{طول القطر الثاني}}{٢}$$



٩) في كل شكل شبة منحرف فإن المساحتين الملونتين متساويتين



١٠) المثلث المتساوي الأضلاع الحاصر لدائرة يكون طول ضلعه مساوي لـ :

٢ $\sqrt{٣}$ × طول نصف قطر الدائرة

١١) لا يمكن أن نحصر في الدائرة معين ولا متوازي الأضلاع

١٢) إذا كان نصف قطر الدائرة أصغر من ٢ فأعلم أنه في هذه الحالة محيط الدائرة أكبر من مساحتها :

٢ ط نق < ط نق^{٢}

نقسم الطرفين على ط وعلى نق

٢ < نق

١٣) عندما يكون المضلع المنتظم ذا عدد أضلاع زوجي ، فإن أقطاره تلتقي في مركز الدائرة التي تحصره .

١٤) عندما يكون لشكلين منتظمين (يشمل المربع والمثلث المتساوي الأضلاع) نفس المحيط فإن الشكل ذا عدد الأضلاع الأكبر هو الشكل ذو المساحة الأكبر .

مثال : محيط مربع يساوي محيط مخمس منتظم ، لأي منهما يوجد مساحة أكبر ؟

الحل :

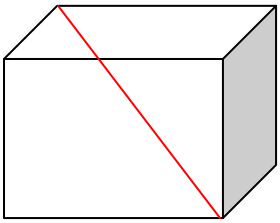
المخمس المنتظم لأن له عدد أضلاع أكبر

١٥) عندما يكون لشكلين منتظمين (يشمل المربع والمثلث المتساوي الأضلاع) نفس المساحة ، فإن الشكل ذا عدد الأضلاع الأكبر هو الشكل ذو المحيط الأصغر .

مثال : مساحة مربع تساوي مساحة مخمس منتظم ، لأي منهما يوجد محيط أكبر ؟

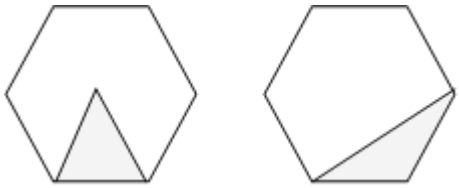
الحل :

المربع لأن له عدد أضلاع أقل

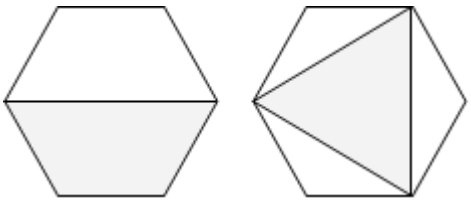


١٦) القطر (الملون بالأحمر) في المكعب = $\sqrt{٣}$ × طول ضلع المكعب

١٧) في الأشكال السداسية المنتظمة ، تكون المساحتين الملونتين أدناه متساويتين .



١٨) في الأشكال السداسية المنتظمة ، تكون المساحتين الملونتين أدناه متساويتين .



١٩) قاعدة : عدد محاور تماثل المضلع المنتظم يساوي عدد أضلاعه

عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع = ٣

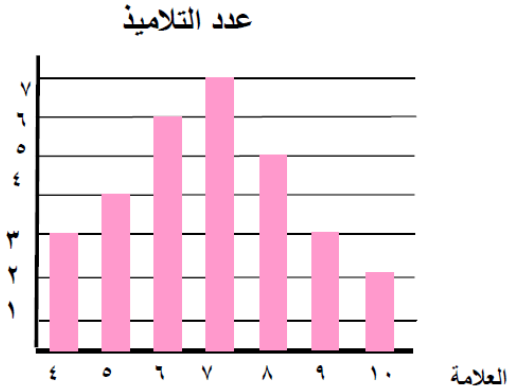
عدد محاور المربع = ٤

عدد محاور الخماسي المنتظم = ٥

عدد محاور السداسي المنتظم = ٦

تفسير البيانات بالأعمدة :

على الرسم التالي بيان بالأعمدة يمثل العلاقات التي نالها تلاميذ أحد الصفوف في اختبار مادة الرياضيات (العلامة العليا ١٠) .



أ) ما عدد التلاميذ الذين نالوا العلامة ٥ ؟

العلامة ٨ ؟ العلامة ١٠ ؟

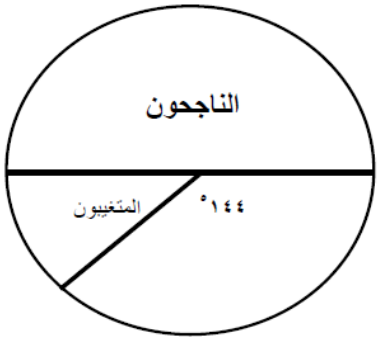
ب) أكمل الجدول التالي بكتابة عدد التلاميذ تحت العلامة التي نالوها :

العلامة	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
عدد التلاميذ	٣	٤	٦	٧	٥	٣	٢

جـ) ما عدد التلاميذ المشتركين في هذا الاختبار؟

عدد التلاميذ = ٣٠ تلميذاً

تفسير البيانات بالقطاعات الدائرية :



مثلنا على الرسم نتائج امتحان في الرياضيات لصف من ٣٠ طالباً .

أوجد عدد كل من الناجحين والراسبين والمتغيبين ؟

الحل :

يكون الحل باستخدام التناسب وهو كالتالي :

١) نفرض أن عدد الناجحين (س)

$$\frac{\text{س}}{\text{عدد التلاميذ}} = \frac{\text{زاوية القطاع}}{\text{مجموع زوايا الدائرة}}$$

$$\frac{\text{س}}{٣٠} = \frac{١٨٠^\circ}{٣٦٠^\circ} \Leftarrow \text{س} = \frac{٣٠ \times ١٨٠^\circ}{٣٦٠^\circ} = ١٥ \text{ تلميذ}$$

إذاً عدد الناجحين = ١٥ تلميذاً

٢) نفرض أن عدد الراسبين (ص)

$$\frac{\text{ص}}{\text{عدد التلاميذ}} = \frac{\text{زاوية القطاع}}{\text{مجموع زوايا الدائرة}}$$

$$\frac{\text{ص}}{٣٠} = \frac{١٤٤^\circ}{٣٦٠^\circ} \Longleftarrow \text{س} = \frac{٣٠ \times ١٤٤^\circ}{٣٦٠^\circ} = ١٢ \text{ تلميذ}$$

إذاً عدد الراسبين = ١٢ تلميذاً

٣) تفرض أن عدد المتغيبين (ع)

$$\frac{\text{ع}}{\text{عدد التلاميذ}} = \frac{\text{زاوية القطاع}}{\text{مجموع زوايا الدائرة}}$$

زاوية القطاع = $٣٦٠^\circ - (١٨٠^\circ + ١٤٤^\circ) = ٣٦^\circ$

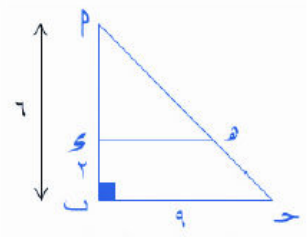
$$\frac{\text{ع}}{٣٠} = \frac{٣٦^\circ}{٣٦٠^\circ} \Longleftarrow \text{س} = \frac{٣٠ \times ٣٦^\circ}{٣٦٠^\circ} = ٣ \text{ تلاميذ}$$

إذاً عدد المتغيبين = ٣ تلاميذ

نسبة التشابه :

١) النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين = مربع النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين فيهما.

٢) النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين = النسبة بين أي ضلعين متناظرين بدون التربيع .



مثال : نسبة مساحة المثلث الصغير إلى مساحة المثلث الكبير ؟

الحل :

$$\frac{\text{مساحة الأول}}{\text{مساحة الثاني}} = \left(\frac{٤}{٦}\right)^{٢} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \frac{٤}{٩}$$

مثال : مثلثان متشابهان مساحة الأول ٣٦ سم^{٢} ومساحة الثاني ١٤٤ سم^{٢} فإن نسبة التشابه = ؟

الحل :

$$\frac{\text{مساحة الأول}}{\text{مساحة الثاني}} = (\text{التشابه})^{٢}$$

$$\frac{٣٦}{١٤٤} = (\text{التشابه})^{٢} \Longleftarrow \text{التشابه} = \sqrt{\frac{٣٦}{١٤٤}} = \frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$$

مثال : إذا كانت النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين ٤ : ٩ فإن النسبة بين محيطهما = ؟

الحل :

$$\frac{٤}{٩} = (\text{التشابه})^{٢} \Longleftarrow \text{التشابه} = \sqrt{\frac{٤}{٩}} = \frac{٢}{٣}$$

$$\text{التشابه} = \frac{\text{محيط الأول}}{\text{محيط الثاني}}$$

$$\frac{\text{محيط الأول}}{\text{محيط الثاني}} = \frac{٢}{٣}$$