

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل جانباً الخط البياني لتابع f معرف على \mathbb{R} . المطلوب:

- (1) أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (2) عيّن قيمة $f(0)$ و $f'(0)$
- (3) اكتب معادلة المقارب المائل Δ
- (4) أوجد $f([-\infty, 0])$

السؤال الثاني: نعتبر العددين $I = \int_3^5 \frac{2x}{x^2-1} dx$ و $J = \int_3^5 \frac{2}{x^2-1} dx$. المطلوب:

- (1) احسب I
- (2) احسب $I + J$ و استنتج قيمة J

السؤال الثالث: لتكن المجموعة $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$. المطلوب:

- (1) كم عدداً مؤلفاً من منزلتين يمكن تشكيله من عناصر S ؟
- (2) ما عدد المجموعات الجزئية المكونة من ثلاثة عناصر من S مجموعها من مضاعفات العدد 3؟

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطة $A(1, 1, 1)$ والمستوي $P: x + y + z = 0$. المطلوب:

- (1) اكتب معادلة المستوي Q الذي يمر من النقطة A ويوازي المستوي P .
- (2) تحقّق أنّ المستوي P يمس الكرة ذات المعادلة $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$.

السؤال الخامس: في أحد الاختبارات المؤتمتة، يتضمن الاختبار أربعة أسئلة كل منها مزود بثلاث إجابات مقترحة منها واحدة صحيحة فقط.

يقرر أحد المتقدمين الإجابة عشوائياً عن هذه الأسئلة. ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد الإجابات الصحيحة التي يحققها الطالب. المطلوب:

- (1) عيّن مجموعة قيم X ثم احسب $\mathbb{P}(X \geq 1)$.
- (2) احسب $\mathbb{E}(X)$.

السؤال السادس: ليكن f التابع المعرف على \mathbb{R} وفق $f(x) = e^x \cos x$. المطلوب:

- (1) أثبت أنّ التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y - y' = e^x \sin x$.
- (2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (60 درجة للتمرين الأول - 70 درجة لكل من التمرين الثاني والثالث)

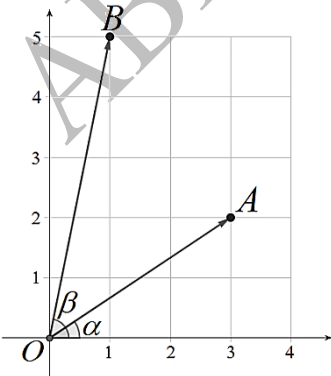
التمرين الأول: تُعطى في الشكل المجاور معلماً متجانساً مباشراً (O, \vec{u}, \vec{v})

α هي القياس الأساسي للزاوية (\vec{u}, \vec{OA}) و β هي القياس الأساسي للزاوية (\vec{u}, \vec{OB}) . المطلوب:

- (1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين z_A و z_B اللذان يمثلان النقطتين A و B .

- (2) احسب العدد العقدي $\frac{z_B}{z_A}$ بالشكلين الجبري والأسّي.

- (3) استنتج قيمة $\beta - \alpha$.



التمرين الثاني: تعتبر المتتاليتين $(u_n)_{n \geq 0}$ و $(v_n)_{n \geq 0}$ المعرفتين وفق
$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + 4} \end{cases}$$
 و $v_n = 1 + \frac{3}{u_n}$. المطلوب:

(1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية ، عيّن أساسها و حدها الأول ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .

(2) استنتج عبارة u_n بدلالة n ، و احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

(3) احسب بدلالة n المجموع $s_n = \frac{3}{u_0} + \frac{3}{u_1} + \dots + \frac{3}{u_n}$.

التمرين الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق $f(0) = 0$ و $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x}$ في حالة $x \neq 0$. المطلوب:

(1) أثبت أن التابع f مستمر عند $x = 0$.

(2) أثبت أن التابع f اشتقاقي عند $x = 0$ ، و عيّن قيمة $f'(0)$.

(3) اكتب معادلة المماس T للخط C عند النقطة التي فصلتها $x = 0$ ، ثم احسب قيمة تقريبية لـ $f(0.2)$.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل المستقيم $d : x = 2+t, y = 2, z = 2-t$

و المستويين $P : x - z = 2$ و $Q : x + 2y - 2z = 5$. المطلوب:

(1) أثبت أن المستويين P و Q متقاطعان .

(2) اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك d' .

(3) أثبت أن المستقيمين d و d' متعامدان .

(4) عيّن إحداثيات النقطة I نقطة تقاطع المستقيمين d و d' .

(5) تحقق من أن الشعاع $\vec{n}(1, -4, 1)$ يعامد كلياً من d و d' ، ثم اكتب معادلة المستوي R الذي يشمل d و d' .

المسألة الثانية:

$A-$ ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ وفق $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. المطلوب:

(1) أثبت أن f تابع زوجي .

(2) ادرس تغيرات التابع f على المجال $]1, +\infty[$.

(3) في معلم متجانس ارسم مقاربات C ثم ارسم C .

$B-$ تعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ التي حدها العام $u_n = \ln\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ ، و لنكن $(s_n)_{n \geq 2}$ المتتالية التي حدها العام $s_n = u_2 + u_3 + \dots + u_n$

(4) أثبت أن $s_n = \ln\left(\frac{n+1}{2n}\right)$ أيأ كان العدد الطبيعي $n \geq 2$.

(5) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n$.