Date : / / Subject:

الوحدة السّابعة

الاحتمالات

فضاء العينة: جميع الإمكانيات في تجربة مجرد لنرد.

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

* $P(\Omega) = 1$ و $P(\emptyset) = 0$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

• الحدثان المستقلان:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

• الحدثان المتنافيان:

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

• قانون دو مورغان، الذي قلب الضفدعان وطير الضفدعة.

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(A \cup B)'$$

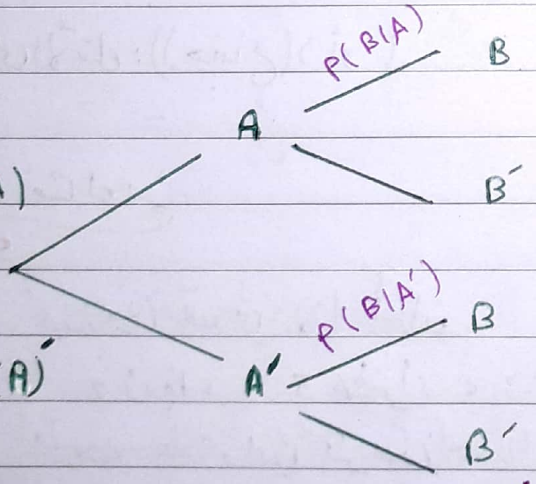
• الاحتمالي الشّرطي.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

$$P(B \cap A) = P(B|A) \cdot P(A)$$

التّمثيل الشّرطي:



$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(A') \cdot P(B|A')$$

يجب الانتباه أن مجموعة الاحتمالات عند رأس الشجرة هو (1)

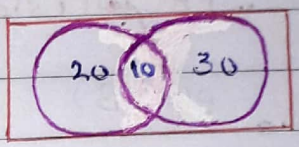
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / /

Subject:

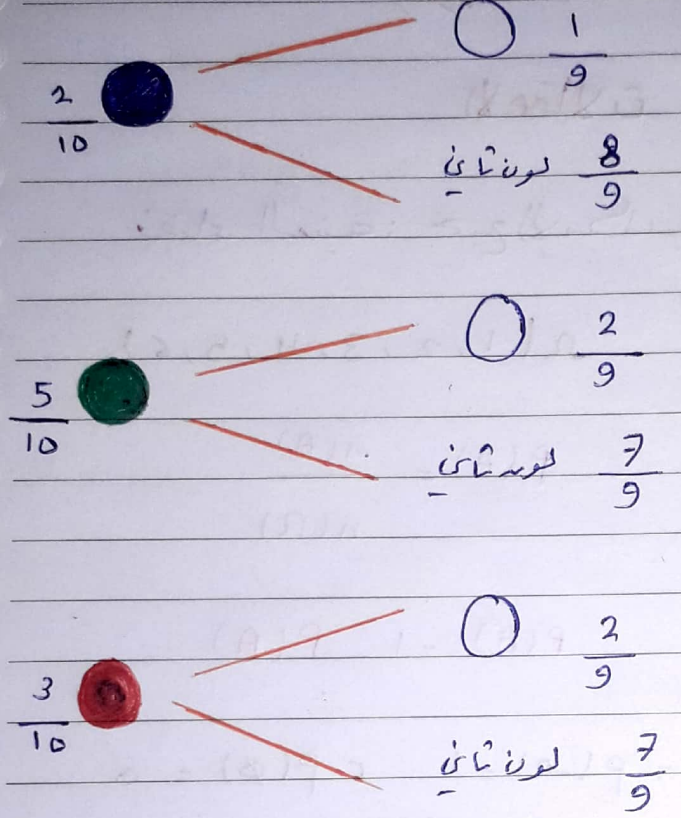
مثال 172 من

يدرس 30% من طلاب اللغة العربية.
40 % من اللغة الروسية
60 % إحدى هاتين اللغتين



$$P(F \cap R) = \frac{30}{100} + \frac{40}{100} - \frac{60}{100}$$

$$= \frac{10}{100} = 10\%$$



* فعا: دون إعادة (تقاطع) (و)

* على الأقل: (اجتماع) (أو)

$$P(B_2) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9}$$

$$= \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

مثال:

صندوق يحوي 10 كرات
2 زرقاء، 5 خضراء، 3 حمراء
نسحب عشوائياً كرتين دون إعادة.

أهم شيء
(نوع السحب وإعادته)

1) احتمال سحب الكرة الثانية زرقاء؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

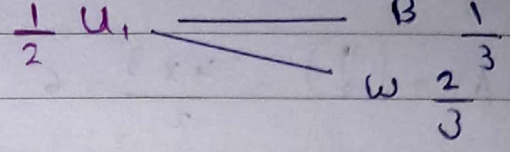
الصندوق غالباً تمثيل شجري ..

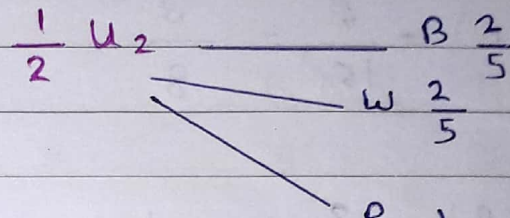
Date : / /

Subject:

ص (177)

مثال 1.





السحب من أحد الصندوقين ..

$P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$

$\frac{1}{6} + \frac{1}{5} = \frac{11}{30}$

$P(u_1 | B) = \frac{P(u_1 \cap B)}{P(B)}$

$= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{11}{30}}$

$= \frac{5}{11}$

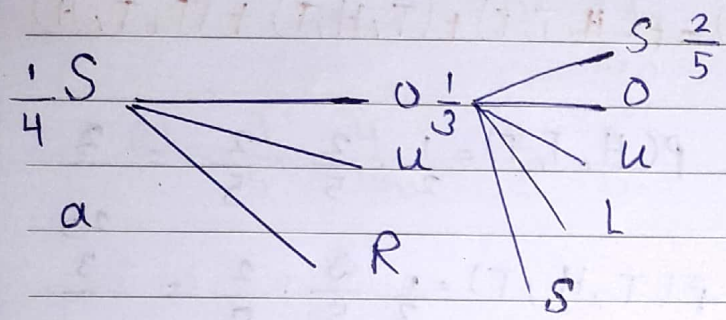
ص 177

مثال 2

save		our		souls

$P(SoS) = ?$

السحب من الصندوق الأول ثم الثاني ثم الأول.



$P(SoS) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$

$= \frac{1}{30}$

* ألبس المناديل العربية فصولياً

لماذا كنتُ مجروراً وفكسوراً

هل نفسيتي نادرتها ؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / / Subject:

ص (179)

$n(\Omega) = 2^4 = 16$ [2]

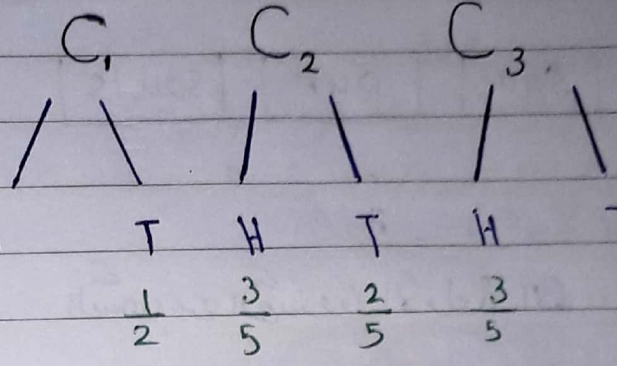
$n(A) = \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$

$P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

$P(B) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

$- + - +$

$+ - + -$



$P(A) = P(H,T,T) + (T,H,T) + (T,T,H)$

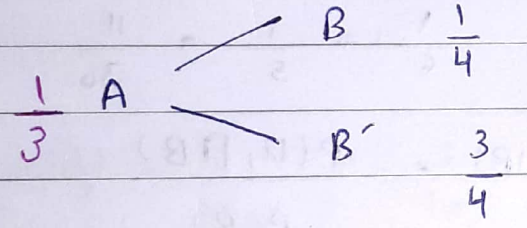
$P(H,T,T) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$

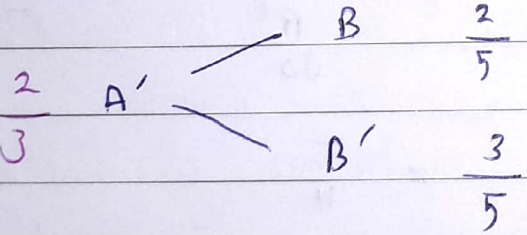
$P(T,H,T) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{25}$

$P(T,T,H) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{25}$

$P(A) = \frac{8}{25}$

[3]





$P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A)$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

$P(A' \cap B') = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

تدرّب (180)

$P(A) = \frac{7}{20} \cdot \frac{6}{19} \cdot \frac{5}{18}$ [1]

$= \frac{7}{228}$

أو

$\frac{\binom{7}{3}}{\binom{20}{3}} = \frac{7}{228}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / /

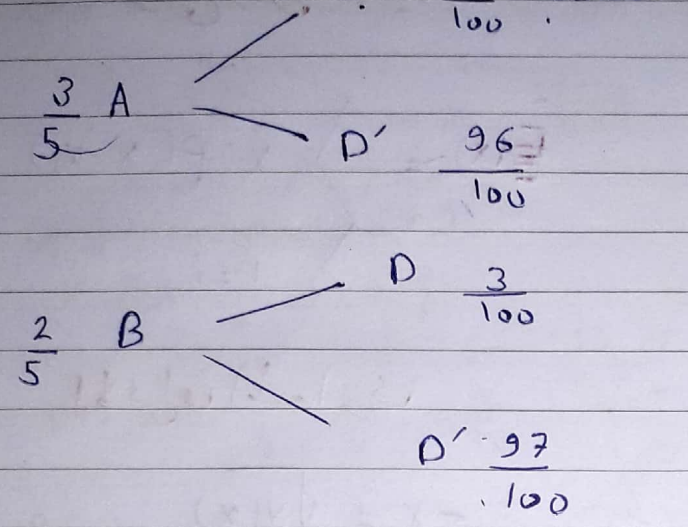
Subject:

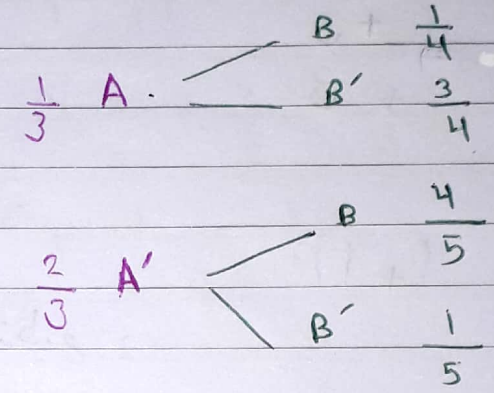
4

$P(B|A) = \frac{1}{4}$

$P(A) = \frac{1}{3}$

$P(B|A') = \frac{4}{5}$





$P(D) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{100} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{100}$

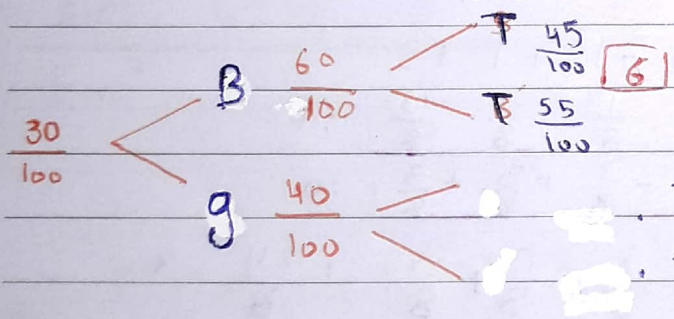
$= \frac{18}{500}$

$P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$

$\frac{1}{12} + \frac{8}{15} = \dots$

$P(A|D) = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{100}}{\frac{18}{500}} = \frac{12}{18}$

5



$P(B) = \frac{3}{4}$ ، $P(A) = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = \frac{2}{5}$

$\frac{30}{100} = \frac{60}{100} \cdot \frac{45}{100} + \frac{40}{100}(1-P)$

$30 = 27 + 40 - 40P$

$P = \frac{37}{40}$ .. ؟ ..

$P(D) = ?$

الصابغ المطلوبة ..

Sabbagh

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / /

Subject:

المتحولات العشوائية ..

هي نقل البيانات من النوع الكم .

مثال

HHH -3
TTT +3

TTH
THT (+1)
HTT

HHT
HTH (-1)
THH

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P(X=x_i) = 0$$

x_i	-3	-1	+1	+3	
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	: 1
$E(X)$	$-\frac{3}{8}$	$-\frac{3}{8}$	$+\frac{3}{8}$	$+\frac{3}{8}$	: 0
$E(X)^2$	$\frac{9}{8}$	$+\frac{3}{8}$	$+\frac{3}{8}$	$+\frac{9}{8}$	: $\frac{24}{8} = 3$

$$V(X) = E(X)^2 - (EX)^2$$

$$E(X) = 3 - 0 = 3$$

$$\sigma X = \sqrt{V(X)} = \sqrt{3}$$

التوقع الرياضي

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\text{العدد}} x_i P(X=x_i)$$

الانحراف المعياري

$$\sigma X = \sqrt{V(X)}$$

لنا استطلاع

أن أنا ..

التباين :

$$E(X) = E(X)^2 - (E(X))^2$$

.. هذه الحياة بلا حضورك غربة ♫♫

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / / Subject:

* على التتالي : دون إعادة / مع

3 سوداء ، 2 بيضاء.

السحب معا / دون إعادة

نفس الجواب على طريقة التوافق

$X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$

$p(0) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$

$p(1) = 2 \times \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{10}$

$p(2) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

X	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$
$E(X)$	0	$\frac{6}{10}$	$\frac{2}{10}$
$E(X)^2$	0	$\frac{6}{10}$	$\frac{4}{10}$

$\frac{8}{10} : \frac{4}{5}$: 1

$E(X) = \sum_{i=1}^{3} p(X=x_i)\, x_i : \frac{4}{5}$

$E(X) = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$

$\sigma X : \sqrt{V(X)} = \frac{3}{5}$

(1)

$\Omega(1, 2, 3, 4, 5, 6)$

قيم المتغير العشوائي $X(\Omega) = \{-2, 1, 6\}$

$p(-2) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$p(1) = \frac{1}{6}$

$p(6) = \frac{1}{6}$

X	-2	1	6
$p(X=x_i)$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$E(X)$	$-\frac{8}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{6}{6}$
$E(X)^2$	$\frac{16}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{36}{6}$

: $-\frac{1}{6}$

: $\frac{53}{6}$

$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i\, p(X=x_i) : -\frac{1}{6}$

$E(X) = \frac{53}{6} - \frac{1}{36} = \frac{317}{36}$

$\sigma X : \sqrt{V(X)} = \frac{\sqrt{317}}{6}$

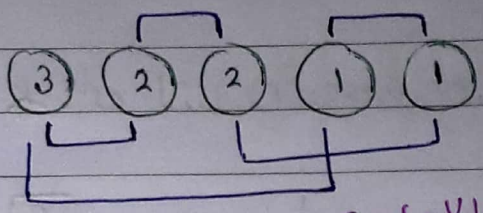
(6)

Sabbagh

7 8

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / / Subject:

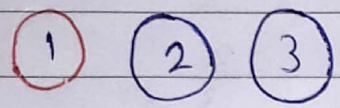


4

دون الإعادة ..

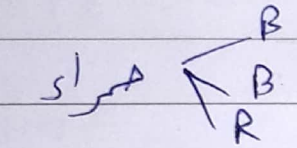
الاستقلال الاحتمالي لمتحولين عشوائيين ..

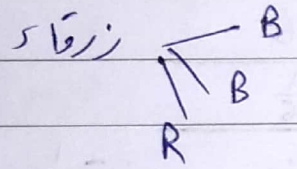
مثال ..



السحب مع الإعادة ..

للتوضيح





$X(\Omega) : \{0,1,2\}$ عدد الكرات الزرقاء

فهم بالكرة لا للرقم

$Y(\Omega) : \{2,3,4,5,6\}$ الرقم

فهم بالرقم لك للون

* ماهي كرتين حمراء معرفين (3)

$X(\Omega) : \{2,3,4,5\}$

$P(2) : \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

$P(3) : \frac{2}{5} \quad \frac{2}{4} \cdot 2 = \frac{4}{10}$

$P(4) : \frac{2}{5} \quad \frac{1}{4} \quad 2 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{10}$

$P(5) : \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{2}{10}$

X	2	3	4	5	
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	
$E(X)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{12}{10}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{36}{10} : \frac{18}{5}$
$E(X)^2$	$\frac{4}{10}$	$\frac{36}{10}$	$\frac{48}{10}$	$\frac{50}{10}$	$\frac{138}{10}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot (P(X=x_i)) : \frac{18}{5}$$

$$E(X) = \frac{138}{10} - \frac{324}{25}$$

$$= \frac{84}{100}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / /

Subject:

برنولي

نقول عن تجربة أنها برنولية..
إذا كانت تحتوي بحدث محدد
وعدمه لسواه.
أي صندوق يحتوي كرات
بعضها
نفتش باللون الأحمر فقط مثلاً..

x \ y	2	3	4	(5)	6	
	$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}$					
0	$\frac{1}{9}$	0	0	0	0	$\frac{1}{9}$
1	0	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	0	0	$\frac{4}{9}$
(2)	0	0	$\frac{1}{9}$	$(\frac{2}{9})$	$\frac{1}{9}$	$(\frac{4}{9})$
$P(Y=y_i)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$(\frac{2}{9})$	$\frac{1}{9}$	: 1

$P(Y=y_i)$

$$E(y) = \frac{1}{9} + \frac{6}{9} + \frac{12}{9} + \frac{10}{9} + \frac{6}{9}$$

$$E(y) = \frac{36}{9}$$

قانون برنولي..

$$P(k=x) = \binom{n}{k} \cdot p^{k} \cdot q^{n-k}$$

حيث p احتمال الحدث الذي نهتم به

$q = 1 - p$ الحدث المتمم

n عدد الاقتادات مثلاً

k عدد المرات المطلوبة..

$P(0,2) \neq P(0) \cdot P(2)$
الاحداث غير مستقلة..

$P(2,5) \neq P(2) \cdot P(5)$
الاحداث غير مستقلة

$$(\frac{4}{9})(\frac{2}{9}) = (\frac{2}{9})$$

الاستخدام:

① تجربة القاء حجر نرد أو نقطة نقود عدة مرات

② السحب على التالي مع الاعادة

③ القاء عدد من قطع النقد أو حجر نرد معاً.

Sabbagh

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / /

Subject:

ص (191)

تجربة برنولية ← تجربة تحقق أكثر من مرة

نلقي حجر نرد ..

$P(X=3) = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$P(X=3) = \frac{5\times4\times3}{3\times2} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{4}$

$= \frac{5}{16}$

note:

الصفر ← مثله

صفر ← n

$2n$

نلقي ستة مرات ..

$P(\frac{1}{3}) \quad q = \frac{2}{3}$

لما يطلب القانون الاحتمالي ← جدول ..

$n=6 \quad \Omega(1,2,3,4,5,6)$

note:

① على الأقل 1، أو ≥ + هي نفسها معاً ∩ و X هي نفسها

$P(X=0) : \binom{6}{0}\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^6$

$P(X=1) : \binom{6}{1}\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^5$

وهذي لكن هنا ..!

$P(A) = 1 - (P(X=0) + P(X=1))$

$P(A) = 1 - \left(\left(\frac{2}{3}\right)^6 + 2\left(\frac{2}{3}\right)^5\right)$

$1 - \frac{256}{729} = \frac{473}{729}$

قارن الاحتمالات :

عندما نذكر أن حجر نرد مثالي أو غير منحاز أو متعامد نقصد متوازنة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / / Subject:

ص (184)

ق 6

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$
$\frac{2}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{20}{36}$	$\frac{30}{36}$	$\frac{42}{36}$	$\frac{40}{36}$	$\frac{36}{36}$	$\frac{30}{36}$	$\frac{22}{36}$	$\frac{12}{36}$

ق 4

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

2021/9/10

يا جامع الهموم مع السماء
اجمع بيني وبينه ياسمي ♡

ص (192)

يحتوي صندوق على كراتٍ حمراء وكراتٍ بيضاء ... الشي سوا مع الإعادة ..

نفرض عدد الكرات $4n$

لأن ..

عدد الكرات الحمراء $3n$ والبيضاء n

$P(R) = \frac{3n}{4n} = \frac{3}{4}$.

$P(W) = \frac{n}{4n} = \frac{1}{4}$.

$X(\Omega) = \{0,1,2,3\}$ حمراء ..

$P(0) = (\frac{1}{4})^3 = \frac{1}{64}$

$P(1) = \frac{3}{4}(\frac{1}{4})^2 \times 3 = \frac{9}{64}$

$P(2) = (\frac{3}{4})^2(\frac{1}{4}) \times 3 = \frac{27}{64}$.

$P(3) = (\frac{3}{4})^3 = \frac{27}{64}$

$P(X=2) = (\frac{3}{2})(\frac{3}{4})^2(\frac{1}{4})^1 = \frac{27}{64}$ أو هيبرجيومتري

Sabbagh

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / /

Subject:

التوقع الرياضي في برنولي..

$E(X) = n \cdot p$

$V(X) = n \cdot p \cdot q$ التباين..

2 نلقي بسمارات ...

$k=3 \qquad n=6$

$\Omega(1,2,3,4,5,6)$

$p=\frac{1}{6} \qquad q=\frac{5}{6}$

$$P(X=3) = \binom{6}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$= \frac{625}{11664}$$

3 نلقي حجر متوازن 8 مرات..

برنولية ..

$n=8$

$p=\frac{1}{2} \qquad q=\frac{1}{2}$

$\Omega(1,2,3,4,5,6)$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(X=3) = \binom{8}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$= \frac{219}{256}$$

4

أن يربح B يعني أن يخسر A

$$P(X=0) = \binom{9}{0}\left(\frac{6}{10}\right)^0\left(\frac{4}{10}\right)^9$$

$$P(X=1) = \binom{9}{1}\left(\frac{6}{10}\right)^1\left(\frac{4}{10}\right)^8$$

$$P(X=2) = \binom{9}{2}\left(\frac{6}{10}\right)^2\left(\frac{4}{10}\right)^7$$

$$P(X=3) = \binom{9}{3}\left(\frac{6}{10}\right)^3\left(\frac{4}{10}\right)^6$$

$$P(X=4) = \binom{9}{4}\left(\frac{6}{10}\right)^4\left(\frac{4}{10}\right)^5$$

$P(X \leq 4) \leq 0.2666$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Date : / / Subject: .....

تدريب (187)

1

$X \backslash Y$	0	1	2	قانون X
0	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{18}{60}$
1	$\frac{17}{60}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{42}{60}$
قانون Y	$\frac{20}{60}$	$\frac{30}{60}$	$\frac{10}{60}$	1

2

$X \backslash Y$	0	1	2	قانون X
0	0.12	0.2	0.08	0.4
1	0.06	0.1	0.04	0.2
2	0.12	0.2	0.08	0.4
قانون Y	0.3	0.5	0.2	1

الأحداث مستقلة

$X(\Omega) = \{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

$X(\Omega) = \{1,2,3,4,5,6\}$ حذف ③

X / Y	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Y	قانون	مج
1	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	0	0	0	0	0			
2	0	0	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	0	0	0	0			
3	0	0	0	0	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	0	0	0			
4	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{36}$	0	0			
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{36}$			
قانون X														

Sabbagh

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner