المدة ثلاث ساعات

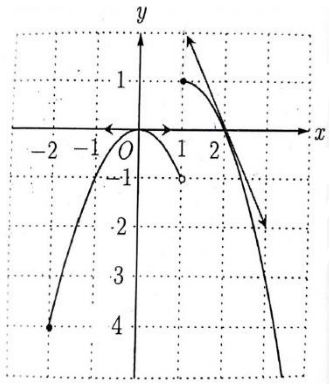
نموذج امتحان نصفي في مادة الرياضيات

للصف الثالث الثانوي العلمي (2023 – 2024)

الاسم:.........................

الدرجة: 600

❖ أولاً: أجب عن أربعة من الأسئلة التالية الخمسة التالية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: ليكن الخط c الخط البياني للتابع f المعرف على $I = [-2, +\infty[$

1. هل f اشتقاقي عند 1؟ علل إجابتك.
2. احسب $f'(2)$ واكتب معادلة المماس للخط c في النقطة التي فاصلتها 2
3. ما مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$ ؟
4. ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > 0$ ؟

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,3,0)$ و $B(-4,1,-2)$

أعط معادلة للمجموعة ε المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ وحدد طبيعتها.

السؤال الثالث: ليكن $z = -2 + i$ العدد العقدي الممثل للنقطة M

1. عين العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تحاكٍ مركزه $\Omega(1+3i)$ ونسبته $k = -2$
2. عين طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة B بالنقطة A في المساواة $b + 2 - i = e^{i\frac{5\pi}{6}}(a + 2 - i)$.

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرف على $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ وفق: $f(x) = \tan x$.

احسب $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ و $f'(x)$ و $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثم استنتج النهاية الآتية: $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$.

السؤال الخامس: ليكن f التابع المعرف على $]0, +\infty[$ وفق:

$f(x) = \frac{x^2 + 2 + \sin x}{x}$ خطه البياني C

أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

❖ ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق $\begin{cases} u_1 = e^2 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n}{e}} \end{cases}$ ولنتأمل المتتالية $v_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln u_n$

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ هندسية واحسب v_1
2) عبر عن v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n
3) احسب نهاية المتتالية v_n وبين أنها متقاربة.

التمرين الثاني: لتكن الأعداد المركبة $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $z_2 = \sqrt{3} + i$, $z_3 = 1$

1) اكتب كلاً من العددين z_1 , z_2 بالشكل الأسي.
2) حل في C المعادلة $z^3 = z_3$
3) أثبت أن $(z_3)^{12} + \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{12}$ حقيقي.

4) اكتب العدد $z = \frac{z_1}{z_2}$ بالشكلين الجبري والأسي. ثم استنتج قيمة كل من $\sin\frac{\pi}{12}$, $\cos\frac{\pi}{12}$

التمرين الثالث: ليكن f التابع المعرف على R وفق $f(x) = \frac{x+2}{|x|+1}$

1) اكتب قابلية الاشتقاق عند الصفر من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين في النقطة $A(0,2)$
2) اكتب التابع f دون قيمة مطلقة ثم أوجد نهاية التابع عند $+\infty$ ثم عند $-\infty$ واستنتج معادلة كل مقارب أفقي

التمرين الرابع: في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ لدينا النقاط C,B,A التي تمثلها الأعداد العقدية التالية $a = -1 + i$, $b = 2 - i$, $c = 1 + 4i$ والمطلوب:

1) اكتب العدد العقدي $\frac{c-a}{b-a}$ بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي، واستنتج طبيعة المثلث ABC
2) عين ε مجموعة النقاط $M(Z)$ التي تجعل $\frac{c-m}{b-m}$ عدداً تخيلياً بحتاً، حيث $Z \neq b$
3) عين Ƒ مجموعة $M(Z)$ التي تجعل $\frac{c-m}{b-m}$ عدداً حقيقياً، حيث $Z \neq b$

❖ ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس النقاط $A\left(-\frac{1}{2},3,1\right), B(-1,0,2), C(2,1,1), D(-3.3.-1)$

1) a) أثبت أن النقاط B,C,D تمثل مستوٍ، أوجد معادلته.
   b) استنتج طبيعة المثلث BCD واحسب مساحته.
2) a) أثبت أن النقطة A تقع خارج المستوي (BCD) .
   b) احسب بعد النقطة A عن المستوي (BCD) .
3) احسب حجم رباعي الوجوه $(ABCD)$.
4) a) أثبت أن النقاط B,C,D تقع على كرة مركزها A .
   b) احسب نصف قطر هذه الكرة واكتب معادلتها.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع وفق $g(x) = \frac{-x}{x+4}$ المعرف على $R/\{-4\}$ والمطلوب:

1) أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} g(g(x))$
2) عين عدد حقيقي A يحقق إذا كان $x > A$ كان $g(x)\epsilon]-1.2, 0.8[$
3) أوجد التابع المشتق $g'(x)$ واستنتج على المجال $]0,+\infty[$ مشتق كلاً من:

$$A(x) = \frac{-\cos x}{\cos x + 4} \qquad\qquad h(x) = \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}$$

4) بفرض التابع $f(x) = \ln[g(x)]$ أوجد مجموعة تعريف f واستنتج $f'(x)$
5) أثبت أن $A(-2,0)$ مركز تناظر لـ f
6) هل يقبل التابع مماس لـ C موازي للمستقيم $\Delta: y - x + e = 0$
7) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها وارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C

مع تمنياتكم لكم بالتوفيق والنجاح

إعداد أ. معتز شحادة ود. منال البابا