الرياضيات

الفصل الدراسي الأول

كتاب الطالب

7

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

د. عيسى عبد الوهاب الطراونة إبراهيم أحمد عمايرة د. أحمد عبد السميع طبية

هبه ماهر التميمي (منسقًا)

إضافة إلى جهود فريق التأليف، فقد جاء هذا الكتاب ثمرة جهود وطنية مشتركة من لجان مراجعة وتقييم علمية وتربوية ولغوية، ومجموعات مُركَّزة من المعلِّمين والمشرفين التربويين، وملاحظات مجتمعية من وسائل التواصل الاجتماعي، وإسهامات أساسية دقيقة من اللجنة الاستشارية والمجلس التنفيذي والمجلس الأعلى في المركز، ومجلس التربية والتعليم ولجانه المتخصِّصة.

الناشر

المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج، ووزارة التربية والتعليم – إدارة المناهج والكتب المدرسية، استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية: هاتف: 8-4617304/5، فاكس: 4637569، ص. ب: 1930، الرمز البريدي: 11118، أو بوساطة البريد الإلكتروني: scientific.division@moe.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هذا الكتـاب في مدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاءً على قـرار المجلس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطويـر المناهج في جلسـته رقـم (2020/4)، تاريـخ 2020/6/11 م، وقرار مجلس التربيـة والتعليم رقـم (2020/54) تاريـخ 2020/6/24 م بـدءًا مـن العام الـدراسي 2020 / 2021 م.

© Harper Collins Publishers Limited 2020.
- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 029 - 5

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2020/8/2958)

373,19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيات: كتاب الطالب (الصف السابع)/ المركز الوطني لتطوير المناهج.– عمان: المركز، 2020

ج1(138) ص.

ر.إ.: 2020/8/2958

الواصفات: / الرياضيات/ / التعليم الاعدادي/ / المناهج/

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise , without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Lecensing Agency Ltd, Barnard›s Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.
British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

الطبعة الأولى (التجريبية) **1441 هـ – 2020 م**

المقدّمة

انطلاقًا من إيمان المملكة الأردنية الهاشـمية الراسخ بأهمية تنمية قدرات الإنسان الأردني، وتسليحه بالعلم والمعرفة؛ سـعى المركز الوطني لتطوير المناهج بالتعاون مع وزارة التربية والتعليم إلى تحديث المناهج الدراسـية وتطويرها، لتكون معينًـا للطلبة على الارتقاء بمسـتواهم المعرفي، ومجاراة أقرانهم في الدول المتقدمة. ولمّـا كانت الرياضيات إحدى أهمّ الموادّ الدراسـية التي تنمّي لـدى الطلبة مهارات التفكير وحَلِّ المشـكلات، فقد أَوْلى المركز هـذا المبحث عنايةً كبيرةً، وحرص على إعداد كتب الرياضيات وفق أفضل الطرائق المُتَّبَعة عالميًّا على يد خبراء أردنيين؛ لضمان انسـجامها مع القيم الوطنية الراسخة، وتلبيتها لاحتياجات أبنائنا الطلبة والمعلِّمين.

روعي في إعداد كتب الرياضيات تقديم المحتوى بصورة سلسـة، ضمن سـياقات حياتية شـائقة، تزيد رغبة الطلبة في التعلُّم، ووُظِّفت فيها التكنولوجيا لتُسـهِمَ في جعل الطلبة أكثر تفاعلًا مـع المفاهيم المُقدمة لهم. كما عُنِي بإبرازِ خطة حَلِّ المسـألة، فأفردَ لها دروسًا مسـتقلة تتيح للطلبة التدرُّب على أنواع مختلفة من هذه الخطط وتطبيقها في مسائل متنوعة. لقد احتوت الكتب على مشروع لكل وحدة؛ لتعزيز تعلُّم الطلبة للمفاهيم والمهارات الواردة فيها وإثرائها. ولأنَّ التدرُّب المكثَّف على حَلِّ المسـائل يُعَدُّ إحدى أهم طرائق ترسـيخ المفاهيم الرياضية وزيادة الطلاقة الإجرائية لدى الطلبة؛ فقد أُعِدَّ كتاب التمارين على نحوٍ يُقدِّم للطلبة ورقة عمل في كل درس، تُحَلُّ بوصفها واجبًا منزليًّا، أو داخل الغرفة الصفية إن توافر الوقت الكافي. ولأنّنا ندرك جيدًا حرص المعلِّم الأردني على تقديم أفضل ما لديه للطلبة؛ فقد جاء كتاب التمارين أداةً مساعدةً تُوفِّر عليه جهد إعداد أوراق العمل وطباعتها.

من المعلوم أنَّ الأرقام العربية تُستخدَم في معظم مصادر تعليم الرياضيات العالمية ، ولا سيَّما على شبكة الإنترنت، التي أصبحت أداةً تعليميةً مُهِمَّةً؛ لما تزخر به من صفحات تُقدِّم محتوًى تعليميًّا تفاعليًّا ذا فائدة كبيرة. وحرصًا منّا على ألّا يفوت أبناءنا الطلبة أيُّ فرصة، فقد اسـتعملنا في هذا الكتاب الأرقام العربية؛ لجَسـر الهُوَّة بين طلبتنا والمحتوى الرقمي العلمي، الذي ينمو بتسارع في عالَم يخطو نحو التعليم الرقمي بوتيرة متسارعة.

ونحن إذ نقـدّم الطبعة الأولى (التجريبية) من هذا الكتاب، نأمل أن تنال إعجاب أبنائنا الطلبة ومعلميهم، وتجعل تعليم الرياضيات وتعلّمها أكثر متعةً وسهولةً، ونعدهم بأن نستمرَّ في تحسين هذا الكتاب في ضوء ما يصلنا من ملاحظات.

المركز الوطني لتطوير المناهج

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدةُ 1 الأعدادُ النسبيَّةُ 6

مشروعُ الوحدةِ: الأعدادُ النسبيّةُ في السوقِ 7

الدرسُ 1 العَدَدُ النِّسْبيُّ 8

الدرسُ 2 القيمةُ المُطلقةُ 11

الدرسُ 3 الكُسورُ العشريَّةُ 15

الدرسُ 4 مقارَنةُ الأعدادِ النِّسبيَّةِ وترتيبُها 20

الدرسُ 5 جَمْعُ الأعدادِ النِّسبيَّةِ وطَرْحُها 25

الدرسُ 6 ضَرْبُ الأعدادِ النِّسبيَّةِ وقِسمَتُها 31

الدرسُ 7 خطةُ حلِّ المسألةِ: الحلُّ العكسيُّ 36

اختبارُ الوحدةِ 38

الوحدةُ 2 الأسسُ الصحيحةُ والمقاديرُ الجبريَّةُ 40

مشروعُ الوحدةِ: تصميمُ نموذجِ ساعةِ جِدارٍ 41

الدرسُ 1 قوانينُ الأُسُسِ الصحيحةِ 42

الدرسُ 2 أولويّاتُ العمليّاتِ الحسابيّةِ 49

الدرسُ 3 الحدودُ والمقاديرُ الجبريّةُ 54

الدرسُ 4 جمعُ المقاديرِ الجبريَّةِ وطَرْحُها 58

الدرسُ 5 ضَرْبُ المقاديرِ الجبريّةِ 63

الدرسُ 6 خُطّةُ حلِّ المسألةِ: التّخمينُ والتّحقُّقُ ... 68

اختبارُ الوحدةِ 70

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدةُ 3 المعادلاتُ الخَطّيّةُ 72

مشروعُ الوحدةِ: خدمةُ التوصيلِ 73

الدرسُ 1 حلُّ المعادلاتِ 74

الدرسُ 2 الكُسورُ العَشْرِيَّةُ الدَوْرِيَّةُ 79

الدرسُ 3 المُتَتالِياتُ 83

الدرسُ 4 الاقترانات 90

الدرسُ 5 تمثيلُ الاقترانِ الخَطِّيِّ بيانيًّا 95

اختبارُ الوحدةِ 102

الوحدةُ 4 الزَّوايا والمضَلَّعاتُ والتحويلاتُ الهندسيّةُ 104

مشروعُ الوحدةِ: الهندسةُ حولَنا 105

الدرسُ 1 العلاقاتُ بينَ الزوايا 106

الدرسُ 2 المستقيماتُ المتوازيةُ والقاطعُ 110

الدرسُ 3 زوايا المثلَّثِ 115

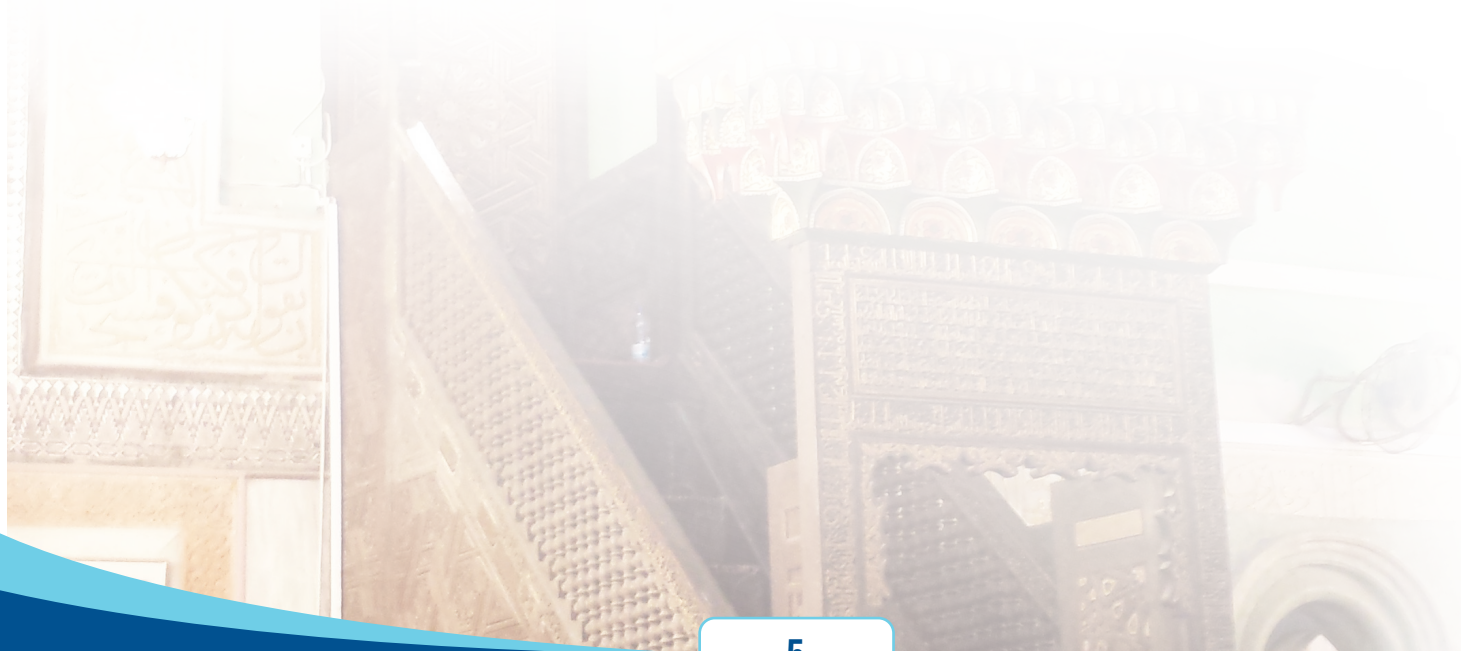
الدرسُ 4 زوايا المُضَلَّعِ 119

الدرسُ 5 الانسحابُ 125

الدرسُ 6 الدّورانُ 129

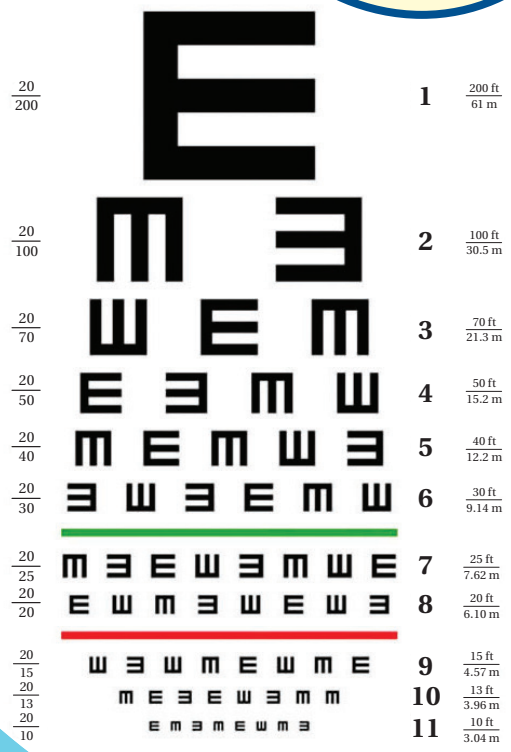
معملُ برمجيةِ جيوجبرا: الدّوَرانُ 135

اختبارُ الوحدةِ 137



الوحدةُ 1

الأعدادُ النِّسبيَّةُ



ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

حينَ يقيسُ الطَّبيبُ قوَّةَ نظرِ الشّخصِ ذي البصرِ السّليمِ فإنَّهُ يكتبُ نتيجةَ الفحْصِ بالصّورةِ $\frac{6}{6}$ منْ دونِ اختصارٍ. فَهلْ سألتَ نفسَكَ يومًا: لِماذا لا يُخْتَصَرُ هذا العددُ؟ إنَّ هذا نوعٌ خاصٌّ منَ الأعدادِ ستتعلَّمُه في هذهِ الوحدةِ.

تعلَّمتُ سابِقًا:

- ✓ جمْعَ الكسورِ وطَرحَها.
- ✓ تمييزَ مجموعةِ الأعدادِ الكليّةِ، وإجراءَ العمليّاتِ عليها.
- ✓ تمييزَ مجموعةِ الأعدادِ الصحيحةِ وإجراءَ العمليّاتِ عليها.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- تمييزَ مجموعةِ الأعدادِ النسبيّةِ وإجراءَ العمليّاتِ عليها.
- مقارنةَ الأعدادِ النسبيّةِ وترتيبَها.
- تمييزَ القيمةِ المطلقةِ وتمثيلَها على خطِّ الأعدادِ.
- إيجادَ قيَمِ عباراتٍ عدديّةٍ وجبريَّةٍ تتضمّنُ قيمةً مطلقةً.

مشروعُ الوحدةِ: الأعدادُ النسبيّةُ في السوقِ

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الذي نطبِّقُ فيه ما نتعلَّمُه في هذهِ الوحدةِ لِجمْعِ أعدادٍ مكتوبةٍ على أشياءَ مختلفةٍ حولَنا، ثمّ نُجري عليها بعضَ العمليّاتِ الحِسابيَّةِ.

هدفُ المشروعِ: تنميةُ مهاراتي في إجراءِ العمليّاتِ الحِسابيَّةِ على الأعدادِ النِّسبيَّةِ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أَبْحَثُ عن أعدادٍ نسبيَّةٍ مكتوبةٍ على أشياءَ حولي، مثلِ: المعلَّباتِ، والأجهزةِ، والصُّحفِ، وعُلَبِ الأدويةِ... وغيرِ ذلكَ، معَ مراعاةِ أنْ تحتويَ على كلٍّ مِمّا يأتي: ثلاثةِ أعدادٍ نسبيَّةٍ سالبةٍ، وخمسةِ أعدادٍ كليّةٍ، وثلاثةِ كسورٍ، وثلاثةِ أعدادٍ كسريَّةٍ، وخمسةِ كسورٍ عشريَّةٍ. ومنَ المهمِّ التِقاطُ صورٍ تُبيِّنُ موقعَ هذهِ الأرقامِ لِتضمينِها في مشروعي.

2. **أنشِـئُ جَدولًا:** أكتبُ في العمودِ الأوَّلِ الأعدادَ الَّتي جمعتُها، وفي الثّاني أكتبُ كلَّ عددٍ على الصورةِ $\frac{a}{b}$، أمّا في الثالثِ فأكتبُ القيمةَ المُطْلَقةَ لكلِّ عددٍ.

العددُ النِّسبيُّ	العددُ على صورةِ $\frac{a}{b}$	القيمةُ المُطلقةُ

3. أُرتِّبُ الأعدادَ الّتي جمعتُها ترتيبًا تنازليًّا، مُبيِّنًا خُطُواتِ الحلِّ.

عرضُ النتائجِ:

أُصَمِّمُ مَطْوِيَّةً، وأكتُبُ فيها ما يأتي:

- خُطُواتُ عملِ المَشروعِ، والنَّتائِجُ الَّتي توَصَّلتُ إليها.
- أمثلةٌ أُظْهِرُ فيها لمُعلِّمي قُدرَتي على جَمعِ الأعدادِ النّسبيَّةِ، وطَرحِها، وضَربِها، وقِسمتِها، وكتابةِ صيغةٍ مُتكافئةٍ لأيِّ عددٍ نِسبيٍّ.
- مَعلومةٌ إضافِيَّةٌ عَرَفْتُها عنِ الأعدادِ النّسبيَّةِ في أثناءِ عمَلي في المَشروعِ.
- بَعْضُ الصُّعوباتِ الَّتي واجَهتْني في أثْناءِ عَملي في المَشْروعِ، وكيفَ تغَلَّبْتُ عليْها.

الدرسُ 1 العددُ النسبيُّ

فكرةُ الدرسِ

أَتعرَّفُ العَددَ النِّسْبيَّ وأُمَثِّلُهُ على خَطِّ الأعدادِ.

المصطلحاتُ

العَدَدُ النِّسْبيُّ

أستكشفُ

غابةُ الأمازونِ هي أكبرُ غابةٍ مطَرِيّةٍ في العالَمِ، وتقعُ في قارّةِ أمريكا الجَنوبيّةِ، وتنتشِرُ على مِساحةِ $\frac{11}{2}$ مليونَ كيلو مترٍ مربّعٍ. هل تعرفُ اسمَ مجموعةِ الأعدادِ الّتي ينتمي إليها العددُ $\frac{11}{2}$؟

العددُ النِّسبيُّ (rational number) هو عددٌ يمكنُ التعبيرُ عنهُ بوصفِهِ نسبةً بينَ عددَيْنِ صحيحَيْنِ (a و b) مكتوبةً على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ حيثُ $b \neq 0$. لذلكَ يُمكنُ أنْ يكونَ العددُ النِّسبيُّ كَسرًا فِعليًّا أو غيرَ فعليٍّ أو كسرًا عشريًّا أو عددًا كسريًّا أو عشريًّا؛ لأنَّ كلًّا مِنها يُمكنُ كِتابتُهُ عَلى صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

مثال 1 أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$:

1) $-10.6 = -10\frac{6}{10}$ — أحوّلُ الكَسرَ العشريَّ إلى عددٍ كسريٍّ

$= -\frac{(10\times10)+6}{10}$ — أحوّلُ العددَ الكَسْرِيَّ إلى كسرٍ غيرِ فعليٍّ

$= -\frac{100+6}{10} = -\frac{106}{10}$ — أضربُ وأجمعُ

$= -\frac{53}{5}$ — أبسِّطُ

2) $65\% = 0.65$ — أحوّلُ النّسبةَ المئويّةَ إلى كَسْرٍ عشريٍّ

$= \frac{65}{100}$ — أحوّلُ الكَسْرَ العَشْرِيَّ إلى كَسْرٍ فعليٍّ

$= \frac{13}{20}$ — أبسِّطُ

أتذكّر

لِكتابةِ العددِ الكسريِّ عَلى صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ فإنّني أضربُ مقامَ الكسرِ بالجزءِ الصَّحيحِ، وأضيفُ الناتجَ للبسطِ، ثمَّ أكتبُ الناتجَ في بسْطِ الكسرِ.

أتحققُ من فهمي:

3) $1\frac{2}{5}$ 4) 0.36 5) -6 6) 80%

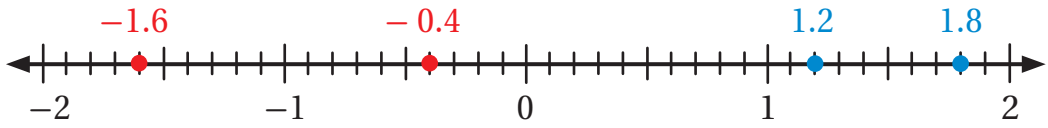
عندَ تمثيلِ الأعدادِ النِّسبيَّةِ عَلى خطِّ الأعدادِ فإنّي أختارُ تدريجًا مناسبًا بينَ الأعدادِ الصّحيحةِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

تُمثِّلُ الأعدادُ النِّسبيَّةُ في الجدولِ المجاورِ مِقدارَ ارتفاعٍ أوِ انخفاضِ أَسْهُمِ 4 شركاتٍ في سوقِ عمّانَ الماليَّةِ. أُمثِّلُ هذهِ الأعدادَ عَلى خطِّ الأعدادِ.

الشّركةُ	مقدارُ التّغيُّرِ
أ	1.8
ب	− 1.6
جـ	1.2
د	− 0.4

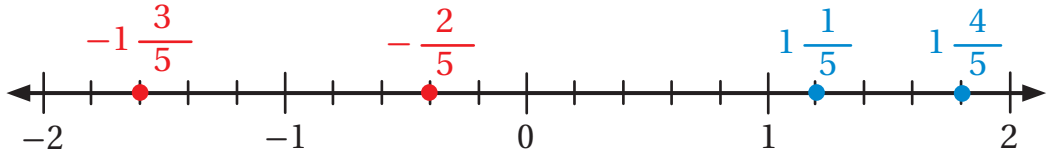
أرسمُ خطَّ أعدادٍ وأضعُ عليهِ تدريجًا مناسبًا.



أتعلَّمُ

أكتبُ الكسورَ في أبسطِ صورةٍ لتصغيرِ المقاماتِ وتسهيلِ رسْمِ التدريجِ على خطِّ الأعدادِ.

يُمكنُني -أيضًا- أنْ أكتبَ الأعدادَ النِّسبيَّةَ على صورةِ كسورٍ فِعليَّةٍ أو أَعدادٍ كَسريَّةٍ، ثُمَّ أُمَثِّلُها عَلى خطِّ الأعدادِ.



أتحققُ من فهمي:

أُمثِّلُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي عَلى خطِّ الأعدادِ:

1. 2.9
2. −0.8
3. 4.6
4. −3.2

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$:

1. 25
2. $2\frac{1}{4}$
3. 0.07
4. −127
5. $-1\frac{2}{3}$
6. 35%

أُمثِّلُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي عَلى خطِّ الأعدادِ:

7 0.2

8 $1\frac{1}{3}$

9 $-\frac{1}{5}$

10 1.6

11 -3.3

12 90%

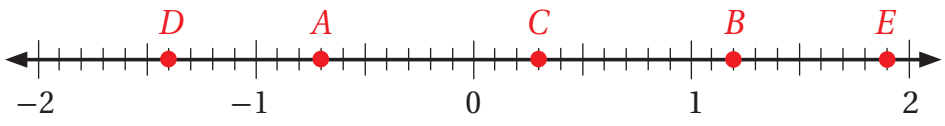
معلومةٌ

تُسْهِمُ ممارسةُ الرياضةِ في جَعْلِ الجسمِ مثاليًّا ورشيقًا ومعافًى، فهيَ تحاربُ السّمْنَةَ وتقي منَ الإصابةِ بالعديدِ منَ الأمراضِ.

13 **رِياضةٌ:** يريدُ سَعْدٌ أنْ يتدرَّبَ عَلى (الكَراتيه) مُدَّةَ ساعةٍ يوميًّا، فَسَجَّلَ الزَّمنَ الَّذي يزيدُ أو يَنقُصُ عنِ الساعةِ لمدَّةِ 4 أيّامٍ باستخدامِ أعدادٍ نسبيَّةٍ كما يظهرُ في الجدولِ المجاورِ. أكتبُ كلًّا منْ هذهِ الأعدادِ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

اليومُ	فرقُ الزمنِ بالسَّاعاتِ
السبتُ	0.7
الأحدُ	− 0.2
الإثنينُ	1.25
الثلاثاءُ	− 0.1

14 أكتبُ العددَ النّسبيَّ الذي تُمثِّلُه الأحرفُ A, B, C, D, E عَلى خطِّ الأعدادِ:



15 أرسمُ خطَّ أعدادٍ منْ 0 إلى 3 وأضَعُ عليهِ إشاراتٍ تبعدُ عنْ بعضِها 0.1، ثمَّ أستخدِمُهُ لِتمثيلِ الأعدادِ النِّسبيَّةِ 30% , $1\frac{1}{4}$, 2.1 , 2.85

16 **علومٌ:** تقعُ أصغَرُ عظْمةٍ في جِسمِ الإنسانِ في الأُذنِ الوُسْطى، ويبلغُ طولُها 2.8 mm، وتُسمّى عظْمةَ الرِّكابِ، أمَثِّلُ طولَ العظْمةِ على خطِّ الأعدادِ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

17 **ما السؤالُ؟** أكتبُ سؤالًا حولَ موضوعِ درسِ اليومِ إجابتُهُ: $\frac{13}{6}$

18 **تبريرٌ:** تعلَّمتُ سابقًا مجموعةَ الأعدادِ الصَّحيحةِ ومجموعةَ الأعدادِ الكلّيّةِ. فما العلاقةُ بينَهُما وبينَ الأعدادِ النِّسبيَّةِ الَّتي تعلَّمْتُها اليومَ؟

19 **أكتبُ** أُنْشِئُ فِقرةً قصيرةً أبيِّنُ فيها كَيفيَّةَ تمثيلِ العددِ النّسبيِّ 1.6 عَلى خطِّ الأعدادِ.

الدرسُ 2 القيمةُ المُطلقةُ

فكرةُ الدرسِ

أتعرَّفُ القيمةَ المطلقةَ، وأُمثِّلُها عَلى خطِّ الأعدادِ.

المصطلحاتُ

المَعكوسُ، القيمةُ المُطلقةُ.

أستكشفُ

تسكنُ لانا في الطابقِ الثّالثِ، في حينِ أنَّ غادةَ تسكنُ في الطابقِ الأوَّلِ (تحتَ الأرضيِّ) منْ العمارةِ نفسِها، فكمْ طابقًا تبعدُ كلٌّ منهُما عنْ مستوى سطحِ الأرضِ؟

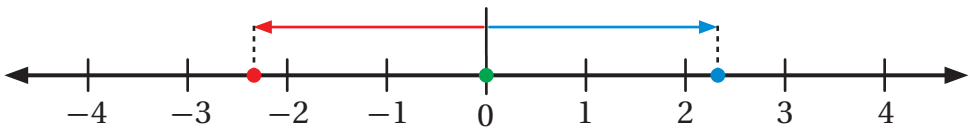
معكوسُ (opposite) العددِ النسبيِّ هوَ العددُ الّذي يبعدُ المسافةَ نفسَها عنِ الصفرِ منَ الجهةِ الأخرى على خطِّ الأعدادِ.

إذا كانَ a عددًا نسبيًّا فإنَّ معكوسَه هو $-a$

مثال 1 أجدُ معكوسَ كلٍّ منَ الأعدادِ النسبيّةِ الآتيةِ:

1 $2\frac{1}{3}$

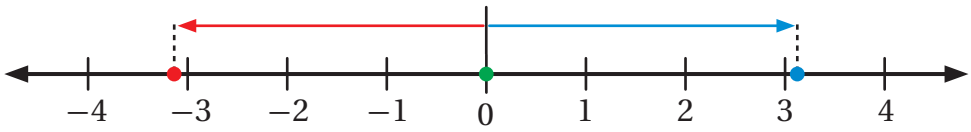
$-2\frac{1}{3}$ يبعدُ عنِ الصفرِ المسافةَ نفسَها التي يبعدُها $2\frac{1}{3}$



إذَنْ، $-2\frac{1}{3}$ معكوسُ $2\frac{1}{3}$

2 $-\frac{16}{5}$

$\frac{16}{5}$ يبعدُ عنِ الصفرِ المسافةَ نفسَها التي يبعدُها $-\frac{16}{5}$



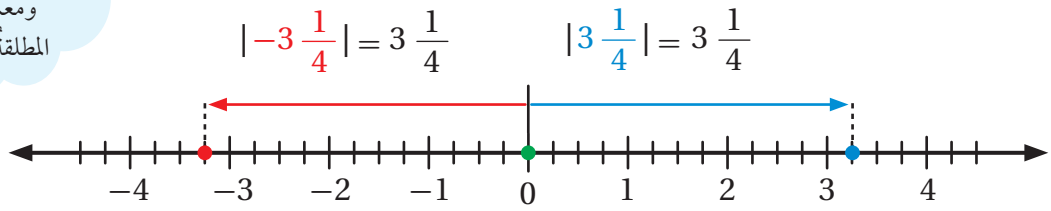
إذَنْ، $\frac{16}{5}$ معكوسُ $-\frac{16}{5}$

أتحققُ من فهمي:

3 4.2 **4** $-5\frac{1}{2}$ **5** 75%

القيمةُ المطلقةُ (absolute value) للعددِ هيَ المسافةُ بين ذلِكَ العددِ والصفرِ على خطِّ الأعدادِ، ويُعَبَّرُ عنها بالرّمزِ | |، فمثلًا، القيمةُ المطلقةُ لكلٍّ منَ العدَدَيْنِ $-3\frac{1}{4}$ و $3\frac{1}{4}$ تساوي $3\frac{1}{4}$؛ لأن كلًّا منهما يبعد $3\frac{1}{4}$ وحداتٍ عنِ الصفرِ.

أفكِّرُ
لكلٍّ مِنَ العددِ النسبيِّ ومعكوسِهِ القيمةُ المطلقةُ نفسُها، لماذا؟



مثال 2 أجدُ القيمةَ المطلقةَ لكلِّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي:

1. $|3| = 3$
2. $|-\frac{3}{4}| = \frac{3}{4}$
3. $|0| = 0$
4. $|-8| = 8$
5. $|-1\frac{1}{2}| = 1\frac{1}{2}$
6. $|-0.6| = 0.6$

أتحققُ من فهمي:

7. -2
8. $\frac{5}{8}$
9. 10
10. -1.2

يمكِنُ استعمالُ مفهومِ القيمةِ المطلقةِ في حسابِ قيمِ العباراتِ العدديّةِ والعملياتِ الرّياضيّةِ عليها.

مثال 3 أجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

1. $|-4\frac{1}{4}| + 3$

$|-4\frac{1}{4}| + 3 = 4\frac{1}{4} + 3$ أجدُ القيمةَ المطلقةَ

$= 7\frac{1}{4}$ أجمَعُ

2 $|2 \times (-8)| - |-1.5|$

أضْرِبُ $|2 \times (-8)| - |-1.5| = |-16| - |-1.5|$

أجِدُ القيمَ المُطْلَقَةَ $= 16 - 1.5$

أطْرَحُ $= 14.5$

أتحققُ من فهمي:

3 $|-6 \div 2| + 0.3 =$

4 $|-4 \times -2| - \frac{1}{2} =$

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أجدُ معكوسَ كلٍّ منَ الأعدادِ النِّسبيَّةِ الآتيةِ:

1 $-5\frac{1}{4}$ **2** 1 **3** -0.27 **4** -35

أَجِدُ القيمةَ المطلقةَ لكلِّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي:

5 -2 **6** $-5\frac{3}{4}$ **7** $\frac{3}{4}$ **8** -0.1

أجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

9 $|-5| - 3 =$

10 $|-63| + 41 =$

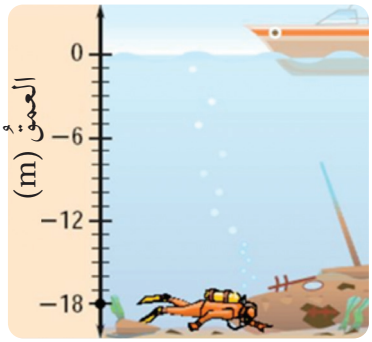
11 $|5\frac{1}{2}| + |-1| =$

12 $|0.5| + |-2.5| =$

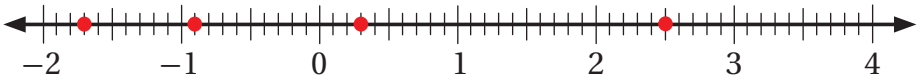
معلومةٌ

عامَ 2018 سجلتِ المصريَّةُ ريمُ أشرفَ رقمًا قياسيًّا بموسوعةِ غينيس في فئةِ (أطولِ غطسةٍ) تحتَ الماءِ للسيداتِ باستمرارِها 55 ساعةً متواصلةً تحتَ الماءِ في البحرِ الأحمرِ.

13 **غَوْصٌ:** الشّكلُ المجاورُ يُظْهِرُ موقِعَ الغوّاصِ لمُستوى سطْحِ البَحرِ. أستخدِمُ القيمَةَ المُطْلقةَ لإيجادِ بُعْدِ الغوّاصِ عن السّطحِ.



14 أجدُ القيمةَ المطلقةَ لكلٍّ منَ الأعدادِ النّسبيّةِ المُمَثَّلَةِ عَلى خطِّ الأعدادِ الآتي:



إرشادٌ

المسافةُ تحتَ سطحِ الأرضِ أوِ البحرِ تمثِّلُ القيمةَ المطلقةَ للعُمْقِ أوِ الانخفاضِ.

بِحارٌ: تُمثِّلُ الأعدادُ النّسبيّةُ في الجدولِ الآتي الفرقَ بينَ مستوى سطحِ البحرِ وارتفاعِ مستوى الماءِ في بحيرةٍ في خمسةِ أوقاتٍ مختلفةٍ منَ اليومِ.

الوقتُ	4 صباحًا	8 صباحًا	الظَّهيرةُ	4 مساءً	8 مساءً
مستوى منسوبِ الماءِ	3.5 cm	2.5 cm	−0.5 cm	−2.5 cm	0.5 cm

15 أُمثِّلُ القيمةَ المطلقةَ لكلِّ عددٍ نسبيٍّ عَلى خطِّ الأعدادِ.

أتذكَّرُ

لكلِّ منَ العددِ النسبيِّ ومعكوسِهِ القيمةُ المطلقةُ نفسُها.

16 في أيِّ وقتٍ منَ اليومِ كانَ مستوى الماءِ أقربَ إلى مستوى سطحِ البحرِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

17 في أيِّ الأوقاتِ كانَ مستوى الماءِ أقلَّ منْ مستوى سطحِ البحرِ بـ 2.5 cm؟

18 في أيِّ وقتينِ زادَ مستوى منسوبِ الماءِ على مستوى سطحِ البحرِ أو نَقصَ عنهُ عندَ المسافةِ نفسِها؟

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

ما السؤالُ؟ 19 أطرَحُ سؤالًا تكونُ إجابتُهُ: بُعْدُ العددِ النِّسبيِّ (−3.25) عَنِ الصِّفرِ.

إرشادٌ

نعبِّرُ عنْ كلماتٍ مثلِ: صعدَ أوِ ارتفعَ بعددٍ موجبٍ.
ونعبِّرُ عنْ كلماتٍ مثلِ: انخفضَ أوْ هبطَ بعددٍ سالبٍ.

تَحَدٍّ: 20 صَعِدَ مُتَسلِّقٌ مُغامِرٌ إلى ارتفاعِ 27 m عَلى حافَةِ جبلٍ، ثمَّ هبطَ 13 m. أكتبُ عبارةً عدديَّةً تمثِّلُ مجموعَ الأمتارِ الَّتي تَحرَّكَها المُتَسلِّقُ ارتفاعًا وهبوطًا.

أكتبُ 21 أُنْشِئُ فِقرةً قصيرةً أبيِّنُ فيها كيفَ أُمثِّلُ القيمةَ المطلقةَ لِعددٍ نسبيٍّ سالبٍ على خطِّ الأعدادِ.

الدرسُ 3 الكُسورُ العشريَّةُ

فكرةُ الدرسِ

أكتبُ العددَ النّسبيَّ بالصّورةِ العشريّةِ.

المصطلحاتُ

كسرٌ عشريٌّ مُنْتَهٍ،

كَسرٌ عشريٌّ دَوْرِيٌّ.

أستكشفُ

لَـدى مـزارعٍ 33 شـجرةَ برتقـالٍ، لكنّـه خسـرَ إنتـاجَ 13 شـجرةً منهـا؛ بسـببِ موجـةِ صقيـعٍ. فمـا الكسـرُ العشـريُّ الـدّالُّ علـى الأشـجارِ الّتـي خسـرَ المـزارعُ إنتاجَهـا؟

يمكنُني كتابةُ أيِّ عددٍ نسبيٍّ بالصورةِ العشريَّةِ بطرائقَ عِدَّةٍ، منها إيجادُ كسرٍ مكافئٍ مقامُهُ: 10، 100، 1000، ...

مثال 1

أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي بالصّورةِ العشريَّةِ:

1 $\frac{2}{5}$

العددُ 5 أَحدُ عواملِ العددِ 10؛ لذلكَ يمكنُني أنْ أجدَ كسرًا مكافئًا مقامُه 10.

بِما أنَّ $5 \times 2 = 10$، فإنَّني أضربُ كُلًّا منَ البَسطِ والمَقامِ في 2.

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 2} \frac{4}{10} = 0.4$$

2 $-\frac{3}{25}$

العددُ 25 أَحدُ عواملِ العددِ 100؛ لذلكَ يمكنُني أنْ أجدَ كسرًا مكافئًا مقامُه 100.

بِما أنَّ $25 \times 4 = 100$، فإنَّني أضربُ كُلًّا منَ البَسطِ والمَقامِ في 4.

$$-\frac{3}{25} \xrightarrow{\times 4} -\frac{12}{100} = -0.12$$

أتحققُ من فهمي:

3 $\frac{1}{2}$ **4** $\frac{3}{5}$ **5** $-\frac{7}{20}$ **6** $\frac{4}{25}$

قـدْ لا يكـونُ مـنَ السَّـهل إيجـادُ كسـرٍ مكافـئٍ مقامُـهُ: 10 ، 100، 1000، ... حينَئِـذٍ أقسـمُ البسـطَ علـى المقـامِ باسـتعمالِ طريقـةِ القسـمةِ الطَّويلـةِ.

مثال 2

أستخدمُ القسمةَ لِكِتابةِ الكسرِ $\frac{5}{8}$ بالصّورةِ العشريَّةِ.

أقسمُ 5 على 8	0 . 6 2 5 8) 5 . 0 0 0
أضعُ صفرًا يمينَ الفاصلةِ العشريَّةِ	− 4 8
أطرحُ 48 منْ 50، ثمّ أضعُ صفرًا آخرَ يمينَ الفاصلةِ العشريّةِ	2 0
أقسمُ 20 على 8	− 1 6
أطرحُ 16 منْ 20، ثمّ أضعُ صفرًا آخرَ يمينَ الفاصلةِ العشريّةِ	4 0
أقسمُ 40 على 8	− 4 0
تنتهي القسمةُ حينَما يكونُ ناتجُ الطّرْحِ صفرًا	0

يُكْتَبُ الكسرُ $\frac{5}{8}$ بالصّورةِ العشريَّةِ على النّحْوِ الآتي: 0.625 أي إن $\frac{5}{8} = 0.625$

أتحققُ من فهمي:

أستخدمُ القسمةَ لِكِتابةِ الكسرينِ الآتيينِ بالصورةِ العشريَّةِ.

1) $\frac{3}{8}$

2) $\frac{5}{16}$

يُسمّى الكسرُ العشريُّ 0.625 الّذي حصلتُ عليهِ في المثالِ السّابقِ **كسرًا عشريًّا مُنتهيًا (terminating decimal)**؛ لأنَّه يحتوي على عددٍ مُنْتَهٍ منَ الأرقامِ. لكنْ، هلْ يمكنُ أنْ يحتويَ الكسـرُ العشـريُّ على عددٍ غيرِ مُنْتَهٍ منَ الأرقامِ؟ للإجابةِ عنْ ذلكَ أتأمَّلُ المثالَ الآتيَ:

مثال 3 أستخدمُ القسمةَ لِكِتابةِ الكسرِ $\frac{3}{9}$ بالصّورةِ العشريّةِ.

$$\begin{array}{r} 0.333 \\ 9\overline{)3.000} \\ -27 \\ \hline 30 \\ -27 \\ \hline 30 \\ -27 \\ \hline 3 \end{array}$$

أقسمُ 3 على 9

أضعُ صفرًا يمينَ الفاصلةِ العشريّةِ

أطرحُ 27 منْ 30، ثمّ أضعُ صفرًا آخرَ يمينَ الفاصلةِ العشريّةِ

أقسمُ 30 على 9

أطرحُ 27 منْ 30

أُضيفُ أصفارًا يمينَ الفاصلةِ العشريّةِ؛ للاستمرارِ في القسمةِ

إذَنْ، الكسرُ العشريُّ المكافئُ للعددِ النِّسبيِّ $\frac{3}{9}$ هو ...0.333، أُلاحِظُ أنَّ الرّقْمَ 3 يتكرّرُ بِشكلٍ غيرِ مُنْتَهٍ.

أتحققُ من فهمي:

1) $\frac{2}{3}$

2) $\frac{7}{9}$

يُسمّى الكسرُ العشريُّ ...0.3333 الّذي حصلتُ عليهِ في المثالِ السّابقِ **كسرًا عشريًّا دوريًّا (repeating decimal)**.

وللتّعبيرِ عنْ تكرارِ رَقْمٍ بِشكلٍ غيرِ مُنْتَهٍ أَضعُ الإشارةَ (–) فوقَهُ. أيْ إنّ $0.\overline{3} = ...0.333$، وأقرؤُها: ثلاثةٌ بالعشرةِ دَوْرِيّ.

إذا تكرّرَ أكثرُ منْ رقمٍ في الكسرِ العشريِّ الدّوْرِيِّ أَضَعُ إشارةَ (–) فوقَ الأرقامِ المُتكرِّرةِ فقطْ. مَثلًا: $1.\overline{57} = 1.575757....$،

في بعضِ الكسورِ العشريّةِ قد تتكرّرُ بعضُ الأرقامِ من دونِ غيرِها، فمثلًا في الكسرِ العشريِّ: $0.3\overline{4} = 0.3444....$ نلحظُ أنّ الرقمَ 4 فقطْ متكرِّرٌ؛ لذلكَ وضَعْنا فوقَهُ فقطْ إشارةَ (–) لأنَّ الرقمَ 3 لم يتكرّرْ.

مثال 4: منَ الحياةِ

قادَ طارقٌ دراجتَهُ الهوائيّةَ مسافةَ $\frac{13}{8}$ km منْ منزلِهِ إلى الحديقةِ العامّةِ. أعبِّرُ بالصّورةِ العشريّةِ عنِ المسافةِ الّتي قطعَها طارقٌ.

يمكنُني أنْ أكتبَ الكسرَ غيرَ الفِعليِّ $\frac{13}{8}$ بصورةِ عددٍ عشريٍّ، بإيجادِ ناتجِ 8 ÷ 13 من خلالِ القسمةِ الطّويلةِ، لكنْ منَ الأسهلِ –أحيانًا– كتابةُ الكسرِ $\frac{13}{8}$ بصورةِ عددٍ كسريٍّ أوّلًا، ثمَّ إجراءِ القسمةِ الطّويلةِ.

أكتبُ الكسرَ غيرَ الفعليِّ بصورةِ عددٍ كسريٍّ

أجدُ ناتجَ $8 \div 5$ بالقسمةِ الطّويلةِ كما في المثال 2

$$\frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$$
$$= 1.625$$

أتحققُ من فهمي:

غَوْصٌ: غاص أحمدُ إلى عُمْقِ $12\frac{4}{9}$ m تحتَ سطحِ البحرِ الأحمرِ في خليجِ العقبةِ. أعبِّرُ بالصّورةِ العشريَّةِ عنِ العُمْقِ الّذي وصلَ إليهِ أحمَدُ. هلِ الكَسرُ العَشْريُّ الّذي حصلتُ عليهِ دَوْرِيٌّ أَمْ لا ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي بالصّورةِ العشريَّةِ:

1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{4}{5}$ 3) $-\frac{6}{25}$

4) $\frac{9}{20}$ 5) $-\frac{7}{8}$ 6) $\frac{9}{16}$

أستخدمُ القسمةَ لِكِتابةِ الكسورِ الآتيةِ بالصورةِ العشريَّةِ:

7) $\frac{1}{9}$ 8) $-\frac{1}{3}$ 9) $\frac{1}{6}$ 10) $-\frac{5}{11}$

أتذكَّرُ

اللّترُ وحدةٌ لقياسِ الحجمِ ويُستعملُ لقياسِ حجومِ السَّوائلِ، مِنْ مُضاعفاتِهِ المترُ المكعبُ (m^3)، ومنْ أجزائِهِ المليلتر (ml).

11) **عملٌ منزليٌّ:** أَعَدَّ رامي $\frac{17}{3}$ L مِنْ عصيرِ البرتقالِ. أكتبُ كميَّةَ العصيرِ بالصّورةِ العشريَّةِ. هلِ الكسرُ العشريُّ الّذي حصلَ عليهِ دَوْرِيٌّ أَمْ لا؟ أُبرِّرُ إجابتي.

12) **فوسفاتٌ:** يُعَدُّ مَنجمُ الشّيديّةِ أكبرَ مَنجمِ فوسفاتٍ في الأردنِّ، حيث يُسْهِمُ بـ 72% من إنتاجِ المملكةِ من الفوسفاتِ. ما الكَسرُ العَشْريُّ الدالُّ على نِسبةِ ما يُنتِجهُ المَنجمُ منَ الفوسفاتِ الأردنيِّ؟

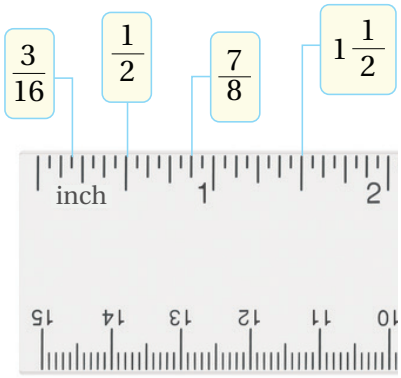
13) **نباتاتٌ:** عامَ 2012 سُجِّلَ رقْمٌ قياسيٌّ لأطولِ نَبْتةِ دُوّارِ الشّمسِ، إذ بلَغ طولُها $8\frac{1}{4}$ m ، فما العددُ العَشْريُّ الدالُّ على طولِ النّبتةِ؟

أتعلَّمُ

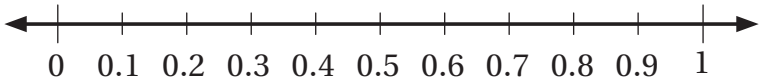
الإنشُ (inch) هي وحدةُ قياسٍ تُسْتَخْدَمُ في بعضِ دولِ العالمِ. وللتّحويلِ منَ الإنشِ إلى السّنتيمترِ نطبّقُ العلاقةَ الآتيةَ:

$1 \text{ inch} = 2.54 \text{ cm}$

14 المِسطرَةُ المجاورةُ مُقسَّمَةٌ إلى أجزاءٍ، طولُ كلٍّ منها $\frac{1}{16}$ inch، هلِ المقاييسُ المشارُ إليها على المِسطرَةِ عندَ تحويلِها تُنتِجُ كسورًا عَشْريّةً مُنتهِيةً، أم دَورِيّةً؟ أبَرِّرُ إجابتي.



15 أمثّلُ كلًّا منَ الكُسورِ: $\frac{9}{25}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$ على خطِّ الأعدادِ الآتي:



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

إرشادٌ

لحلِّ السؤالِ رقْمِ 16 أبحثُ عنْ مثالٍ يناقضُ قولَ لمارَ ويُسمّى في الرّياضيّاتِ "مثالٌ مُضادٌّ".

16 **أكتشِفُ الخطأَ:** تقول لمارُ: إنَّ أيَّ كسرٍ فِعليٍّ مقامُهُ 6 يُكافئُ كسرًا عشريًّا دوريًّا. أكتَشِفُ خطأَ لمارَ وأصَحِّحُه.

تبريرٌ: أتأمَّلُ العباراتِ الآتيةَ، ثمَّ أَصِفُها بِما يُلائِمُها ممّا بينَ القوسينِ (دائمًا صحيحةٌ، أحيانًا صحيحةٌ، ليستْ صحيحةً) مبرِّرًا إجابتي بأمثلةٍ:

17 إذا كانَ الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ ومقامُهُ عددًا فرديًّا فإنَّهُ يكافئُ كسرًا عشريًّا دوريًّا.

18 إذا كانَ الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ ومقامُهُ عددًا زوجيًّا فإنّهُ يكافئُ كسرًا عشريًّا منتهيًا.

19 إذا كانَ الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ ومقامُهُ: 10 ، 100، 1000، ... ، 1000000، فإنَّهُ يكافئُ كسرًا عشريًّا منتهيًا.

أتذكّر

الكسرُ الفعليُّ هو عددٌ نسبيٌّ بَسطُهُ أَصغرُ منْ مقامِهِ. ويُعَدُّ الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ إذا كانَ العامِلُ المشتَرَكُ الأكبرُ (ع.م.أ) بينَ بسطِهِ ومقامِهِ 1.

20 **أعودُ إلى فِقرةِ (أستكشِفُ) بدايةَ الدّرسِ وأحلُّ المسألةَ.**

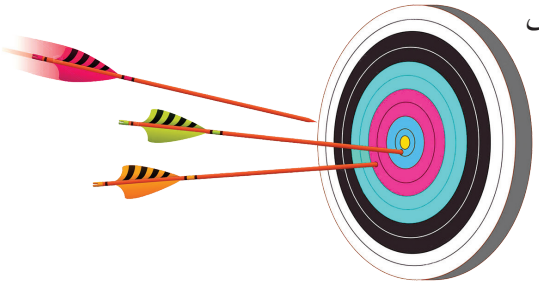
21 **أكتبُ** أصفُ كيفَ أُحوِّلُ عددًا نسبيًّا إلى الصّورةِ العشريّةِ.

الدرسُ 4 مقارَنةُ الأعدادِ النِّسبيَّةِ وترتيبُها

فكرةُ الدرسِ

أقارنُ بينَ الأعدادِ النِّسبيَّةِ وأرتِّبُها.

أستكشفُ



صَوَّبَ ثلاثةُ رُماةٍ نحوَ لوحةِ الهدفِ، فرمى الأوّلُ 6 رميـاتٍ، أصابَتْ 5 منها الهدفَ، ورمى الثّاني 9 رميـاتٍ، أصابَتْ 4 منها الهـدفَ، أمّـا الثالثُ فرمـى 3 رميّاتٍ، أصابتْ رَميْتانِ منها الهـدفَ. فأيُّ الرُّماةِ أحرزَ أفضلَ نتيجةٍ؟

يُمكنُ المقارنةُ بينَ عددينِ نسبِيَّيْنِ بطريقةِ الحسابِ الذِّهنِيِّ، وذلكَ بتحديدِ أقرَبِهما إلى النِّقاطِ المَرْجِعيَّةِ: صفر ، $\frac{1}{2}$ ، 1

مثال 1 أضعُ إشارةَ > أو < أو = في ☐ ؛ لِتصبحَ كلُّ جملةٍ ممّا يأتي صحيحةً:

1) $\frac{5}{8}$ ☐ $\frac{3}{10}$

بما أنَّ $\frac{3}{10} < \frac{1}{2}$ و $\frac{5}{8} > \frac{1}{2}$ فإن $\frac{5}{8} > \frac{3}{10}$

2) $3\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{3}{5}$

بما أنَّ $3\frac{1}{2} > 1$ وَ $\frac{3}{5} < 1$ فإن $3\frac{1}{2} > \frac{3}{5}$

3) $\left|-\frac{1}{4}\right|$ ☐ -0.5

بما أنَّ $\left|-\frac{1}{4}\right| = \frac{1}{4}$ ، وَ $\frac{1}{4}$ عددٌ موجبٌ وَ -0.5 عددٌ سالبٌ.

إذن $\left|-\frac{1}{4}\right| > -0.5$

أتحققُ من فهمي:

4) $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{2}{6}$ 5) $-\frac{1}{2}$ ☐ 1 6) $\left|-\frac{1}{3}\right|$ ☐ 1.5

يمكنُني مقارنةُ الأعدادِ النسبيّةِ وترتيبُها بتحويلِها إلى الصّيغةِ العشريَّةِ، ثمَّ تمثيلُها على خطِّ الأعدادِ، ومقارنتُها بِحَسْبِ مواقِعِها.

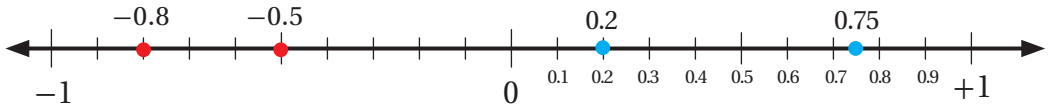
مثال 2 أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ الآتيةَ تصاعديًّا (منَ الأصغرِ إلى الأكبرِ).

1) $0.2 \ , \ \frac{3}{4} \ , \ -0.8 \ , \ -\frac{1}{2}$

الخُطْوَةُ 1 أحوِّلُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ المكتوبةَ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ إلى الصّيغةِ العشريَّةِ:

$$\frac{3}{4} = 0.75 \qquad -\frac{1}{2} = -0.5$$

الخُطْوَةُ 2 أمثِّلُ الأعدادَ النّاتجةَ على خطِّ الأعدادِ:



أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ بالنَّظرِ إلى موقِعِها على خطِّ الأعدادِ: $-0.8 < -0.5 < 0.2 < 0.75$

إذنْ، الترتيبُ التّصاعديُّ للأعدادِ، هو: $-0.8 \ , \ -0.5 \ , \ 0.2 \ , \ 0.75$

أتحقّقُ من فهمي:

2) $\frac{7}{10} \ , \ -\frac{3}{5} \ , \ 0.15 \ , \ -0.85$

أحيانًا، يمكنُ مقارنةُ الأعدادِ النِّسبيَّةِ وترتيبُها بتحويلِها أيضًا إلى صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$، ثمَّ تمثيلُها على خطِّ الأعدادِ، ومقارنتُها بِحَسْبِ مواقِعِها.

مثال 3 أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ الآتيةَ ترتيبًا تنازليًّا (منَ الأكبرِ إلى الأصغرِ).

1) $\frac{1}{12} \ , \ \frac{2}{3} \ , 0.35$

الخُطْوَةُ 1 أحوِّلُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ المكتوبةَ بالصّيغةِ العشريَّةِ إلى صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$:

بقسمةِ البسطِ والمقامِ على العاملِ المشتركِ الأكبرِ (5)

$$0.35 = \frac{35}{100} = \frac{35 \div 5}{100 \div 5} = \frac{7}{20}$$

الخُطْوَةُ 2 أُوحِّدُ المقاماتِ جميعَها، منْ خلالِ المضاعفِ المشترَكِ الأصغرِ (60) للأعدادِ 12، 3، 20:

$$\frac{1}{12} \xrightarrow{\times 5} \frac{5}{60} \qquad \frac{2}{3} \xrightarrow{\times 20} \frac{40}{60} \qquad \frac{7}{20} \xrightarrow{\times 3} \frac{21}{60}$$

الخُطْوَةُ 3 أقارنُ وأرتّبُ، من خلالِ البسطِ؛ لأنَّ المقاماتِ جميعَها متساويةٌ:

$$5 < 21 < 40 \rightarrow \frac{40}{60} > \frac{21}{60} > \frac{5}{60}$$

إذَنْ، الترتيبُ التنازليُّ للأعدادِ، هو: $\frac{2}{3}$, 0.35 , $\frac{1}{12}$

أتحققُ من فهمي:

2) $-\frac{1}{5}$, -0.15 , $\frac{7}{10}$

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أضعُ إشارةَ $>$ أو $<$ أو $=$ في $\square$؛ لِتصبحَ كلُّ جملةٍ ممّا يأتي صحيحةً:

1) $\frac{1}{3} \square \frac{3}{5}$

2) $\frac{-5}{8} \square \frac{-2}{7}$

3) $0.4 \square \left|-\frac{7}{8}\right|$

4) $-1\frac{5}{8} \square -1.75$

5) $-1\frac{1}{2} \square \frac{4}{7}$

6) $1\frac{8}{20} \square -1.6$

أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ الآتيَةَ تصاعديًّا:

7) -1.8 , $1\frac{9}{10}$, -1.25

8) -0.3 , 0.5 , 0.55 , 0.35

9) $|3.5|$, $|-1.8|$, 4.6 , $3\frac{2}{5}$, $|2.7|$

أرتِّبُ الأعدادَ النِّسبيَّةَ الآتيَةَ تنازليًّا:

10 $-0.6\ ,\ -\frac{5}{8}\ ,\ \frac{7}{12}\ ,\ -0.75$

11 $\frac{3}{4}\ ,\ -\frac{7}{10}\ ,\ -\frac{3}{4}\ ,\ \frac{8}{10}$

12 $|-6.3|\ ,\ -7.2\ ,\ 8\ ,\ |5|\ ,\ -6.3$

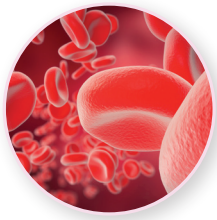
أتذكَّرُ

حينَ أُريدُ ترتيبَ الكسورِ تصاعُدِيًّا أو تنازُلِيًّا فإنَّني أُوَحِّدُ المقاماتِ.

13 **علوم:** يتجمّدُ الماءُ عندَ درجةِ حرارة 0°C، وتقِلُّ درجَةُ تجمُّدِه عندَ إضافةِ المِلحِ إليهِ، إذا أضافَت جَنى كمّياتٍ مُختلِفةً منَ المِلحِ إلى أربعِ عيِّناتٍ منَ الماءِ، وكانتْ تقيسُ درجةَ تجمّدِ العَيِّنَةِ كلَّ مرّةٍ. أرّتّبُ العَيِّناتِ حسْبَ كمّيةِ المِلحِ المُضافةِ إليهِ، منَ الأكثرِ إلى الأقلِّ.

معلومةٌ

للحديدِ أهمّيّةٌ كبيرةٌ لجسمِ الإنسانِ؛ فهوَ يسْهِمُ في إنتاجِ خلايا الدّمِ الحمراءِ.



العينةُ	A	B	C	D
درجةُ التجمُّدِ (°C)	$-1\frac{1}{4}$	-0.1	-1.1	$-1\frac{2}{5}$

14 **تغذيةٌ:** إذا كانتْ كميةُ الحديدِ في نصفِ كوبٍ منَ السَّبانخِ 3.2 mg، وفي نصفِ كوبٍ من حبوبِ الصويا $\frac{18}{4}$ mg، أحدِّدُ أيُّهما يحتوي على كميَّةٍ أكبرَ منَ الحديدِ: السَّبانخُ أمْ حبوبُ الصويا؟

أتعلّمُ

إذا تساوتِ الأعدادُ في البَسْطِ واختلفتْ في المقامِ فإنَّ الكسرَ ذا المقامِ الأكبرِ يكونُ الكسرَ الأصغرَ.

15 هلِ الكسورُ: $\frac{3}{10}\ ,\ \frac{3}{11}\ ,\ \frac{3}{12}$ مرتَّبةٌ تصاعُدِيًّا (منَ الأصغرِ إلى الأكبرِ) أمْ تنازُلِيًّا (منَ الأكبرِ إلى الأصغرِ)، أبرِّرُ إجابتي.

16 **سِباقٌ:** في سِباقٍ للدرّاجاتِ حُسِبَ متوسِّطُ الزّمنِ الّذي استغرَقهُ المتسابقونَ للوصولِ إلى نُقطةِ النّهايةِ. إذا كانَ الجدولُ أدناهُ يبيّنُ الفَرقَ بين زمنِ وصولِ 5 مُتسابِقينَ عنِ المتوسِّطِ، فإنّي أرَتّبُ اللّاعبينَ منَ الأسرعِ إلى الأبْطأ:

المتسابقُ	أحمدُ	محمدٌ	عبدُ العزيزِ	خالدٌ	عمرُ
زمنُ الوصولِ أكثرُ أوْ أقلُّ منَ المتوسِّطِ (بالدَّقيقةِ)	-1.25	$1\frac{9}{10}$	$1\frac{2}{5}$	1	-1.8

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

17 **تبريرٌ:** لِماذا يقلُّ العددُ 0.25 عنِ العددِ $0.\overline{25}$. أوضِّحُ إجابتي.

18 إذا علمتُ ترتيبَ خمسةِ أعدادٍ نسبيَّةٍ سالبةٍ تصاعديًّا (منَ الأصغرِ إلى الأكبرِ) فكيفَ يمكنُ أنْ أستخدِمَ هذهِ المعلومةَ في ترتيبِ معكوساتِ تلكَ الأعدادِ. أوضِّح اجابتي.

أتذكَّرُ
معكوسُ العددِ النسبيِّ a هو $-a$

19 **تحدٍّ:** a, b, c ثلاثةُ أعدادٍ تُحقِّقُ ما يأتي:
$c > a$ ، $a > b$ ، $c > b$. أيُّ هذهِ الأعدادِ هوَ الأكبرُ؟

20 أعودُ إلى فِقرةِ (أستكشِفُ) بدايةَ الدّرسِ وأحلُّ المسألةَ.

21 **أكتبُ** أصِفُ كيفيَّةَ ترتيبِ ثلاثةِ أعدادٍ نسبيَّةٍ تصاعديًّا، أحدُها موجبٌ والآخرُ سالبٌ، أمّا الثّالثُ فصفرٌ.

الدرسُ 5 جَمْعُ الأعدادِ النِّسبِيَّةِ وطَرْحُها

فكرةُ الدرسِ

أجْمَعُ الأعدادَ النِّسبِيَّةَ وأطْرَحُها.

المصطلحاتُ

النظيرُ الجَمعيُّ.

أستكشفُ

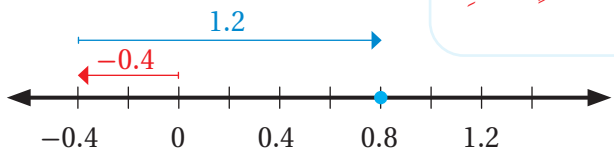
في أحدِ أسابيعِ الصَّيفِ الحارَّةِ انخفَضَ مُستوى الماءِ في قناةِ الملكِ عبدِ الله $\frac{2}{3}$ m، وفي الأسبوعِ الّذي يليه انخفَضَ مستوى الماءِ $\frac{1}{9}$ m مـرَّةً أخرى. فما مقدارُ الانخِفاضِ في الأسبوعَينِ؟

يُمكِنُ استِعمالُ خطِّ الأعدادِ في جَمْعِ الأعدادِ النِّسبِيَّةِ وطَرْحِها.

مثال 1 أستعملُ خَطَّ الأعدادِ لإيجادِ ناتِجِ كلٍّ ممّا يأتي:

1) $-0.4 + 1.2$

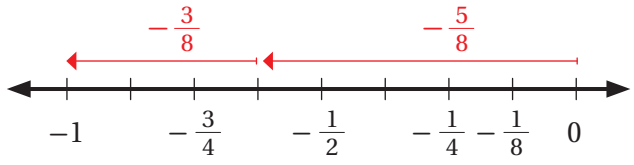
أبدأُ منَ العددِ 0 وأتحرَّكُ 0.4 وحداتٍ لليسارِ، ثمَّ 1.2 وحدةٍ إلى اليمينِ



ألاحِظُ أنَّ نُقطَةَ الانتِهاءِ عندَ 0.8؛ لذا $-0.4 + 1.2 = 0.8$

2) $-\frac{5}{8} + (-\frac{3}{8})$

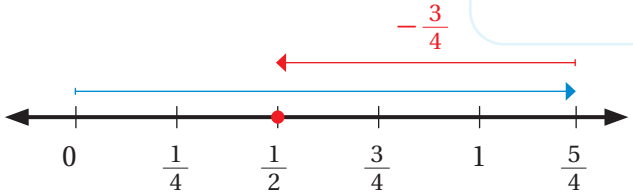
أبدأُ منَ العددِ 0 وأتحرَّكُ $\frac{5}{8}$ وحداتٍ لليسارِ، ثمَّ $\frac{3}{8}$ وحداتٍ إلى اليسارِ



ألاحِظُ أن نُقطَةَ الانتِهاءِ عندَ -1 ؛ لذا $-\frac{5}{8} + (-\frac{3}{8}) = -1$

3 $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$

أبدأُ مـنَ العددِ 0 وأتحـرَّكُ $1\frac{1}{4}$ وحدةً إلـى اليمينِ، ثمَّ أتحرَّكُ $\frac{3}{4}$ وحداتٍ إلى اليسارِ من $1\frac{1}{4}$



ألاحِظُ أن نُقطَةَ الانتِهاءِ عندَ $\frac{1}{2}$ ؛ لذا $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

أتحققُ من فهمي:

4 $-0.9 + 2.1$ **5** $-\frac{5}{9} + (-\frac{1}{9})$ **6** $2\frac{1}{7} - \frac{5}{7}$

حينَ أجمعُ أو أطرحُ عددينِ نسبيَّينِ لهما مقامانِ مختلفانِ، أجدُ المضاعفَ المشتركَ الأصغرَ (م.م.أ) للمقامينِ، ثمَّ أجدُ عددًا نسبيًّا مكافئًا لأحدِ العددينِ أو كليهِما. أجمَعُ البَسطَيْنِ أو أطرحُهُما، ثمّ أكتبُ النّاتِجَ فوقَ المَقامِ نفْسِهِ.

مثال 2 أجِدُ ناتِجَ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

أجِدُ م. م .أ لِلمَقامَينِ وهُوَ 12

أجمَعُ

$$-\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{-1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3}$$
$$= \frac{-4 + 3}{12}$$
$$= -\frac{1}{12}$$

2 $-\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$

أجِدُ م. م .أ لِلمَقامَينِ وهُوَ 8

أطرَحُ

$$-\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{-1 \times 4}{2 \times 4} - \frac{1 \times 1}{8 \times 1}$$
$$= \frac{-4 - 1}{8}$$
$$= -\frac{5}{8}$$

3 $0.5 + (-\frac{1}{4})$

أحوِّلُ الكَسْرَ الفعلِيَّ إلى كَسْرٍ عَشْرِيٍّ

أطرَحُ

$$0.5 + (-\frac{1}{4}) = 0.5 + (-0.25)$$
$$= 0.5 - 0.25 = 0.25$$

أتحققُ من فهمي:

4) $-\frac{2}{5}+\frac{7}{15}$ 5) $-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$ 6) $\frac{1}{2}+(-0.3)$

مثال 3 أجِدُ ناتِجَ كلٍّ ممّا يأتي:

1) $-3\frac{1}{2}+2\frac{5}{6}$

الطريقةُ 1 : أحوِّلُ الأعدادَ الكسريَّةَ إلى كسورٍ فعليَّةٍ.

$-3\frac{1}{2}+2\frac{5}{6}=-\frac{7}{2}+\frac{17}{6}$ أحوِّلُ العددَ الكسريَّ إلى كسْرٍ غيرِ فعليٍّ

$=-\frac{21}{6}+\frac{17}{6}$ أجِدُ م. م.أ للمقاماتِ، وهُوَ 6

$=\frac{-21+17}{6}$ أجمعُ

$=\frac{-4}{6}=-\frac{2}{3}$ أجِدُ الناتِجَ بأبسطِ صورةٍ

الطريقةُ 2 : أجمَعُ الأعدادَ الكُليّةَ، وأجمَعُ الكُسورَ

$-3\frac{1}{2}+2\frac{5}{6}=-3+(-\frac{1}{2})+2+\frac{5}{6}$ أُجزِّئُ الأعدادَ الكسريّةَ

$=[-3+2]+[(-\frac{1}{2})+\frac{5}{6}]$ أرتِّبُ الأعدادَ الكلّيّةَ معَ بعضِها، والكسورَ الفعليّةَ مَعَ بعضِها

$=-1+(-\frac{3}{6})+\frac{5}{6}$ أجمعُ الأعدادَ الكليّةَ

$=-1+\frac{2}{6}=-\frac{2}{3}$ أجمعُ الكسورَ، وأجِدُ الناتِجَ بأبسطِ صورةٍ

2) $-1\frac{1}{9}-3\frac{1}{6}$

$-1\frac{1}{9}-3\frac{1}{6}=-\frac{10}{9}-\frac{19}{6}$ أحوّلُ الأعدادَ الكَسريّةَ إلى كُسورٍ غيرِ فِعليّةٍ

$=-\frac{10\times 2}{9\times 2}-\frac{19\times 3}{6\times 3}$ أجِدُ م.م.أ لِلمَقاماتِ، وهوَ 18

$=-\frac{20}{18}-\frac{57}{18}=\frac{-20-57}{18}$ أطْرَحُ

$=-\frac{77}{18}=-4\frac{5}{18}$ أجدُ الناتجَ بأبسط صورة

أتحققُ من فهمي:

3) $-2\frac{1}{3}+4\frac{5}{12}$ 4) $-3\frac{1}{4}-1\frac{3}{5}$

عندَ جمعِ أيِّ عددٍ نسبيٍّ إلى معكوسِهِ يكونُ الناتجُ صفرًا؛ لذلكَ يُسمّى كلٌّ منهُما **نظيرًا جَمْعِيًّا (additive inverse)** للآخرِ.

مثال 4 أجِدُ ناتِجَ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $2.4 + -\frac{12}{5}$

$2.4 + -\frac{12}{5} = 2.4 + -2.4$ — أحوِّلُ الكسرَ غيرَ الفعليِّ إلى عددٍ عشريٍّ

$= 0$ — خاصيّةُ النظيرِ الجمعيِّ

2 $5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + -\frac{11}{2}$

$5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + -\frac{11}{2} = \frac{11}{2} + \frac{13}{4} + -\frac{11}{2}$ — أحوِّلُ الأعدادَ الكسريّةَ إلى كسورٍ غيرِ فعليّةٍ

$= \frac{11}{2} + -\frac{11}{2} + \frac{13}{4}$ — الخاصيّةُ التبديليّةُ

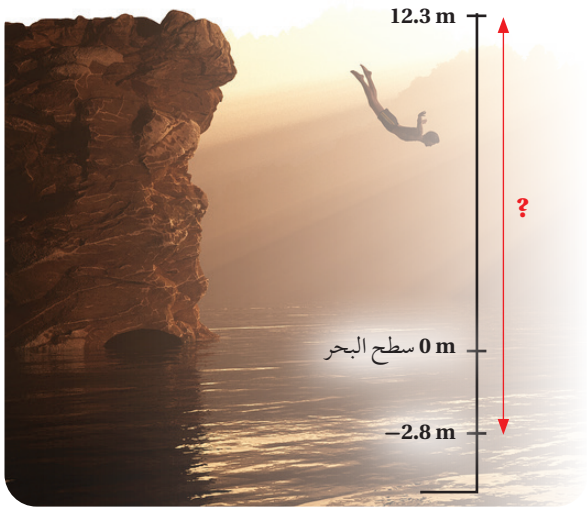
$= 0 + \frac{13}{4} = \frac{13}{4}$ — خاصيّةُ النظيرِ الجمعيِّ

أتحقّقُ من فهمي:

3 $-3.7 + 3.7$

4 $6\frac{1}{4} + -5.2 + -6.25$

مثال 5: منَ الحياةِ



رياضَةٌ بحْريّةٌ: قفَزَ أيمنُ من ارتفاعِ **12.3 m** فوقَ سَطحِ البحرِ، وعندَ مُلامَستِهِ سَطْحَ الماءِ، غاصَ للأسفلِ **2.8 m**. أستخدِمُ الأعدادَ النّسبيّةَ لإيجادِ الفرقِ بينَ مَوقِعِ قفْزِ أيمَنَ والعمقِ الّذي وصلَ إليهِ تحتَ سطحِ الماءِ.

يُمكِنُ اعتبارُ الارتفاعِ فوقَ مُستوى سطحِ البحرِ قيمَةً موجِبةً، والذي تحتَ سطحِ البحرِ قيمةً سالِبةً، أي إنَّ أيمَنَ قطعَ 12.3 m فوقَ سطحِ البحرِ و 2.8 m − تحتَ سطحِ البحرِ.

إذنْ، الفرقُ بينَ الارتفاعينِ $12.3 - (-2.8)$

$12.3 - (-2.8) = 12.3 + 2.8$

$= 15.1$

أي إنّ الفرقَ بينَ موقعِ قفزِ أيمنَ والعمقِ الذي وصلَ إليهِ تحتَ سطحِ الماءِ يساوي 15.1 m

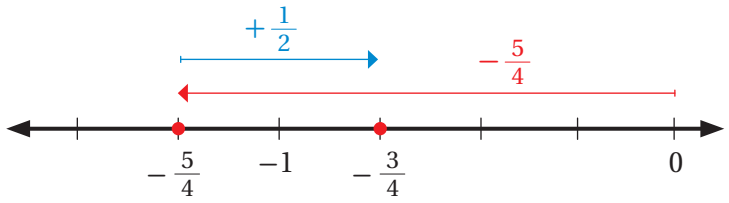
أتحققُ من فهمي:

علومٌ: في إحدى تجارِبِ العلومِ، سَكَبَتْ سمرُ $\frac{3}{4}$ L منَ السّائلِ منْ دَوْرَقٍ زجاجِيٍّ، وبعدَ مُرورِ 7 دقائقَ سَكَبَت $\frac{1}{6}$ L منَ الدَّورَقِ نفْسِهِ. فكمْ لترًا نقصَ الدَّورَقُ؟

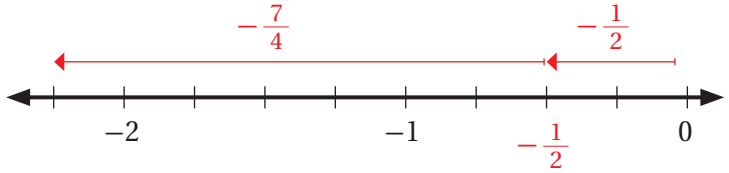
أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتُبُ العبارةَ العدَدِيَّةَ التي تمثِّلُ كلَّ خطِّ أعدادٍ ممّا يأتي، ثمَّ أجِدُ الناتِجَ:

1



2



أجِدُ ناتِجَ كلٍّ ممّا يأتي:

3 $-1.3 + 1.3$

4 $-\frac{3}{10} + (-\frac{1}{10})$

5 $3\frac{1}{8} - \frac{7}{8}$

6 $\frac{-4}{9} + \frac{2}{3}$

7 $-\frac{1}{6} + \frac{-3}{4}$

8 $0.75 + (-\frac{1}{4})$

9 $-1\frac{1}{5} + 2\frac{3}{15}$

10 $-4\frac{1}{3} - 2\frac{3}{4}$

11 $-1\frac{1}{6} - 2\frac{1}{9}$

12 $4.2 - (-8.5)$

أتذكر

لِجَمْعِ عددَينِ عَشْرِيّينِ، أو طَرْحِهِما، أرتِّبُهما رأسِيًّا بِحَيثُ تكونُ الفاصِلتانِ العَشْرِيّتانِ إحداهُما فوْقَ الأخرى، ثمَّ أجمعُ الأرقامَ، أوْ أطرحُهُما في المَنازِلِ نفْسِها.

13 **البحرُ الميِّتُ:** يُعَدُّ البحرُ الميِّتُ أخفضَ نقطةٍ على سطحِ الأرضِ، إذ يبلُغُ انخفاضُ سطْحِهِ 417.5 m تحتَ سطحِ البحرِ، وتُعَدُّ قِمَّةُ جبلِ إفرِسْتَ أعلى نقطةٍ على سطحِ الأرضِ ويبلُغُ ارتفاعُها 8844.43 m فوقَ سطحِ البحرِ. أحسُبُ المَسافَةَ بينَ أعلى نُقطةٍ وأخفَضِ نُقطةٍ على سطحِ الأرضِ.

إرشادٌ

يمكنُ جمعُ ثلاثةِ أعدادٍ نسبيّةٍ أو أكثرَ جمعًا مباشرًا كما يأتي:

- إذا كانَ لها المقامُ نفسُهُ نجمعُ بُسوطَها ونثبّتُ المقامَ.
- إذا اختلفتْ مقاماتُها نجدُ كسورًا مكافئةً لكلٍّ منها بمقامٍ موحَّدٍ، ثمَّ نجمعُ.

14 **هندسةٌ:** اشترتْ ليلى $5\frac{3}{8}\,m$ منَ السِّلكِ لِعمَلِ أشكالٍ هندَسيَّةٍ؛ وعَرْضِها في حِصّةِ الرّياضيّاتِ، استعمَلتْ منها $3\frac{1}{8}\,m$، فكمْ مترًا بقيَ منَ السِّلكِ؟ أكتبُ النّاتجَ في أبسطِ صورةٍ.

15 **علـومٌ:** تبلغُ مدَّةُ الحَمْلِ لدى الضَّأْنِ $\frac{5}{12}$ من السَّنةِ تقريبًا، ومدَّةُ الرَّضاعَةِ $\frac{1}{4}$ سنةٍ تقريبًا، فما مجموعُ مُدَّتَي الحَمْلِ والرّضاعَةِ؟

أجِدُ ناتِجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

16 $5\frac{7}{10}+2\frac{3}{10}-11$

17 $-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+5\frac{6}{8}$

أحسُبُ قيمةَ كلِّ عِبارةٍ جَبريّةٍ بحَسْبِ قيمةِ المُتغيّراتِ المُعطاةِ:

18 $1\frac{7}{8}+x\ ,\ x=-2\frac{5}{6}$

19 $x-\frac{7}{16}\ ,\ x=\frac{-1}{8}$

20 $x+|y|\ ,\ x=38.1\ ,\ y=-6.1$

21 $|x+y|\ ,\ x=\frac{2}{3}\ ,\ y=-0.75$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

22 **أكتشِفُ الخطأَ:** حلَّ مرادٌ مسألةَ الجمْعِ، كما في الشّكلِ أدناهُ:

$$\frac{6}{8}+(-\frac{2}{4})=\frac{6-2}{8+4}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

أبيِّنُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ، وأصَحِّحُه.

معلومةٌ

منْ أشهرِ علماءِ الرّياضيّاتِ في الحضارةِ الإسلاميَّةِ غياثُ الدينِ الكاشيِّ؛ إذْ يُعَدُّ مبتكِرَ الكسورِ العشريّةِ.

23 **تبريرٌ:** سألتْ معلِّمةُ الرياضيّاتِ: ما إشارةُ ناتجِ الطَّرحِ $\frac{5}{9}-\frac{5}{11}$ فردَّتْ فرحُ مباشرةً: سالِبةٌ. أبرِّرُ كيفَ عرفتْ فرحُ الإجابةَ؟

24 **تَخمينٌ:** هلْ ناتجُ جمعِ عددَينِ نِسبيَّينِ هو عددٌ نِسبيٌّ دائمًا؟ أبرِّرُ إجابتي.

25 أعودُ إلى فِقرةِ (أستكشِفُ) بدايةَ الدّرسِ وأحُلُّ المسألةَ.

26 **أكتُبُ** أكتُبُ كيفَ أجمعُ عددَينِ نِسبيَّينِ مقاماهُما مُختلِفانِ.

الدرسُ 6 ضَرْبُ الأعدادِ النِّسبِيَّةِ وقِسمَتُها

فكرةُ الدرسِ

أضربُ أعدادًا نسبيّةً، وأقسمُها.

المصطلحاتُ

النَّظيرُ الضَّربيُّ.

أستكشفُ

زرعَ أحمدُ وزملاؤهُ عددًا منَ الأشجارِ في حديقةِ المدرسةِ، وبعدَ الانتهاءِ منْ زراعتِها، أضافوا إلى كلِّ شجرةٍ ثلاثةَ أرباعِ الكوبِ منَ السّمادِ؛ لتزويدِ التربةِ بالعناصرِ الضَّروريَّةِ. إذا علمتَ أنَّ لَديهم 60 كوبًا سمادًا، فكمْ شجرةً يمكنُهم أنْ يضيفوا إليها سمادًا؟

عندَ ضربِ كسرينِ، فإنّني أضربُ البسطَ في البسطِ، ثمَّ أضربُ المقامَ في المقامِ.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}\ ,\ b \neq 0\ ,\ d \neq 0$$

مثال 1

أجدُ ناتجَ الضَّربِ بأبسطِ صورةٍ:

1 $\frac{2}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{\cancel{2}^{1}}{7} \times \frac{1}{\cancel{6}_{3}}$

أقسمُ كلًّا منَ العددينِ 2، 6 على عاملِهما المشتركِ الأكبرِ (2)

$= \frac{1 \times 1}{7 \times 3} = \frac{1}{21}$

أضربُ البسطينِ وأضربُ المقامَيْنِ

2 $-\frac{3}{8} \times \frac{2}{9} = -\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{8}_{4}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{9}_{3}}$

أقسمُ العددينِ 2، 8 على عاملِهما المشتركِ الأكبرِ (2)، وأقسمُ العددينِ 3، 9 على عاملِهما المشتركِ الأكبرِ (3)

$= \frac{-1 \times 1}{4 \times 3} = \frac{-1}{12}$

أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمّ أضربُ البسطينِ وأضربُ المقامَيْنِ

أُطبِّقُ قواعدَ ضربِ الأعدادِ الصحيحةِ لتحديدِ إشارةِ ناتجِ ضربِ البسطيْنِ أو المقامَيْنِ.

3 $-2\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3}$

$-2\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3} = -\frac{5}{2} \times \frac{14}{3}$ — أحوّلُ الأعدادَ الكسريّةَ إلى كُسورٍ غيرِ فِعليّةٍ

$= -\frac{5}{\cancel{2}_{1}} \times \frac{\cancel{14}^{7}}{3}$ — أقسمُ على العواملِ المشتركةِ

$= -\frac{5\times7}{1\times3} = -\frac{35}{3}$ — أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمّ أضربُ البسطينِ وأضربُ المقامَيْنِ

عندَ ضربِ الأعدادِ الكسريّةِ أحوِّلُها أوّلًا إلى كُسورٍ غيرِ فعليّةٍ.

أتحققُ من فهمي:

4 $\frac{-12}{15} \times \frac{3}{6}$

5 $(-\frac{2}{6}) \times (-\frac{1}{5})$

6 $-2 \times (-3\frac{1}{5})$

7 $(-6\frac{1}{2}) \times (2\frac{1}{3})$

يمكنُ ضربُ عددَيْنِ نسبيَّيْنِ على صورةِ كسريْنِ عشريَّيْنِ، بحيثُ نطبِّقُ قواعدَ ضربِ الأعدادِ الصحيحةِ لتحديدِ إشارةِ الناتجِ.

مثال 2 أجِدُ ناتجَ الضّربِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1 -2.5×-8

أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، أضربُ العَددَينِ منْ دونِ فَواصِلَ

أضعُ الفاصِلةَ العَشْريّةَ بعدَ مَنزلَةٍ عَشْريّةٍ واحدةٍ منَ اليمينِ

$-25 \times -8 = 200$

$-2.5 \times -8 = 20.0$

$= 20$

2 -1.25×1.64

أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، أضربُ العَددَينِ منْ دونِ فَواصِلَ

أضعُ الفاصِلةَ العَشْريّةَ بعدَ 4 منازِلَ منَ اليمينِ

$-125 \times 164 = -20500$

$-1.25 \times 1.64 = -2.0500$

$= -2.05$

3 $-4.2 \times 1\frac{1}{2}$

لِضَربِ العَددَينِ النّسبِيّينِ نكتبُهُما بالصورةِ نفْسِها.

الطريقةُ 1 : كتابتُهما بصورةٍ عَشْريّةٍ

$$-4.2 \times 1\frac{1}{2} = -4.2 \times 1.5$$
$$= -6.30$$
$$= -6.3$$

الطريقةُ 2 : كتابتُهما بصورةِ كسرٍ غيرِ فعليٍّ

$$-4.2 \times 1\frac{1}{2} = -4\frac{2}{10} \times 1\frac{1}{2}$$
$$= \frac{-42}{10} \times \frac{3}{2}$$
$$= \frac{-126}{20} = \frac{-63}{10}$$
$$= -6\frac{3}{10}$$

أتحققُ من فهمي:

4 -4.6×5

5 -2.4×-0.66

6 $6.4 \times -2\frac{1}{5}$

إذا كانَ ناتجُ ضربِ عددينِ يساوي (1) فإنَّ كلًّا منهُما يسمّى **نظيرًا ضربيًّا (multiplicative inverse)** للآخرِ، أو مقلوبًا للعددِ الآخرِ، فمثلًا، يُسمّى كلٌّ مِنَ العددينِ النِّسبيَّينِ $\frac{5}{2}$ ، $\frac{2}{5}$ نظيرًا ضربيًّا للآخرِ؛ لأنَّ حاصلَ ضربِهما يساوي (1):

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$$

لقِسمةِ العددِ النِّسبيِّ $\frac{a}{b}$ على العدَدِ النِّسبيِّ $\frac{c}{d}$ أضرِبُ في النَّظيرِ الضَّربيِّ(مَقلوب) $\frac{c}{d}$ وأطبِّقُ قواعدَ ضربِ الأعدادِ الصّحيحَةِ؛ لتَحديدِ إشارةِ ناتجِ القِسمةِ، كما أنّني أحوِّلُ الأعدادَ الكَسريّةَ إلى كُسورٍ غيرِ فِعليّةٍ لقِسمَتِها.

مثال 3 أجدُ ناتجَ القسمةِ في أبسطِ صورةٍ:

1 $-\frac{1}{4} \div (-\frac{3}{5})$

أضربُ في النَّظيرِ الضَّربيّ للعددِ $-\frac{3}{5}$

$$-\frac{1}{4} \div (-\frac{3}{5}) = -\frac{1}{4} \times (-\frac{5}{3})$$

أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمّ أضربُ البسطينِ وأضربُ المقامَيْنِ

$$= \frac{-1 \times -5}{4 \times 3} = \frac{5}{12}$$

2 $-3 \div (2\frac{1}{3})$

$= -\frac{3}{1} \div \frac{7}{3}$ — أكتبُ كلًّا منَ المقسومِ والمقسومِ عليهِ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$

$= -\frac{3}{1} \times \frac{3}{7}$ — أضربُ في النَّظيرِ الضَّربيِّ للمقسومِ عليهِ

$= \frac{-3\times3}{1\times7} = -\frac{9}{7}$ — أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمّ أضربُ البسطينِ وأضربُ المقامَيْنِ

$= -1\frac{2}{7}$ — أُحوِّل الكسرَ غيرَ الفِعْلِيِّ إلى عددٍ كسريٍّ

أتحققُ من فهمي:

3 $6 \div \frac{1}{9}$ **4** $-\frac{2}{10} \div \frac{4}{15}$ **5** $(-7\frac{1}{3}) \div \frac{1}{2}$

مثال 4 أجِدُ ناتِجَ القِسمةِ في كلّ ممّا يأتي:

1 $-7.56 \div 0.24$

$-7.56 \div 0.24 = \frac{-7.56 \times 100}{0.24 \times 100} = \frac{-756}{24}$ — أضربُ بـ $\frac{100}{100}$ لأنَّ 0.24 تحتوي على منزلتيْنِ عشريَّتيْنِ

$= -31.5$ — أقسِم قِسمةً طويلةً

2 $-2.28 \div -9\frac{1}{2}$

$-2.28 \div -9\frac{1}{2} = -2.28 \div -9.5$ — أحوِّلُ الكسرَ العاديَّ إلى كسرٍ عشريٍّ

$= \frac{-2.28 \times 10}{-9.5 \times 10} = \frac{-22.8}{-95}$ — أضربُ بـ $\frac{10}{10}$ لأنَّ 9.5− تحتوي على منزلةٍ عشريّةٍ واحدةٍ

$= 0.24$ — أقسِم قِسمةً طويلةً

أتحققُ من فهمي:

3 $7.7 \div -14$ **4** $-47.6 \div -1.7$ **5** $97.8 \div 1\frac{1}{2}$

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أجد ناتجَ الضّربِ في أبسطِ صورةٍ:

1. $\frac{3}{4} \times \frac{6}{9}$
2. $\frac{-1}{7} \times \frac{2}{3}$
3. $11 \times \frac{5}{8}$
4. $(\frac{6}{8}) \times (-3\frac{1}{2})$
5. $2\frac{3}{5} \times 2\frac{1}{6}$
6. $9 \times (-1\frac{2}{7})$
7. $-1.7 \times (-0.93)$
8. $2.04 \times (-1.9)$
9. $11.4 \times 1\frac{4}{5}$

إرشادٌ
أحوّلُ العددَ الكسريَّ إلى كسرٍ فعليٍّ ثُمَّ أتمِّمُ عمليةَ الضربِ.

أجدُ ناتجَ القسمةِ في أبسطِ صورةٍ:

10. $11 \div \frac{2}{3}$
11. $\frac{4}{6} \div \frac{1}{12}$
12. $5\frac{3}{4} \div \frac{2}{7}$
13. $76.68 \div (-2.8)$
14. $14.88 \div 1\frac{1}{5}$
15. $-119.35 \div (-3\frac{1}{10})$

16. **طاووسٌ:** يُعَدُّ الطّاووسُ واحِدًا من أكبرِ الطّيورِ، ويُمَثِّلُ ذَيْلُه 60% منْ طولِه الكُلِّيِّ، فإذا كانَ طولُ أحدِها 145 cm، فكم يبلُغُ طولُ ذَيْلِهِ؟

17. **خياطةٌ:** يحتاجُ خيّاطٌ إلى $1\frac{1}{4}\ m^2$ منِ القُماشِ؛ لِتَجهيزِ ثوبٍ واحدٍ، فكم ثوبًا يمكنُهُ تجهيزُهُ باستعمالِ $14m^2$ منَ القُماشِ؟

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18. **أكتشِفُ الخطأَ:** وجدَت فاطمةُ ناتِجَ

$$-3\frac{3}{8} \times (-4\frac{1}{3}) = 12\frac{1}{8}$$

أكتَشِفُ خَطأَ فاطمَةَ وأصَحِّحُه.

أتعلَّمُ
يُستَخدَمُ مصطلحُ (مسألةٌ مفتوحةٌ) للمسائلِ التي لها أكثرُ منْ إجابةٍ صحيحةٍ.

19. **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أجدُ كسرينِ ناتجُ ضربِهما أكبرُ منَ النِّصفِ، وأصغرُ منَ الواحدِ.

20. **أكتبُ** أكتبُ فِقرةً قصيرةً أبيِّنُ فيها لماذا يكونُ ناتجُ ضربِ الكسرِ $\frac{1}{4}$ في نفسِهِ أقلَّ منْ $\frac{1}{4}$.

الدرسُ 7 خطةُ حلِّ المسألةِ : الحلُّ العكسيُّ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ مسائلَ باستخدامِ خطّةِ «الحلِّ العكسيِّ».

رحلةٌ: انطلقتْ شذى في رحلةٍ بسيّارتِها فاستهلكتْ 6.3 L منَ الوقودِ، ثمَّ توقّفتْ عندَ المحطّةِ وزوّدتْها بمقدارِ 15 L منَ الوقودِ، وأكملتْ رحلتَها فاستهلكتِ السيّارةُ $11\frac{4}{5}$ L أخرى، وعندَ نهايةِ الرحلةِ بقيَ في السّيّارةِ 8.9 L

ما كَمِّيَّةُ الوقودِ التي كانتْ في خزّانِ السيارةِ بدايةَ الرحلةِ؟

1 أفهمُ

المُعطياتُ: استهلكتِ السيارةُ 6.3 L و $11\frac{4}{5}$ L منَ الوقودِ وزوّدَتْها شذى بمقدارِ 15 L، وبقِيَ فيها 8.9 L

المطلوبُ: إيجادُ كمّيّةِ الوقودِ في خزّانِ السيارةِ بدايةَ الرحلةِ.

2 أخطّطُ

أستخدمُ خُطَّةَ الحلِّ العكسيِّ حينَ تكونُ النتيجةُ النهائيّةُ لسلسلةٍ منَ الخطواتِ الحسابيّةِ مُعطاةً، والمطلوبُ إيجادُ القيمةِ التي بدأتْ بها تلكَ السّلسةُ، فإنّني أبدأُ بالقيمةِ النهائيّةِ وهي 8.9 L، وأحلُّ عكسيًّا.

3 أحلّ

كمّيّةُ الوقودِ المتبقّيةُ في السيارةِ

8.9

أجمعُ كمّيّةَ الوقودِ التي استهلكَتْها السيارةُ بعدَ مَلْئِها بالوقودِ.

$8.9 + 11\frac{4}{5}$

$= 8.9 + 11.8$

$= 20.7$

أطرحُ كمّيّةَ الوقودِ التي أُضيفَتْ

$20.7 - 15 = 5.7$

أجمعُ الكمّيّةَ التي استهلكَتْها السيّارةُ قبلَ مَلْئِها بالوقودِ.

$5.7 + 6.3 = 12$

إذنْ، كانتْ كمّيّةُ الوقودِ في السيّارةِ بدايةَ الرحلةِ 12 L

4 أتحقّقُ

أفترضُ أنَّ ما كانَ في السيارةِ 12 L منَ الوقودِ، ثمَّ أطرحُ كمّيّاتِ الاستهلاكِ وأجمعُ الكمّيّةَ التي أُضيفَتْ إليها في محطّةِ الوقودِ. فهلِ الناتجُ النهائيُّ 8.9 L؟

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

1 **أغذيةٌ:** اشترى فيصلٌ عبوةَ عصيرٍ واستهلكَ $\frac{1}{3}$ L منها يوميًّا مُدَّةَ يومينِ، وبقيَ لديهِ $\frac{1}{8}$ L. أجدُ سَعَةَ عبوةِ العصيرِ التي اشتراها.

2 **هديَّةٌ:** اشتركَ محمودٌ ويارا وآلاءُ في شراءِ هديّةٍ لوالدتِهم بالتّساوي فدفَعوا 16.25 دينارًا ثمنًا للهديَّة، شاملًا دينارًا ونصفًا ثمنًا للتغليفِ، و 2.75 ثمنًا للتوصيلِ، فإذا علمتَ أنَّ آلاءَ دفعتْ ثمنَ التوصيلِ والتغليفِ، أجِدُ المبلغَ الذي دفَعَه كلٌّ منْ يارا ومحمودٍ.

3 **تبرُّعاتٌ:** معَ غادةَ مبلغٌ منَ المالِ تبرَّعت منهُ بمبلغِ 17.5 دينارًا، ثمَّ اشترتْ حقيبةً ثمنُها $9\frac{1}{4}$ دنانيرَ وبقيَ معَها 34.4 دينارًا. فما المبلغُ الذي كانَ معَها في البدايةِ؟

4 **تجارةٌ:** ينقصُ سعرُ سيّارةٍ بمقدارِ 350 دينارًا سنويًّا، فأصبحَ سعرُها بعدَ خمسِ سنواتٍ 10200 دينارٍ. أَجِدُ سعرَ السيّارةِ الأصليَّ.

5 **حافلاتٌ:** صعِدَ عددٌ منَ الرُّكّابِ حافلةً وفي المحطّةِ الأولى نزلَ راكبانِ وصعِدَ 5 ركّابٍ جُدُدٍ؛ فأصبحَ عددُ رُكّابِ الحافلةِ 25. فما عددُ الرُّكّابِ في البدايةِ؟

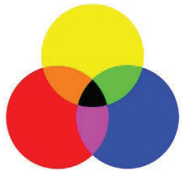
6 **فنونٌ:** في مرسمِ المدرسةِ كمّيّةٌ منَ الألوانِ السائلةِ، استهلكَ طلبةُ الصّفِّ السابعِ $1\frac{1}{3}$ L منها في رسمِ لوحةٍ جداريّةٍ تعبِّرُ عن مئويَّةِ الثورةِ العربيّةِ الكبرى، ثمَّ اشترتِ المدرسةُ $\frac{7}{9}$ L، فأصبحَ في المرسمِ 1.4 L. فكمْ لترًا كانَ في المرسمِ؟

7 **أعدادٌ:** إذا ضُرِبَ عددٌ في 3− ثمَّ أضيفَ إلى ناتجِ الضربِ 2 ثمَّ ضُرِبَ الناتجُ الكُلِّيُّ في $\frac{1}{2}$ وأصبحَ الناتجُ 4. فما ذلكَ العددُ؟

8 **أكتبُ** مسألةً يمكنُني حلُّها باستخدامِ خطّةِ الحلِّ العكسيِّ، ثمَّ أحلُّها.

معلومةٌ

الألوانُ الأساسيّةُ، هيَ: الأحمرُ، والأزرقُ، والأصفرُ، حيثُ تُمزَجُ للحصولِ على الألوانِ الأخرى.



اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 أيُّ الجملِ الآتيةِ صحيحةٌ؟

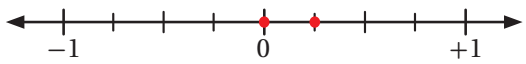
a) الأعدادُ النِّسبيّةُ جميعُها أعدادٌ كليّةٌ.

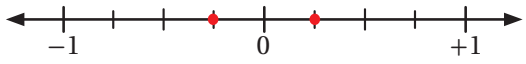
b) الأعدادُ النِّسبيّةُ جميعُها أعدادٌ صحيحةٌ.

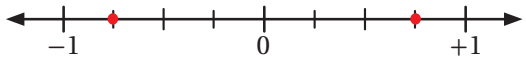
c) الأعدادُ النِّسبيّةُ جميعُها يمكنُ كتابتُها على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ حيثُ $b \neq 0$

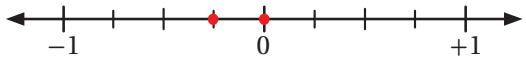
d) الأعدادُ النِّسبيّةُ لا يمكنُ أنْ تكونَ سالبةً.

2 خطُّ الأعدادِ الَّذي يُظْهِرُ العددَ $\frac{-1}{4}$ ومعكوسَه، هوَ:

a)


b)


c)


d)


3 القيمةُ المطلقةُ للعددِ -12.5 تساوي:

a) 12.5 **b)** -1

c) 1 **d)** -12.5

4 أحدُ الأعدادِ النِّسبيّةِ الآتيةِ **لا** يُكافئُ $\frac{4}{-6}$:

a) $\frac{-10}{15}$ **b)** $\frac{-8}{12}$

c) $\frac{6}{-9}$ **d)** $\frac{-2}{-3}$

5 أحدُ الأعدادِ النِّسبيّةِ الآتيةِ يقعُ بينَ -0.34 و -0.36:

a) $\frac{-17}{50}$ **b)** $\frac{-9}{25}$

c) $\frac{-7}{20}$ **d)** $\frac{35}{100}$

6 أيٌّ ممّا يأتي يمثِّلُ أعدادًا نسبيَّةً مرتَّبةً تنازليًّا:

a) $0.4\ ,\ 2\ ,\ \frac{-1}{5}\ ,\ \frac{-2}{3}$

b) $\frac{-1}{5}\ ,\ 0.4\ ,\ \frac{-2}{3}\ ,\ 2$

c) $2\ ,\ \frac{-1}{5}\ ,\ 0.4\ ,\ \frac{-2}{3}$

d) $2\ ,\ 0.4\ ,\ \frac{-1}{5}\ ,\ \frac{-2}{3}$

7 $-3.78 - (-2.95) =$

a) -6.73 **b)** 0.88

c) -0.83 **d)** 6.73

8 $-3\frac{1}{4} \div (2\frac{1}{6}) =$

a) $\frac{-2}{3}$ **b)** $\frac{-3}{2}$ **c)** $\frac{2}{3}$ **d)** $\frac{3}{2}$

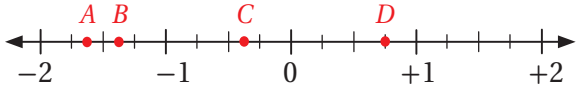
أقارنُ بِوَضْعِ إشارةِ $<$ أو $>$ أو $=$ في $\square$:

9 $0.\overline{28} \square \frac{2}{7}$

10 $-1\frac{3}{10} \square \frac{-13}{10}$

11 $0.\overline{4} \square \frac{-4}{9}$

12 أيُّ النِّقاطِ الّتي على خطِّ الأعدادِ توافقُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي:



a) $-1\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{3}{4}$

d) $-1\frac{3}{5}$ **e)** $-0.\overline{4}$

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

13 $1\frac{4}{5} - 2\frac{2}{3} =$

14 $-3.21 + 1.84 =$

15 $-2\frac{1}{2} \times -3\frac{1}{2} =$

16 $-3.66 \div (-1.5) =$

17 $0.8 + \frac{-1}{12} =$

18 أُمثِّلُ كلًّا ممّا يأتي على خطِّ الأعدادِ:

$$-1.5 \ , -1\frac{5}{8} \ , -2\frac{5}{6} \ , -\left|\frac{-3}{5}\right|$$

يُبيِّنُ الجدولُ الآتي الزَّمنَ - بالسّاعاتِ - الَّذي أمضاهُ شاهينٌ في الدِّراسةِ خلالَ خمسةِ أيّامٍ منَ الأسبوعِ:

اليومُ	الأحدُ	الإثنينُ	الثّلاثاءُ	الأربعاءُ	الخميسُ
عددُ السّاعاتِ	$2\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{5}{12}$	$2\frac{1}{4}$

19 أكتبُ بصيغةِ عددٍ عشريٍّ زمنَ الدِّراسةِ يومَ الخميسِ.

20 أرتِّبُ أيّامَ الدّراسةِ ترتيبًا تصاعديًّا بَحَسْبِ الزَّمنِ الدّراسيِّ.

21 اشترى راشدٌ $13\frac{1}{3}$ m منَ الخَشَبِ؛ لِعملِ إطاراتٍ للنّوافذِ، إذا علمتُ أنَّه استعملَ منها $7\frac{2}{3}$ m فكمْ مترًا بقيَ لَدَيْهِ؟

22 **خياطةٌ:** لدى خيّاطٍ كمّيّةٌ منَ القماشِ، استخدمَ 5.22 m منها في خياطةِ غطاءٍ للطاولةِ، وستَّةَ أمثالِ هذهِ الكمّيّةِ في خياطةِ ستارةٍ للنافذةِ. وبقيَ منها 57.4 m. فما كمّيّةُ القماشِ الأصليّةُ التي كانتْ لديهِ؟

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

23 $\frac{0.1}{0.01} + \frac{0.2}{0.02} + \frac{0.3}{0.03} + \frac{0.4}{0.04} =$

a) 10 b) 40

c) 50 d) 100

24 $(1+\frac{1}{2})\ (1+\frac{1}{3})\ (1+\frac{1}{4}) =$

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{5}{2}$ d) 5

الوحدةُ 2

الأسسُ الصحيحةُ والمقاديرُ الجبريَّةُ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

للأسسِ الصحيحةِ والمقاديرِ الجبريّةِ أهميَّةٌ كبيرةٌ في حياتِنا، فهيَ تسهّلُ عمليّةَ التحويلِ بينَ وحداتِ قياسِ الطولِ والمساحةِ والكتلةِ ودرجاتِ الحرارةِ والعملاتِ، وتُفيدُنا أيضًا في تمثيلِ كميّاتٍ كبيرةٍ جدًّا أو صغيرةٍ جدًّا مثلِ كُتلةِ الأرضِ أو كتلةِ كائناتٍ مجهريَّةٍ كالبكتيريا والفيروساتِ.

تعلَّمتُ سابقًا:

- ✓ التعبيرَ عن مواقفَ حياتيّةٍ بمقاديرَ جبريَّةٍ.
- ✓ حسابَ القيمةِ العدديَّةِ لمقدارٍ جبريٍّ يتضمَّنُ عمليَّةً حسابيَّةً أو أكثرَ.
- ✓ تمثيلَ المقاديرِ الجبريّةِ بطرائقَ متعدّدةٍ، مثلِ الجداولِ والقوائمِ العدديّةِ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- إجراءَ العمليّاتِ الحسابيّةِ على الحدودِ والمقاديرِ الجبريّةِ وكتابتَها بأبسطِ صورةٍ.
- كتابةَ الأعدادِ الكليّةِ والكسورِ العشريّةِ بالصيغةِ الأُسِّيَّةِ والعلميّةِ.
- تبسيطَ مقاديرَ عدديّةٍ تتضمَّنُ الأسسَ باستخدامِ أولوياتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ.
- توظيفَ الأسسِ والمقاديرِ الجبريَّةِ في حلِّ مسائلَ حياتيّةٍ.

مشروعُ الوحدةِ: تصميمُ نموذجِ ساعةِ جِدارٍ

هدفُ المشروعِ: تعزيزُ ما سأتعلَّمُه في هذهِ الوحدةِ منْ مهاراتٍ في أثناءِ تعاوني وأفرادَ مجموعتي على تصميمِ ساعةِ جدارٍ تحتوي على 3 مربّعاتٍ: داخليٌّ وأوسطُ وخارجيٌّ، كما في الشكلِ المجاورِ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أُسمّي متغيِّرًا يدُلُّ على طولِ ضلعِ المربَّعِ الأوسطِ، وأكتبُه في الخانةِ المناسبةِ في الجدولِ.
2. أضربُ طولَ ضلعِ المربّعِ الأوسطِ في 2 لأحصلَ على طولِ ضلعِ المربّعِ الخارجيِّ، ثمّ أكتبُ الحدَّ الجبريَّ الناتجَ في الجدولِ.

المربَّعُ	طولُ الضلعِ		المحيطُ		المساحةُ	
	بالرمزِ	بالصّيغةِ الأسّيّةِ	بالرمزِ	بالصّيغةِ الأسّيّةِ	بالرمزِ	بالصّيغةِ الأسّيّةِ
الأوسطُ						
الخارجيُّ						
الداخليُّ						
المجموعُ						

3. أقسمُ طولَ ضلعِ المربعِ الأوسطِ على 2 لأحصلَ على طولِ ضلعِ المربعِ الداخليِّ، ثمَّ أكتبُ الحدَّ الجبريَّ الناتجَ في الجدولِ.
4. أختارُ قيمةً عدديَّةً للمتغيِّرِ الذي يمثِّلُ طولَ ضلعِ المربَّعِ الأوسطِ منْ قوى العددِ 2 وأعوِّضُها في كلٍّ منَ الحدودِ الجبريّةِ الثلاثةِ التي تمثِّلُ أطوالَ أضلاعِ المربَّعاتِ.
5. أكتبُ حدًّا جبريًّا يمثِّلُ محيطَ كلٍّ منَ المربَّعاتِ الثلاثةِ.
6. أستخدمُ القيمةَ العدديَّةَ التي اخترتُها لطولِ ضلعِ المربَّعِ الأوسطِ لأجدَ محيطَ كلٍّ منَ المربّعاتِ الثلاثةِ.
7. أكتبُ حدًّا جبريًّا يمثِّلُ مساحةَ كلِّ مربّعٍ.
8. أستخدمُ القيمةَ العدديَّةَ التي اخترتُها لطولِ ضلعِ المربعِ الأوسطِ لأجدَ مساحةَ كلِّ مربّعٍ.
9. في صفِّ المجموعِ، أجدُ المقاديرَ الجبريّةَ التي تمثِّلُ مجموعَ أطوالِ أضلاعِ المربّعاتِ الثلاثةِ ومجموعَ محيطاتِها ومجموعَ مساحاتِها.
10. أستخدمُ القيمةَ العدديَّةَ التي اخترتُها لطولِ الضلعِ الأوسطِ لأجدَ القيمةَ العدديّةَ لكلٍّ منَ المقاديرِ الجبريّةِ الثلاثةِ التي حصلتُ عليها في الخطوةِ السابقةِ مراعيًا أولوياتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ.
11. أصنعُ عقاربَ بطولٍ يناسبُ أطوالَ أضلاعِ مربّعاتِ الساعةِ.

عرضُ النتائجِ:

أكتبُ تقريرًا وأعرضُ فيه ما يَأْتي:

- خُطواتُ عَمَلِ الْمَشْروعِ، وَالنَّتائجُ الَّتي تَوَصَّلْتُ إِلَيْها.
- استخدامُ الأسسِ والمقاديرِ الجبريَّةِ في مشروعي.
- بعضُ الصُّعوباتِ الَّتي واجَهَتْني والمعلوماتُ الإضافيَّةُ التي تعلَّمتُها.
- أعرضُ نموذجَ الساعةِ أمامَ الصفِّ، وأخبرُهم بأطوالِ الأضلاعِ والمحيطاتِ والمساحاتِ التي تحتوي عليها.

الدرسُ 1 قوانينُ الأُسُسِ الصحيحةِ

فكرةُ الدرسِ

أكتبُ الأعدادَ الكليّةَ بالصيغةِ الأُسِّيَّةِ والعلميَّةِ.

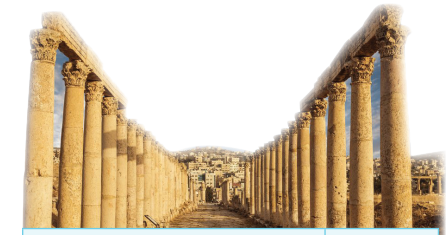
المصطلحاتُ

أساسٌ، أُسٌّ، الصيغةُ الأُسِّيَّةُ للعددِ، الصيغةُ القياسيةُ للعددِ، الصيغةُ العِلميَّةُ للعددِ.

أستكشفُ

زارَ أحمدُ مدينةَ جرشَ وأرسلَ صورةً لاثنينِ منْ أصدقائِهِ بعدَ دقيقةٍ منَ التقاطِها، وبعدَ دقيقةٍ أخرى أرسلَ كلٌّ منْ صديقَيْهِ الصورةَ نفسَها لاثنينِ منْ أصدقائِهما، واستمرتِ العمليّةُ بهذا النَّمَطِ، كما في الجدولِ المجاورِ.

ما عددُ الصورِ المرسلةِ بعدَ 9 دقائقَ؟



الدقائقُ	عددُ الرسائلِ	
1	2×1	2
2	2×2	4
3	$2\times2\times2$	8
4	$2\times2\times2\times2$	16

يمكنُني التعبيرُ عنِ الضربِ المتكرِّرِ للعددِ في نفسِهِ باستخدامِ الأسسِ، وعندئذٍ يُسمّى عددُ مراتِ تكرارِ الضربِ **الأُسَّ (القوّةَ)** **(exponent or power)** أمّا العددُ نفسُهُ، فيُسمّى **الأساسَ** **(base)**.

$$32 = 2\times2\times2\times2\times2 = 2^5$$

الأُسُّ — الأساسُ

يُقرَأُ العددُ 2^5 كما يأتي:
- اثنانِ أُسُّ خمسةٍ.
- أو اثنانِ قُوَّةُ خمسةٍ.
- أو القُوَّةُ الخامسةُ للعددِ اثنينِ.

تُسمّى الصيغةُ التي يُكْتَبُ فيها الضربُ المتكرِّرُ باستخدامِ الأُسسِ **الصيغةَ الأُسِّيَّةَ** **(exponent form)**؛ مثلًا 3^7.

أمّا الصيغةُ التي يُكْتَبُ فيها الضربُ المتكرّرُ من دونِ استخدامِ الأسسِ فتسمّى **الصيغةَ القياسيّةَ** **(standard form)**؛ مَثلًا $3\times3\times3\times3\times3\times3\times3$.

مثال 1 أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بالصيغةِ الأُسِّيَّةِ:

1) $3\times3\times3\times3\times5\times5$

$= (3\times3\times3\times3)\times(5\times5)$ — الخاصيّةُ التجميعيّةُ

$= 3^4\times5^2$ — تعريفُ الأُسسِ

2) $a\times a\times c\times a\times c\times c\times a\times a$

$= a\times a\times a\times a\times a\times c\times c\times c$ — الخاصيّةُ التبديليّةُ

$= (a\times a\times a\times a\times a)\times(c\times c\times c)$ — الخاصيّةُ التجميعيّةُ

$= a^5\times c^3$ — تعريفُ الأُسسِ

أتحققُ من فهمي:

3) $6\times6\times6\times2\times2\times2$
4) $8\times8\times8\times8\times7\times7$
5) $b\times b\times r\times b\times r\times b$
6) $d\times c\times c\times d\times c\times d\times d$

مثال 2 أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بالصيغةِ القياسيّةِ:

1) $(-0.4)^2\times2^3$

$(-0.4)^2\times2^3=(-0.4)\times(-0.4)\times2\times2\times2$ تعريفُ الأسسِ

2) $r^4\times(-b)^2$

$r^4\times(-b)^2=r\times r\times r\times r\times(-b)\times(-b)$ تعريفُ الأسسِ

أتحققُ من فهمي:

3) $(-2.5)^3\times5^2$
4) $(7)^4\times(-1.5)^2$
5) $n^4\times c^2$
6) $b^3\times d^3$

أستخدمُ قواعدَ الضربِ والقسمةِ الآتيةَ لأبسّطَ العباراتِ الأُسّيّةَ:

التعبيرُ اللفظيُّ	الرموزُ	السببُ
ضربُ القوى: لضربِ قوّتينِ لهُما الأساسُ نفسُه أجمعُ أُسَّيْهِما.	$a^m\times a^n=a^{m+n}$	$a^3\times a^5=(a\times a\times a)\times(a\times a\times a\times a\times a)=a^8$
قسمةُ القوى: لقسمةِ قُوَّتينِ لهُما الأساسُ نفسُه أطرحُ أُسَّ المقامِ منْ أسِّ البسطِ.	$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ $a\neq0$	$\frac{a^5}{a^2}=\frac{a\times a\times a\times\cancel{a}\times\cancel{a}}{\cancel{a}\times\cancel{a}}=a^3$ $a\neq0$
قوَّةُ القوَّةِ: لإيجادِ قوَّةِ القوَّةِ أضربُ الأسسَ.	$(a^m)^n=a^{m\times n}$	$(a^3)^2=a^3\times a^3=(a\times a\times a)\times(a\times a\times a)=a^6$
قوَّةُ حاصلِ الضربِ: لإيجادِ قوَّةِ حاصلِ الضربِ أجدُ قوَّةَ كلِّ عددٍ ثمَّ أضربُ.	$(ab)^n=a^n b^n$	$(a\times b)^3=(a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)=(a\times a\times a)(b\times b\times b)=a^3\times b^3$
قوَّةُ ناتجِ القسمةِ: لإيجادِ قوَّةِ ناتجِ القسمةِ أجدُ كلًّا منْ قوَّةِ البسطِ والمقامِ ثم أقسمُ.	$(\frac{a}{b})^n=\frac{a^n}{b^n}$ $b\neq0$	$(\frac{a}{b})^2=\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}=\frac{a\times a}{b\times b}=\frac{a^2}{b^2}$, $b\neq0$

مثال 3 أستخدمُ قوانينَ الأُسُسِ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $(-2)^3 \times (-2)^4$

$(-2)^3 \times (-2)^4 = (-2)^{3+4}$ قاعدةُ ضَرْبِ القُوى

$= (-2)^7$ أجمعُ الأسسَ

$= -128$ تعريفُ الأُسسِ

يمكنُكَ التحقُّقُ منْ صحَّةِ حلِّكَ باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ، كما يأتي:

(−2) x^3 × (−2)

x^y 4 = -128

2 $\frac{3^8}{3^7}$

$\frac{3^8}{3^7} = 3^{8-7}$ قاعدةُ قسمةِ القُوى

$= 3$ أطرحُ الأُسُسَ

3 $(2^3 \times 5)^2$

$(2^3 \times 5)^2 = 2^6 \times 5^2$ قاعدةُ قوَّةِ حاصلِ الضربِ

$= 64 \times 25$ تعريفُ الأُسُسِ

$= 1600$ أضربُ

أتحققُ من فهمي:

4 $3^2 \times 3^5$ **5** $(6 \times 4)^2$ **6** $\frac{8^4}{8^2}$ **7** $\left(\frac{2}{7}\right)^2$

هل يمكنُ أنْ يكونَ الأسُّ سالبًا باعتقادِكَ؟ بتَتَبُّعِ النمطِ في الجدولِ الآتي ألاحظُ أنَّ الأُسُسَ الصحيحةَ السالبةَ للعددِ 10 تمثِّلُ قسمةً متكرِّرةً للعددِ 10 على نفسِهِ. وألاحظُ أيضًا أنَّ قيمةَ 10^0 تساوي 1 .

الصيغةُ الأُسِّيَّةُ	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
القيمةُ العدَدِيَّةُ	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10 ÷10

إنَّ الاستنتاجَيْنِ اللَّذَيْنِ توصَّلْتُ إليهما حولَ الأسسِ الصحيحةِ السالبةِ والأسِّ الصِّفْرِيِّ صحيحانِ لأيِّ عددٍ. ويمكنُني التحقُّقُ منْ ذلكَ بإنشاءِ جداولَ مشابهةٍ لأعدادٍ أخرى غيرِ العددِ 10. يمكنُني تعميمُ هذَيْنِ الاستنتاجَيْنِ في القاعدتَيْنِ الآتيتينِ:

التعبيرُ اللفظيُّ	الرموزُ	السببُ
الأسُّ الصِّفْرِيُّ: أيُّ عددٍ غيرِ الصفرِ مرفوعًا للأسِّ صفرٍ يساوي 1.	$a^0 = 1$	$1 = \frac{a^2}{a^2} = a^{2-2} = a^0$
الأسسُ السالبةُ: القوَّةُ السالبةُ لأيِّ عددٍ غيرِ الصفرِ هيَ مقلوبٌ للقوَّةِ الموجبةِ. والقوَّةُ الموجبةُ هيَ مقلوبٌ للقوَّةِ السالبةِ.	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	$a^{-3} = a^{-1} \times a^{-1} \times a^{-1}$ $= \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a}$ $= \frac{1}{a^3}$

مثال 4 أستخدمُ قوانينَ الأُسسِ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $\mathbf{5^{-2}}$

$5^{-2} = \frac{1}{5^2}$ — قاعدةُ الأسسِ السالبةِ

$= \frac{1}{25}$ — تعريفُ الأسسِ

2 $\mathbf{\frac{6^5 \times 10^3}{6^2 \times 10^6}}$

$\frac{6^5 \times 10^3}{6^2 \times 10^6} = \frac{6^5 \times 6^{-2}}{10^6 \times 10^{-3}}$ — قاعدةُ الأسسِ السالبةِ

$= \frac{6^3}{10^3}$ — قاعدةُ قوَّةِ ناتجِ القسمةِ

$= \frac{216}{1000} = 0.216$ — تعريفُ الأسسِ

3 $\mathbf{\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times 2^6}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times 2^6 = \frac{1}{2^4} \times 2^6$ — قاعدةُ قوَّةِ ناتجِ القسمةِ

$= 2^{-4} \times 2^6$ — قاعدةُ الأسسِ السالبةِ

$= 2^2 = 4$ — تعريفُ الأسسِ

أتحققُ من فهمي:

4 $\frac{4^3 \times 8^4}{4^5 \times 8^2}$

5 $3^5 \times (\frac{1}{3})^6$

الصيغةُ العلميّةُ (scientific notation) هيَ طريقةٌ لكتابةِ الأعدادِ التي قِيَمُها المطلقةُ كبيرةٌ جدًّا أو صغيرةٌ جدًّا باستخدامِ الأسسِ؛ منْ أجلِ تسهيلِ العملياتِ الحسابيَّة عليها. وتتكوَّنُ الصيغةُ العلميّةُ لعددٍ منْ عاملٍ أكبرَ منْ أوْ يساوي 1 وأقلَّ منْ 10 مضروبًا في مقدارٍ أُسّيٍّ أساسُهُ 10. مثلًا : 6.34×10^4 ، 1.2×10^{-2} ، 8.0×10^{12}

مثال 5 أكتبُ كلَّ عددٍ ممّا يأتي بالصّيغةِ العلميّةِ:

1 **27560** $= 2.7560 \times 10000$

أقسمُ على 10000 ثمَّ أضربُ في 10000

$= 2.7560 \times 10^4$

الصيغةُ العلميّةُ

2 **564.38** $= 5.6438 \times 100$

أقسمُ على 100 ثمَّ أضربُ في 100

$= 5.6438 \times 10^2$

الصيغةُ العلميّةُ

3 **870000000** $= 8.7 \times 100000000$

أقسمُ على 100000000 ثمَّ أضربُ في 100000000

$= 8.7 \times 10^8$

الصيغةُ العلميّةُ

أتحققُ من فهمي:

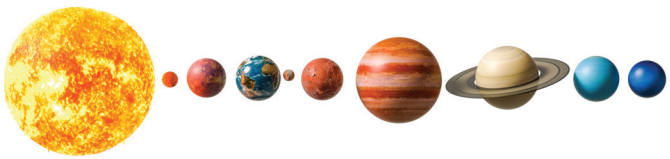
4 862

5 874.65

6 654380000

مثال 6: منَ الحياةِ

إذا كانَ قطرُ الأرضِ **12742 km**، أكتبُ قُطرَ الأرضِ بالصيغةِ العلميّةِ.



أقسمُ على 10000 ثمَّ أضربُ في 10000

$12742 = 1.2742 \times 10000$

الصيغةُ العلميّةُ

$= 1.2742 \times 10^4$

إذنْ، قطرُ الأرضِ بالصيغةِ العلميّةِ، هوَ 1.2742×10^4 km

أتحققُ من فهمي:

إذا علمتُ أنَّ كتلةَ حبَّةِ زيتونٍ واحدةٍ 0.006 kg تقريبًا، أجدُ كتلةَ 10000 حبَّةِ زيتونٍ بالصيغةِ العلميّةِ.

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بالصيغةِ الأُسّيّةِ:

1. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
2. $b \times b \times n \times b \times b \times n \times b \times b$
3. $p \times d \times d \times p \times p \times d \times p \times p$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بالصيغةِ القياسيّةِ :

4. $(3.4)^4 \times (-2)^3$
5. $(-1.6)^2 \times 5^4$
6. $(-r)^2 \times b^5$
7. $(g)^3 \times (-h)^2$

أستخدمُ قوانينَ الأسسِ لإيجادِ قيمِ كلٍّ ممّا يأتي:

8. $2^3 \times 4^3$
9. $5^2 \times (-2)^2$
10. $(\frac{1}{3})^4 \times 3^6$
11. $(\frac{1}{4})^2 \times 4^3$

معلومةٌ

البكتيريا كائناتٌ حيَّةٌ دقيقةٌ لا تُرى بالعينِ المجرَّدةِ، منها نافعٌ ومنها ضارٌّ. وتتجمَّعُ معًا وتأخذُ أشكالًا متعدِّدةً. وتُستخدَمُ الصيغةُ العلميَّةُ لكتابةِ طولِها.

12. **علوم:** يوجدُ نوعٌ منَ البكتيريا يحوِّلُ الحليبَ إلى لبنٍ رائبٍ، طولُهُ يساوي 1.5×10^{-4} cm تقريبًا، أكتبُ طولَ هذهِ البكتيريا دونَ استخدامِ الأسسِ.

13. **أزهار:** يبلغُ طولُ حبَّةِ لقاحِ زهرةِ شقائقِ النّعمانِ 1.8×10^{-2} mm، أكتبُ طولَ هذهِ الحبَّةِ دونَ استخدامِ الأسسِ.

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بالصيغةِ العلميّةِ:

14 6159

15 45632

16 85.71

17 6.842

18 5420000

19 560000000

أضعُ الرمزَ < أو > أو = في ☐ :

20 $3^4 \square 4^3$

21 $9^0 \square (\frac{1}{2})^0$

22 $2^3 \square (-2)^5$

23 $(\frac{1}{5})^{10} \square (-5)^2$

أكتبُ كلًّا ممّا يـأتي دونَ استخدامِ الأسسِ:

24 5.12×10^3

25 6.117×10^6

26 2.5×10^{-4}

إرشادٌ

يمكنُ حلُّ بعضِ الأسئلةِ 23 – 20 منْ دونِ إيجادِ القيمةِ العدديّةِ.

أتعلّمُ

الميلُ وحدةٌ لقياسِ الطولِ ويساوي 1.6 km تقريبًا.

27 **محيطاتٌ:** يُبيِّنُ الجدولُ الآتي مساحاتِ المحيطاتِ في العالمِ بالأميال المربّعةِ. أكملُ الجدولَ بالتحويلِ بينَ الصيغةِ القياسيَّةِ والصيغةِ العلميّةِ.

المحيطُ	الأطلسيّ	المتجمّدُ الشماليُّ	الهادي	المتجمّدُ الجنوبيُّ	الهندي
المساحةُ بالصيغةِ العلميةِ	2.96×10^7		6.0×10^7	7.85×10^6	
المساحةُ بالصيغةِ القياسيَّةِ		5430000			26500000

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

إرشادٌ

لحلِّ السؤالِ 28 أستخدمُ القيمةَ المنزليّةَ للمقارنةِ.

28 **تبريرٌ:** أيُّ العددينِ 1.03×10^5 ، 1.03×10^6 أقربُ إلى المليونِ.

29 **تحدٍّ:** أكتبُ صيغتَيْنِ أُسِّيَّتَيْنِ مختلفتَيْنِ لهُما الإجابةُ نفسُها.

30 **أكتشفُ المختلفَ:** أيُّ القيمِ الآتيةِ مختلفةٌ: 6^2 ، $(-0.2)^5$ ، $(-2)^4$ ، $(1.4)^3$

31 **أكتبُ** كيفَ أكتبُ عددًا بالصيغةِ العلميَّةِ؟

الدرسُ 2 أولويّاتُ العمليّاتِ الحسابيّةِ

فكرةُ الدرسِ

أستخدمُ أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ وقوانينَ الأسسِ في تبسيطِ المقاديرِ العدديّةِ.

المصطلحاتُ

أولويّاتُ العمليّاتِ الحسابيّةِ

أستكشفُ

هبطَ غوّاصٌ إلى عمقِ 5 m تحتَ سطحِ مياهِ خليجِ العقبةِ، ثمَّ هبطَ 13 m أخرى، وكرَّرَ الهبوطَ بمقدارِ 13 m مرَّتَيْنِ، وبعدَ ذلكَ صَعِدَ 20 m. يمثِّلُ المقدارُ العدديُّ الآتي العمقَ الذي يقفُ عندهُ الغواصُ الآنَ:

$$-5 + 3 \times (-13) + 20$$

إذا أردتُ حسابَ قيمةِ هذا المقدارِ العدديِّ فبأيِّ العمليّاتِ الحسابيّةِ أبدأُ؟

أتَّبعُ ترتيبَ **أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ (order of operations)** عندَ حسابِ قِيَمِ المقاديرِ العدديّةِ:

1) أجدُ قيمَ المقاديرِ داخلَ الأقواسِ.

2) أجدُ قيمَ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ جميعَها.

3) أضربُ أو أقسمُ منَ اليسارِ إلى اليمينِ (أيُّهُما أسبقُ).

4) أجمعُ أو أطرحُ منَ اليسارِ إلى اليمينِ (أيُّهُما أسبقُ).

- إذا وُجِدَ قوسانِ داخلَ بعضِهما، أحسبُ قيمةَ القوسِ الداخليِّ أوّلًا.
- يمكنُني استخدامُ الأقواسِ أوِ الرمزِ (×) للدِّلالةِ على عمليَّةِ الضربِ، فمثلًا $2(5+4)$ تعني $2\times(5+4)$

مثال 1 أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $120 \div (20 - (8 - 3))$

أجدُ قيمةَ المقدارِ داخلَ القوسِ الداخليِّ

أجدُ قيمةَ المقدارِ داخلَ القوسِ الخارجيِّ، ثم أقسمُ

$$120 \div (20 - (8 - 3)) = 120 \div (20 - 5)$$

$$= 120 \div 15 = 8$$

2 $5(-2)^3 + 10$

أجدُ قيمةَ المقدارِ الأُسِّيِّ

أضربُ، ثمَّ أجمعُ

$$5(-2)^3 + 10 = 5 \times -8 + 10$$

$$= -40 + 10 = -30$$

3 $\mathbf{2(5-1)^2-7}$

$2(5-1)^2-7=2\times4^2-7$ أجدُ قيمةَ المقدارِ داخلَ القوسِ

$=2\times16-7$ أجدُ قيمةَ المقدارِ الأسّيِّ

$=32-7=25$ أضربُ، ثمَّ أطرحُ

أتحققُ من فهمي:

4 $160\div(25-(7-2))$

5 $60\times(10-(4+3))$

6 $5(-3)^2+10$

7 $8(1-5)^2-7$

لتبسيطِ مقدارٍ عددِيٍّ يتضمَّنُ قوًى أُطبِّقُ قواعدَ القوى وأراعي أولويَّاتِ العمليّاتِ الحسابيَّةِ.

مثال 2 أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

1 $\mathbf{192\div(2^3)^2+(9-4)}$

$192\div(2^3)^2+(9-4)=192\div2^{(3\times2)}+5$ أجدُ قيمةَ المقدارِ داخلَ القوسِ

$=192\div64+5$ أُطبّقُ قاعدةَ قوَّةِ القوّةِ

$=3+5=8$ أقسمُ ثمّ أجمعُ

2 $\mathbf{2\times\frac{(-3)^6}{(-3)^4}-10}$

$2\times\frac{(-3)^6}{(-3)^4}-10=2\times(-3)^2-10$ أطبّقُ قاعدةَ قسمةِ القوى

$=2\times9-10$ أجدُ قيمةَ المقدارِ الأُسّيِّ

$=18-10=8$ أضربُ ثمَّ أطرحُ

3 $\mathbf{5\,(7-2)^2\div(-50)}$

$5\,(7-2)^2\div(-50)=5\times5^2\div(-50)$ أجدُ قيمةَ المقدارِ داخلَ القوسِ

$=5\times25\div(-50)$ أجدُ قيمةَ المقدارِ الأُسّيِّ

$=125\div(-50)=-2\frac{1}{2}$ أضربُ ثمَّ أقسمُ

4 $\dfrac{100-4\times3}{4^2-2^3}$

$\dfrac{100-4\times3}{4^2-2^3} = (100-4\times3)\div(4^2-2^3)$ أستبدلُ بالكسرِ عمليّةَ القسمةِ

$= (100-12)\div(16-8)$ أحسبُ الضربَ داخلَ القوسِ الأولِ والأسسَ داخلَ القوسِ الثاني.

$= 88\div8$ أحسبُ قيمةَ القوسِ الأولِ، ثمَّ القوسِ الثاني

$= 11$ أقسمُ

أتحققُ من فهمي:

5 $243\div(3^2)^2\times(5-8)$

6 $256\div(2^3)^2\times(2-7)$

7 $\dfrac{(-4)^5}{(-4)^3}\times3-40$

8 $\dfrac{(6)^7}{(6)^5}\div3-10$

يمكنُني أنْ أعبِّرَ عنْ كثيرٍ منَ المواقفِ الحياتيَّةِ بمقاديرَ عدديَّةٍ، ثمَّ أطبِّقُ أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيَّةِ لحسابِ قِيَمِها.

مثال 3: منَ الحياةِ

يمثِّلُ الجدولُ الآتي أسعارَ بعضِ الخضارِ والفواكهِ.

الصنفُ	تفّاحٌ	برتقالٌ	منجا	بندورةٌ
السعرُ JD / kg	1	0.75	2.5	0.4

اشترى حسانٌ 2 kg تفاحًا، 2 kg منجا، 5 kg بندورةً، أكتبُ عبارتينِ عدديَّتَيْنِ مختلفتَيْنِ أجدُ منْ خلالِهما ثمنَ ما اشتراهُ حسانٌ.

ما دفعَهُ حسانٌ: ثمنُ التفاحِ 1×2، ثمنُ المنجا 2.5×2، ثمنُ البندورةِ 0.4×5

العبارةُ الأولى:

أكتُبُ العبارةَ العدَدِيّةَ $5\times0.4+2\times2.5+2\times1$

أضربُ منَ اليسارِ إلى اليمينِ $= 2+5+2$

أجمعُ منَ اليسارِ إلى اليمينِ $= 9$ JD

العبارةُ الثانيةُ:

أكتبُ العبارةَ العدَدِيّةَ

أجدُ قيمةَ ما داخلَ القوسِ

أضربُ منَ اليسارِ إلى اليمينِ، ثمّ أجمعُ

$$5 \times 0.4 + 2 \times (2.5 + 1)$$
$$= 5 \times 0.4 + 2 \times 3.5$$
$$= 2 + 7 = 9 \text{ JD}$$

أتحققُ من فهمي:

إذا اشترى حسانٌ 4 kg برتقالًا و 4 kg بندورةً، وكغم واحدًا منجا، فأكتبُ عبارتَيْنِ عدديَّتيـنِ مختلفتَيْنِ أجِدُ منْ خلالِهما ثمنَ ما اشتراهُ حسانٌ.

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

1. $120 \div (10-(7-2))$
2. $200 \times (25-(20-5))$
3. $6(-2)^3 + 10$
4. $4(7-1)^2 - 34$

أَجِدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

5. $128 \div ((-2)^2)^3 + (10-6)$
6. $625 \div (5)^3 + (4+2)$
7. $\dfrac{60 - 2 \times 6}{2^5 - 4^2}$
8. $\dfrac{50 - 6 \times 3}{20 - 6^2}$

معلومةٌ

يُعَدُّ البروتينُ أكثرَ الموادِ وفرةً في جسمِ الإنسانِ بعدَ الماءِ.

9. **تغذيةٌ:** إذا كانتْ كمّيّةُ البروتينِ الموجودةِ في حبّةٍ واحدةٍ منَ التَّمرِ 1.81 gm ، وفي كوبٍ منَ الحليبِ 7.6 gm ، وفي البيضةِ الواحدةِ 12.56 gm ، إذا تناولَ حسامٌ على وجبةِ الفطورِ 3 حبّاتٍ من التمرِ ونصفَ كوبٍ منَ الحليبِ وبيضةً، فما كمّيّةُ البروتينِ التي حصلَ عليها منْ وجبتِهِ؟

إرشادٌ
إذا احتوى أيُّ سؤالٍ على وحداتٍ مختلفةٍ يجبُ توحيدُ المقاماتِ.

10 اشترتْ مُنى 3 عبواتِ عصيرٍ بسعرِ 1.8 دينارٍ للعبوةِ الواحدةِ، ووجبتَيْنِ بسعرِ 2.3 دينارٍ للوجبةِ الواحدةِ، وصحنَ سلطةِ خضارٍ بسعرِ 75 قرشًا. فإذا دفعَتْ للمطعمِ 15 دينارًا، فأيُّ العباراتِ الآتيةِ تمثِّلُ المبلغَ الذي سيُعيدُه البائعُ إلى مُنى بالدينارِ؟

a) $15-3\times1.8+2\times2.3+0.75$

b) $15-(3\times1.8+2\times2.3+75)$

c) $15-(3+2+1)\times(1.8+2.3+0.75)$

d) $15-(3\times1.8+2\times2.3+0.75)$

أكتبُ العددَ المفقودَ في $\square$:

11 $20+(\square-3\times5)=30$

12 $(52-4\times2)\div\square=11$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

13 **أكتشفُ الخطأَ:** أوجدَتْ رزانُ وشفاءُ قيمةَ العبارةِ $2\times6\div36-15-$، فكانتْ إجابتاهُما كما يأتي:

رزانُ
-15-36 ÷ 6x2
= -15-36÷12
= -15-3
= -18

شفاءُ
-15-36 ÷ 6x2
= -15-6x2
= -15-12
= -27

أيٌّ منهُما كانتْ إجابتُها صحيحةً؟ أبرِّرُ إجابتي.

إرشادٌ
لحلِّ السؤالِ 14 يمكنُني الاستفادةُ منْ حقائقِ الضربِ المتعلِّقةِ بالعددِ 6.

14 **تحدٍّ:** أضعُ الأعدادَ 45, 20, 11, 9 في المكانِ المناسبِ؛ لأجعلَ المعادلةَ الآتيةَ صحيحةً: $6=(\square-\square)\div(\square+\square)$

تحدٍّ: أضعُ أقواسًا في المكانِ المناسبِ، بحيثُ تتساوى العبارةُ العدديّةُ معَ القيمةِ المعطاةِ:

15 $60+12\div4\times1+2=20$

16 $60+12\div4\times1+2=65$

17 $48+12\div4\times1+2=57$

18 $48+12\div4\times1+2=45$

19 **أكتبُ** مسألةً حياتيَّةً يتطلَّبُ حلُّها استخدامَ أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ.

الدرسُ 3 الحدودُ والمقاديرُ الجبريّةُ

فكرةُ الدرسِ

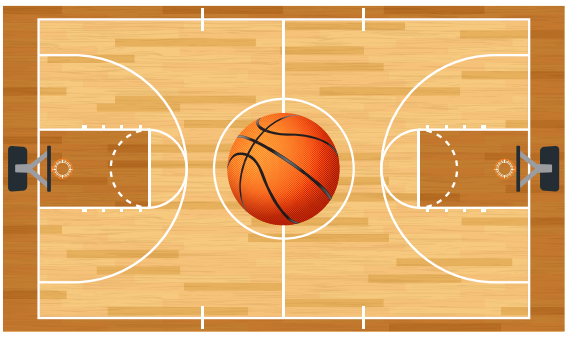
أتعرَّفُ الحدودَ والمقاديرَ الجبريَّةَ.

المصطلحاتُ

متغيِّرٌ، حدٌّ جبريٌّ، معاملٌ، حدٌّ ثابتٌ، مقدارٌ جبريٌّ.

أستكشفُ

إذا كانَ طولُ ملعبِ كرةِ السلّةِ يزيدُ 13 m على عرضِهِ، فكيفَ أعبِّرُ عنْ محيطِهِ بمقدارٍ جبريٍّ؟



يمكنُني التعبيرُ عنْ أيِّ قيمةٍ مجهولةٍ باستخدامِ **مُتغيِّرٍ (variable)**، ويُرمَزُ للمتغيِّرِ بأحدِ الأحرفِ، مثل $x, y, t, n \ldots$

يتكوَّنُ **الحدُّ الجبريُّ (algebraic term)** منْ متغيِّرٍ أو أكثرَ مضروبٍ بعددٍ يُسمّى **المعاملَ (coefficient)**.

فمثلًا، $6x$ حدٌّ جبريٌّ معامِلُهُ 6 ومتغيِّرُه x ، كذلكَ $-4.0\,x^2\,y$ حدٌّ جبريٌّ معامِلُهُ -4.0 ومُتغيِّراهُ x و y ، ويُسمّى العددُ **حدًّا ثابتًا (constant term)**.

ثلاثةُ حدودٍ جبريّةٍ

$2x + 6 + x$

المقدارُ الجبريُّ (algebraic expression) هوَ مجموعةٌ منَ الحدودِ الجبريَّةِ والثابتةِ تفصلُ بينَها إشاراتُ جمعٍ أو طرحٍ. فمثلًا، يتكوَّنُ المقدارُ الجبريُّ $2x + 6 + x$ منْ ثلاثةِ حدودٍ، هيَ x ، 6 ، $2x$.

مثال 1 أميِّزُ الحدودَ الجبريّةَ ومعاملاتِها والحدودَ الثابتةَ والمقاديرَ الجبريّةَ في ما يأتي، وأبرِّرُ إجابتي:

1. $5x$ — حدٌّ جبريٌّ؛ لأنّهُ يحتوي على المتغيِّرِ x ، و معاملُهُ 5
2. $17\,st$ — حدٌّ جبريٌّ؛ لأنّهُ يحتوي على متغيّرينِ، هما s و t، و معاملُهُ 17
3. 8.2 — حدٌّ ثابتٌ؛ لأنّهُ يتكوَّنُ منْ عددٍ ثابتٍ من دونِ متغيّراتٍ
4. $6xy + \frac{5}{8}$ — مقدارٌ جبريٌّ؛ لأنّهُ يتكوَّنُ منْ حدَّيْنِ

أتحققُ من فهمي:

5. $\frac{1}{2}y^3$
6. $(6)(0.01)$
7. $\frac{3}{4}xy - 1$

يمكنُني التعبيرُ عنْ كثيرٍ منَ المواقفِ الحياتيّةِ التي تحتوي على قيمٍ مجهولةٍ باستخدامِ مقاديرَ جبريّةٍ.

مثال 2 أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثّلُ كلًّا ممّا يأتي:

1. عددٌ ما مضافٌ إليهِ 7

العددُ	x
العددُ مضافٌ إليهِ 7	$x + 7$

2. طَرْحُ العددِ 12 منْ مِثْلَيْ عَددٍ ما

العددُ	x
مِثلا العددِ	$2x$
طرحُ 12 من مِثْلَي العددِ	$2x - 12$

3. ثمنُ وجبةِ غداءٍ x دينارٍ، فما ثمنُ 3 وجباتٍ مضافٍ إليها 5 دنانيرَ؟

ثمنُ الوجبةِ الواحدةِ	x
ثمنُ 3 وجباتٍ	$3x$
ثمنُ 3 وجباتٍ مضافٍ إليهِ 5 دنانيرَ	$3x + 5$

أتحققُ من فهمي:

4. عددٌ مضافٌ إليهِ 5 .
5. طَرْحُ العددِ 23 منْ مِثْلَيْ عددٍ.
6. ثمنُ فرشاةِ أسنانٍ x دينارًا وثمنُ عبوةِ معجونِ أسنانٍ 1.6 JD ما ثمنُ 5 فُرَشٍ وعبوةِ معجونِ أسنانٍ؟

لحسابِ قيمةِ مقدارٍ جبريٍّ أستبدلُ القيمَ العدديّةَ بالمتغيّراتِ، ثمَّ أجري العمليّاتِ بحَسْبِ أولويّاتِها.

مثال 3 أجدُ قيمةَ كلٍّ منَ المقاديرِ الآتيةِ:

1. $x^2 - (8 + x)\ ,\ x = 5$

أعوِّضُ $x = 5$ ثمَّ أجِدُ قيمةَ ما داخلَ القوسِ: $5^2 - (8 + 5) = 5^2 - 13$

أجدُ المقدارَ الأُسّيَّ: $= 25 - 13$

أطرحُ: $= 12$

2 $y^2 \div 4y\,,\ y = -6$

أعوِّضُ $x = -6$ ثمَّ أجِدُ قيمةَ ما داخلَ القوسِ $(-6)^2 \div 4 \times (-6) = 36 \div 4 \times (-6)$

أقسمُ $= 9 \times -6$

أضربُ $= -54$

3 $(p^2 - 4p) - 5 \div d\,,\ p = 3\,,\ d = -1$

أعوِّضُ قيمتَيْ $d = -1$ و $p = 3$، ثمَّ أجدُ قيمةَ الأُسِّ، ثُمَّ الضربِ داخلَ القوسِ $(3^2 - 4 \times 3) - 5 \div (-1) = (9 - 12) - 5 \div (-1)$

أجدُ ما داخلَ القوسِ $= (-3) - 5 \div (-1)$

أقسمُ $= (-3) - (-5)$

أطرحُ ثم أجمعُ $= -3 + 5 = 2$

أتحققُ من فهمي:

4 $y^2 + (4 - 2y)\,,\ y = 5$

5 $8d - d^2 + 1\,,\ d = 3$

6 $(2b - b^2) - d \div 4\,,\ b = 6\,,\ d = 8$

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أميِّزُ الحدودَ الجبريَّةَ ومعاملاتِها والحدودَ الثابتةَ والمقاديرَ الجبريّةَ في ما يأتي، وأبرِّرُ إجابتي.

1 $-18y$

2 $3 - u^3$

3 xy^2

4 $5(-0.1)$

5 $9x - 5y$

6 124

أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

7 إضافةُ عددٍ ما إلى 8.

8 طَرْحُ 15 منْ ثلاثةِ أمثالِ عددٍ ما.

9 ثمنُ كيسِ السكَّرِ b دينارٍ . اشترى حَمَدٌ 3 أكياسِ سكَّرٍ، ودفعَ للتاجرِ 15 دينارًا، فكمْ سيُعيدُ التاجرُ لحَمَدٍ؟

أتذكّرُ

يجبُ مراعاةُ أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ عندَ إيجادِ قيمةِ مقدارٍ جبريٍّ لعددٍ مُعطًى.

أجدُ قيمةَ كلٍّ منَ المقاديرِ الآتيةِ:

10 $12 \times d \div d^2 - 1 \, , \, d = -6$

11 $(3n + n^2) + 12 \div m \, , \, n = 5 \, , \, m = 4$

12 $(3n - 1)^2 + 12 - m \, , \, n = 2 \, , \, m = -1$

معلومةٌ

تستخدَمُ اختصاراتٌ منْ حروفٍ إنجليزيَّةٍ للتعبيرِ عن عملاتِ الدولِ، مثل: JD للدينارِ الأردنيِّ، و SAR للريالِ السعوديِّ، و USD للدولارِ الأمريكيِّ.

13 **حواسيبُ:** ثمنُ حاسوبٍ محمولٍ 250 JD وتكلفةُ تنزيلِ البرنامجِ الواحدِ عليهِ 3 JD. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ التكلفةَ الكليّةَ لشراءِ جهازٍ واحدٍ عليهِ x منَ البرامجِ، ثمّ أجدُ تكلفةَ شراءِ جهازٍ واحدٍ عليهِ 6 برامجَ.

14 **نَقْلٌ:** بناءً على قرارِ مجلسِ إدارةِ هيئةِ النقلِ البريِّ الأردنيّةِ للعامِ 2019، تقرَّرَ تعديلُ تعرفةِ سيّاراتِ الأجرةِ؛ لتصبحَ التعرفةُ النهاريّةُ لقيمةِ بدْءِ الانطلاقِ 0.35 JD بالإضافةِ إلى 0.25 JD لكلِّ كيلومترٍ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ التكلفةَ الكليّةَ لسيّارةِ أجرةٍ قطعتْ مسافةَ n كيلومترٍ، ثمّ أجدُ التكلفةَ لسيّارةٍ قطعتْ 20 km.

أستخدمُ قوانينَ الأسسِ لأجدَ ناتجَ ضَرْبِ الحدودِ الجبريَّةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

15 $9u \times 6u$

16 $2xy \times 5xy$

17 $(uv)(-u^2 v)$

18 $4n \times 2np \times 3n^2$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

إرشادٌ

في السؤالِ 19 أدعمُ تبريري بأمثلةٍ، وأعطي قيمًا عدديّةً مختلفةً لـ x.

19 **تبريرٌ:** هلْ يمكنُني معرفةُ أيُّهما أكبرُ $2x$ أم $10x$ منْ دونِ إعطاءِ قيمةٍ للمجهولِ x؟ أبرِّرُ إجابتي.

20 **أكتشِفُ المختلفَ:** أيٌّ ممّا يأتي مختلِفٌ عنَ المجموعةِ؟

$5x$ | $-6x^2$ | $-0.1x^2$ | $1 - 2x$

21 أكتبُ موقفًا يمكنُني التعبيرُ عنهُ بمقدارٍ جبريٍّ؟

22 أعودُ إلى فِقرةِ (أستكشِفُ) بدايةَ الدّرسِ وأحلُّ المسألةَ.

23 **أكتبُ** كيفَ أميِّزُ بينَ الحدِّ الجبريِّ والمقدارِ الجبريِّ؟

الدرسُ 4 جمعُ المقاديرِ الجبريَّةِ وطَرْحُها

فكرةُ الدرسِ

أُبَسِّط المقاديرَ الجبريّةَ بجَمْعِ وطَرْحِ الحدودِ المتشابهةِ.

المصطلحاتُ

حدودٌ جبريَةٌ متشابهةٌ، أبسطُ صورةٍ للمقدارِ الجبريِّ.

أستكشفُ

مثلثُ برمودا منطقةٌ جغرافيّةٌ على شكلِ مثلثٍ متطابقِ الأضلاعِ يقعُ في المحيطِ الأطلسِـيِّ. إذا عبَّرْنـا عنْ طولِ الضّلـعِ الواحدِ بالمقدارِ الجبريِّ $3x + 600$ فكمْ هوَ محيطُ المثلَّثِ بدلالةِ x؟

الحدودُ الجبريَّةُ المتشابهةُ (algebraic like terms) هي حدودٌ تحتوي على المتغيِّراتِ نفسِها وبالأُسُسِ نفسِها.

حدودٌ متشابهةٌ	حدودٌ غيرُ متشابهةٍ
$x,\ 34x,\ -5x$	$x,\ x^3,\ x^5$
$2xy,\ -28xy\ ,\ xy$	$17,\ xy,\ xy^5$
$7n^3,\ -5n^3\ ,\ n^3$	$w,\ 3z,\ 14m$

يمكنُني أنْ أجمعَ أيَّ حدَّيْنِ متشابِهَيْنِ أو أطرَحَهما، وذلكَ بجَمْعِ مُعاملَيْها أو طَرْحِهما فَقَطْ وإبْقاءِ المُتَغيِّراتِ. ويكونُ المقدارُ الجبريُّ في **أبسطِ صورةٍ (simplest form)** إذا لمْ يَحْتَوِ على أيِّ حدودٍ متشابِهَةٍ.

$$n + n + n = 3 \times n = 3n$$

$$2d + 3d = 5d$$

مثال 1 أكتبُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

1. $3x + 4x$

الحدّانِ $3x$ و $4x$ متشابهانِ

أجمعُ مُعامِلَي الحدَّيْنِ، ثمَّ أضعُ x

$3x + 4x = (3 + 4)x = 7x$

2. $4x - 3x$

الحدّانِ متشابهانِ. أطرحُ معامِلَي الحدَّيْنِ، ثمَّ أضعُ x

$4x - 3x = (4 - 3)x = x$

3. $7zt + 6zt$

الحدّانِ $7zt$ و $6zt$ متشابهانِ

أجمعُ معامِلَي الحدَّيْنِ، ثمَّ أضعُ zt

$7zt + 6zt = (7 + 6)zt = 13zt$

4. $9y^5 - y^5$

الحدّانِ $9y^5$ و y^5 متشابهانِ

أطرحُ معامِلَي الحدَّيْنِ، ثمَّ أضعُ (5)

$9y^5 - y^5 = (9 - 1)\, y^5 = 8y^5$

أتحققُ من فهمي:

5. $6x+2x$

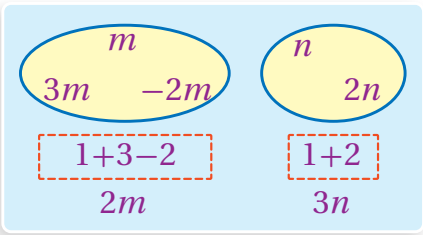
6. $2.5y + 0.5y$

7. $3gf - gf$

8. $12yu^5 - 6yu^5$

يمكنُني استخدامُ خصائصِ العمليّاتِ لِجمْعِ عددٍ منَ الحدودِ المتشابهةِ أو طرْحِها.

$m + n + 3m + 2n - 2m = 2m + 3n$



مثال 2 أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

1. $(6pn - 3q) + (2pn + 7q)$

الخاصيَّةُ التجميعيَّةُ والتبديليّةُ في الجمعِ

أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ وأطرحُها

$= (6pn + 2pn) + (7q - 3q)$

$= 8pn + 4q$

2 $(4x^2y + t) + (3t - x^2y)$

$= (4x^2y - x^2y) + (t + 3t)$ الخاصيَّةُ التجميعيَّةُ والتبديليَّةُ في الجمعِ

$= 3x^2y + 4t$ أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ وأطرحُها

أتحققُ من فهمي:

3 $(7cr - 3q) + (2cr + 7q)$ **4** $(7xy + 4c) + (3xy - 8c)$

5 $(4x + 4c^2) + (6x - 2c^2)$ **6** $(19t + 13s^2) + (4s^2 - t)$

يمكنُني استخدامُ **خاصيّةِ التوزيعِ** لتبسيطِ مقدارٍ جبريٍّ إشارتُهُ سالبةٌ مثلِ $-(6x-1)$ وذلكَ بإدخالِ الإشارةِ السالبةِ على القوسِ وعكسِ إشاراتِ جميعِ الحدودِ داخلَهُ ليصبحَ: $-(6x-1) = -6x+1$

مثال 3 أكتبُ كلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1 $(2y + \frac{3}{4}) - (6y - \frac{1}{4})$

$= 2y + \frac{3}{4} - 6y + \frac{1}{4}$ خاصيّةُ التوزيعِ

$= (2y - 6y) + (\frac{3}{4} + \frac{1}{4})$ خاصيّةُ التجميعِ

$= -4y + 1 = 1 - 4y$ أُجمِّعُ الحدودَ المتشابهةَ (خاصيَّةُ التجميعِ)

2 $(-0.75x - 4) - (1.25x + 0.5)$

$= (-0.75x - 4) - 1.25x - 0.5$ خاصيّةُ التوزيعِ

$= (-0.75x - 1.25x) + (-4 - 0.5)$ أُجمِّعُ الحدودَ المتشابهةَ (خاصيَّةُ التجميعِ)

$= -2x - 4.5$ أطرحُ الحدودَ المتشابهةَ

أتحققُ من فهمي:

3 $(6x + \frac{5}{6}) - (x - \frac{2}{6})$ **4** $(-1.75b - 7) - (2.25b + 3.5)$

5 $6dx^2 - 3z - 2(dx^2 + 4z)$ **6** $2c^2v + 4h - 3(c^2v - 5h)$

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

1. $3.5x + 1.5x$
2. $7y + 4y$
3. $c^3r - 6c^3r$
4. $bd - 4bd$

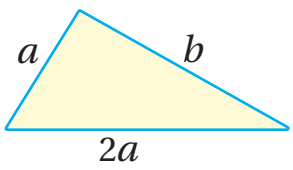
أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

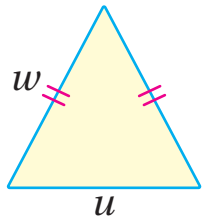
5. $(3np + 5w) + (w - 10np)$
6. $(-z + 2xy) + (xy + 4z)$
7. $(14x^2 - 19x) + (-6x^2 + x)$
8. $(10b^2 - 3b) + (b^2 - 2b)$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

9. $(1.5w - 6.5) - (0.5w + 3.5)$
10. $(x + \frac{4}{7}) - (4x - \frac{3}{7})$
11. $8d + 4c^2 - 3(d - 5c^2)$
12. $6w - 3n^2m - 2(w + n^2m)$

أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ محيطَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

13. 

14. 

حديقةُ منزلٍ مستطيلةُ الشكلِ طولُها يساوي ثلاثةَ أمثالِ عَرْضِها، أرادَ مالِكُها إحاطَتَها بسياجٍ تكلفةُ المترِ الطوليِّ منهُ 7 دنانيرَ:

15. أكتبُ الحدَّ الجبريَّ الذي يعبِّرُ عنْ تكلفةِ السياجِ الذي يحيطُ بالحديقةِ.
16. أحسبُ تكلفةَ السياجِ الذي يحيطُ بالحديقةِ إذا علمتُ أنّ عرضَ الحديقةِ 30 مترًا.

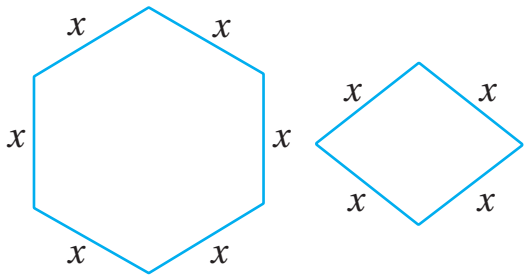
أفكِّرُ

استُخدِمتْ عبارةُ «أبسطُ صورةٍ» في موضوعِ الكسورِ. ما الفرقُ بينَ الاستخدامَيْنِ؟

أتذكَّرُ

يُسمّى المضلَّعُ بحسبِ عددِ أضلاعِهِ، فالذي عددُ أضلاعِهِ 5 يسمّى خماسيًّا والذي عددُ أضلاعِهِ 4 يُسَمّى رباعيًّا.

الشكلانِ أدناهُ يمثِّلانِ مَعينًا وسداسيًّا منتظمًا، إذا كانَ طولُ ضلعِ كلٍّ منهُما x وحدةً، فأجيبُ عنِ السؤالينِ الآتيينِ:



17 أكتبُ الحدَّ الجبريَّ الذي يمثِّلُ مجموعَ مُحيطَيِ الشكلَيْنِ.

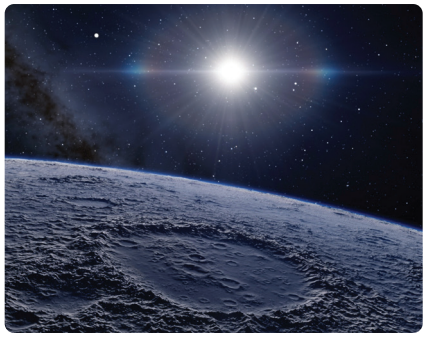
18 أكتبُ الحدَّ الجبريَّ الذي يمثِّلُ الفرقَ بينَ محيطِ السداسيِّ ومحيطِ المعينِ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

19 **تحدٍّ:** إذا كانَ x عددًا صحيحًا فإنَّ العددَ الصحيحَ الذي يليهِ هوَ $(x + 1)$. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ ناتجَ جمْعِ عددَيْنِ صحيحيْنِ متتاليينِ، أبيِّنُ أنَّ ناتجَ الجمعِ دائمًا عددٌ فرديٌّ.

معلومةٌ

تتغيَّرُ درجاتُ حرارةِ القمرِ بسرعةٍ كبيرةٍ ما بينَ منخفضةٍ جدًّا ليلًا، ومرتفعةٍ جدًّا نهارًا؛ وذلكَ بسببِ عدمِ وجودِ غلافٍ جويٍّ للقمرِ.



20 **القمرُ:** تزيدُ أدنى درجةِ حرارةٍ رُصِدَتْ على سطْحِ القمرِ بمقدارِ 23°C عنْ مِثْلَيْ أدنى درجةِ حرارةٍ رُصِدَتْ على سطحِ الأرضِ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ أدنى درجةِ حرارةٍ رُصِدَتْ على سطحِ القمرِ.

21 أعودُ إلى فقرةِ أستكشفُ بدايةَ الدرسِ وأحلُّ السؤالَ.

22 **أكتبُ** كيفَ أجمعُ مقداريْنِ جبريَّيْنِ أوْ أطرحُهُما.

الدرسُ 5 ضَرْبُ المقاديرِ الجبريّةِ

فكرةُ الدرسِ

أضربُ المقاديرَ الجبريَّةَ وأُبسِّطُها.

أستكشفُ

يمثِّلُ المقدارُ الجبريُّ $4x + 10$ عرضَ عَلَمِ المملكةِ الأردنيَّةِ الهاشميّةِ المرفوعِ على ساريةِ رغدانَ. إذا كانَ طولُ العَلَمِ يُساوي مِثْلَيْ عَرْضِهِ، فأَجِدُ مساحةَ العَلَمِ بِدَلالةِ x، ثُمَّ أجِدُ المساحةَ الحقيقيّةَ للعَلَمِ إذا كانتْ قيمةُ x هيَ 5 m.

عندَما أضربُ عددًا في حدٍّ جبريٍّ فإنَّني أجدُ ناتجَ ضربِ العددِ في معاملِ الحدِّ الجبريِّ، ثمَّ أضعُ الناتجَ جانبَ المتغيّرِ.

$$4 \times 2z = 8z$$

$2z$		$2z$		$2z$		$2z$	
z	z	z	z	z	z	z	z
$8z$							

يمكنُني تطبيقُ قواعدِ الأسسِ لضربِ حدٍّ جبريٍّ في آخرَ حتى لوِ اختلفتْ مُتغيِّراتُهُما.

مثال 1 أجدُ ناتجَ ضربِ الحدودِ الجبريَّةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $-5 \times 3x$

$-5 \times 3x = (-5 \times 3)x = -15x$ — أضربُ العددَ -5 في معاملِ الحدِّ (3)

2. $4x \times 3x$

$4x \times 3x = (4 \times 3)(x \times x)$ — الخاصيَّةُ التبديليّةُ والتجميعيّةُ في الضربِ

$= 12x^2$ — قاعدةُ ضربِ القوى في الأُسسِ

3. $xy \times 3xy$

$xy \times 3xy = (1 \times 3)(x \times x)(y \times y)$ — الخاصيَّةُ التبديليّةُ والتجميعيّةُ في الضربِ

$= 3x^2 y^2$ — قاعدةُ ضربِ القوى في الأُسسِ

4 $(-xy) \times (x^2y)$

$(-xy) \times (x^2y) = (-x \times x^2)(y \times y)$ الخاصيّةُ التبديليّةُ والتجميعيّةُ في الضربِ

$= -x^3y^2$ قاعدةُ ضربِ القوى في الأسسِ

أتحققُ من فهمي:

5 $4 \times (-2x)$ **6** $5 \times (-3w)$ **7** $2y \times 5y$ **8** $7c \times 2c$

يمكنُني ضربُ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ باستخدامِ خاصيّةِ التوزيعِ؛ وذلكَ بضربِ الحدِّ في كلِّ واحدٍ منْ حدودِ المقدارِ.

مثال 2 أبسِّطُ ما يأتي وأجِدُ قيمةَ كلٍّ منها عندَ القِيَمِ المُعطاةِ:

1 $2x(3x-y)\ ,\ x=3\ ,\ y=-7$

$2x(3x-y) = 6x^2 - 2xy$ أضربُ حدًّا جبريًّا في مقدارٍ جبريٍّ

$6 \times 3^2 - 2 \times 3 \times (-7)$ أعوِّضُ $y=-7\ ,\ x=3$

$= 6 \times 9 - (-42)$ أطبِّقُ أولويّاتِ العمليّاتِ

$= 54 + 42 = 96$

2 $x(3x+2y-4)-9\ ,\ x=-1\ ,\ y=5$

$x(3x+2y-4)-9 = 3x^2 + 2xy - 4x - 9$ أضربُ حدًّا جبريًّا في مقدارٍ جبريٍّ

$3(-1)^2 + 2(-1)(5) - 4(-1) - 9$ أعوِّضُ $y=5\ ,\ x=-1$

$= 3(1) - 10 + 4 - 9 = -12$ أطبِّقُ أولويّاتِ العمليّاتِ

أتحققُ من فهمي:

3 $2a(4a+b)\ ,\ a=-2\ ,\ b=7$

4 $5b(2a-b)\ ,\ a=2\ ,\ b=-3$

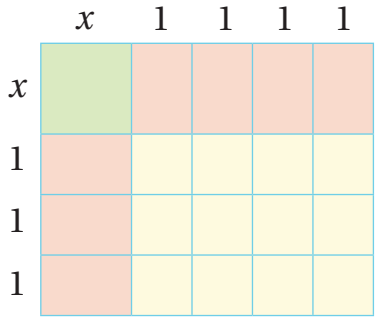
5 $2x(x-2y+1)-6\ ,\ x=-3\ ,\ y=4$

6 $4y(y-2x)+y+2\ ,\ x=-4\ ,\ y=2$

يمكنُني أنْ أضربَ مقداريْنِ جبريَّيْنِ باستخدامِ نماذجِ المساحةِ أو باستخدامِ خاصيَّةِ التوزيعِ؛ وذلكَ بضربِ كلِّ حدٍّ منْ حدودِ المقدارِ الأولِ في كلِّ حدٍّ منْ حدودِ المقدارِ الثاني.

مثال 3 أجدُ ناتجَ الضربِ $(x+3)(x+4)$ بأبسطِ صورةٍ.

الطريقةُ 1: نماذجُ المساحةِ:



طولُ المستطيلِ الكبيرِ $(x+4)$ وحداتٍ، وعرضُه $(x+3)$ وحداتٍ.

مساحةُ المستطيلِ الكبيرِ تساوي ناتجَ ضربِ المقداريْنِ الجبريَّيْنِ.

مساحةُ المربّعِ الأخضرِ تساوي $x \times x = x^2$ وحدةً مربَّعةً.

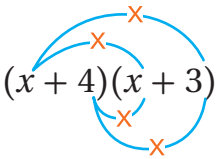
مساحةُ كلِّ واحدٍ منَ المستطيلاتِ الحمراءِ تساوي $(x \times 1 = x)$ وحدةً مربَّعةً.

مساحةُ كلِّ واحدٍ منَ المربَّعاتِ البرتقاليّةِ تساوي $(1 \times 1 = 1)$ وحدةً مربَّعةً.

إذنْ، مساحةُ المستطيلِ الكبيرِ، هيَ:

$$x^2 + 7\,(x) + 12 = x^2 + 7x + 12$$

الطريقةُ 2: خاصيَّةُ التوزيعِ:



$$\begin{aligned}(x+4)(x+3) &= (x^2+3x) + (4x+12)\\ &= x^2 + (3x+4x) + 12\\ &= x^2 + 7x + 12\end{aligned}$$

يمكنُني أيضًا استخدامُ خاصيّةِ التوزيعِ بطريقةٍ مختلفةٍ كما يأتي:

$$(x+4)(x+3)$$

أفصلُ المقدارَ $(x+4)$ إلى حدَّيْنِ 4 ، x وأضربُ كلًّا منهُما في المقدارِ $(x+3)$.

$$= x\,(x+3) + 4(x+3)$$

أستخدمُ خاصيَّةَ التوزيعِ

$$= (x^2 + 3x) + (4x + 12)$$

أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ

$$= x^2 + (3x + 4x) + 12$$

أكتبُ المقدارَ بأبسطِ صورةٍ

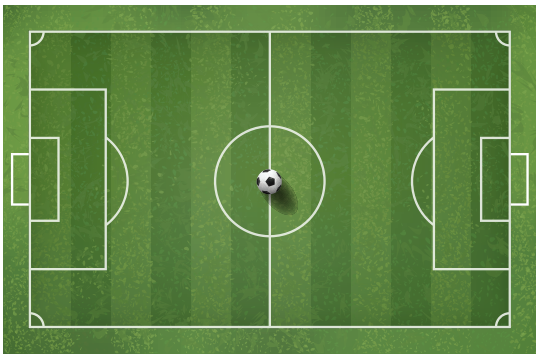
$$= x^2 + 7x + 12$$

أتحققُ من فهمي:

1. $(x+2)(x+5)$
2. $(6+a)(4+a)$
3. $(3-d)(4-d)$
4. $(x-3)(x-6)$

يمكنُني استخدامُ ضربِ المقاديرِ الجبريّةِ في التطبيقاتِ الحياتيّةِ.

مثال 4: منَ الحياةِ



ملعبٌ مستطيلُ الشكلِ طولُه $(x^2 + 5x + 4)$ m وعرضُهُ $(3x + 2)$ m، يُرادُ زراعتُهُ بالنجيلِ، أجدُ مساحةَ المنطقةِ المزروعةِ بالنجيلِ بدلالةِ x.

مساحةُ المستطيلِ = الطولَ × العرضِ

$(3x + 2)(x^2 + 5x + 4)$

أفصلُ المقدارَ $(3x + 2)$ إلى حدَّيْنِ

$= 3x\,(x^2 + 5x + 4) + 2(x^2 + 5x + 4)$

أستخدِمُ خاصِّيةَ التوزيعِ

$= (3x \times x^2 + 3x \times 5x + 3x \times 4) + (2 \times x^2 + 2 \times 5x + 2 \times 4)$

قاعدةُ ضربِ القوى في الأسسِ

$= (3x^3 + 15x^2 + 12x) + (2x^2 + 10x + 8)$

الخاصيّةُ التبديليّةُ والتجميعيّةُ في الضربِ

$= 3x^3 + (15x^2 + 2x^2) + (12x + 10x) + 8$

أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ

$= 3x^3 + 17x^2 + 22x + 8$

أتحققُ من فهمي:

سجّادٌ: سجادةٌ مستطيلةُ الشكلِ طولُها $(x^2 + x + 2)$ مترًا وعرضُها $(x + 3)$ مترًا، أجدُ مساحةَ السجادةِ بدلالةِ x، ثمَّ أجدُ ثمنَها إذا كانَ سعرُ المترِ المربَّعِ الواحدِ 6 دنانيرَ.

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أجدُ ناتجَ الضربِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $6 \times (-3b)$
2. $-2 \times (4w)$
3. $-2u \times 5u$
4. $8d \times (-7d)$
5. $3xy \times (-xy^2)$
6. $(-dq^2)(-3qd)$

أبسِّطُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي ثمَّ أجدُ قيمتَهُ عندَ القِيَمِ المُعطاةِ.

7. $2d(h - 3d)$, $d = 2$, $h = -4$
8. $-5c\,(c - 2r)$, $c = -3$, $r = 1$
9. $6 + 3w + 2w(w - 2v)$, $w = -1$, $v = 4$

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

10 $(b+4)(b+1)$

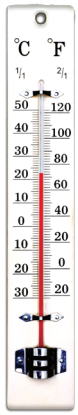
11 $(6+d)(1-d)$

12 $(3x-1)(4x-x^2+2)$

13 $(4-p)(2p-p^2+1)$

معلومةٌ

تُقاسُ درجةُ الحرارةِ بوحدةِ الفهرنهايتِ، واختصارُها (°F)، ووحدةِ المئويِّ، واختصارُها (°C).



14 **طقسٌ:** يمكنُ استخدامُ المقدارِ $\frac{5}{9}\times(°F-32)$ لتحويلِ درجاتِ الحرارةِ الفهرنهايتيّةِ إلى مئويّةٍ. حيثُ °F درجةُ الحرارةِ الفهرنهايتيّةِ. أكملُ الجدولَ الآتِيَ:

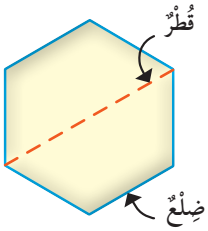
الدرجةُ الفهرنهايتيّةُ (°F)	5	32	41
الدرجةُ المئويّةُ (°C)			

15 **رياضةٌ:** يَستخدمُ المدرِّبونَ الرياضِيّونَ المقدارَ الجبريَّ $\frac{3}{5}(220-a)$ حيثُ a عمرُ الشخصِ؛ لإيجادِ الحدِّ الأدنى لمعدَّلِ ضرباتِ القلبِ في الدقيقةِ. أجدُ الحدَّ الأدنى لمعدّلِ ضرباتِ قلبِ لاعبٍ عمرُهُ 20 سنةً.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

أتعلَّمُ

قُطْرُ المضلَّعِ: قطعةٌ مستقيمةٌ تصلُ بينَ رأسيْنِ غيرِ مُتجاورَيْنِ فيهِ. ويعتمدُ عددُ أقطارِ المضلَّعِ على عددِ أضلاعِهِ.



المثابرةُ في حلِّ المسائلِ: يمكنُني إيجادُ العددِ الكليِّ منَ الأقطارِ لأيِّ مضلَّعٍ باستخدامِ المقدارِ الجبريِّ $\frac{1}{2}n(n-3)$، حيثُ n عددُ الأضلاعِ. أتأمّلُ الشكلَ المجاورَ، ثم أجيبُ:

16 ما أقلُّ قيمةٍ ممكنةٍ للمتغيِّرِ n.

17 أكوِّنُ جدولًا منْ أربعِ قِيَمٍ ممكنةٍ لـ n ثمَّ أكملُ الجدولَ بإيجادِ قيمةِ المقدارِ لكلِّ قيمةِ n.

n				
قيمةُ المقدارِ				

18 أتحقَّقُ منْ حلّي برَسْمِ أقطارِ شكلٍ خماسيٍّ.

19 أعودُ إلى فِقرةِ (أستكشِفُ) بدايةَ الدّرسِ وأحلُّ المسألةَ.

20 **أكتبُ** أكتبُ كيفَ أضربُ مقداريْنِ جَبْرِيَّيْنِ.

الدرسُ 6 خُطّةُ حلِّ المسألةِ: التّخمينُ والتّحقُّقُ

فكرةُ الدرسِ
أحلُّ مسائلَ باستخدامِ خُطَّةِ التخمينِ والتَّحَقُّقِ.

رحلةٌ سياحيَّةٌ: شاركَ 40 شخصًا في رحلةٍ سياحيَّةٍ إلى وادي رمٍّ والعقبةِ، وكانَ رسمُ الاشتراكِ في الرحلةِ للكبارِ 20 دينارًا للشخصِ الواحدِ وللصغارِ 10 دنانيرَ للشخصِ الواحدِ، وبلغَ مجموعُ ما دفعوهُ جميعًا 650 دينارًا. أجدُ عددَ المشاركينَ في الرحلةِ منَ الكبارِ، وعددَ المشاركينَ فيها منَ الصغارِ.

1 أفهمُ

يدفعُ الكبيرُ 20 دينارًا، ويدفعُ الصغيرُ 10 دنانيرَ.

المطلوبُ: إيجادُ عددِ كلٍّ منَ الكبارِ والصّغارِ في الرحلةِ.

2 أُخطِّطُ

أخمِّنُ عددَ كلٍّ منَ الكبارِ والصِّغارِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صِحَّةِ تخميني. أُجرِّبُ عددًا منَ التّوَقُّعاتِ المنطقيَّةِ لحلِّ المسألةِ (تخميناتٌ) وكلَّ مرَّةٍ أختبرُ صحّةَ التّخمينِ باستخدامِ معطياتِ المسألةِ.

3 أحلُّ

أفترضُ أنَّ عددَ الكبارِ x وعددَ الصِّغارِ y، وأكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ المبلغَ الذي دفعوهُ جميعًا للاشتراكِ في الرحلةِ. ثمَّ أكملُ الجدولَ الآتيَ وأحدِّدُ الحالةَ التي يكونُ فيها مجموعُ ما دفعوهُ 650 دينارًا.

أتحقَّقُ	$20x + 10y$	y	x
أكبرُ منْ 650	$20\ (30) + 10\ (10) = 700$	10	30
أكبرُ منْ 650	$20\ (26) + 10\ (14) = 660$	14	26
أقلُّ منْ 650	$20\ (24) + 10\ (16) = 640$	16	24
صحيحٌ ✓	$20\ (25) + 10\ (15) = 650$	15	25

إذنْ، شاركَ في الرحلةِ 25 منَ الكبارِ و15 منَ الصّغارِ.

4 أتحقَّقُ

مجموعُ 25 وَ 15 يساوي 40 ، و $20\ (25) + 10\ (15) = 650$، فالتخمينُ صحيحٌ. ✓

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

1. **ترفيهٌ:** يضمُّ قطارٌ في مدينةِ الألعابِ 8 عرباتٍ يتَّسِعُ كلٌّ منها إلى أربعةِ رُكّابٍ، فكمْ رحلةً سيقومُ بها القطارُ لِنَقْلِ 1280 راكبًا؟

2. **أعمارٌ:** يزيدُ عُمْرُ سَماحَ عنْ عُمْرِ أختِها سُهى 4 سنواتٍ، إذا كانَ مجموعُ عُمْرَيْهِما 20 سنةً فكمْ عمرُ كلٍّ منهُما؟

3. **محيطٌ:** قطعةُ أرضٍ مستطيلةُ الشكلِ طولُها مِثْلا عَرْضِها إذا كانَ محيطُها 210 أمتارٍ، فكمْ مترًا كلٌّ منْ طولِها وعرضِها؟

4. **مهرجانٌ:** سعرُ تذكرةِ الدخولِ لمهرجانٍ رياضيٍّ للكبارِ 3 دنانيرَ، وللصّغارِ ديناران. إذا كانَ عددُ الصغارِ مِثْلَيْ عددِ الكبارِ وكانَ دَخْلُ المهرجانِ 560 دينارًا، فكمْ كانَ عددُ كلٍّ منَ الصّغارِ والكبارِ الّذين حضروا المهرجانَ؟

5. **نقودٌ:** معَ فاضلٍ 12 ورقةً نقديّةً منْ فِئَتَيْ 5 دنانيرَ، وَ10 دنانيرَ قيمتُها الكُلِّيَّةُ 85 دينارًا. فكمْ ورقةً نقديّةً منْ كلِّ فئةٍ معَهُ؟

6. **مساعداتٌ:** تصدَّقَ شخصٌ بموادَّ تموينيةٍ على 8 فقراءَ، فإذا أعطى كلَّ واحدٍ منهُم كيسَ سكرٍ ثمنُهُ 4 دنانيرَ أو كيسَ أرزٍ ثمنُهُ 7 دنانيرَ، وكانَ ثمنُ الأكياسِ جميعِها 41 دينارًا، فما عددُ الأكياسِ التي وزَّعَها منْ كلِّ نوعٍ؟

7. **جوائزُ:** اشترتْ مدرسةٌ 20 جائزةً لطلبتِها المتفوِّقينَ بمبلغِ 68 دينارًا، فإذا كانَ ثمنُ الجائزةِ للطلبةِ الكبارِ 4 دنانيرَ، وثمنُ الجائزةِ للطلبةِ الصّغارِ 3 دنانيرَ، فما عددُ كلٍّ منْ جوائزِ الطلبةِ الكبارِ والصغارِ التي اشترَتْها المدرسةُ؟

8. **رياضةٌ:** في منافساتِ كرةِ القدمِ يكسبُ الفريقُ 3 نقاطٍ في حالةِ فوزِهِ في المباراةِ، ويكسبُ نقطةً واحدةً في حالةِ التعادُلِ. إذا كانَ رصيدُ أحدِ الفِرَقِ 22 نقطةً منْ 10 مبارياتٍ، وانتهتْ جميعُها بالفوزِ أو التعادُلِ. فكمْ عددُ المبارياتِ التي فازَ بها والمبارياتِ التي تعادلَ بها؟

معلومةٌ

كي يقبلَ اللهُ تعالى الصدقةَ منَ العبدِ، عليهِ أنْ يُخلصَ للهِ عزَّ وجلَّ في صدقتِهِ، ولا ينوي التفاخرَ بِها أمامَ الناسِ.

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 الصيغةُ الأُسّيّةُ المكافئةُ للحدِّ الجبريِّ $t \times b \times t \times b^2 \times t$ هي:

a) $t^2 \times b^3$ **b)** $t^3 \times b^2$

c) $(t \times b)^3$ **d)** $(t + b)^3$

2 الصورةُ العشريةُ للعددِ $6.2 \times (2 \times 5)^{-2}$ هي:

a) 0.62 **b)** 62

c) 620 **d)** 0.062

3 قدَّرَتْ دائرةُ الإحصاءاتِ العامَّةُ منتصفَ عامِ 2019 عددَ سكّانِ الأردنِّ مواطنينَ ومقيمينَ بأنَّهُ 10445000 نسمةٍ. فما الصيغةُ العلميَّةُ لعددِ السكانِ؟

a) 1.0445×10^7 **b)** 1.0445×10^6

c) 10.445×10^6 **d)** 0.10445×10^8

4 ما قيمةُ المقدارِ $10 - (5^2 + 7) \div 2$؟

a) 6 **b)** -6

c) -4 **d)** -11

5 إذا كانَ $b = 3$, $k = -4$ ، فإنَّ قيمةَ $6k - 2b$ هيَ:

a) 18 **b)** -18

c) -30 **d)** 3

6 يمشي جمالٌ مسافةَ c كيلومترٍ في كلِّ منْ أيّامِ السبتِ والإثنينِ والأربعاءِ والجمعةِ، ما الحدُّ أو المقدارُ الجبريُّ الذي يُمثِّلُ مجموعَ الكيلومتراتِ التي يقطعُها جمالٌ في هذه الأيّامِ الأربعةِ؟

a) $4c$ **b)** $4 + c$

c) c **d)** $4 + 4c$

7 أيُّ العباراتِ الآتيةِ صحيحةٌ؟

a) $5(x - 3) = 5x + 2$

b) $x(x + 3y) = x^2 + 3xy$

c) $x(x + 4) = 2x + 4$

d) $x(y - b) = -xyb$

8 أيُّ المقاديرِ الجبريّةِ الآتيةِ مكتوبٌ بأبسطِ صورةٍ؟

a) $3x - 5 + x$ **b)** $3x^2 + x - 1$

c) $x^2 - 2x - x$ **d)** $x - 5x + 1$

9 أصلُ بينَ الحدودِ أو المقاديرِ الجبريّةِ المتساويةِ:

$m+m+m$	m^4	$4m$
$2m$	$m \times m$	$3m$
m^2	m^3	$m \times m \times m \times m$

10 أجدُ قيمةَ $2(15 \div 3) + 6 \times 4 - 5^2$

أكتبُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

11 $6d - 1 - (d - 2)$

12 $(2x + y)(x - y)$

13 $3mn\,(2m + n) - n^2m$

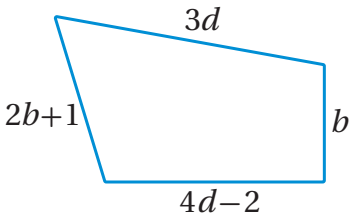
14 $(x - 1)(x^2 + x)$

15 اشترَتْ رولا 18 دفترًا، سعرُ الواحدِ منها n قرشًا واشترَتْ 30 قلمَ حبرٍ، سعرُ الواحدِ منها m قرشًا:

a) أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ المبلغَ الذي دفعَتْهُ رولا ثمنًا للأقلامِ والدفاترِ.

b) أجدُ المبلغَ الذي دَفَعَتْهُ رولا إذا كانَ ثمنُ الدفترِ 20 قرشًا وثمنُ القلمِ 15 قرشًا.

16 أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ محيطَ الشكلِ بأبسطِ صورةٍ.



17 إذا كانَ رسمُ دخولِ مدينةِ ألعابٍ x دينارًا عنْ كلِّ فردٍ مضافًا إليهِ ديناراناِ لمَنْ يريدُ استخدامَ الألعابِ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا في أبسطِ صورةٍ يمثِّلُ ما تدفعُهُ عائلةٌ مكوَّنةٌ منَ الوالدَيْنِ و 3 أطفالٍ إذا استخدمَ الألعابَ الأطفالُ فقطْ.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ:

18 إذا كانَ $x = -2$, $y = -3$ ، فإنَّ قيمةَ $-3x - 2y$ هيَ:

a) 0 **b)** -12

c) 12 **d)** 10

19 لأيِّ عددٍ w ، يمكنُ كتابةُ $w+w+w+w+w$ على الصورةِ:

a) $w + 5$ **b)** $5w$

c) w^5 **d)** $5(w + 1)$

20 إذا كانتْ $x = 5$ ، فما قيمةُ $\frac{3x + 1}{13 - x}$ ؟

21 تملكُ نوارُ مِثْلَيْ ما يملكُهُ حسنٌ منَ الكتبِ، وتملِكُ سُكينةُ 6 كتبٍ زيادةً على ما يملكُهُ حسنٌ. إذا كانَ x يمثِّلُ عددَ الكتبِ التي يملكُها حسنٌ، أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ مجموعَ الكتبِ التي يملكُها الثلاثةُ معًا.

الوحدةُ 3

المعادلاتُ الخَطّيَّةُ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُعَدُّ الاقتراناتُ والمُتَتالِياتُ مِنْ أكثرِ الموضوعاتِ أهميَّةً في عِلمِ الرياضيّاتِ؛ لِما لها مِنْ تطبيقاتٍ في كثيرٍ مِنَ المجالاتِ. فمثلًا، يوظِّفُ المهندسونَ الاقتراناتِ والمتتالياتِ لرصدِ العلاقةِ بينَ الزّمنِ الذي مرَّ على إنشاءِ الجسورِ وقُدرتِها على تَحَمُّلِ وزنِ المركباتِ التي تسيرُ عليها، ويتنبَّؤونَ – أيضًا – بالزمنِ الذي تصبحُ فيهِ هذهِ الجسورُ ضعيفةً، فتحتاجُ إلى صيانةٍ أو استبدالٍ.

تعلَّمتُ سابِقًا:

- ✓ الحدودَ والمقاديرَ الجبريّةَ، وإيجادَ قِيَمِها عندَما تكونُ قيمةُ المتغيّراتِ معلومةً.
- ✓ تعيينَ الأزواجِ المرتَّبةِ على المستوى الإحداثيِّ.
- ✓ حلَّ المعادلاتِ الخطيَّةِ بخطوةٍ واحدةٍ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- حلَّ المعادلةِ الخطّيّةِ بمتغيّرٍ واحدٍ.
- كتابةَ حدودِ متتاليةٍ خطّيّةٍ، وإيجادَ حدِّها العامِّ.
- التعبيرَ عنِ الاقتراناتِ الخطّيّةِ جَبْرِيًّا وبالجداولِ، وبيانِيًّا.

مشروعُ الوحدةِ: خدمةُ التوصيلِ

أستعدُّ وزملائي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الذي نستعملُ فيه ما نَتعلَّمُهُ في هذهِ الوحدةِ حولَ المعادلاتِ الخطِّيَّةِ.

هدفُ المشروعِ: تنميةُ مهاراتي في إيجادِ الحدِّ العامِّ لمُتَتالِيةٍ، والتعبيرُ عنهُ كاقترانٍ وتمثيلُهُ بيانِيًّا.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أبحثُ عنْ ثلاثِ سِلَعٍ يمكنُ شراؤُها عنْ بُعْدٍ والحصولُ عليها من خلالِ خدمَةِ التوصيلِ. ثمّ أكتبُ في الجدولِ الآتي سعرَ القطعةِ الواحدةِ منْ كلِّ سلعةٍ وتكلفةَ التوصيلِ.

السلعةُ	سعرُ القطعةِ	تكلفةُ التوصيلِ

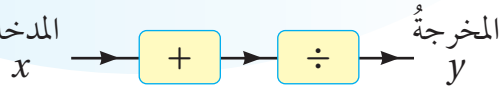
2. أنشئُ جدولًا للعلاقةِ بينَ عددِ القطعِ منْ كلِّ سلعةٍ وإجماليِّ السعرِ مُضافَةً إليهِ تكلفةُ التوصيلِ.

السلعةُ:				
عددُ القطعِ				
إجماليُّ السعرِ				

3. أحدِّدُ المدخلاتِ والمخرجاتِ في كلِّ جدولٍ.

4. أمثِّلُ قيمَ المُدْخَلاتِ والمُخْرَجاتِ لكلِّ سلعةٍ بمُخَطَّطٍ سَهْمِيٍّ.

5. أجدُ آلةَ الاقترانِ الذي يمثّلُ العلاقةَ بينَ المدخلاتِ والمخرجاتِ في كلِّ جدولٍ باستخدامِ النموذجِ الآتي:



6. أكتبُ قاعدةَ كلِّ اقترانٍ جبْرِيًّا على صورةِ $x \longmapsto$

7. أكتبُ قاعدةَ كلِّ اقترانٍ كمعادلَةٍ على صورةِ:

$$y = ax + b$$

8. أكتبُ قيمَ المدخلاتِ والمخرجاتِ على شكلِ أزواجٍ مرتَّبةٍ (x, y)، ثم أرسمُ لكلٍّ منَ الجداولِ الثلاثةِ مستوًى إحداثيًّا وأُعيِّنُ الأزواجَ المرتبةَ عليهِ.

9. أكتبُ فِقرةً أصفُ فيها ما ألاحظُهُ حولَ مواقعِ الأزواجِ المرتبةِ على المستوياتِ الإحداثيّةِ الثلاثةِ.

10. أستَخْدِمُ المستوى الإحداثيَّ لأَجِدَ التكلفةَ الكليّةَ لشراءِ 10 قطعٍ منْ كلِّ سلعةٍ، وأتحقَّقُ منْ إجابتي باستخدامِ قاعدةِ الاقترانِ.

عرضُ النتائجِ:

- أصمِّمُ مطويّةً مُبتَكَرةً، وأدوِّنُ فيها ما قمتُ بهِ في هذا المشروعِ.
- أعرِضُ المطويّةَ أمامَ زملائي.

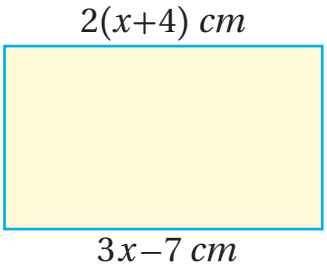
الدرسُ 1 حلُّ المعادلاتِ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ معادلةً بمتغيِّرٍ واحدٍ.

أستكشفُ

أنظرُ إلى المستطيلِ المجاورِ، ثمَّ أجيبُ:



1) ما قيمةُ كلٍّ منَ المقدارَيْنِ الجَبْرِيَّيْنِ: $2(x+4)$ و $3x-7$ عندَما $x=4$ ؟

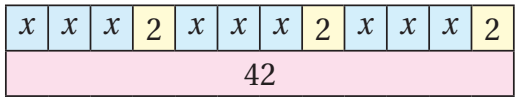
2) هلْ يمكن إيجادُ قيمةٍ للمُتَغَيِّرِ x يتساوى عندَها المقدارانِ $2(x+4)$ و $3x-7$؟

3) كم طولُ المستطيلِ بحسبِ قيمةِ x التي أوجدْتُها؟

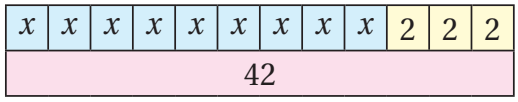
4) هلْ توجدُ قِيَمٌ أخرى للمتغيِّرِ x تجعلُ طولَيْ ضِلْعَيِ المستطيلِ مُتساوِيَيْنِ؟

يمكنُني حلُّ معادلةٍ تحتوي على متغيِّرٍ واحدٍ في أحدِ طَرَفَيْها باستخدامِ خصائصِ المساواةِ.

مثال 1 أَحُلُّ المعادلةَ $3(3x+2)=42$ وأتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:



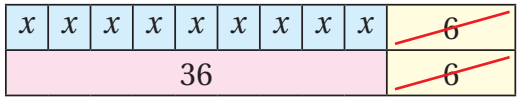
المعادلةُ الأصليَّةُ $3(3x+2)=42$



خاصيَّةُ التوزيعِ $3\times3x+3\times2=42$

أضربُ $9x+6=42$

$9x+6=42$



$-6 \quad -6$

$9x=36$

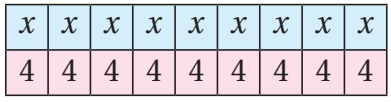
أطرحُ 6 منْ كِلا الطرفَيْنِ

$9x=36$

$\div 9 \quad \div 9$

$x=4$

أقسمُ كِلا الطرفَيْنِ على 9



$x=4$

أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

بتعويضِ $x=4$ في المعادلةِ $3(3(4)+2) \stackrel{?}{=} 42$

أبسِّطُ $3(14) \stackrel{?}{=} 42$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ ✓ $42=42$

أتحققُ من فهمي:

1) $3\left(2x-2\frac{2}{3}\right)=-42$

2) $2\left(\frac{x}{5}-7\right)=-16$

يمكنُني أيضًا استخدامُ خصائصِ المساواةِ لحلِّ معادلةٍ تحتوي على متغيِّرٍ على طَرَفَيِ المساواةِ.

مثال 2 أحلُّ المعادلةَ $\frac{2}{3}(x-5)=-(5+x)$ وأتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

المعادلةُ الأصليّةُ	$\frac{2}{3}(x-5)=-(5+x)$
أضربُ طَرَفَيِ المعادلةِ في 3	$2(x-5)=-3(5+x)$
خاصيَّةُ التوزيعِ	$2x-10=-15-3x$
أجمعُ $3x$ لكلا الطرفَيْنِ	$+3x \quad +3x$ $5x-10=-15$
أجمعُ 10 لكلا الطرفَيْنِ	$+10 \quad +10$ $5x=-5$
أقسمُ طرَفَيِ المعادلةِ على 5	$\div 5 \quad \div 5$ $x=-\frac{5}{5}=-1$

أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

أعوِّضُ قيمةَ $x=-1$ في المعادلةِ الأصليّةِ	$\frac{2}{3}(-1-5)\stackrel{?}{=}-(5+-1)$
الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ	$-4=-4$ ✓

أتحقق من فهمي:

أحلُّ كلًّا منَ المعادلتينِ الآتيتينِ، وأتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

1) $-2(-6-k)=\frac{1}{4}(k+13)$

2) $5-7b=-4(b+1)-3$

يمكنُني كتابةُ معادلاتٍ خطيّةٍ لتمثيلِ مواقفَ حياتيّةٍ، ثمَّ أحلُّها.

مثال 3: منَ الحياةِ

لــدى عليٍّ 4 علبٍ مليئةٍ بالأقلامِ، وقلمانِ إضافيّانِ، ولدى خالدٍ علبتانِ مليئتانِ بالأقلامِ و 10 أقلامٍ إضافيّةٍ. فكم قلمًا في العلبةِ الواحدةِ إذا كانَ لدى كلٍّ منهما العددُ نفسُهُ منَ الأقلامِ؟

ليكنْ عددُ الأقلامِ في كلِّ علبةٍ هو x ، إذنْ، لدى عليٍّ $4x+2$ قلمًا، ولدى خالدٍ $2x+10$ قلمًا، وبما أنَّ لدى كلٍّ منْ عليٍّ وخالدٍ العددَ نفسَهُ منَ الأقلامِ، فإنَّ $4x+2=2x+10$

أحلُّ المعادلةَ لأجدَ قيمةَ المتغيّرِ الذي يمثّلُ عددَ الأقلامِ في كلِّ علبةٍ.

المعادلةُ الأصليّةُ $4x+2=2x+10$

أطرحُ $2x$ منَ الطرفينِ $-2x \quad -2x$

$2x+2=10$

أطرحُ 2 منْ كِلا الطرفينِ $-2 \quad -2$

$2x=8$

أقسمُ كِلا الطرفينِ على 2 $\div 2 \quad \div 2$

$x=4$

إذنْ، تحتوي كلُّ علبةٍ على 4 أقلامٍ.

أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

أعوِّضُ $x=4$ في المعادلةِ الأصليةِ $4(4)+2 \stackrel{?}{=} 2(4)+10$

أبسّطُ $16+2 \stackrel{?}{=} 8+10$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ $18=18$ ✓

أتحققُ من فهمي:

ناتجُ ضربِ عددٍ ما في 3 ثمَّ إضافةُ 5 يساوي ناتجَ جمعِهِ إلى العددِ 23، فما العددُ؟

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أحلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ، وأتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

1. $2(5x+14)=6$
2. $3(4-x)=33$
3. $\frac{2}{3}(x-8)=7$
4. $\frac{4\times-1}{7}=5$

أحلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ، وأتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

5. $2(3x-4)=4x+17$
6. $\frac{3}{4}(6+x)=-2(x-5)$
7. $\frac{1}{3}(x-2)+10=4-3x$
8. $\frac{x+4}{5}=9-7x$

إرشادٌ

يمكنُني التخلُّصُ منَ الكسرِ المضروبِ في القوسِ بضربِ طرفَيِ المعادلةِ بمقلوبِ الكسرِ.

9. ناتجُ ضربِ عددٍ ما في 7 ثمَّ جمْعُهُ إلى 6 يساوي ناتجَ جمْعِهِ إلى العددِ 30، فما العددُ؟

معلومةٌ

تُعَدُّ جزُرُ أوكيناوا اليابانيّةُ واحدةً منْ أعلى معدّلاتِ الأعمارِ في العالمِ؛ إذْ إنَّ فيها أكثرَ من 400 شخصٍ تبلغُ أعمارُهُم 100 عامٍ.

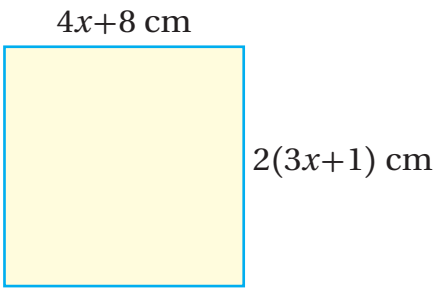
10. **العمرُ:** هَلا أصغرُ بـ 7 سنواتٍ منْ ريمَ، وسليمٌ عمرُهُ يساوي ضعفَ عُمْرِ ريمَ. وإذا كانَ مجموعُ عُمْرَيْ هَلا وريمَ مساويًا لعمرِ سليمٍ مطروحًا منْ 57. أكتُبُ معادلةً، ثمَّ أحلُّها لأجدَ عمرَ كلِّ واحدٍ منهم.

11. أرتِّبُ خطواتِ حلِّ المعادلةِ $2x+7=19-2x$. أكتبُ رقمَ كلِّ خطوةٍ في ◯:

	◯ $4x=12$	
◯ $4x+7=19$		◯ $x=3$
	◯ $-7 \quad -7$	
◯ $+2x \quad +2x$		◯ $\div 4 \quad \div 4$
	◯ $2x+7=19-2x$	

12. **حدائقُ:** حديقةٌ مستطيلةُ الشكلِ بُعْداها $(3+x)$ مترًا و$(1+x)$ مترًا. فإذا كانَ محيطُ الحديقةِ 44 مترًا أجدُ قيمةَ x، ثمَّ أجدُ بُعْدَيِ الحديقةِ.

لديَّ المربّعُ المُجاورُ:



13 أَجِدُ قيمةَ x

14 ما طولُ ضلعِ المربّعِ؟

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريــرٌ: حلَّتْ كلٌّ منْ نَدى وعبيرَ المعادلــةَ $3(5x-1)=42$ بطريقةٍ مختلفةٍ، بناءً على ذلكَ:

نـدى

$3(5x-1)=42$

$\div 3 \quad \div 3$

$5x-1=14$

$+1 \quad +1$

$5x=15$

$\div 5 \quad \div 5$

$x=3$

عبيرُ

$3(5x-1)=42$

$15x-3=42$

$+3 \quad +3$

$15x=45$

$\div 15 \quad \div 15$

$x=3$

15 ما الفرقُ بينَ حلَّيْ نَدى وعبيرَ؟ هلْ حلُّ كلٍّ منهُما صحيحٌ؟

16 هلْ يمكنُ استخدامُ طريقةِ نَدى لحلِّ أيِّ معادلةٍ؟ أبرِّرُ إجابتي.

أفكِّرُ

هـلْ توجَـدُ معادلـةٌ ليـسَ لهـا حـلٌّ؟

17 **تحدٍّ:** أحلُّ المعادلةَ الآتيةَ:

$$2x+7=5+2x$$

18 **أكتبُ** أصفُ كيفَ أحُلُّ معادلةً خطيَّةً تحتوي على متغيّرٍ في طَرَفَيْها.

الدرسُ 2 الكُسورُ العَشْرِيَّةُ الدَّورِيَّةُ

فكرةُ الدرسِ

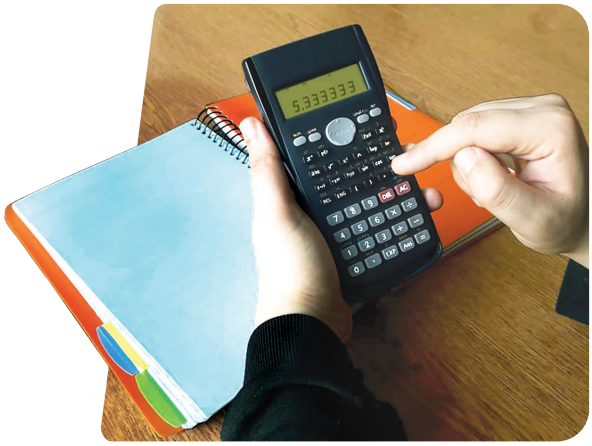
أحوِّلُ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ إلى كسرٍ فعليٍّ أو عددٍ كسريٍّ.

المصطلحاتُ

كسرٌ عَشْريٌّ دَوْرِيٌّ.

أستكشفُ

قسّمَ حسنٌ بَسْطَ كَسْرٍ على مَقامِهِ باستخدامِ حاسبةٍ فحصلَ على 5.333333 ، هلْ يمكنُ معرفةُ هذا الكسرِ؟



يمكنُ استخدامُ حلِّ المعادلاتِ وخصائصِ المساواةِ لكتابةِ أيِّ **كسرٍ عشريٍّ دوريٍّ (repeating decimal)** على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ حيثُ a و b عددانِ صحيحانِ و $b \neq 0$.

مثال 1 **أكتبُ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ $0.\overline{4}$ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.**

أعبِّرُ عنِ الكسرِ العشريِّ الدوريِّ بمُتغيِّرٍ مثلِ x ، ثمَّ أُجري العمليّاتِ الآتيةَ؛ لأكتبَهُ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

$x = 0.444\ldots$

أضربُ طَرَفَيِ المعادلةِ في 10؛ لأنَّ منزلةً واحدةً فقط تتكرَّرُ — $10(x) = 10\ (0.444\ldots)$

أضربُ في 10، أُحَرِّكُ الفاصلةَ منزلةً واحدةً إلى اليمينِ — $10x = 4.444\ldots$

أجزِّئُ العددَ العشريَّ إلى عددٍ صحيحٍ وكسرٍ عشريٍّ — $10x = 4 + 0.444\ldots$

أعوِّضُ $x = 0.444\ldots$ — $10x = 4 + x$

أطرحُ x منْ كِلا الطرفيْنِ — $9x = 4$

أقسمُ كِلا الطرفينِ على 9 — $x = \frac{4}{9}$

إذنْ، يُكتَبُ الكسرُ العشريُّ الدوريُّ $0.\overline{4}$ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ كما يأتي: $\frac{4}{9}$

أتحققُ من فهمي:

1) $0.\overline{1}$ 2) $0.\overline{2}$ 3) $0.\overline{5}$ 4) $0.\overline{8}$

توجدُ كسورٌ عشريّةٌ دوريّةٌ يتكرَّرُ فيها رَقْمانِ أو أكثرُ، ويمكِنُنا أيضًا كتابةُ هذهِ الكسورِ العشريَّةِ الدوريَّةِ على الصّورةِ $\frac{a}{b}$.

مثال 2: منَ الحياةِ

تقدَّمَ 66 طالبًا إلى امتحانٍ في مادّةِ العلومِ، فكانَ الكسرُ العشريُّ الدّالُّ على نسبةِ النّجاحِ $0.\overline{81}$، أجِدُ عدَدَ الناجحينَ.

أعبِّرُ عنِ الكسرِ العشريِّ الدوريِّ بمتغيِّرٍ مثلِ x ، ثمَّ أقومُ بالعمليّاتِ الآتيةِ؛ لأكتُبَهُ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

$$x = 0.8181\ldots$$

أضربُ طرَفَي المعادلةِ في 100؛ لأنَّ منزلتينِ تتكرَّرانِ	$100(x) = 100\ (0.8181\ldots)$
أضربُ في 100، أُحَرِّكُ الفاصلةَ منزلتَيْنِ إلى اليمينِ	$100x = 81.8181\ldots$
أجزِّئُ العددَ العشريَّ إلى عددٍ صحيحٍ وكسرٍ عشريٍّ	$100x = 81 + 0.8181\ldots$
أعوِّضُ $x = 0.8181\ldots$	$100x = 81 + x$
أطرحُ x منْ كِلا الطَّرفَيْنِ	$99x = 81$
أقسمُ كِلا الطَّرَفيْنِ على 99	$x = \frac{81}{99}$
أكتبُ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ	$x = \frac{9}{11}$

لإيجادِ عددِ الطلبةِ الناجحينَ، أضربُ عددَ الطلبةِ في الكسرِ الدالِّ على نسبةِ النجاحِ.

أضربُ، ثمّ أبسِّطُ	$66 \times \frac{9}{11} = 54$

إذنْ، عددُ الطلبةِ الناجحينَ هوَ 54 طالبًا.

أتحققُ من فهمي:

إذا كانَ عددُ الحيواناتِ جميعِها في الحديقةِ يساوي 88، والكسرُ الدالُّ على الحيواناتِ المفترسةِ فيها هو $0.\overline{18}$ ، أجِدُ عددَ الحيواناتِ المفترسةِ.

توجدُ كسورٌ عشريّةٌ دوريّةٌ يتكرَّرُ فيها رَقْمانِ أو أكثرُ، في حينِ لا تتكرَّرُ أرقامٌ أخرى، مثلًا الكسرُ العشريُّ $0.3\overline{2}$ يتكرَّرُ فيهِ الرَّقْمُ 2 فقطْ ولا يتكرَّرُ الرَّقْمُ 3. يمكنُني أيضًا كتابةُ هذهِ الكسورِ العشريَّةِ الدوريّةِ على الصّورةِ $\frac{a}{b}$.

مثال 3 أكتبُ العددَ العشريَّ الدوريَّ $4.1\overline{3}$ على صورةِ عددٍ كسريٍّ:

أعبِّرُ عنْ $4.1\overline{3}$ بمتغيِّرٍ مثلِ x، ثمَّ أُجري العمليّاتِ الآتيةَ؛ لأجدَ العددَ الكسريَّ الذي يمثِّلُهُ.

$x = 4.1333\ldots$

أضربُ طرَفَيِ المعادلةِ في 10؛ لأنَّ منزلةً واحدةً فقطْ تتكرَّرُ	$10x = 41.333\ldots$
أجزِّئُ العددَ العشريَّ	$10x = 37.2 + 4.1333\ldots$
أُعوِّضُ $x = 4.1333\ldots$	$10x = 37.2 + x$
أطرحُ x منْ طرَفَيِ المساواةِ	$9x = 37.2$
أقسمُ الطرفينِ على 9	$x = \frac{37.2}{9}$
أضربُ البسطَ والمقامَ في 10	$= \frac{372}{90}$
أحوِّلُ الكسرَ غيرَ الفِعليِّ إلى عددٍ كسريٍّ	$= 4\frac{2}{15}$

إذنْ، يُكْتَبُ العددُ العشريُّ الدوريُّ $4.1\overline{3}$ عَلى صورةِ عددٍ كسريٍّ كما يأتي: $4\frac{2}{15}$

أتحققُ من فهمي:

أكتبُ العددَ العشريَّ الدوريَّ على صورةِ عددٍ كسريٍّ:

1) $1.1\overline{6}$

2) $3.2\overline{7}$

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ على صورةِ كَسْرٍ $\frac{a}{b}$:

1) $0.\overline{6}$
2) $0.\overline{7}$
3) $0.\overline{3}$
4) $0.\overline{9}$
5) $0.\overline{13}$
6) $0.\overline{37}$
7) $0.\overline{15}$
8) $0.\overline{33}$

أكتبُ العددَ العشريَّ الدوريَّ على صورةِ عددٍ كسريٍّ:

9) $1.\overline{14}$
10) $2.\overline{13}$
11) $5.3\overline{4}$
12) $4.2\overline{5}$

أتذكَّرُ

عندَ تحويلِ الكسرِ العشريِّ الدوريِّ إلى كسرٍ فعليٍّ يجبُ أنْ نتنبَّهَ إلى عددِ المنازلِ الدوريةِ.

13 أكملُ الجدولَ الآتيَ وأبحثُ عنْ نمطٍ، ثم أصفُ قاعدتَهُ.

الكسر العشري الدوري	$0.\overline{1}$	$0.\overline{2}$	$0.\overline{3}$	$0.\overline{4}$	$0.\overline{5}$
صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$					

14 **ذهبٌ:** اشترتْ سناءُ خاتمًا منَ الذّهَبِ كتلته $0.\overline{7}$ غم. أكتبُ كتلةَ الخاتمِ على صورةِ كَسْرٍ فِعْلِيٍّ.

15 **حلويّاتٌ:** استخدمَ رامي $1.\overline{27}$ كوبًا منَ السكَّرِ لتحضيرِ فطيرةٍ. فما العددُ الكسريُّ الدالُّ على كمّيّةِ السكّرِ الذي استخدَمَهُ رامي؟

16 **زراعةٌ:** سقى مزارعٌ $0.\overline{13}$ منْ أشجارِ مزرعتِهِ التي تحتوي على 99 شجرةً. فما عددُ الأشجارِ التي لم يَسْقِها بعدُ؟

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

17 أجِدُ قيمةَ $0.5 \times 0.32\overline{7}$

18 **تبريرٌ:** أكتبُ الكسريْنِ العَشْرِيَّيْنِ 0.15 ، $0.\overline{15}$ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$ ثمَّ أقارنُ بينَهما.

19 **تبريرٌ:** يقولُ أحمدُ إنْ ناتجَ ضَرْبِ عددٍ صحيحٍ غيرِ الصفرِ في عددٍ عشريٍّ دوريٍّ يبقى دوريًّا. فهلْ أحمدُ على صوابٍ. أبرِّرُ إجابتي.

20 **تَوَسُّعٌ:** أجدُ ناتجَ $0.\overline{4} \times 0.\overline{3}$

21 **أكتبُ** كيفَ أكتبُ الكسرَ العشريَّ $0.\overline{6}$ على صورةِ كسرٍ عاديٍّ؟

الدرسُ 3 المتتالياتُ

فكرةُ الدرسِ

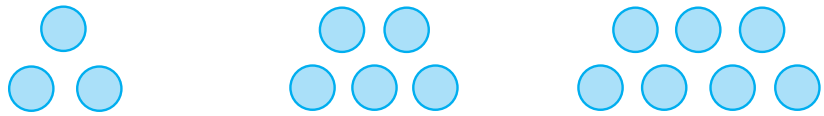
أكتبُ حدودًا متتاليةً، وأجدُ الحدَّ العامَّ لها.

المصطلحاتُ

متتاليةٌ ، الحدُّ ، الحدُّ العامُّ

أستكشفُ

أتأمّلُ النمطَ الآتيَ، ثمَّ أجيبُ عمّا يليهِ:



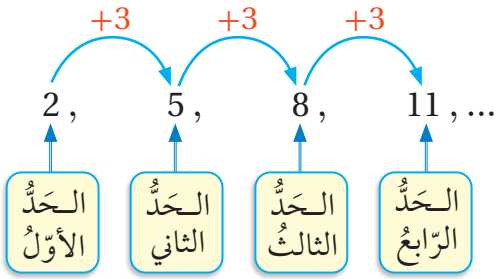
الشكلُ (1) الشكلُ (2) الشكلُ (3)

1) ما عددُ الدوائرِ في كلٍّ منَ الأشكالِ 4, 5, 6؟

2) كيفَ نجدُ عددَ الدوائرِ في الشكلِ رقمِ 24؟

المتتاليةُ (sequence) هي مجموعةٌ منَ الأعدادِ تَتْبَعُ ترتيبًا مُعيّنًا، ويُسمّى كلُّ عددٍ فيها **حدًّا (term)**.

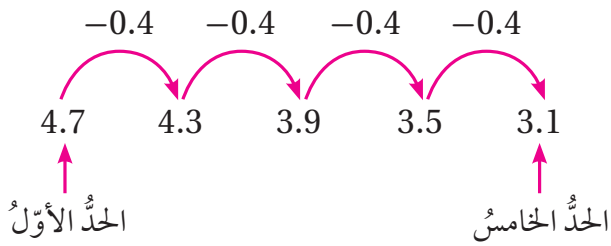
يمكنُني أنْ أكملَ حدودَ المتتاليةِ إذا علمتُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ.



مثال 1

إذا كانَ الحدُّ الأوّلُ في متتاليةٍ هوَ 4.7، والقاعدةُ التي تربطُ كلَّ حدٍّ بالحَدِّ الذي يليهِ هو طرحُ 0.4 أجِدُ الحدَّ الخامسَ.

أبدأُ بالحدِّ الأوّلِ وأطرحُ 0.4 كلَّ مرَّةٍ حتّى أصلَ إلى الحدِّ الخامسِ. إذنْ، الحدُّ الخامسُ هوَ 3.1



أتحققُ من فهمي:

إذا كانَ الحدُّ الأوّلُ في متتاليةٍ هوَ 2.6 والقاعدةُ التي تربطُ كلَّ حدٍّ بالحدِّ الذي يليهِ هو طرحُ 0.5، فأَجِدُ الحدَّ السادسَ.

يمكنُني أيضًا أنْ أجدَ أيَّ حدٍّ في المُتتاليةِ إذا علمتُ العلاقةَ التي تربطُ بينَ أيِّ حدٍّ في المتتاليةِ ورتبَتِهِ. وتُسمّى هذهِ العلاقةُ قاعدةَ **الحدِّ العامِّ** **(n^{th} term)**. يمكنُني بهذهِ الطريقةِ أنْ أجدَ الحدَّ المطلوبَ منْ دونِ الحاجةِ إلى إيجادِ جميعِ الحدودِ التي تسبقُهُ. أليسَ هذا أفضلَ؟

مثال 2

إذا كانتْ قاعدةُ الحدِّ العامِّ لمتتاليةٍ هيَ: أضربُ رتبةَ الحدِّ في 3 ثمَّ أجمعُ 2، فأجِدُ كلًّا مِنَ الحدودِ: السادسِ والسابعِ والثامنِ.

رتبةُ الحدِّ السادسِ تساوي 6، ولإيجادِ هذا الحدِّ فإنَّني أطبِّقُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ على رتبتِهِ:

أضرِبُ الرتبةَ في 3 ثمَّ أجمعُ 2 إلى الناتجِ.

الرُّتبةُ			الحدُّ	
6	× 3	18	+2	20
7	× 3	21	+2	23
8	× 3	24	+2	26

الحدُّ السادسُ: $6 \times 3 + 2 = 20$

الحدُّ السابعُ: $7 \times 3 + 2 = 23$

الحدُّ الثامنُ: $8 \times 3 + 2 = 26$

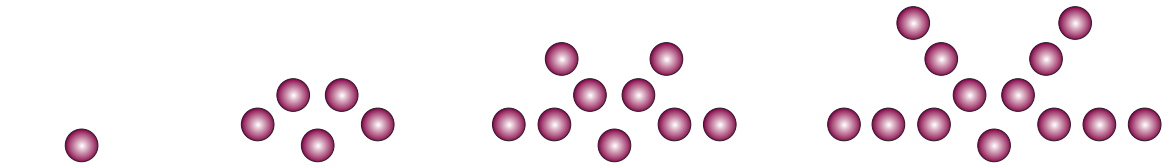
أتحققُ من فهمي:

إذا كانتْ قاعدةُ الحدِّ العامِّ لمتتاليةٍ هيَ: أضربُ رتبةَ الحدِّ في 5 ثمَّ أطرحُ 7، فأجِدُ كلًّا منَ الحدودِ: السابعِ والثامنِ والتاسعِ.

يمكنُني أنْ أجِدَ قاعدةَ الحدِّ العامِّ للمتتاليةِ بملاحظةِ القاعدةِ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ وأيضًا بملاحظةِ العلاقةِ بينَ رتبةِ كلِّ حدٍّ وقيمتِهِ.

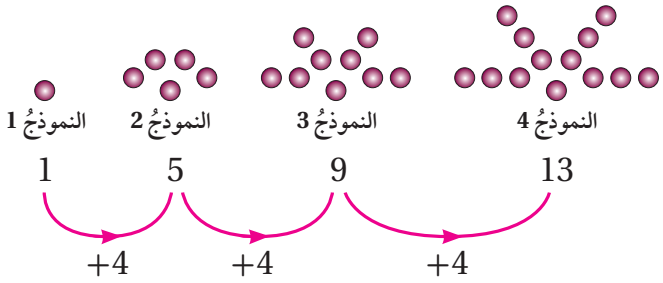
مثال 3

في ما يأتي نَمَطٌ هندسيٌّ يشكِّلُ عددُ الدوائرِ فيه متتاليةً:



النموذجُ الأوّلُ — النموذجُ الثاني — النموذجُ الثالثُ — النموذجُ الرابعُ

1 أجدُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ:



بالانتقالِ منَ الحدِّ إلى الحدِّ الذي يليهِ، أجدُ أنَّ 4 دوائرَ قدْ أُضيفَتْ، إذنْ، كلُّ حدٍّ أكبرُ منَ الحدِّ الذي يسبِقُهُ بِـ 4 .

2 أكتبُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ.

رُتبةُ الحدِّ				الحدُّ
1	× 4	4	−3	1
2	× 4	8	−3	5
3	× 4	12	−3	9
4	× 4	16	−3	13

تزدادُ الحدودُ في المتتاليةِ بمقدارِ 4، وهذا يذكِّرُني بجدولِ ضربِ العددِ 4؛ إذْ إنَّ الفرقَ بينَ كلِّ ناتجَيْنِ يساوي 4، لكنَّ حدودَ المتتاليةِ أقلُّ بمقدارِ 3 منَ النواتجِ في جدولِ ضربِ العددِ 4، إذنْ، قاعدةُ الحدِّ العامِّ هي: أضربُ رتبةَ الحدِّ في 4 ثمّ أطرحُ 3 .

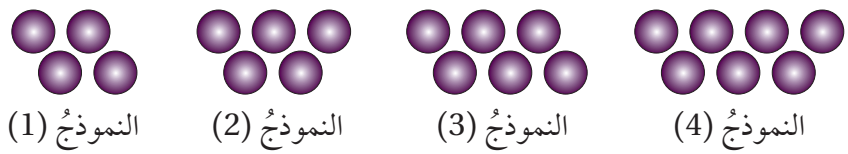
3 ما عددُ الدوائرِ في الحدِّ الذي رتبتُهُ 15؟

لإيجادِ عددِ الدوائرِ، فإنَّني أطبِّقُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ على الحدِّ الذي رتبتُهُ 15؛ أضربُ الرتبةَ في 4 ثمَّ أطرحُ 3 منَ الناتجِ.

الرُّتبةُ				الحدُّ
15	× 4	60	−3	57

أتحققُ منْ فهمي:

في ما يأتي نَمَطٌ هندسيٌّ يشكِّلُ عددُ الدوائرِ فيه متتاليةً:



4 أجدُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ.

5 أكتبُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ.

6 ما عددُ الدوائرِ في الحدِّ الذي رتبتُهُ 12؟

يمكنُني استعمالُ مقدارٍ جبريٍّ لكتابةِ الحدِّ العامِّ للمتتاليةِ.

مثال 4

الحدُّ العامُّ لمتتاليةٍ هوَ (أضربُ رتبةَ الحدِّ في $\frac{1}{4}$ ثمَّ أجمعُ $\frac{27}{4}$) أكتبُ الحدَّ العامَّ باستخدامِ مقدارٍ جبريٍّ، ثمَّ أستخدمُهُ لأجدَ الحدودَ الثلاثةَ الأولى.

يمكنُني أنْ أكتبَ الحدَّ العامَّ المُعطى على صورةِ (أيُّ حدٍّ يساوي $\frac{1}{4}$ مَضروبًا في رتبةِ الحدِّ مُضافًا إليهِ $\frac{27}{4}$) لِنرمزْ لرتبةِ أيِّ حدٍّ في المتتاليةِ بالمتغيّرِ n ولْنرمزْ إلى الحدِّ نفسِهِ بالرمزِ T_n.

أكتبُ هذه العبارةَ بالرموزِ كما يأتي:

$$T_n = \frac{1}{4}n + \frac{27}{4}$$

أستخدمُ الحدَّ العامَّ؛ لأجدَ الحدودَ الثلاثةَ الأولى:

قاعدةُ الحدِّ العامِّ

$$T_n = \frac{1}{4}n + \frac{27}{4}$$

أُعوِّضُ رتبةَ الحدِّ الأوّلِ $(n = 1)$

$$T_1 = \frac{1}{4}(1) + \frac{27}{4}$$

أُبسِّطُ

$$T_1 = \frac{28}{4} = 7$$

أُعوِّضُ رتبةَ الحدِّ الثاني $(n = 2)$

$$T_2 = \frac{1}{4}(2) + \frac{27}{4}$$

أُبسِّطُ

$$T_2 = \frac{29}{4} = 7\frac{1}{4}$$

أُعوِّضُ رتبةَ الحدِّ الثالثِ $(n = 3)$

$$T_3 = \frac{1}{4}(3) + \frac{27}{4}$$

أُبسِّطُ

$$T_3 = \frac{30}{4} = 7\frac{1}{2}$$

إذنْ، الحدودُ الثلاثةُ الأولى في المتتاليةِ هيَ: $7\frac{1}{2}$ ، $7\frac{1}{4}$ ، 7

أتحققُ من فهمي:

الحدُّ العامُّ لمتتاليةٍ هوَ (أضربُ رتبةَ الحدِّ في $\frac{1}{6}$ ثمَّ أطرحُ $\frac{5}{6}$) أكتبُ الحدَّ العامَّ باستخدامِ مقدارٍ جبريٍّ، ثمَّ أستخدمُهُ لأجدَ الحدودَ الثلاثةَ الأولى.

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أجدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ في كلِّ متتاليةٍ مما يأتي:

1. 67, 78, 89, 100, ...
2. 101, 95, 89, 83, ...
3. $-17, -13, -9, -5, \ldots$
4. 19, 14, 9, 4, ...
5. 1.2, 1.5, 1.8, 2.1, ...
6. 3.2, 2.8, 2.4, 2, ...
7. $2\frac{1}{2}, 4, 5\frac{1}{2}, 7, \ldots$
8. $\frac{1}{7}, \frac{5}{7}, \frac{9}{7}, \frac{13}{7}, \ldots$

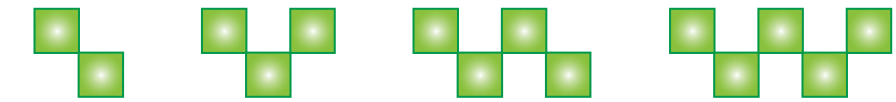
أتذكَّرُ

لإيجادِ قاعدةِ الحدِّ العامِّ للمتتاليةِ يجبُ أنْ ألاحظَ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ بالحدِّ الذي يليهِ، وكذلكَ العلاقةَ بين رُتبةِ كلِّ حدٍّ وقيمتِهِ.

في كلِّ متتاليةٍ ممّا يأتي، أجدُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ بالحدِّ الذي يليهِ، وأستخدمُها لإيجادِ الحدِّ السابعِ:

9. 130, 118, 106, 94, ...
10. 19, 28, 37, 46, ...
11. 17, 11, 5, −1, ...
12. $-25, -18, -11, -4, \ldots$
13. 3.1, 3.6, 4.1, 4.6, ...
14. $2\frac{3}{4}, 4, 5\frac{1}{4}, 6\frac{1}{2}, \ldots$

في ما يأتي نمطٌ هندسيٌّ يشكِّلُ عددُ المربّعاتِ فيه متتاليةً:



النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3) النموذجُ (4)

15. أجدُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ.
16. أكتبُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ.
17. ما عددُ المربّعاتِ في الحدِّ الذي رتبتُهُ 10؟
18. الحدُّ العامُّ لمتتاليةٍ هـوَ ($\frac{3}{4}$ أضربُ رتبةَ الحدِّ في $\frac{3}{4}$ ثمَّ أجمعُ) أكتبُ الحدَّ العامَّ باستخدامِ مقدارٍ جبريٍّ، ثمَّ أستخدمُهُ لأجِدَ الحدودَ الثلاثةَ الأولى.

19 أصلُ بينَ حدودِ المتتاليةِ والحدِّ العامِّ لها:

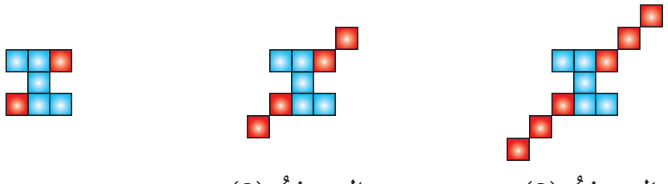
$7, 9, 11, 13, \ldots$	$3n + 1$
$2, 4, 6, 8, \ldots$	$3n$
$7, 11, 15, 19, \ldots$	$2n$
$3, 6, 9, 12, \ldots$	$2n + 5$
$4, 7, 10, 13, \ldots$	$4n$
$4, 8, 12, 16, \ldots$	$5n - 2$
$3, 8, 13, 18, \ldots$	$4n + 3$

في ما يأتي أنماطٌ هندسيَّةٌ يشكِّلُ عددُ المربّعاتِ في كلٍّ منها متتاليةً، أجدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ:

إرشادٌ

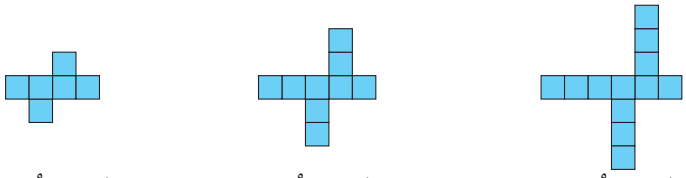
يمكنُني أنْ أبدأَ بكتابةِ عبارةٍ جبريَّةٍ تمثلُ المربَّعاتِ الزرقاءَ، وعبارةٍ جبريّةٍ أخرى تمثلُ المربّعاتِ الحمراءَ، ثمَّ جمعِ العبارتينِ الجبريّتيْنِ.

20



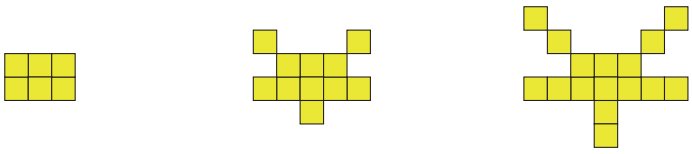
النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3)

21



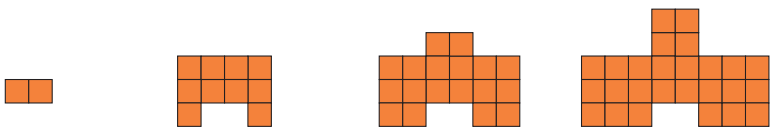
النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3)

22



النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3)

23



النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3) النموذجُ (4)

24 **آبارٌ:** تتقاضى شركةٌ لحفرِ الآبارِ 50 دينارًا عنْ حفرِ المترِ الأولِ و 52.5 دينارًا عنْ حفرِ الثاني و55 دينارًا عنْ حفرِ الثالثِ وهكذا. فكمْ تتقاضى الشركةُ عنْ حفرِ المترِ رقْمِ 40؟

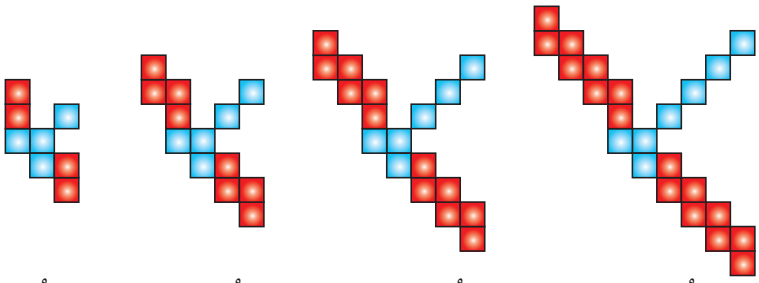
25 ما قيمةُ الحدِّ الذي رتبتُه 30 في المتتاليةِ الآتيةِ:

60, 52, 44, 36, 28, ...

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

26 **تحدٍّ:** متتاليةٌ حدودُها ...352, ... 2, 9, 16 فما رتبةُ الحدِّ الذي قيمتُه 352؟

27 **تبريرٌ:** صمَّمتْ شذًى نمطًا هندسيًّا يشكِّلُ عددُ المربّعاتِ فيهِ متتاليةً، كما في الشكلِ الآتي:



النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3) النموذجُ (4)

أيُّ الجملِ الآتيةِ صحيحةٌ وأيُّها خطأٌ، مُصحِّحًا الخطأَ:

a) يوجدُ 20 مربعًا باللَّونِ الأحمرِ و 8 باللَّونِ الأزرقِ في النموذجِ الخامسِ.

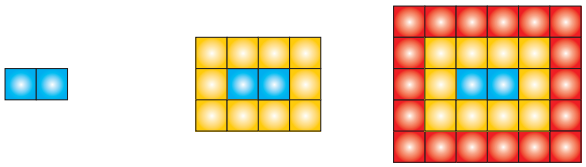
b) يوجدُ $4n$ منَ المربّعاتِ باللَّونِ الأحمرِ في الحدِّ العامِّ، حيثُ n هوَ رقمُ النموذجِ.

c) يوجدُ n منَ المربّعاتِ باللَّونِ الأزرقِ في الحدِّ العامِّ.

d) العددُ الكليُّ للمربّعاتِ في الحدِّ العامِّ هوَ $5n + 3$.

e) يوجدُ 40 مربعًا باللَّونِ الأحمرِ و 16 باللَّونِ الأزرقِ في الحدِّ العاشرِ.

28 **تحدٍّ:** يبيِّنُ الشكلُ الآتي ثلاثةَ حدودٍ في متتاليةٍ، أجدُ عددَ المربَّعاتِ في الشكلِ رقمِ 50:



النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3)

أفكّرُ

ما علاقةُ مساحةِ المستطيلِ برتبةِ الحدِّ؟

29 **أكتبُ** أوضِّحُ خطواتِ إيجادِ الحدِّ العامِّ لمتتاليةٍ إذا علمتُ بعضَ حدودِها.

الدرسُ 4 الاقتراناتُ

فكرةُ الدرسِ

أتعرَّفُ الاقترانَ، وأجِدُ قاعدَتَهُ

المصطلحاتُ

الاقترانُ

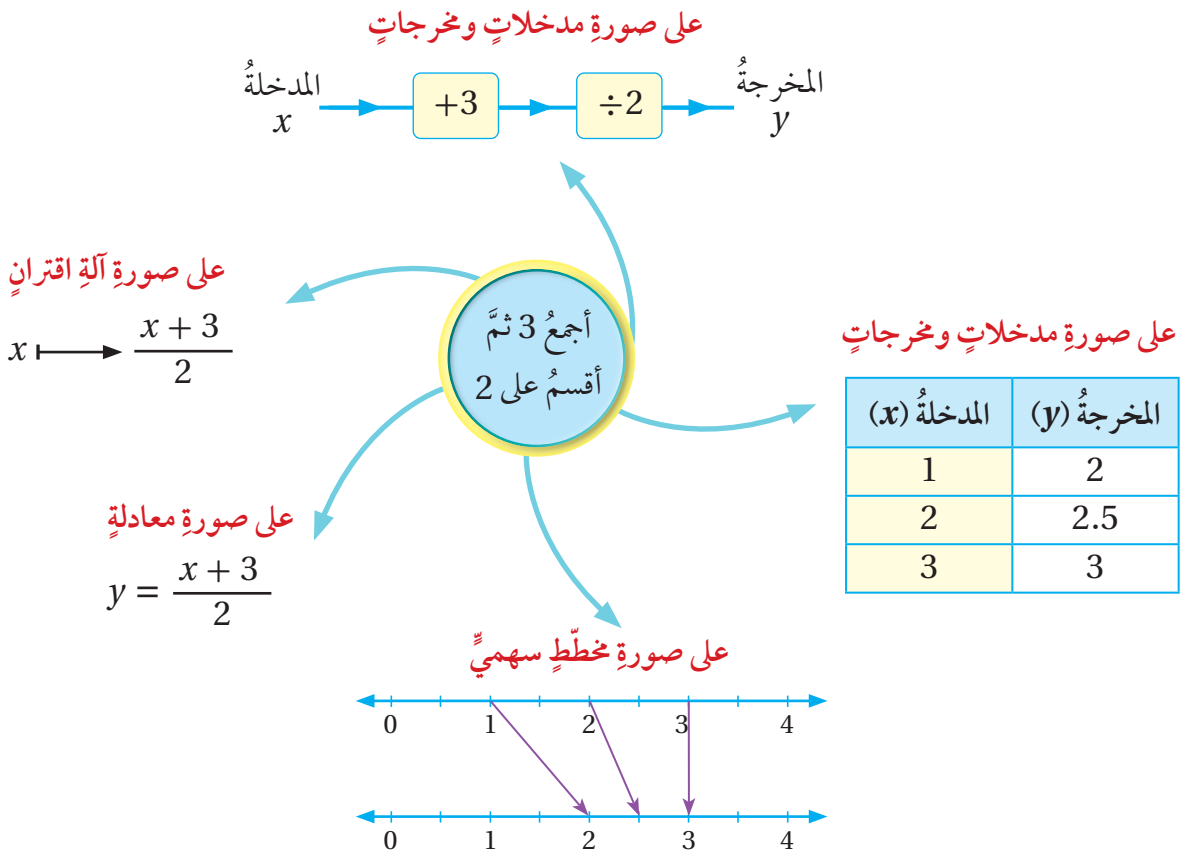
أستكشفُ

أتأمَّلُ الجدولَ الآتيَ الذي يبيِّنُ الأجرةَ التي يتقاضاها عاملٌ وفقًا لعددِ ساعاتِ عملِهِ مُتضمِّنةً بدلَ المواصلاتِ.

كمْ تبلغُ أجرةُ العاملِ بالدينارِ إذا عملَ 5 ساعاتٍ، 7 ساعاتٍ؟

عددُ ساعاتِ العملِ	1	2	3	4
الأجرةُ بالدينارِ	4	7	10	13

الاقترانُ (function) هو علاقةٌ تربطُ كلَّ قيمةٍ منَ المُدخلاتِ بقيمةٍ واحدةٍ فقطْ منَ المُخرجاتِ. ويمكنُني التعبيرُ عنِ الاقترانِ بطرائقَ مختلفةٍ كما يأتي:



المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
1	2
2	2.5
3	3

مثال 1

أكملُ جدولَ القيمِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي:

1 $y = 2x - 5$

المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
1	$2(1) - 5 = -3$
2	$2(2) - 5 = -1$
3	$2(3) - 5 = 1$
4	$2(4) - 5 = 3$

2 $y = 3(x + 1)$

المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
1	$3(1+1) = 6$
2	$3(2+1) = 9$
3	$3(3+1) = 12$
4	$3(4+1) = 15$

أتحققُ من فهمي:

3 $y = 9x - 1$

4 $y = 4(x - 7)$

يمكنُني أنْ أستخدمَ آلةَ الاقترانِ لأكتبَ قاعدتَهُ جبريًّا على الصورةِ $x \longmapsto$.

مثال 2

أكتبُ قاعدةَ كلِّ اقترانٍ ممّا يأتي على صورةِ $x \longmapsto$ ، ثمَّ على صورةِ معادلةٍ:

1 $x \rightarrow \boxed{\times 6} \rightarrow \boxed{-2} \rightarrow$

آلةُ الاقترانِ المعطاةُ تضربُ المدخلةَ x في 6 ثمَّ تطرحُ 2

إذنْ، يمكنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ على الشكلِ $x \longmapsto 6x - 2$ أو كمعادلةٍ على الشكلِ: $y = 6x - 2$

2 $x \rightarrow \boxed{+9} \rightarrow \boxed{\times 5} \rightarrow$

آلةُ الاقترانِ المعطاةُ تجمعُ 9 إلى المدخلةِ x ثمّ تضربُ في 5

إذنْ، يمكنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ على الشكلِ $x \longmapsto 5(x+9)$ أو كمعادلةٍ على الشكلِ: $y = 5(x+9)$

أتحققُ من فهمي:

3 $x \rightarrow \boxed{+8} \rightarrow \boxed{\times 2} \rightarrow$

4 $x \rightarrow \boxed{-1} \rightarrow \boxed{\times 6} \rightarrow$

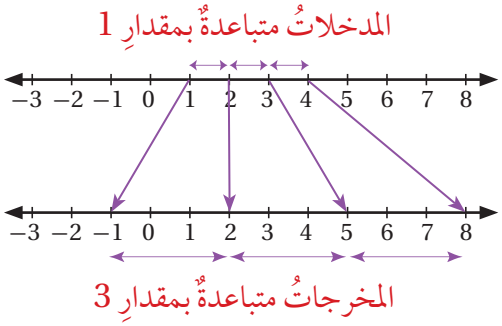
يمكنُني أنْ أستخدمَ جدولَ القيمِ لأجدَ قاعدةَ الاقترانِ.

مثال 3

يبيِّنُ الجدولُ المجاورُ قِيَمَ المدخلاتِ والمخرجاتِ لاقترانٍ:

المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
1	-1
2	2
3	5
4	8

1 أصفُ بالكلماتِ قاعدةَ الاقترانِ.



بما أنَّ المدخلاتِ متباعدةٌ بمقدارِ 1، وأنَّ المخرجاتِ متباعدةٌ بمقدارِ 3، فإنَّ الجزءَ الأوّلَ منَ القاعدةِ هوَ: الضربُ في 3 .

حتى تكونَ صورةُ العدد 4 هي 8، يجبُ أنْ تحتويَ القاعدةُ على طرْحِ العددِ 4 .

إذنْ، القاعدةُ هيَ: أضربُ في 3 ثمَّ أطرحُ 4 .

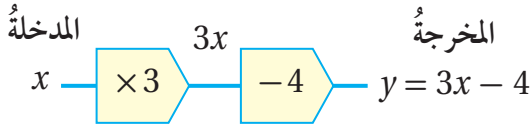
2 أكتبُ قاعدةَ الاقترانِ بالصورةِ $x \longmapsto$ ، ثمَّ كمُعادلةٍ.

يمكنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ بالصورةِ الآتيةِ:

$$x \longmapsto 3x - 4$$

أوْ كمُعادلةٍ بالصورةِ الآتيةِ:

$$y = 3x - 4$$



أتحققُ من فهمي:

يبيِّنُ الجدولُ المجاورُ قِيَمَ المدخلاتِ والمخرجاتِ لاقترانٍ:

المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
2	7
3	9
4	11
5	13

3 أصفُ بالكلماتِ قاعدةَ الاقترانِ.

4 أكتبُ قاعدةَ الاقترانِ بالصورةِ $x \longmapsto$ ثمَّ كمُعادلةٍ.

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكملُ جدولَ القيمِ لكلِّ اقترانٍ ممّا يأتي:

1) $x \longmapsto 5x+4$
2) $x \longmapsto 7x-2$
3) $x \longmapsto \frac{x}{2}+1$
4) $x \longmapsto 4(x-3)$
5) $x \longmapsto 5(x+6)$
6) $x \longmapsto \frac{3x}{2}$

المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
1	
2	
3	
4	

أكتبُ قاعدةَ كلِّ اقترانٍ ممّا يأتي بالصورةِ $x \longmapsto$ ، ثمَّ كمُعادلةٍ.

7) $x \to \boxed{\times 3} \to \boxed{+5} \to$
8) $x \to \boxed{\times 4} \to \boxed{-2} \to$
9) $x \to \boxed{\times 9} \to \boxed{\div 4} \to$
10) $x \to \boxed{\div 3} \to \boxed{+1} \to$
11) $x \to \boxed{+4} \to \boxed{\times 3} \to$
12) $x \to \boxed{-5} \to \boxed{\div 4} \to$

أتأمَّلُ الجدولَ المجاورَ الذي يبيِّنُ قيمَ المدخلاتِ والمخرجاتِ لاقترانٍ، ثمَّ:

المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
1	3
2	5
3	7
4	9

13) أصفُ بالكلماتِ قاعدةَ الاقترانِ.

14) أكتبُ قاعدةَ الاقترانِ بالصورةِ $x \longmapsto$ ثمَّ كمعادلةٍ.

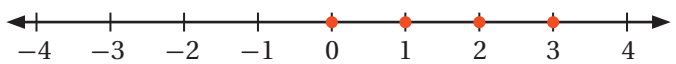
أفكِّرُ

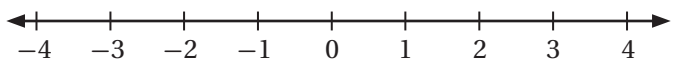
يمكنُ إيجادُ قاعدةِ الاقترانِ الخطّيِّ، إذا عُلِمَ منها مدخلَتانِ متتاليتانِ ومخرجتاهُما. لماذا؟

إذا كانَ لديَّ الاقترانُ الذي قاعدتُهُ $x \longmapsto 2(x-1)$:

15) أجدُ المخرجاتِ المُناظِرةَ للمُدخلاتِ $0, 1, 2, 3$

16) أمثِّلُ قيمَ المدخلاتِ والمخرجاتِ باستخدامِ المخطَّطِ السَّهْمِيِّ الآتي:





معلومةٌ

صُنعتْ ثُريّا مسجدِ تازةَ في المغربِ سنةَ 694 للهجرةِ، وهي الثريَّا النحاسيّةُ الضخمةُ والأجملُ في العالمينِ العربيِّ والإسلاميِّ؛ إذْ إنّها تحملُ لمسةً منَ الجمالِ الأندلُسيِّ.

17 **ثرياتٌ:** يبيِّنُ الجدولُ الآتي تكلفةَ إنتاجِ نوعٍ منَ الثريّاتِ، حيثُ x هيَ عددُ الثريّاتِ، وَ Y هيَ التكلفةُ.

x	1	2	3
y	20	40	60

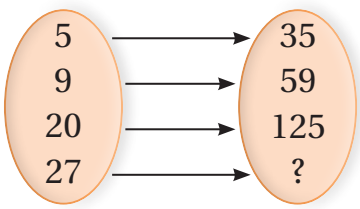
أكتبُ قاعدةَ الاقترانِ الذي تمثِّلُه هذهِ الأزواجُ المرتَّبةُ بصورةِ معادلةٍ؟

18 أكملُ الجدولَ الآتي:

المُخطَّطُ السَّهْمِيُّ	قاعدةُ الاقترانِ	الصيغةُ الجبريّةُ
2 → ، 0 → ، 1 →		$x \longmapsto 5(x-1)$
10 → ، 35 → ، 45 →	$y = 7-x$	
2 → ، 20 → ، 3.5 →		$x \longmapsto 1-0.5x$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

19 **تحدٍّ:** أجِدُ القيمةَ المجهولةَ في المخطّطِ السَّهْمِيِّ المُجَاورِ؟



تحدٍّ: أستخدمُ آلةَ الاقترانِ الآتيةَ:

x → ×10 → −9 → y

20 أجِدُ المخرجةَ y إذا كانتِ المدخلةُ $x = 0.3$.

21 أجدُ المدخلةَ x إذا كانتِ المخرجةُ $y = 31$.

22 أكتبُ قاعدةَ الاقترانِ على صورةِ معادلةٍ.

23 **أكتبُ** أكتبُ بخطواتٍ كيفَ أجدُ قاعدةَ أيِّ اقترانٍ.

الدرسُ 5 تمثيلُ الاقترانِ الخطّيِّ بيانيًّا

فكرةُ الدرسِ

أُمثِّلُ الاقترانَ الخطّيَّ بيانيًّا على المستوى الأحداثيِّ.

المصطلحاتُ

التمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ

أستكشفُ

أُكملُ جدولَ المُدْخَلاتِ والمُخْرَجاتِ للاقترانِ الذي قاعدتُهُ: $x \longmapsto 3x + 1$

الزوجُ المرتَّبُ (المُخْرَجَةُ ، المُدْخَلَةُ)	المُخْرَجَةُ $3x+1$	المُدْخَلَةُ x
(1 , 4)	4	1
		2
		3
		4

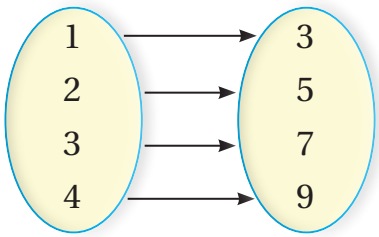
1) أرسمُ مستوًى إحداثيًّا، وأُعَيِّنُ عليهِ مواقعَ الأزواجِ المرتَّبةِ.

2) أَصِفُ ما أُلاحِظُهُ.

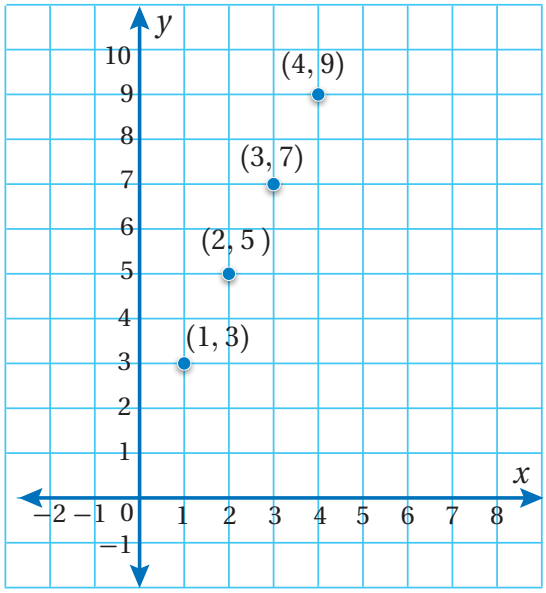
يُمْكِنُني التعبيرُ عنِ الاقترانِ باستخدامِ أزواجٍ مرتَّبةٍ (x , y) حيثُ x تُمثِّلُ المدخلةَ و y تمثِّلُ المخرجةَ. وعندَ تمثيلِ هذهِ الأزواجِ المرتّبةِ في المستوى الإحداثيِّ فإنَّني أحصلُ على جزءٍ منَ **التمثيلِ البيانيِّ للاقترنِ (function graph)**، إذْ يتكوَّنُ التمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ منْ جميعِ النقاطِ التي تحقِّقُ قاعدَتَهُ.

مثال 1

أُمثِّلُ بيانيًّا الاقترانَ المُعطى بالمخطَّطِ السَّهْمِيِّ المجاورِ:

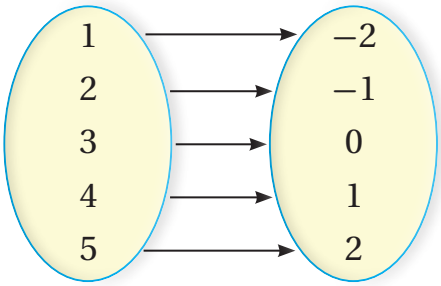


أمثِّلُ الأزواجَ المرتَّبَةَ $(1, 3), (2, 5), (3, 7), (4, 9)$ على المستوى الإحداثيِّ.



أتحققُ من فهمي:

أُمثِّلُ بيانيًّا الاقترانَ المُعطى بالمخطَّطِ السَّهْمِيِّ المجاورِ.



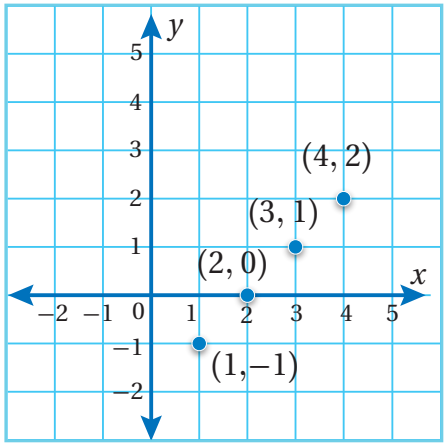
تعلَّمتُ في الدرسِ السابقِ كتابةَ قاعدةِ الاقترانِ على صورةِ معادلةٍ تحتوي على متغيِّرَيْنِ مثلًا، $y = 3x - 2$. وحلولُ هذهِ المعادلةِ أزواجٌ منْ قِيَمِ المُدخلاتِ x والمُخرجاتِ y التي تحقِّقُ المعادلةَ. ويمكنُ التعبيرُ عنْ هذهِ القيمِ بأزواجٍ مرتَّبةٍ على الشكلِ (x, y).

مثال 2

أجدُ أربعةَ حُلولٍ للمُعادلةِ $y = x - 2$ ثمَّ أمثِّلُها بيانيًّا على المستوى الإحداثيِّ.

أختارُ 4 قِيَمٍ للمُدخلاتِ ولتكُنْ 1, 2, 3, 4 ثمَّ أجدُ قيمَ المُخرَجاتِ المناظِرةِ لها باستخدامِ المعادلةِ.

x	$x-2$	y	(x, y)
1	$1-2$	-1	$(1, -1)$
2	$2-2$	0	$(2, 0)$
3	$3-2$	1	$(3, 1)$
4	$4-2$	2	$(4, 2)$



يمثِّلُ كلُّ زوجٍ مرتَّبٍ في الجدولِ حلًّا للمعادلةِ $y = x - 2$، وعندَ تمثيلِ هذهِ الأزواجِ المرتبةِ على المستوى الإحداثيِّ فإنَّنا نحصلُ على جزءٍ منَ التمثيلِ البيانيِّ للمعادلةِ؛ وذلكَ لأنَّ للمعادلةِ حلولاً أخرى غيرَ هذهِ التي أوْجدْناها في الجدولِ.

أتحققُ من فهمي:

أجدُ أربعةَ حلولٍ للمعادلةِ $y = x - 3$، ثمَّ أمثِّلُها بيانيًّا على المستوى الإحداثيِّ.

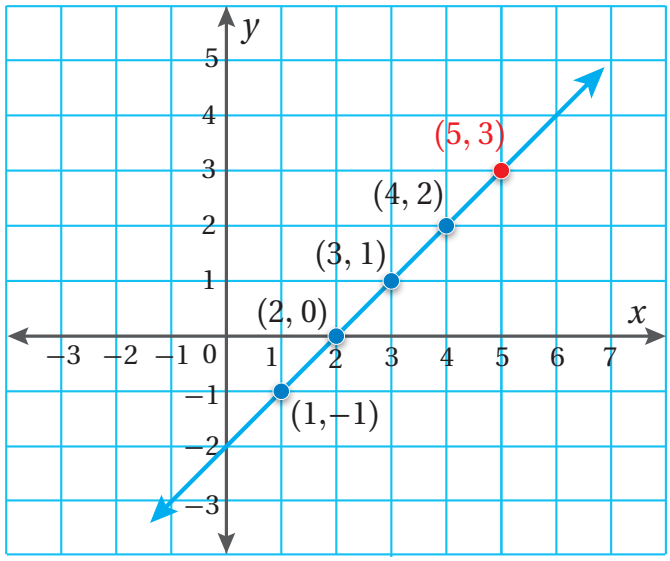
ألاحِظُ في المثالِ السابقِ أنَّ النقاطَ الأربعَ التي تمثِّلُ حلولَ المعادلةِ تقعُ على مستقيمٍ واحدٍ؛ ولذلكَ فإنَّ أيَّ نقطةٍ تقعُ على هذا المستقيمِ تمثِّلُ حلًّا للمعادلةِ $y = x - 2$. لِنَخْتَبِرِ النقطةَ $(5, 3)$ التي تقعُ على المستقيمِ نفسِهِ.

أكتبُ المعادلةَ $y = x - 2$

أعوِّضُ قيمَتَيْ $x = 5$ و $y = 3$ في المعادلةِ $3 \stackrel{?}{=} 5 - 2$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ $3 = 3$ ✓

إذنْ، النقطةُ $(5, 3)$ تحقِّقُ المعادلةَ $y = x - 2$. وبما أنَّ جميعَ حلولِ هذهِ المعادلةِ تقعُ على خطٍّ مستقيمٍ فإنَّها تُسمّى **معادلةً خطيَّةً** **(linear equation)**.



مثال 3: منَ الحياةِ

نباتُ الخيزرانِ أسرعُ النباتاتِ نُمُوًّا، فقدْ تصلُ سرعةُ نموِّهِ إلى 91 cm في اليومِ الواحدِ. أكتبُ معادلةً في متغيِّرينِ تمثِّلُ مقدارَ نموِّ الخيزرانِ بعدَ مرورِ عددٍ منَ الأيّامِ، ثمَّ أمثِّلُ المعادلةَ بيانيًّا.

لِيَكُنِ المُتغيِّرُ x هوَ عددَ الأيّامِ والمتغيّرُ y هو مقدارَ نموِّ الخيزرانِ، إذنْ، العلاقةُ بينَ هذينِ المتغيِّرينِ هيَ $y = 91x$

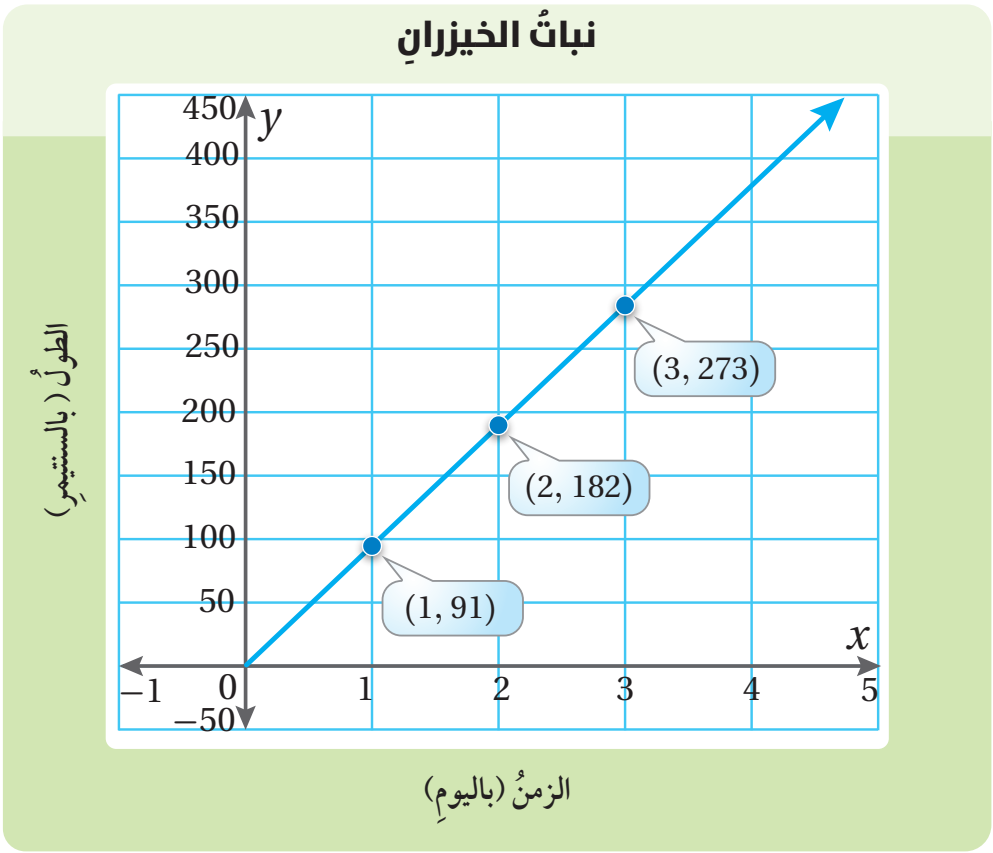
ولِتمثيلِ هذهِ المعادلةِ بيانيًّا، أَتَّبِعُ الخطواتِ الثلاثَ الآتيةَ:

الخطوة 1: أختارُ بعضَ قيمِ المدخلاتِ x ولتكنْ $1, 2, 3$

الخطوة 2: أنشئُ جدولًا وأستخدِمُه لإيجادِ قيمِ المخرجاتِ المقابِلَةِ لهذِهِ المدخلاتِ:

x	$91x$	y	(x, y)
1	91×1	91	(1 , 91)
2	91×2	182	(2 , 182)
3	91×3	273	(3 , 273)

الخطوة 3: أمثِّلُ الأزواجَ المرتَّبَةَ في المستوى الإحداثِيِّ، ثمَّ أرسمُ مستقيمًا يمرُّ بها جميعًا:



أتحققُ من فهمي:

تنقلُ حافلةٌ 22 راكبًا كلَّ ساعةٍ. أكتبُ معادلةً في متغيِّرَيْنِ تمثِّلُ عددُ الرُّكّابِ الذين تنقلُهم الحافلةُ بعدَ مرورِ عددٍ منَ الساعاتِ، ثمَّ أُمثِّلُ المعادلةَ بيانيًّا.

أفكِّرُ

ما أقلُّ عددٍ منَ الأزواجِ المُرتَّبَةِ يلزمُ لتمثيلِ المُعادلةِ الخطيَّةِ بيانيًّا؟

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أتذكّرُ

أستخدمُ أولويّاتِ العمليّاتِ الحسابيّةِ عندَ التعويضِ لإيجادِ قيمةِ y.

أكملُ الجدولَ، ثُمَّ أُمثِّلُ الاقترانَ بيانِيًّا في كلٍّ ممّا يأتي:

1 $y = 3x$

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

2 $y = x$

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

3 $y = x - 3$

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

4 $y = 5 - x$

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

أجِدُ أربعةَ حلولٍ لكلِّ معادلةٍ ممّا يأتي، ثمَّ أمثِّلُها بيانِيًّا على المستوى الإحداثيِّ.

5 $y = 3x + 1$

6 $y = 4x - 3$

7 $y = 3 - 2x$

8 $y = 2x - 5$

9 $y = 4 - 3x$

10 $y = 4x + 1$

11 أيُّ أزواجِ الإحداثِيّاتِ الآتيةِ تقعُ على المستقيمِ الذي معادلتُهُ $y = 2x - 3$؟ أبرِّرُ إجابتي.

a) $(2, 7)$ **b)** $(-1, -5)$ **c)** $(15, 27)$

معلومةٌ

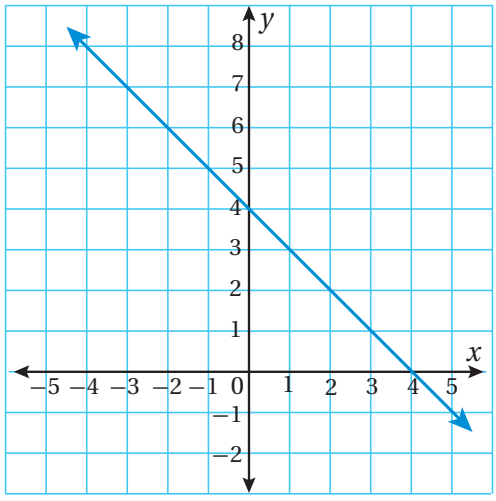
يُعدُّ القطارُ الصينيُّ الذي يربطُ العاصمةَ بكينَ بمدينةِ نانجينغ الأسرعَ في العالمِ؛ إذ تصلُ سرعتُهُ إلى 317 km في الساعةِ.

12 **قطارات:** تَتَّسعُ العربةُ الواحدةُ في قطارٍ إلى 85 راكبًا. أكتبُ معادلةً في متغيِّرينِ تمثِّلُ عددَ الركّابِ الذينَ يسعُهم أيُّ عددٍ منْ عرباتِ القطارِ، ثمَّ أُمثِّلُ المعادلةَ بيانيًّا.

13 **مهنٌ:** يصنعُ نجّارٌ كلَّ يومٍ 6 طاولاتٍ لكلٍّ منْها 4 أرجلٍ. أكتبُ معادلةً في متغيِّرينِ تمثِّلُ عددَ أرجلِ الطاولاتِ التي يصنعُها النجّارُ بعدَ مرورِ عددٍ منَ الأيّامِ، ثمَّ أُمثِّلُ المعادلةَ بيانيًّا.

14 **مشـــترياتٌ:** إذا كانَ ثمنُ الحقيبةِ الواحدةِ 10 دنانـــيرَ وثمنُ القميصِ الواحدِ 7 دنانيرَ، أكتبُ معادلةً تمثِّلُ ثمنَ حقيبةٍ واحدةٍ وعددٍ منَ القُمصانِ.

أستخدِمُ التمثيلَ البيانيَّ الآتيَ:



15 أجد قيمةَ المدخلةِ x التي تقابلُ كلَّ مخرجةٍ ممّا يأتي:

$y = 6$, $y = 0$, $y = 3$

16 أكتبُ المعادلةَ التي تمثِّلُ المستقيمَ.

معلومةٌ

تُعرفُ التمريناتُ الهوائيّةُ بتمريناتِ القلب، ومنها: المشيُ والركضُ، والسّباحةُ؛ إذْ إنّها تتطلَّبُ ضخَّ الدّمِ المؤكسدِ منَ القلبِ إلى العضلاتِ.

يمكنُ حسابُ الحدِّ الأقصى لمعدَّلِ ضرباتِ قلبِ الإنسانِ (y) في الدقيقةِ في أثناءِ ممارستِهِ الرياضةَ بالمعادلةِ: $y = 208 - 0.7x$، حيثُ x العمرُ بالسنواتِ.

17 ما الحدُّ الأقصى لمعدّلِ ضرباتِ قلبِ شخصٍ عمرهُ 30 سنةً، وآخرُ عمرُهُ 50 سنةً؟

18 ما عمرُ شخصٍ معدلُ ضرباتِ قلبِهِ 194 نبضةً في الدقيقةِ؟

19 هلْ معدّلُ ضرباتِ القلبِ يزدادُ أمْ ينقصُ معَ العمرِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

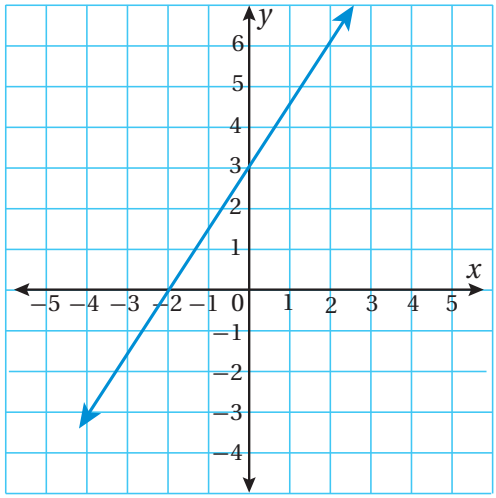
20 أُمثِّلُ المعادلةَ بيانيًّا.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

أفكِّرُ

هلْ توجدُ علاقةٌ بينَ التمثيلِ البيانيِّ للمعادلةِ الخطِّيَّةِ، وإشارةِ معاملِ x فيها؟

21 **تحدٍّ:** الشكلُ المجاورُ تمثيلٌ بيانيٌّ للمعادلةِ $y = ax + 3$، أجِدُ قيمةَ a.



22 **تحدٍّ:** أُمثِّلُ بيانيًّا كلًّا ممّا يأتي:

$y = -3$ وَ $x = 5$

23 **أكتبُ** كيفَ أُمثِّلُ المعادلةَ $y = 4x - 3$ بيانيًّا؟

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 إذا قُسمَ عددٌ على 6 وطُرِحَ منَ الناتجِ 10 أصبحَ الناتجُ 2 ، أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ تعبّرُ عنْ هذهِ العلاقةِ؟

a) $\frac{x-10}{6}=2$ **b)** $\frac{x}{6}-10=2$

c) $10-\frac{x}{6}=2$ **d)** $\frac{10-x}{6}=2$

2 المستقيمُ الذي تقعُ عليهِ النقطةُ $(-3,-2)$ هوَ:

a) $2x-3y=0$ **b)** $2x-y=-1$

c) $y+x=1$ **d)** $3x+2y=13$

3 الحدُّ العامُّ للمتتاليةِ $2, 5, 8, 11, \ldots$ هوَ:

a) $T_n=2n+3$

b) $T_n=3n+3$

c) $T_n=3n-1$

d) $T_n=n+3$

4 حلُّ المعادلةِ: $5(x+9)=-10$ هوَ:

a) $x=-11$ **b)** $x=11$

c) $x=-7$ **d)** $x=7$

5 $x=2$ هو حلٌّ للمعادلةِ:

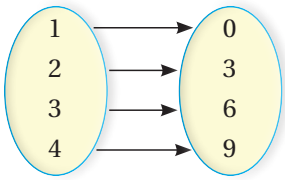
a) $x+3=6$

b) $2x-3=5x-1$

c) $3(2x-1)=9$

d) $5=2x-1$

6 قاعدةُ الاقترانِ الموضَّحةُ بالمخطَّطِ السَّهْمِيِّ، هيَ:



a) $y=3x+1$ **b)** $y=3x-3$

c) $y=3-3x$ **d)** $y=x+1$

7 زوجُ الإحداثيّاتِ الّذي يقعُ على المستقيمِ الّذي معادلتُهُ $y=3x-1$ هوَ:

a) $(0, 0)$ **b)** $(0, 1)$

c) $(1, 2)$ **d)** $(1, -2)$

8 الحدُّ الخامسُ في المتتاليةِ التي حدُّها العامُّ $T_n=2n+3$ ، هوَ:

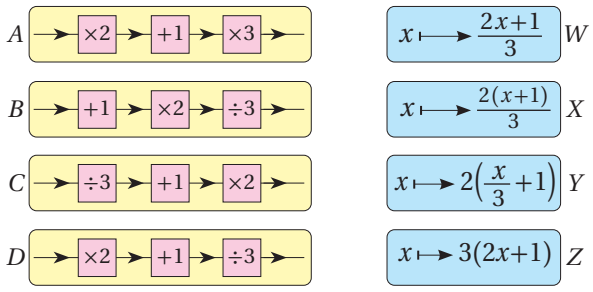
a) 8 **b)** 13 **c)** 10 **d)** 5

أجدُ الحدَّ المفقودَ في المتتاليّاتِ الآتيةِ:

9 $3, \ldots, \ldots, 24, 48, 96$

10 $64, 32, \ldots, \ldots, 4$

11 أصلُ بخطٍّ بينَ آلةِ الاقترانِ وصورتِهِ التي على الشكلِ $x \longmapsto$:



أحلُّ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي، وأتحقَّقُ منْ صحّةِ الحلِّ:

12 $2x - 12 = -11$

13 $-6w + 3 = 15 - 3w$

14 $2(2y - 3) + 8 = y - 9$

15 $3(k + 4) = 4(2k - 5) + 17$

16 عددٌ إذا أَضَفْنا رُبْعَهُ إلى نِصفِهِ كانَ الناتجُ 15 ، فما ذلكَ العددُ؟

أمثِّلُ كلًّا منَ الاقترانيْنِ الآتييْنِ بيانيًّا:

17 $y = -2x + 3$

18 $y = 4x - 6$

19 ما قيمةُ الحدِّ الذي رتبتُهُ 35 في المتتاليةِ الآتيةِ؟

9 , 11 , 13 , 15 , ...

ما الحدُّ العامُّ لكلٍّ منَ المتتاليتينِ الآتيتيْنِ:

20 17 , 13, 9 , 5 , ...

21 −7 , −3 , 1 , 5 , 9 ....

22 معَ عبيرَ دينارٌ واحدٌ، وتدَّخِرُ كلَّ أسبوعٍ 5 دنانيرَ. أكتبُ الحدَّ العامَّ الذي يعبِّرُ عنْ مقدارِ ما تدَّخِرُ عبيرُ بعدَ أيِّ عددٍ منَ الأسابيعِ.

23 3 أمثالِ عُمْرِ ليلى قبلَ 5 سنواتٍ يساوي مِثْلَيْ عُمْرِها الآنَ مُضافًا إليهِ 4 سنواتٍ، فما عُمْرُ لَيْلى الآنَ؟

24 يبيِّنُ الجدولُ الآتي العلاقةَ بينَ عددِ ساعاتِ العملِ الإضافيِّ والمبلغِ المدفوعِ:

عددُ ساعاتِ العملِ	1	2	3	4
المبلغُ المدفوعُ	5	8	11	14

a) أمثِّلُ الاقترانَ بيانيًّا.

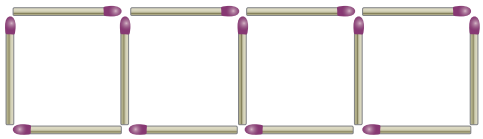
b) ما مقدارُ المبلغِ المدفوعِ إذا كانَ عددُ ساعاتِ العملِ الإضافيِّ 6 ساعاتٍ؟

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوْلِيّةِ:

25 يزيدُ ثمنُ قلمِ حبرٍ نصفَ دينارٍ على ثمنِ قلمِ رصاصٍ. إذا اشترى سفيانُ قَلَمَيْ حِبْرٍ وَ 3 أقلامِ رصاصٍ بـ 1.7 دينارًا. فكمْ دينارًا سيدفعُ صديقُهُ وائِلٌ إذا اشترى قَلَمَ حبرٍ واحدًا وقَلَمَيْ رصاصٍ؟

a) 0.92 **b)** 24.1 **c)** 87.0 **d)** 4.3

26 يظهرُ في الشكلِ 13 عودَ ثقابٍ تكوّنُ 4 مربّعاتٍ. فكمْ مربَّعًا يمكنُ بناؤُهُ بالطريقةِ نفسِها باستخدامِ 73 عودَ ثقابٍ؟



a) 18 **b)** 24

c) 14 **d)** 15

27 إذا كانَ 4 أمثالِ عددٍ هو 48 ، فما $\frac{1}{3}$ هذا العددِ؟

a) 4 **b)** 8 **c)** 21 **d)** 61

الوحدةُ 4

الزَّوايا والمُضلَّعاتُ والتَّحويلاتُ الهندسيّةُ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُستعملُ خصائصُ الزوايا والمضلّعاتِ والتحويلاتِ الهندسيّةِ في كثيرٍ منَ المهنِ، مثلِ تصميمِ الزخارفِ الإسلاميّةِ التي تعتمدُ كثيرًا على تَكرارِ وتَداخُلِ مضلّعاتٍ مختلفةٍ، ويبدو ذلكَ واضحًا في منبرِ صلاحِ الدينِ الأيوبيِّ في المسجدِ الأقصى الذي أُعيدَ بِناؤهُ عامَ 2007م بتبرُّعٍ شخصيٍّ منْ جلالةِ الملكِ عبدِ الله الثاني ابنِ الحسينِ حفظَهُ اللهُ.

تعلَّمتُ سابِقًا:

- ✓ أنواعَ الزوايا وكيفيَّةَ قياسِها وتنصيفِها.
- ✓ الأشكالَ الرباعيَّةَ وخصائصَها.
- ✓ أنواعَ المثلّثاتِ وخصائصَها.
- ✓ تحديدَ محورِ التماثُلِ لأشكالٍ ثنائيّةِ البعدِ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- الزوايا الناتجةَ منْ تقاطُعِ مستقيمينِ.
- الزوايا الناتجةَ عن مستقيمينِ متوازيينِ وقاطعٍ.
- العلاقةَ بينَ الزوايا الداخليّةِ والخارجيَّةِ لمثلَّثٍ.
- مجموعَ قياساتِ الزاويا الداخليّةِ لمضلَّعٍ.
- رسْمَ انسحابٍ ودورانٍ في المستوى الإحداثيِّ.

مشروعُ الوحدةِ: الهندسةُ حولَنا

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الذي نستخدمُ فيهِ ما نَتعلَّمُهُ في هذهِ الوحدةِ حولَ الزوايا والمضلّعاتِ والتحويلاتِ الهندسيّةِ.

هدفُ المشروعِ:

تنميةُ مهارتي وتعزيزُ معرفتي بالعلاقاتِ بينَ الزوايا والتحويلاتِ الهندسيّةِ واستخدامِها في تطبيقاتٍ حياتيّةٍ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

المَهمّةُ 1:

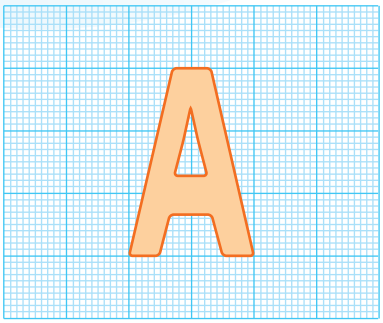
1. أبحثُ في أشياءَ حولي عنْ مستقيمٍ يقطعُ مستقيمينِ آخرَيْنِ غيرِ متوازيَيْنِ، وعنْ مستقيمٍ آخرَ يقطعُ مستقيمينِ متوازيَيْنِ، وألتقطُ صورةً لكلٍّ منهما ثُمَّ أطبعُها.
2. أكتبُ على الصورتينِ رمزًا لكلِّ زاويةٍ ناتجةٍ عنْ تقاطُعِ المستقيماتِ، ثمَّ أكملُ الجدولَ الآتيَ:

أزواجُ الزوايا	الصورةُ (1)	الصورةُ (2)
المُتقابلةُ بالرأسِ		
المُتجاورةُ		
المُتكاملةُ		
المُتبادلةُ داخليًّا		
المُتبادلةُ خارجيًّا		
المُتناظِرة		

3. في الصورةِ الثانيةِ: أُقدِّرُ قياسَ واحدةٍ منَ الزوايا، ثمَّ أجِدُ قياساتِ الزوايا الأخرى مُبيِّنًا الخصائصَ التي اعتمَدْتُ عليها في الحلِّ.

المَهمّةُ 2:

1. أرسمُ الحرفَ الأولَ منْ اسمي على ورقةِ رسمٍ بيانيٍّ كما في الشكلِ المجاورِ، ثمّ أنفِّذُ ما يأتي:



2. أرسُمُ انسحابًا للحرفِ، واصفًا قاعدةَ الانسحابِ.
3. أُجري دورانًا لصورةِ الانسحابِ بزاويةٍ معينةٍ منْ نقطةٍ تقعُ خارجَها، ثمّ أصفُ ذلكَ الدورانَ.

المَهمّةُ 3:

أصمِّمُ نموذجًا أُثْبتُ بهِ صِحّةَ إحدى خصائصِ الزوايا التي تعلمتُها في هذه الوحدةِ. مثلًا: مجموعُ قياساتِ زوايا المضلّعِ الخماسيِّ يساوي 540° .

عرضُ النتائجِ:

- أصمِّمُ مطويّةً وأضعُ فيها الصورَ والأشكالَ والجداولَ التي أنشأتُها.
- أكتبُ في المطويّةِ أيَّ معلومةٍ جديدةٍ عرفْتُها في أثناءِ العملِ على المشروعِ.
- أعرضُ المطويّةَ والنّموذجَ الذي صمّمتُهُ في المَهمّةِ 4 أمامَ الصّفِّ.

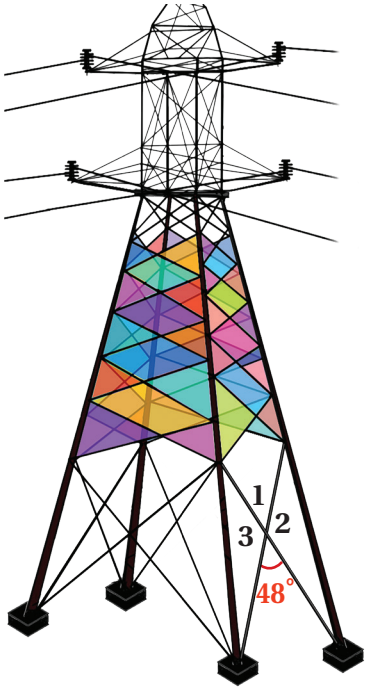
الدرسُ 1 العلاقاتُ بينَ الزّوايا

فكرةُ الدرسِ

أتعرَّفُ العلاقاتِ بينَ الزوايا وأستخدمُها لحلِّ المسائلِ.

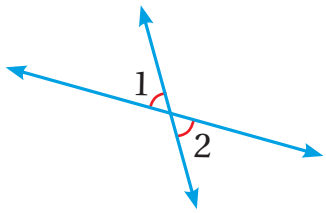
المصطلحاتُ

الزاويتانِ المتقابلتانِ بالرأسِ، الزاويتانِ المتجاورتانِ، الزاويتانِ المتتامَّتانِ، الزاويتانِ المتكاملتانِ.



أستكشفُ

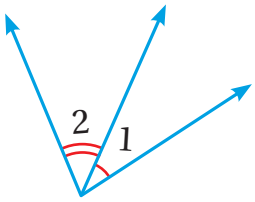
للتقليلِ منَ التلوّثِ البصريِّ الناتجِ عنْ شكلِ أبراجِ نقلِ الطاقةِ الكهربائيَّةِ، فإنّ بعضَ البلدانِ تُغطي أجزاءَ منْ هذهِ الأبراجِ بألواحٍ مثلَّثةِ الشكلِ ذاتِ ألوانٍ جميلةٍ. وحينَ يصمِّمُ المهندسونَ هذهِ الألواحَ فإنهَّم يحتاجونَ إلى معرفةِ قياساتِ الزوايا الناتجةِ عنْ تقاطعِ دعائمِ البرجِ. فهلْ يمكنُ إيجادُ قياساتِ الزوايا المفقودةِ في الشكلِ المجاورِ منْ دونِ استخدامِ المِنقلةِ؟



الزاويتانِ المُتَقابِلَتانِ بالرأسِ (vertical angle)

هما زاويتانِ متقابلتانِ تَنتُجانِ عنْ تقاطعِ مستقيمَيْنِ، وكلُّ زاويتينِ متقابلتينِ بالرأسِ لهُما القياسُ نفسُه.

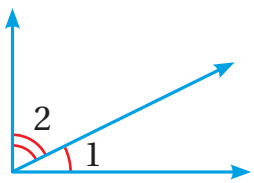
$$m\angle 1 = m\angle 2$$



الزاويتانِ المُتَجاوِرَتانِ (adjacent angles)

هما زاويتانِ لهما الرأسُ نفسُه ولهُما ضِلْعٌ مشتَرَكٌ ولا تتداخلانِ.

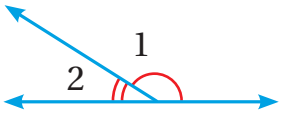
رموزٌ رياضيّةٌ: يرمزُ الحرفُ m في $m\angle 1$ إلى قياسِ الزاويةِ 1



الزاويتانِ المُتَتامَّتانِ (complementary angles)

هما زاويتانِ مجموعُ قياسَيْهِما $90°$

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 90°$$



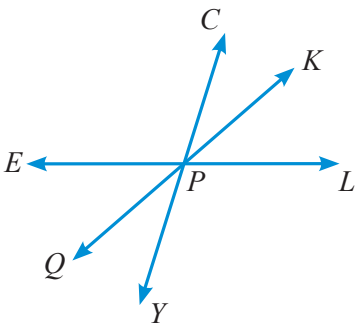
الزاويتانِ المُتكامِلَتانِ (supplementary angles)

هما زاويتانِ مجموعُ قياسَيْهِما $180°$

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$$

مثال 1

أستخدمُ الشكلَ المجاورَ وأُسَمّي:



1 زاويتينِ متقابلتَيْنِ بالرأسِ:

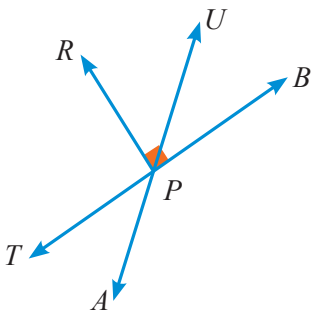
$\angle CPK, \angle QPY$ لأنهما نَتَجَتا عنْ تقاطعِ المستقيمينِ $\overleftrightarrow{QK}, \overleftrightarrow{CY}$

2 زاويتينِ مُتكامِلتَيْنِ:

$\angle CPE, \angle CPL$ لأن مجموعَ قياسَيْهِما $180°$ تشكِّلانِ زاويةً مستقيمةً.

3 زاويتينِ مُتجاوِرتَيْنِ:

$\angle KPL, \angle LPY$ لأن لهما رأسًا مشترَكًا (P) وضلعًا مشترَكًا $\overrightarrow{PL}$ ولا تَتَداخلانِ.



أتحقق من فهمي:

أستخدمُ الشكلَ المجاورَ وأُسَمّي:

4 زاويتينِ متقابلتَيْنِ بالرأسِ.

5 زاويتينِ مُتكامِلتَيْنِ.

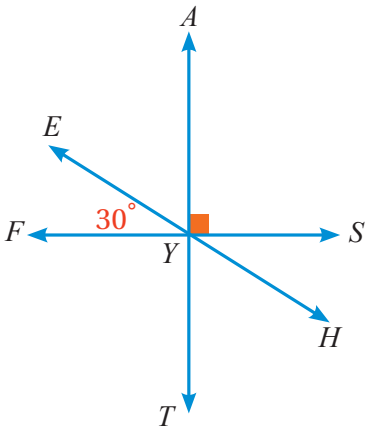
6 زاويتينِ مُتجاوِرتَيْنِ.

7 زاويتينِ مُتتامّتينِ.

يمكنُ استخدامُ العلاقاتِ بينَ الزوايا والمعادلاتِ في إيجادِ زوايا مفقودةٍ.

مثال 2

أستخدمُ الشكلَ المجاورَ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:



1 $m\angle SYH$

$m\angle SYH = m\angle EYF$ زاويتانِ متقابلتانِ بالرأسِ

$m\angle SYH = 30°$

2 $m\angle AYE$

$m\angle SYA + m\angle AYE + m\angle EYF = 180°$ زوايا متجاورةٌ على مستقيمٍ

$90° + m\angle AYE + 30° = 180°$ أُعوِّضُ

$m\angle AYE + 120° = 180°$ أجمعُ

$m\angle AYE = 60°$ أطرحُ $120°$ منَ الطَّرفينِ

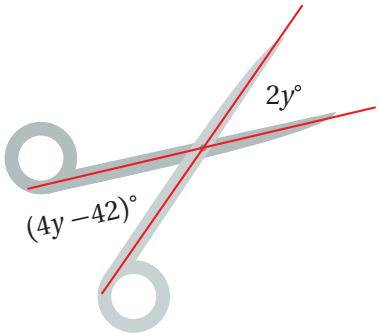
أتحققُ من فهمي:

3 $m\angle TYH$

4 $m\angle FYT$

مثال 3: منَ الحياةِ

أجِدُ قيمةَ y في الشكلِ المجاورِ.



بما أنَّ العبارتيْنِ الجبريَّتيْنِ هُما قياسا زاويتينِ متقابلتيْنِ بالرأسِ؛

فإنَّهُ يمكنُ كتابةُ المعادلةِ الآتيةِ:

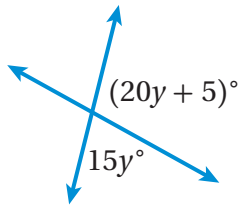
$$4y - 42 = 2y$$

أطرحُ $4y$ منَ الطرفَيْنِ $\quad -42 = -2y$

أقسمُ الطرفَيْنِ على -2 $\quad 21 = y$

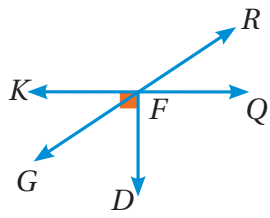
أتحققُ من فهمي:

أجِدُ قيمة y في الشكلِ المجاورِ.



أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أستخدمُ الشكلَ المجاورَ وأسمّي:



1 زاويتينِ متقابلتينِ بالرأسِ.

2 زاويتينِ متجاورتينِ.

3 زاويتينِ متكاملتينِ.

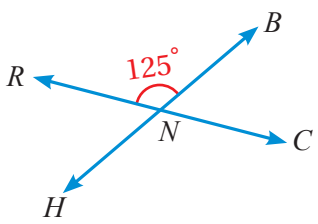
4 زاويتينِ متتامَّتينِ.

أستخدمُ الشكلَ الآتيَ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:

5 $m\angle BNC$

6 $m\angle CNH$

7 $m\angle RNH$

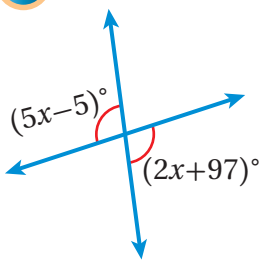


أتذكّر

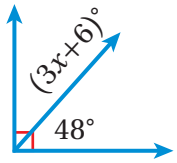
مجموعُ قياساتِ الزوايا حولَ نقطةٍ $360°$

جبرٌ: أجِدُ قيمة x في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ:

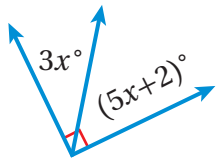
8



9



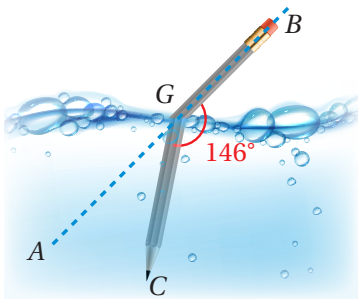
10



معلومةٌ

حينَ أنظرُ إلى قلمِ الرصاصِ في الماءِ يبدو كأنّهُ مكسورٌ. هذهِ الظاهرةُ ناتجةٌ عنِ انكسارِ الضَّوْءِ عندَما ينتقلُ منْ مادّةٍ إلى أخرى.

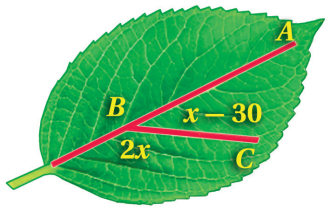
11 **علومٌ:** معتمدًا على الشكلِ المجاورِ أَجِدُ $m\angle AGC$.



معلومةٌ

عروقُ أوراقِ الشجرِ هي نهايةُ النسيجِ الوعائيِّ، ووظيفتُها توصيلُ الأملاحِ والغذاءِ والماءِ إلى الورقةِ.

12 **أشجارٌ:** معتمدًا على الشكلِ المجاورِ أكتبُ معادلةً وأحلُّها لإيجادِ $m\angle ABC$.



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

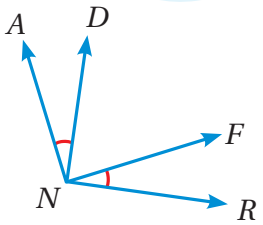
13 **تبريرٌ:** أحدِّدُ ما إذا كانتِ العبارةُ المجاورةُ صحيحةً دائمًا أو أحيانًا أو غيرَ صحيحةٍ. أبرِّرُ إجابتي.

«إذا كانتْ إحدى الزوايا الناتجةِ عنْ تقاطعِ مستقيمينِ حادَّةً، فإنَّ الزوايا الثلاثَ الأخرى الناتجةَ عنْ هذا التقاطعِ حادَّةٌ أيضًا».

معلومةٌ

زها حديد: معماريةٌ عراقيةٌ أبدعتْ بتصميماتِها الهندسيّةِ التي وظَّفَتْ فيها المستقيماتِ والزّوايا.

14 **أكتشفُ الخطأَ:** يقولُ بدرٌ: إنّ الزاويتينِ $\angle AND$, $\angle RNF$ متقابلتانِ بالرأسِ، فهلْ ما يقولُهُ صحيحٌ. أبرِّرُ إجابتي.



15 **تحدٍّ:** متى تكونُ قياساتُ جميعِ الزوايا الناتجةِ عنْ تقاطعِ مستقيمينِ لها القياسُ نفسُهُ. أبرِّرُ إجابتي.

16 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ قياساتِ الزوايا الأربعِ الناتجةِ عنْ تقاطعِ مستقيمينِ، منْ دونِ استخدامِ المنقلةِ، إذا علمتُ قياسَ إحدى هذهِ الزوايا.

الدرسُ 2 المستقيماتُ المتوازيةُ والقاطعُ

فكرةُ الدرسِ

أتعرَّفُ العلاقاتِ بينَ الزوايا الناتجةِ عنْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمينِ متوازيينِ.

المصطلحاتُ

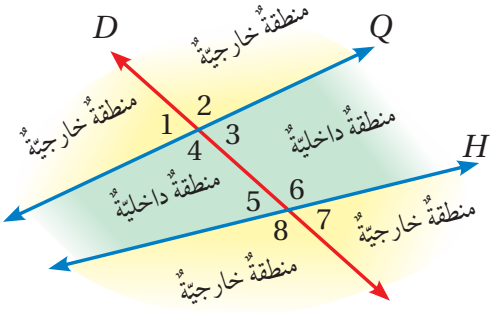
القاطعُ، زاويتانِ متناظِرتانِ، زاويتانِ متبادِلتانِ داخليًّا، زاويتانِ متبادِلتانِ خارجيًّا، زاويتانِ داخليّتانِ في جهةٍ واحدةٍ.

أستكشفُ

صنعتْ رحمةُ نموذجَ سياجٍ باستعمالِ أعوادِ المثلَّجاتِ.

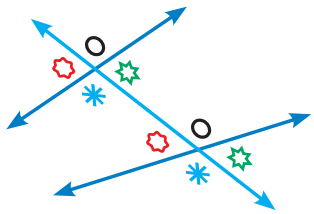
كيفَ تتحقَّقُ منْ أنَّ الأعمدةَ الرأسيّةَ في السّياجِ متوازيةٌ؟

القاطعُ (transversal) هو مستقيمٌ يقطعُ مستقيمينِ في المستوى نفسِهِ في نقطتينِ مختلفتَينِ. في الشكلِ المجاورِ، المستقيمانِ $\overleftrightarrow{H}$ ، $\overleftrightarrow{Q}$ يقطعُهما القاطعُ $\overleftrightarrow{D}$، وينتجُ من هذا التقاطعِ ثماني زوايا. ولهذهِ الزوايا تسمياتٌ خاصَّةٌ مبيّنةٌ في ما يأتي:



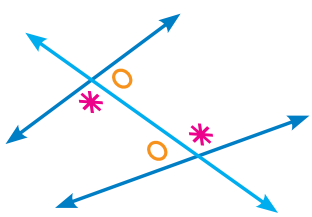
الزاويتانِ المُتناظِرتانِ (corresponding angles)

زاويتانِ غيرُ متجاورتينِ تقعانِ في جهةٍ واحدةٍ منَ القاطعِ، إحداهُما داخليةٌ والأخرى خارجيةٌ.



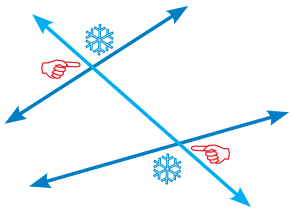
الزاويتانِ المُتبادَلتانِ داخليًّا (alternate interior angles)

زاويتانِ غيرُ متجاورتينِ تقعانِ في المنطقةِ الداخليةِ وفي جهتيْنِ مختلفتينِ منَ القاطعِ.



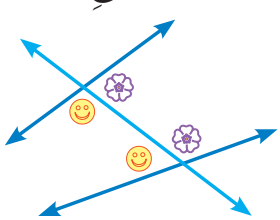
الزاويتانِ المتبادلتانِ خارجيًّا (alternate exterior angles)

زاويتانِ غيرُ متجاورتينِ تقعانِ في المنطقةِ الخارجيةِ وفي جهتيْنِ مختلفتينِ منَ القاطعِ.



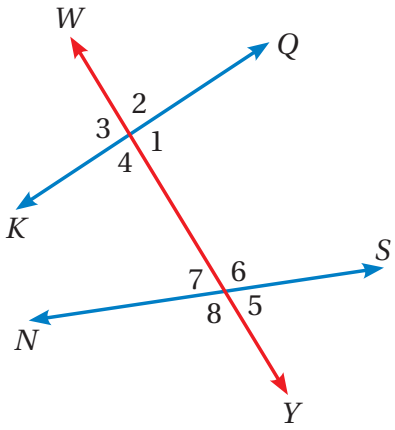
زاويتانِ داخليّتانِ في جهةٍ واحدةٍ (same side interior angles)

زاويتانِ تقعانِ في المنطقةِ الداخليةِ، وفي جهةٍ واحدةٍ منَ القاطعِ.



مثال 1

أستخدمُ الشكلَ المجاورَ وأسمّي:



1 **زاويتينِ متناظرتينِ:**

$\angle 4, \angle 8$ لأنهما زاويتانِ تقعانِ في جهةٍ واحدةٍ منَ القاطعِ، إحداهُما داخليةٌ والأخرى خارجيةٌ.

2 **زاويتينِ متبادلتينِ داخليًّا:**

$\angle 4, \angle 6$ لأنهما زاويتانِ غيرُ متجاورتينِ تقعانِ في المنطقةِ الداخليةِ وفي جهتيْنِ مختلفتينِ منَ القاطعِ.

3 **زاويتينِ متبادلتينِ خارجيًّا:**

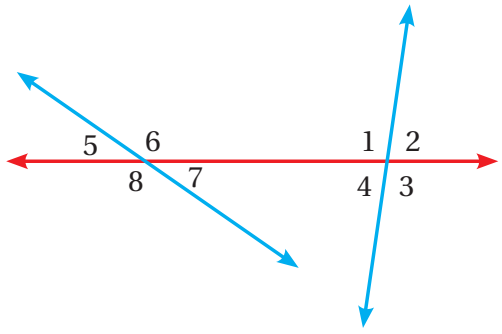
$\angle 5, \angle 3$ لأنهما زاويتانِ غيرُ متجاورتينِ تقعانِ في المنطقةِ الخارجيةِ وفي جهتيْنِ مختلفتينِ منَ القاطعِ.

4 **زاويتينِ داخليَّتينِ في جهةٍ واحدةٍ:**

$\angle 6, \angle 1$ لأنهما زاويتانِ تقعانِ في المنطقةِ الداخليةِ، وفي جهةٍ واحدةٍ منَ القاطعِ.

أتحققُ من فهمي:

أستخدمُ الشكلَ المجاورَ وأسمّي:



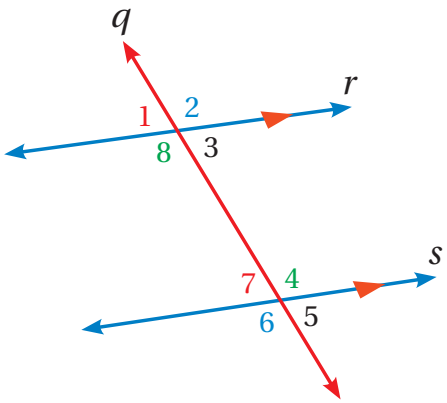
5 زاويتينِ متناظرتينِ.

6 زاويتينِ متبادلتينِ داخليًّا.

7 زاويتينِ متبادلتينِ خارجيًّا.

8 زاويتينِ داخليَّتينِ في جهةٍ واحدةٍ.

إذا قَطعَ مســتقيمٌ مستقيمينِ متوازيينِ وعُرِفَ قياسُ إحدى الزوايا الثماني فإنَّهُ يمكنُ إيجادُ قياساتِ الزوايا الأخرى منْ خلالِ العلاقاتِ الآتيةِ:



- كلُّ زاويتينِ متناظرتينِ لـهُما القياسُ نفسُهُ.

$$m\angle 1 = m\angle 7$$

- كلُّ زاويتينِ متبادلتينِ داخليًّا لـهُما القياسُ نفسُهُ.

$$m\angle 4 = m\angle 8$$

- كلُّ زاويتينِ متبادلتينِ خارجيًّا لـهُما القياسُ نفسُهُ.

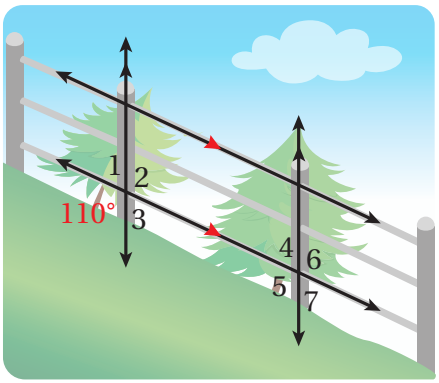
$$m\angle 2 = m\angle 6$$

- كلُّ زاويتينِ داخليَّتينِ في جهةٍ واحدةٍ من القاطع تتكاملانِ، ومجموعُ قياسيهما $180°$ (وتسمَّيانِ زاويتيْنِ متحالِفتَيْنِ).

$$m\angle 7 + m\angle 8 = 180°$$

مثال 2: منَ الحياةِ

سياجٌ: في الشكلِ المجاورِ، أجدُ قياسَ كلٍّ منَ الزوايا الآتيةِ:



1 $m\angle 2$

$m\angle 2 = 110°$ — تُقابلُ بالرأسِ الزاويةَ التي قياسُها $110°$

2 $m\angle 5$

$m\angle 5 = 110°$ — تُناظرُ الزاويةَ التي قياسُها $110°$

3 $m\angle 3$

$m\angle 3 + m\angle 5 = 180°$ — زاويتانِ متحالفتانِ

$m\angle 3 + 110° = 180°$ — أُعوِّضُ قيمة $m\angle 5$

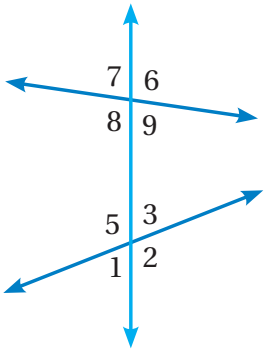
$m\angle 3 = 70°$ — أطرحُ $110°$ منَ الطَّرَفَيْنِ

أتحققُ من فهمي:

4 $m\angle 1$ **5** $m\angle 4$ **6** $m\angle 6$ **7** $m\angle 7$

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أستخدمُ الشكلَ المجاورَ وأسمّي:

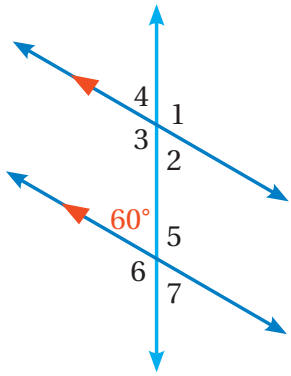


1. زاويتينِ متناظرتينِ.
2. زاويتينِ متبادلتينِ داخليًّا.
3. زاويتينِ متبادلتينِ خارجيًّا.
4. زاويتينِ داخليَّتينِ في جهةٍ واحدةٍ.

مستشفياتٌ: في الشكلِ المجاورِ سريرٌ طبِّي ذو سِياجٍ لحمايةِ المريضِ منْ خطرِ السقوطِ، فإذا كانَ هذا السياجُ مُوازِيًا لِسَطحِ السريرِ، والدّعاماتُ موازِيةً بعضَها، أجِدُ ما يأتي:

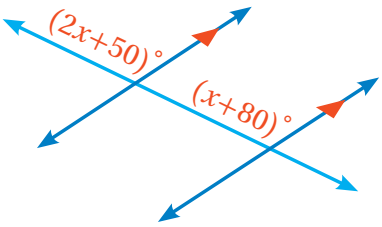
5. $m\angle 1$
6. $m\angle 2$
7. $m\angle 3$
8. $m\angle 4$

في الشكلِ المجاورِ، أجدُ قياسَ كلِّ منَ الزوايا الآتيةِ:



9. $m\angle 3$
10. $m\angle 5$
11. $m\angle 4$
12. $m\angle 2$
13. $m\angle 1$
14. $m\angle 6$

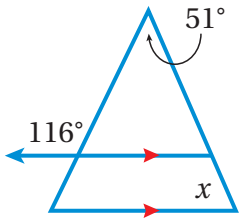
15. **جَبْرٌ:** معتمدًا الشكلَ المجاورَ، أكتبُ معادلةً ثمَّ أحلُّها لأجدَ قيمةَ x.



أتعلَّمُ

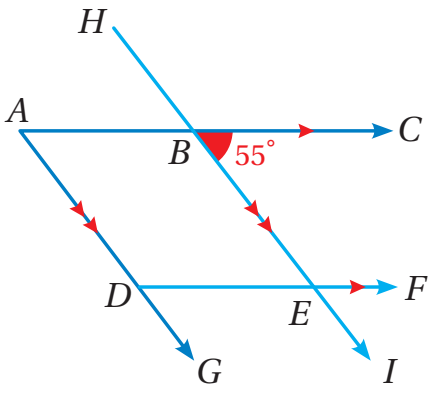
إذا قطعَ مستقيمٌ مستقيمينِ، وتساوتْ قياساتُ الزوايا المتبادلةِ والمتناظرةِ أو تكاملتِ الزوايا المتحالفةُ فإنَّ المستقيمينِ متوازيانِ.

16 أجدُ قيمةَ x في الشكلِ المجاورِ.



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: معتمدًا الشكلَ المجاورَ، أيُّ العباراتِ الآتيةِ صحيحةٌ وأيُّها خطأٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.



17 $\angle FDG$ ، $\angle CAG$ متناظرتانِ.

18 $m\angle HBC = m\angle BED$

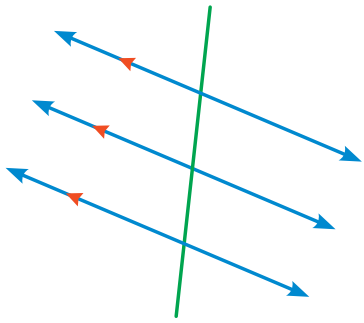
19 $\angle EDG$ ، $\angle BED$ متبادلتانِ داخليًّا.

20 $m\angle BED = 55°$

21 $\angle ADF$ ، $\angle ABE$ متناظرتانِ.

أتعلَّمُ

يمكنُني الاستدلالُ على زوجِ المستقيماتِ المتوازيةِ في الشكلِ منْ خلالِ عددِ رؤوسِ الأسهمِ المرسومةِ عليها.



22 **أكتشفُ الخطأَ:** تقولُ مريمُ: إنَّ عددَ أزواجِ الزوايا المتناظرةِ في الرسمِ المجاورِ يساوي 12 زوجًا، أمّا سالمٌ فيقولُ: إنّ عددَها 16 زوجًا، فأيٌّ منهما على صوابٍ؟ أبرِّرُ إجابتي.

23 **تبريرٌ:** متى تتساوى جميعُ قياساتِ الزوايا الناتجةِ عنْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمينِ متوازيينِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

24 **أكتبُ** كيفَ أجدُ قياسَ جميعِ الزوايا الثمانيةِ الناتجةِ عنْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمينِ متوازيينِ إذا علمتُ قياسَ واحدةٍ منها؟

الدرسُ 3 زوايا المثلّثِ

فكرةُ الدرسِ

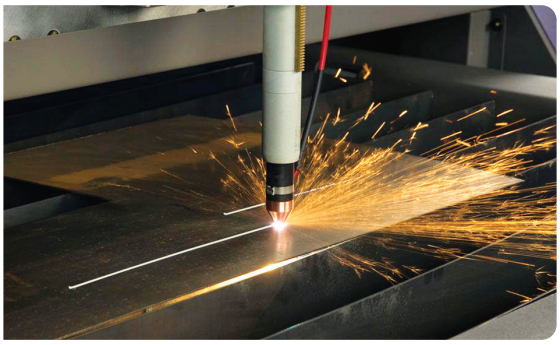
أبرّرُ العلاقاتِ بينَ الزوايا الداخليةِ والخارجيةِ في مثلّثٍ.

المصطلحاتُ

الزاويةُ الداخليةُ، الزاويةُ الخارجيةُ.

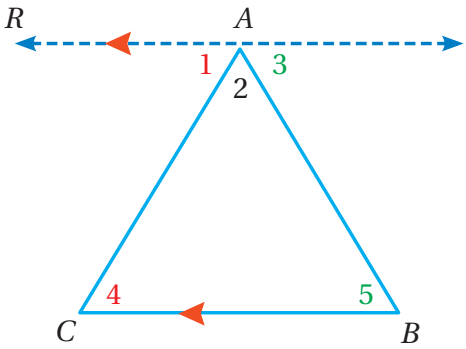
أستكشفُ

بُرْمِجَتْ آلــةُ قَطْعِ الصفيحِ بالليــزرِ لِصُنعِ مثلّثاتٍ، بحيثُ يكــونُ قياسُ كلِّ منْ زوايا انعطافِهــا الثلاثِ يســاوي $60°$. فهلْ حقًّا سينتجُ عنْ حركةِ هذهِ الآلة مثلّثاتٌ؟



يُشــكِّلُ كلُّ ضِلْعينِ في مثلّثٍ **زاويةً داخليةً (interior angle)**، ومجموعُ قياســاتِ هذهِ الزوايا الداخليةِ الثلاثِ يساوي $180°$؛ أتحقّقُ منْ ذلكَ باستعمالِ ما تعلَّمتُه حولَ الزوايا الناتجةِ عنْ تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمينِ متوازيينِ:

عندَ رَسْمِ المستقيمِ $\overleftrightarrow{AR}$ الذي يوازي ضلعَ المثلّثِ CB نلاحظُ ما يأتي:



زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا $m\angle 1 = m\angle 4$

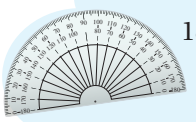
زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا $m\angle 3 = m\angle 5$

زوايا متجاورةٌ على مستقيمٍ $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$

أُعوِّضُ عنِ الزاويةِ $m\angle 1$ بـ $m\angle 4$ و $m\angle 3$ بـ $m\angle 5$ $m\angle 4 + m\angle 2 + m\angle 5 = 180°$

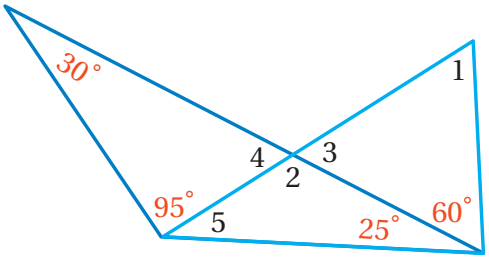
إذنْ، مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ الداخليّةِ يساوي $180°$

أتحقّقُ منْ أنَّ زوايا المثلثِ $180°$ باستعمالِ المنقلةِ.



يمكنُ استخدامُ العلاقةِ بينَ مجموعِ قياساتِ زوايا المثلثِ لإيجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ.

مثال 1 معتمدًا الشكلَ المجاورَ، أجدُ كلًّا ممّا يأتي:



1 $m\angle 4$

زوايا داخليةٌ في مثلثٍ $30°+95°+m\angle 4=180°$

أجمعُ $125°+m\angle 4=180°$

أطرحُ 125° $m\angle 4=55°$

2 $m\angle 2$

زاويتانِ متجاورتانِ على مستقيمٍ $m\angle 2+m\angle 4=180°$

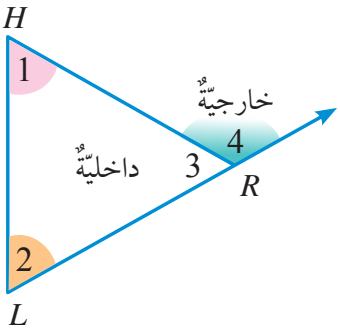
أعوِّضُ $m\angle 4$ $m\angle 2+55°=180°$

أطرحُ 55° $m\angle 2=125°$

أتحققُ من فهمي:

3 $m\angle 5$ **4** $m\angle 3$ **5** $m\angle 1$

الزاويةُ الخارجيّةُ (exterior angle) للمثلثِ هيَ الزاويةُ الّتي تتشكَّلُ منْ أحدِ أضلاعِ المثلّثِ وامتدادِ الضّلعِ المجاورِ له، وقياسُ أيِّ زاويةٍ خارجيةٍ في المثلثِ يساوي مجموعَ قياسَيِ الزاويتينِ الداخليتَيْنِ البعيدَتَيْنِ.



في الرسمِ المجاورِ، $\angle 4$ خارجيةٌ للمثلثِ؛ ولذلكَ $m\angle 4=m\angle 1+m\angle 2$

أتحقَّقُ منْ ذلكَ منْ خلالِ ما تعلمتُه عنْ حقائقِ الزوايا.

في المثلّثِ $\triangle HRL$:

زوايا داخليةٌ في مثلثٍ $m\angle 1+m\angle 2+m\angle 3=180°$

زاويتانِ متجاورتانِ على مستقيمٍ $m\angle 4+m\angle 3=180°$

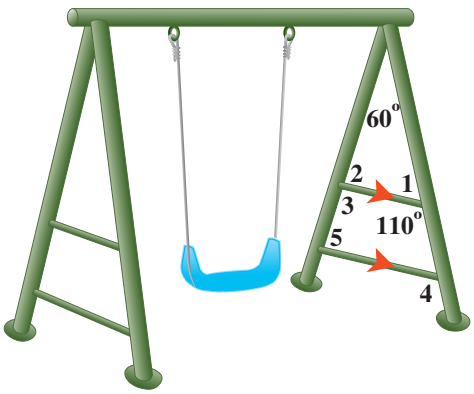
أعوِّضُ $m\angle 4+m\angle 3=m\angle 1+m\angle 2+m\angle 3$

أطرحُ $m\angle 3$ منَ الطرفينِ $m\angle 4=m\angle 1+m\angle 2$

يمكنُني استخدامُ خاصيةِ الزاويةِ الخارجيةِ للمثلثِ لإيجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ

أرجوحةٌ: تُشكِّلُ دعاماتُ أرجوحةٍ مُثلَّثًا كما في الشكلِ المجاورِ، أجدُ قياسَ كلٍّ منَ الزوايا الآتيةِ معتمِدًا الشكلَ:



1 $m\angle 2$

زاويةٌ خارجيةٌ للمثلثِ: $110^\circ = 60^\circ + m\angle 2$

أطرحُ 60° منَ الطرفينِ: $m\angle 2 = 50^\circ$

2 $m\angle 1$

زوايا داخليةٌ في مثلثٍ: $m\angle 1 + m\angle 2 + 60^\circ = 180^\circ$

أعوِّضُ $m\angle 2$: $m\angle 1 + 50^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

أجمعُ: $m\angle 1 + 110^\circ = 180^\circ$

أطرحُ 110° منَ الطرفينِ: $m\angle 1 = 70^\circ$

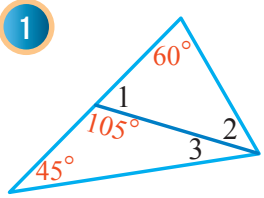
أتحققُ من فهمي:

3 $m\angle 3$ **4** $m\angle 4$ **5** $m\angle 5$

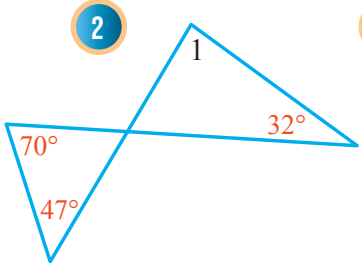
أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أجدُ قياساتِ الزوايا المرقَّمةِ في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ:

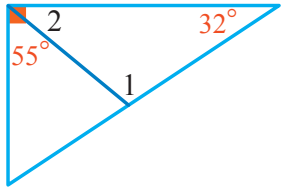
1



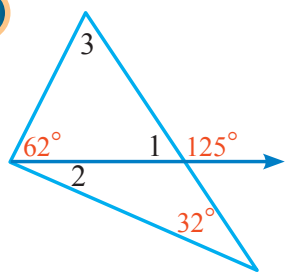
2



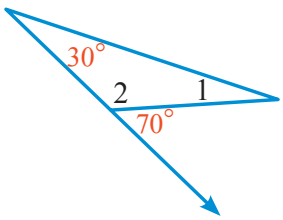
3



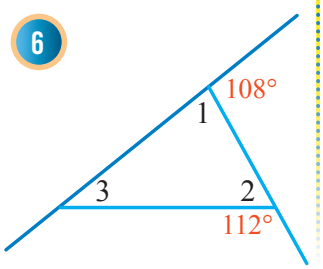
4



5



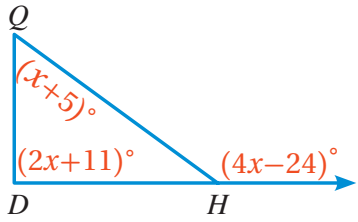
6



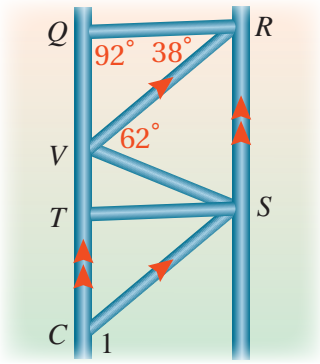
أتذكَّرُ

تُسمّى المثلَّثاتُ بحسبِ زواياها:

- حادّةَ الزوايا وفيها ثلاثُ زوايا حادَّةٌ.
- قائمةَ الزاويةِ وفيها زاويةٌ قائمةٌ واحدةٌ.
- منفرجةَ الزاويةِ وفيها زاويةٌ منفرجةٌ واحدةٌ.

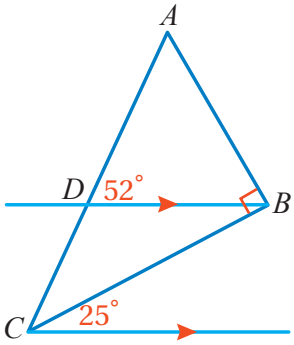


7 **جَبْرٌ:** أصنِّفُ $\triangle QHD$ إلى حادِّ الزوايا أوْ قائمِ الزاويةِ أوْ منفرجِ الزاويةِ.



8 **إنشاءاتٌ:** يمثلُ الشكلُ المجاورُ سِقالَةً تُستخدَمُ في أعمالِ البناءِ. أستعينُ بهِ لإيجادِ $m\angle 1$.

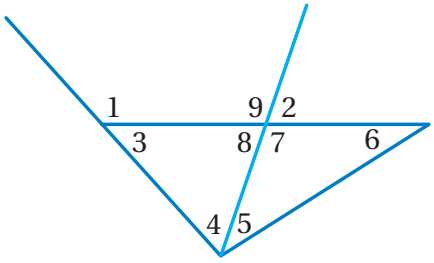
مهاراتُ التفكيرِ العُليا



9 **أُصحِّحُ الخطأَ:** تقولُ فاطمةُ: إنَّ $m\angle BCD = 25^\circ$ لأنَّ لها نفسَ قياسِ الزاويةِ المجاورةِ لها. لكنَّ ما تقولُه فاطمةُ خطأٌ، أوضِّحُ لها كيفيَّةَ إيجادِ $m\angle BCD$ وأُبرِّرُ إجابتي.

إرشادٌ

أعتمدُ في التبريرِ على العلاقاتِ بينَ زوايا المثلَّثِ الداخليّةِ والخارجيّةِ، ولا أستخدمُ المنقلةَ.



تبريرٌ: **أعتمدُ على الشكلِ المجاورِ لإيجادِ الزاويةِ التي تحقِّقُ الشرطَ المُعْطى وأُبرِّرُ إجابتي:**

10 قياسُها أقلُّ من $m\angle 2$

11 قياسُها أكبرُ من $m\angle 4$

مجموعُ قياساتِ الزوايا الخارجيةِ عنِ المثلثِ 360°

12 **تبريرٌ:** أحدِّدُ ما إذا كانتِ العبارةُ المجاورةُ صحيحةً دائمًا أو أحيانًا أو غيرَ صحيحةٍ أبدًا. وأبرِّرُ إجابتي.

13 **أكتبُ** أوضِّحُ مستعينًا بالرسمِ العلاقةَ بينَ أيِّ زاويةٍ خارجيةٍ للمثلثِ والزاويتينِ الداخليّتينِ غيرِ المجاورتينِ لها.

الدرسُ 4 زوايا المضلّعِ

فكرةُ الدرسِ

أجِدُ مجموعَ قياساتِ زوايا مضلَّعٍ مُعطًى.
أميّزُ المضلَّعَ المنتظَمَ وأجدُ قياسَ زاويتِهِ الداخليةِ والخارجيةِ.

المصطلحاتُ

المضلَّعُ المنتظَمُ

أستكشفُ

نشاطٌ: بعدَ أنْ أُكملَ الجدولَ الآتيَ أجِدُ:

- عددَ المثلثاتِ ومجموعَ قياساتِ الزوايا في مضلَّعٍ له سبعةُ أضلاعٍ.
- مقدارًا جبريًّا يمثِّلُ عددَ المثلثاتِ ومجموعَ قياساتِ الزوايا لمضلَّعٍ عددُ أضلاعِهِ n.

عددُ الأضلاعِ	الشكلُ	عددُ المثلثاتِ	مجموعُ قياساتِ الزوايا
3		1	$1 \times 180°$
4		2	$2 \times 180°$
5		3	$3 \times 180°$
6			

الزاويةُ الداخليةُ لمضلّعٍ هيَ الزاويــةُ الناتجةُ عنِ التقاءِ ضِلْعينِ متجاورينِ في المضلّعِ وتقعُ داخلَه، ومـجموعُ قياسـاتِ الزوايا الداخليةِ (S) لمضلّعٍ هوَ $S = (n-2)\times 180°$، حيثُ n تمثِّلُ عددَ الأضلاعِ.

يُسمّى المضلَّعُ بحسبِ عددِ أضلاعِهِ؛ فالمضلَّعُ الذي لهُ سبعةُ أضلاعٍ يسمّى مضلعًا سُباعيًّا، والمضلّعُ الذي له تسعةُ أضلاعٍ يسمّى تُساعِيًّا.

مثال 1

أجِدُ مجموعَ قياساتِ الزوايا الداخليةِ لكلِّ مُضلَّعٍ ممّا يأتي:

1 السُّباعيُّ:

صيغةُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلّعِ $S = (n-2) \times 180°$

أعوِّضُ $n = 7$ $S = (7-2) \times 180°$

أُبسِّطُ $S = (5) \times 180° = 900°$

2 **العُشاريُّ:**

صيغةُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلّعِ $S = (n-2) \times 180^\circ$

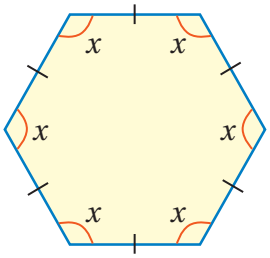
أعوِّضُ $n = 10$ $S = (10-2) \times 180^\circ$

أُبسِّطُ $S = (8) \times 180^\circ = 1440^\circ$

أتحققُ من فهمي:

3 التُّساعيُّ 4 ذو أربعةَ عشرَ ضِلْعًا 5 ذو ثمانيةَ عشرَ ضِلْعًا

المضلّعُ المُنتَظَمُ (regular polygon) هو مُضلَّعٌ جميعُ أضلاعِهِ لها الطولُ نفسُهُ، وزواياهُ الداخليةُ جميعُها لها القياسُ نفسُهُ.

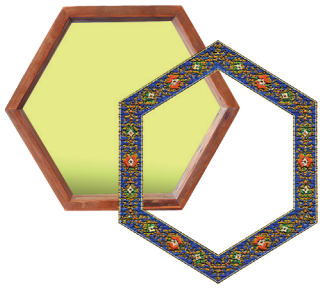


قياسُ الزاويةِ الداخليةِ (x) لمضلَّعٍ مُنْتَظَمٍ عددُ أضلاعِهِ n يُساوي مجموعَ قياساتِ زواياهُ الداخليةِ (s) مقسومًا على عددِ أضلاعِهِ.

$$x^\circ = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

مثال 2: منَ الحياةِ

صمّمَتْ ماجدةُ إطاراتٍ خشبيّةً على شكلِ مضلعاتٍ سُداسيّةٍ منتظمةٍ، أجِدُ قياسَ الزاويةِ الداخليةِ لتلكَ الإطاراتِ:



صيغةُ قياسِ الزاويةِ الداخليةِ للمضلَّعِ المنتظَمِ $x^\circ = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

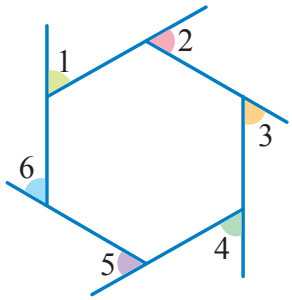
أعوِّضُ $n = 6$ $x^\circ = \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6}$

أُبسِّطُ $x^\circ = 120^\circ$

أتحققُ من فهمي:

أجِدُ قياسَ الزاويةِ الداخليةِ لكلٍّ منَ المضلّعاتِ المنتظمةِ الآتيةِ. (أُقرِّبُ إجابتي إلى أَقْرَبِ درجةٍ).

1 الثُّماني المنتظَمُ 2 العُشاريُّ المنتظَمُ



الزاويةُ الخارجيّةُ للمضلّعِ هيَ الزاويةُ المتشـكِّلةُ منْ أحدِ الأضلاعِ وامتدادِ الضلعِ المجاورِ له. ومجموعُ قياساتِ الزوايا الخارجيّةِ لأيِّ مضلّعٍ منتظمٍ عددُ أضلاعهِ (n) – زاويةٌ واحدةٌ لكلِّ رأسٍ – يسـاوي $360°$، وفي هذهِ الحالةِ يكونُ قيـاسُ كلِّ زاويةٍ خارجيّةٍ (x) من هذهِ الزوايا يساوي:

$$x° = \frac{360°}{n}$$

مثال 3

أجدُ قياسَ الزاويةِ الخارجيةِ لكلٍّ منِ المضلّعاتِ الآتيةِ لأقربِ درجةٍ:

1 السُّباعيُّ المنتظَمُ:

أكتبُ المعادلةَ $x° = \frac{360°}{n}$

أعوِّضُ $n = 7$ $x° = \frac{360°}{7}$

أُبسِّطُ $x° \approx 51°$

أتحققُ من فهمي:

2 السُداسِيُّ المنتظَمُ

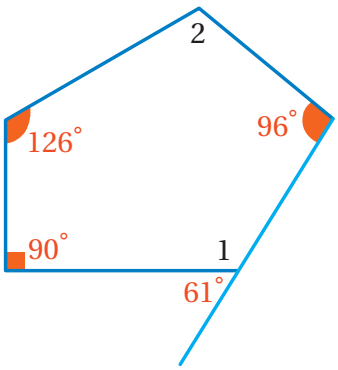
3 العُشاريُّ المنتظَمُ

4 ذو خمسةَ عشرَ ضلعًا منتظمًا

يُمكِنُني استخدامُ مجموعِ قياساتِ زوايا مُضلَّعٍ لإيجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ فيهِ.

مثال 4

أجدُ قياساتِ الزوايا المجهولةِ في الشكلِ المجاورِ:



1 $m\angle 1$

زاويتانِ متجاورتانِ على مستقيمٍ $m\angle 1 + 61° = 180°$

أطرحُ $61°$ منَ الطرفينِ $m\angle 1 = 119°$

2 $m\angle 2$

أولًا: أجدُ مجموعَ قياساتِ زوايا المضلَّعِ المُعْطى.

صيغةُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلَّعِ $S = (n-2)\times 180°$

أعوِّضُ $n = 5$، فالشكلُ خماسِيٌّ $S = (5-2)\times 180°$

أبسِّطُ $S = (3)\times 180° = 540°$

ثانيًا: أستعملُ مجموعَ قياساتِ الزوايا لإيجادِ قياسِ الزاويةِ المجهولةِ.

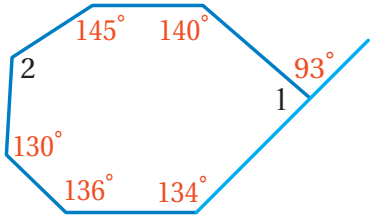
أجمعُ قياساتِ الزوايا الداخليةِ وَأساويها بِـ $540°$ $\quad m\angle 2+119°+96°+126°+90°= 540°$

أجمعُ $\quad m\angle 2+431°= 540°$

أطرحُ $431°$ منَ الطرفينِ $\quad m\angle 2 = 109°$

أتحققُ من فهمي:

أجدُ قياساتِ الزوايا المجهولةِ في الشكلِ المجاورِ:



3 $m\angle 1$

4 $m\angle 2$

أستخدمُ المعادلاتِ الخطِّيَّةَ لإيجادِ عددِ أضلاعِ مضلَّعٍ منتظَمٍ أعلَمُ قياسَ زاويتِهِ الداخليّةِ.

مثال 5 أجدُ عددَ أضلاعِ مضلَّعٍ منتظَمٍ قياسُ زاويتِهِ الداخليّةِ $135°$:

أفرضُ أنَّ عددَ الأضلاعِ يُساوي n

بِما أنَّ المضلَّعَ منتظَمٌ فإنَّ زواياه جميعَها لها القياسُ نفسُهُ $\quad S = n\times 135°$

صيغةُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلَّعِ $\quad S = (n-2)\times 180°$

أكتُبُ معادلةً $\quad n\times 135° = (n-2)\times 180°$

خاصيةُ التوزيعِ $\quad 135°n = 180°n - 360°$

أطرحُ $180°n$ منْ طرفَيِ المعادلةِ $\quad -45°n = -360°$

أُقسِّمُ على $-45°$ $\quad n = 8$

إذنْ، عددُ أضلاعِ المضلَّعِ ثمانيةٌ.

أتحققُ من فهمي:

أجِدُ عددَ أضلاعِ مضلَّعٍ منتظَمٍ قياسُ زاويتِهِ الداخليةِ $140°$.

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أجدُ مجموعَ قياساتِ الزوايا الداخليّةِ للمضلَّعِ المُعطى عددُ أضلاعِهِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1) 11 ضلعًا 2) 13 ضلعًا 3) 20 ضلعًا 4) 32 ضلعًا

أجدُ قياسَ الزاويةِ الداخليةِ للمضلَّعِ المنتظمِ المُعْطى عَددُ أضلاعِهِ في كلٍّ ممّا يأتي. (أُقرِّبُ إجابتي إلى أَقْرَبِ درجةٍ).

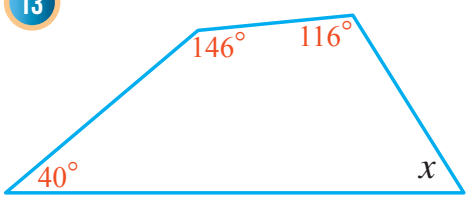
5) 9 أضلاعٍ 6) 11 ضلعًا 7) 12 ضلعًا 8) 20 ضلعًا

أجدُ قياسَ الزاويةِ الخارجيةِ لكلٍّ منَ المضلّعاتِ المنتظمةِ الآتيةِ. (أُقرِّبُ إجابتي إلى أَقْرَبِ درجةٍ).

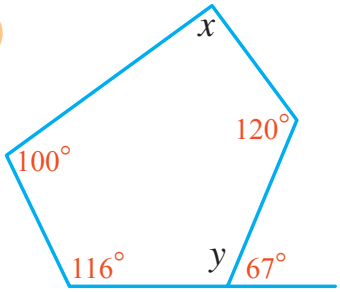
9) خماسيٌّ 10) ثماني 11) تساعيٌّ 12) ذو عشرينَ ضلعًا

أجدُ قياسَ الزاويةِ المجهولةِ في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

13)



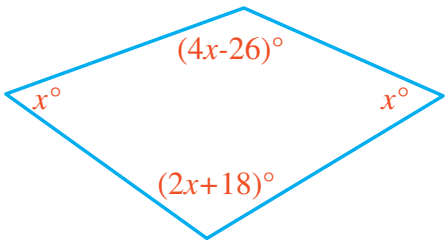
14)



أجِدُ عددَ أضلاعِ المضلَّعِ المنتظَمِ المُعْطى قياسُ زاويتِهِ الداخليةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

15) 162° 16) 144° 17) 150°

18) **جَبْرٌ**: أكتبُ معادلةً وأحلُّها بإيجادِ قياسِ زوايا المضلَّعِ المجاورِ:



إرشادٌ

يمكنُني استخدامُ طريقةٍ أخرى لإيجادِ قياسِ الزاويةِ الخارجيَّةِ للمضلَّعِ المُنتَظَمِ، وذلك بإيجادِ قياسِ زاويتِهِ الداخليَّةِ وطَرْحِ هذا القياسِ منْ 180°

19 يريـــدُ مـــحمدٌ صُنْعَ إطارٍ على شكلِ مضلَّعٍ تُســاعيٍّ منتظَمٍ باستعمالِ ألواحٍ خشــبيةٍ. فما الزاويةُ التي سيقطعُ بها كلَّ لوحٍ عندَ طرفَيْهِ؛ ليتمكَّنَ منْ جَمْعِ الألواحِ بعضِها ببعضٍ لتشكيلِ الإطارِ المطلوب؟ أبرِّرُ إجابتي.

20 **عُملاتٌ:** تمثِّلُ القطعةُ النقديّــةُ منْ فئةِ الرُّبْعِ دينارٍ مُضلَّعًا منتظَمًا. أجِــدُ قياسَ كلِّ مــنْ زاويتِهِ الداخليــةِ وزاويتِهِ الخارجيةِ.

معلومة

تولّى مجلسُ النقدِ الأردنيُّ مهمّةَ إصدارِ النقدِ الأردنيِّ منذُ عامِ 1949م حتّى عامِ 1964م، وبعدَ أنْ تأسَّسَ البنكُ المركزيُّ الأردنيُّ عامَ 1964م تولّى تلكَ المهمّةَ إلى يومِنا هذا.

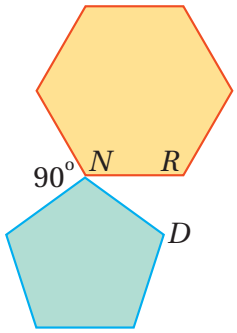
قياسُ الزاويةِ الداخليةِ لمضلعٍ منتظمٍ يساوي $4x$، وقياسُ الزاويةِ الخارجيةِ يساوي $2x$:

21 أجدُ قيمةَ x .

22 أجدُ قياسَ الزاويةِ الداخليةِ و قياسَ الزاويةِ الخارجيةِ.

23 أجدُ عددَ أضلاعِ المضلعِ المنتظمِ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا



24 **تَحَدٍّ:** إذا كانَ المضلّعانِ في الشكلِ المجاورِ منتظَمين، فأجِدُ $m\angle RND$ ، أبرِّرُ إجابتي.

25 **تبريرٌ:** هلْ يوجدُ مضلّعٌ منتظَمٌ قياسُ زاويتِهِ الداخليةِ $160°$؟ أبرِّرُ إجابتي.

26 **أكتبُ** فقرةً قصيرةً أبيِّنُ فيها العلاقةَ بيــنَ عددِ أضلاعِ المضلّعِ المنتظَمِ وقياسِ زاويتِهِ الداخليةِ.

الدرسُ 5 الانْسِحابُ

فكرةُ الدرسِ

أرسمُ انسحابًا في المستوى الإحداثيِّ.

المصطلحاتُ

الانْسِحابُ

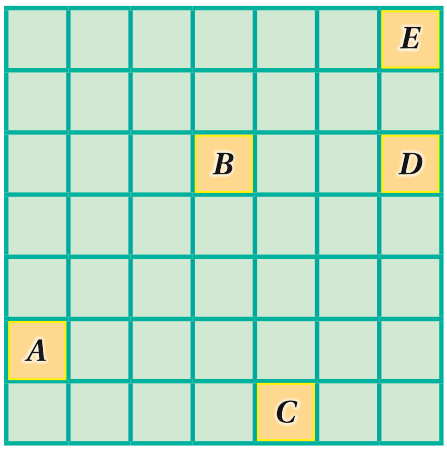
أستكشفُ

غيَّرَتْ ريمُ موقعَ صورةٍ مثبَّتَةٍ على جدارِ غرفتِها مِنْ موقِعِها المبيَّنِ في الشكلِ المجاورِ إلى الموقعِ المظلَّلِ باللّونِ الأزرقِ. أصِفُ مسارَ نقلِ الصورةِ إلى موقعِها الجديدِ.

الانْسِحابُ (translation) هو انتقالُ الشكلِ مِنْ مكانٍ إلى آخرَ مِنْ دونِ تغييرِ أبعادِهِ أوْ تدويرِهِ.

مثال 1

أصِفُ كلَّ انسحابٍ ممّا يأتي مُعتمِدًا على الشكلِ المجاورِ:



1. $A \rightarrow D$

6 وحداتٍ إلى اليمينِ، و3 وحداتٍ إلى الأعلى.

2. $B \rightarrow A$

3 وحداتٍ إلى اليسارِ، و3 وحداتٍ إلى الأسفلِ.

3. $D \rightarrow B$

3 وحداتٍ إلى اليسارِ.

أتحقّقُ من فهمي:

4. $C \rightarrow B$
5. $E \rightarrow C$
6. $E \rightarrow D$

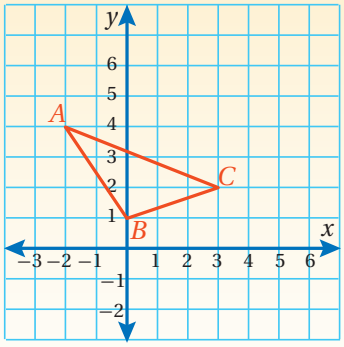
يمكنُني التعبيرُ عن انسحابِ الزّوْجِ المرتَّبِ (x, y) في المستوى الإحداثيِّ على صورةِ $(x+a, y+b)$ حيثُ a تمثِّلُ مقدارَ الانسحابِ الأفقيِّ (إلى اليمينِ أو اليسارِ) و b تمثِّلُ مقدارَ الانسحابِ الرأسيِّ (إلى الأعلى أو الأسفلِ).

مثال 2

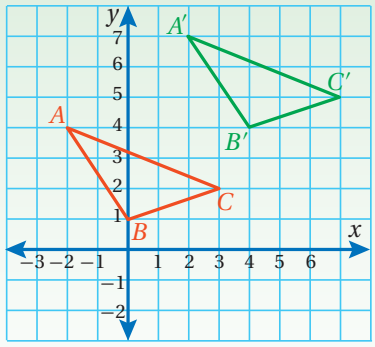
أرسمُ المثلّثَ ΔABC الذي إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $A(-2, 4), B(0, 1), C(3, 2)$ ثمَّ أجِدُ إحداثيّاتِ رؤوسِهِ تحتَ تأثيرِ:

1) انسحابٍ 4 وحداتٍ إلى اليمينِ و3 وحداتٍ إلى الأعلى.

الخطوةُ الأولى: أرسُمُ المثلثَ في المستوى الإحداثيِّ.



الخطوةُ الثانيةُ: أسحبُ كلًّا منْ رؤوسِ المثلثِ 4 وحداتٍ إلى اليمينِ و3 وحداتٍ إلى الأعلى.



الخطوةُ الثالثةُ: أكتبُ إحداثيّاتِ المواقعِ الجديدةِ للرؤوسِ.

إحداثيّاتُ الصورةِ	إحداثيّاتُ رؤوسِ الشكلِ الأصليِّ
$A'(2, 7)$	$A(-2, 4)$
$B'(4, 4)$	$B(0, 1)$
$C'(7, 5)$	$C(3, 2)$

أتحققُ من فهمي:

2) انسحابِ وحدةٍ واحدةٍ إلى اليمينِ، و 3 وحداتٍ إلى الأسفلِ.

3) انسحابِ 4 وحداتٍ إلى اليسارِ، و5 وحداتٍ إلى الأعلى.

يمكنُني تحديدُ صورةِ نقطةٍ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ انسحابٍ مُعطًى منْ دونِ أنْ أرسمَ.

مثال 3

أجدُ صُورَ النِّقاطِ المُعطاةِ إحداثيّاتُها في ما يأتي تحتَ تأثيرِ انسحابٍ مقدارُهُ 4 وحداتٍ إلى اليسارِ، و 10 وحداتٍ إلى الأعلى:

1) $A(6, 8)$

قاعدةُ الانسحابِ: $(x, y) \longrightarrow (x - 4 , y + 10)$

أعوِّضُ الإحداثيَّيْنِ: $A(6, 8) \longrightarrow A'(6 - 4 , 8 + 10)$

إحداثيّا الصورةِ: $A(6, 8) \longrightarrow A'(2, 18)$

2 **B (4, −9)**

$(x, y) \longrightarrow (x - 4\ ,\ y + 10)$ قاعدةُ الانسحابِ

$B(4, -9) \longrightarrow B'(4 - 4\ ,\ -9 + 10)$ أعوِّضُ الإحداثِيَّيْنِ

$B(4, -9) \longrightarrow B'(0, 1)$ إحداثِيّا الصورةِ

أتحققُ من فهمي:

3 $S(0, -3)$

4 $K(4, -10)$

5 $N(10, 4)$

6 $M(-16, -20)$

أَتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

أَصِفُ كلَّ انسحابٍ ممّا يأتي مُعْتَمِدًا على الشكلِ المجاورِ:

	B							F
				C				
A				D				E

1 $B \rightarrow A$

2 $F \rightarrow E$

3 $E \rightarrow B$

4 $B \rightarrow F$

إرشادٌ

عندَ وصْفِ الانسحابِ أبدأُ بوصْفِ الإزاحةِ الأفقيَّةِ (يمينًا، أو يسارًا) ثمَّ الرأسيّةِ (أعلى، أو أسفلَ).

أرسمُ المربّعَ الذي إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $A(0, 0)$,$B(2, 0)$, $C(2, 2)$, $D(0, 2)$، في المستوى الإحداثيِّ، ثمّ أجِدُ إحداثيّاتِ رؤوسِهِ تحتَ تأثيرِ الانسحابِ المُعْطى في كلٍّ ممّا يأتي:

5 5 وحداتٍ إلى اليمينِ، ووحدتانِ إلى الأعلى.

6 6 وحداتٍ إلى الأعلى.

7 وحدةٌ واحدةٌ إلى اليسارِ، و4 وحداتٍ إلى الأسفلِ.

أجِدُ صُوَرَ النِّقاطِ المُعطاةِ إحداثيّاتُها في ما يأتي تحتَ تأثيرِ انسحابٍ مقدارُهُ 3 وحداتٍ إلى اليمينِ و 5 وحداتٍ إلى الأسفلِ.

8 $(-4, 6)$

9 $(2, 8)$

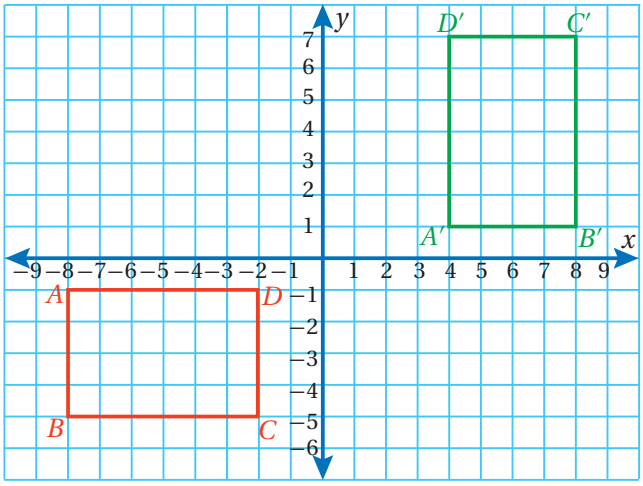
10 $(0, -5)$

11 عندَ إجراءِ انسحابٍ لشكلٍ رباعيٍّ إحداثيّاتُ رؤوسِهِ
$A(2, 0), B(-2, 0), C(1, 4), D(-3, 5)$، كانَ إحداثِيّا الرأسِ $A'(-5, 4)$
أجِدُ إحداثيّاتِ كلٍّ منَ الرؤوسِ: D', C', B'، ثمَّ أصفُ الانسحابَ .

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

12 **تبريرٌ:** إذا أُجرِيَ انسحابٌ لشكلٍ باستعمالِ القاعدةِ $(x-3, y+6)$، ثمَّ أُجريَ انسحابٌ آخرُ للشكلِ الناتجِ عنْ عمليّةِ الانسحابِ باستعمالِ القاعدةِ $(x+3, y-6)$
أذكرُ الموقعَ النهائيَّ للشكلِ منْ دونِ استعمالِ الرسمِ، وأبرِّرُ إجابتي.

13 **أكتشفُ الخطأَ:** قالَ خالدٌ: إنَّ الشكلَ الرباعيَّ A', B', C', D' في الرسمِ الآتي يُمثِّلُ انسحابًا للشكلِ الرباعيِّ $ABCD$. فهلْ ما قالهُ خالدٌ صحيحٌ؟ أبرِّرُ إجابتي.



14 **أيّها مُختلفٌ:** أيُّ قواعدِ الانسحابِ الآتيةِ مُختلِفٌ عنِ البقيّةِ؟ أبرِّرُ إجابتي.
$(x-6, y+10), (x+7, y), (x, y+8)$

15 **أكتبُ** أكتبُ مسألةً أستخدمُ فيها انسحابًا لمضلّعٍ منتظَمٍ، ثمّ أَحُلُّها.

الدرسُ 6 الدّوَرانُ

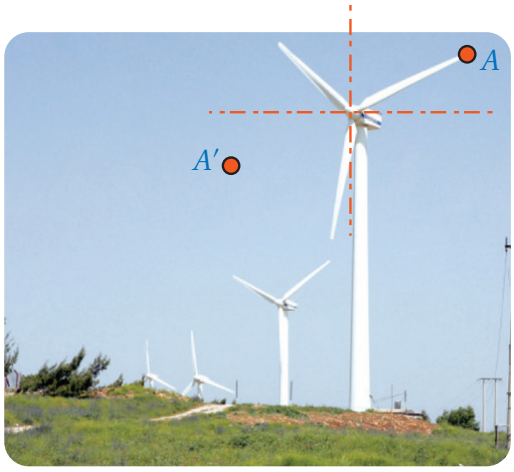
فكرةُ الدرسِ

أرسمُ دورانًا في المستوى الإحداثيِّ.

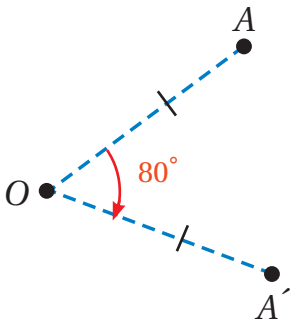
المصطلحاتُ

الدّوَرانُ ، مركزُ الدَّوَرانِ

أستكشفُ



تُعدُّ الرياحُ مِنْ أهمِّ مصادرِ الطاقةِ المتجددةِ؛ فهيَ تديرُ مراوحَ كبيرةً متصلةً بتوربيناتٍ تحوِّلُ الطاقةَ الحركيةَ إلى طاقةٍ كهربائيةٍ. أصفُ حركةَ ذراعِ المروحةِ الذي يجعلُ النقطةَ A منطبِقَةً على النقطةِ A'؟



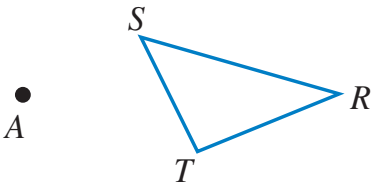
يعملُ **الدّورانُ (rotations)** على تحريكِ كلِّ نقطةٍ في الشكلِ الأصليِّ بزاويةٍ محددةٍ واتجاهٍ محددٍ حولَ نقطةٍ ثابتةٍ تُسمّى **مركزَ الدورانِ (center of rotation)** معَ المحافظةِ على أبعادِ الشكلِ الأصليِّ وزواياهُ.

في الرسمِ المجاورِ، النقطةُ A' هيَ صورةٌ للنقطةِ A نَتَجَتْ عنْ دورانِها بزاويةِ $80°$ باتجاهِ حركةِ عقاربِ الساعةِ، وتُسمّى النقطةُ O مركزَ الدورانِ، حيثُ $\overline{OA} = \overline{OA'}$.

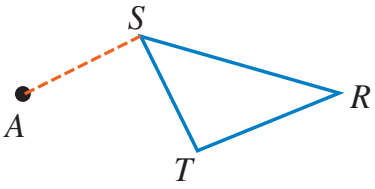
مثال 1

أستخدِمُ المسطرةَ والمنقلةَ لرسمِ صورةِ المثلثِ ΔSRT الناتجةِ عنْ:

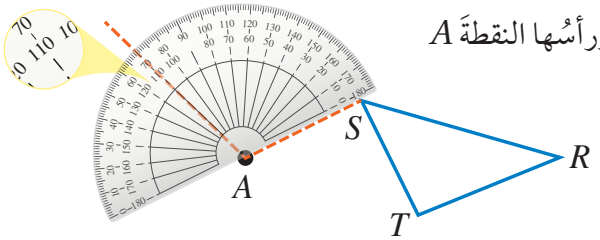
1. دورانٍ مركزُهُ النقطةُ A وبزاويةٍ قياسُها $110°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ.

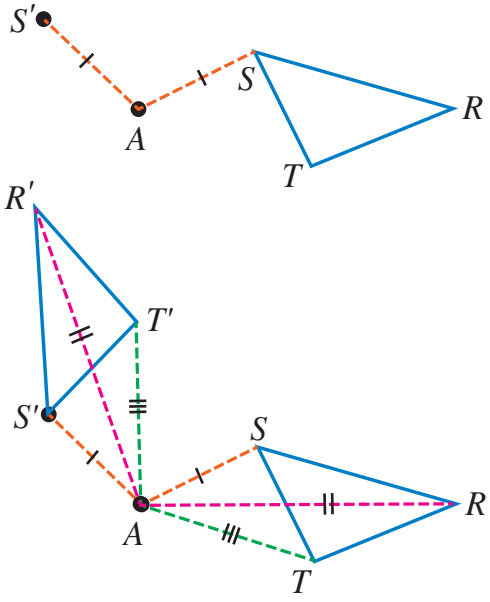


الخُطْوَةُ 1 أرسمُ القطعةَ المستقيمةَ منَ الرأسِ S إلى النقطةِ A



الخُطْوَةُ 2 أرسمُ زاويةً قياسُها $110°$ يكونُ SA أحدَ ضلعَيْها ورأسُها النقطةَ A





الخُطْوَةُ 3 أستخدمُ المسطرةَ لتحديدِ النقطةِ S' بحيثُ يكونُ $\overline{AS} = \overline{AS'}$

الخُطْوَةُ 4 أكرِّرُ الخطواتِ السابقةَ لبقيَّةِ رؤوسِ المثلثِ ثمَّ أرسمُ $\Delta S'R'T'$

أتحققُ من فهمي:

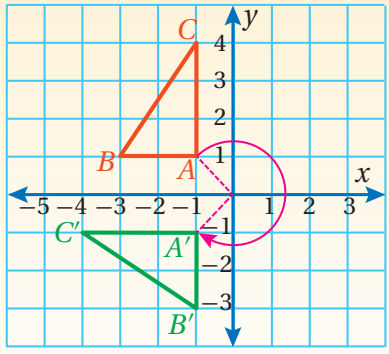
2. دورانٍ مركزُهُ النقطةُ A وبزاويةٍ قياسُها $70°$ باتجاهِ عقاربِ الساعةِ.
3. دورانٍ مركزُهُ النقطةُ T وبزاويةٍ قياسُها $100°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ.

يمكنُني رسمُ صورةِ شكلٍ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $90°$, $180°$, $270°$ باتّجاهِ عقاربِ الساعةِ وفقًا للقواعدِ الآتيةِ:

دورانٌ $270°$

أضربُ الإحداثيَّ y في -1 ثمَّ أبدِّلُ مَوْقِعَي الإحداثيَّينِ x, y

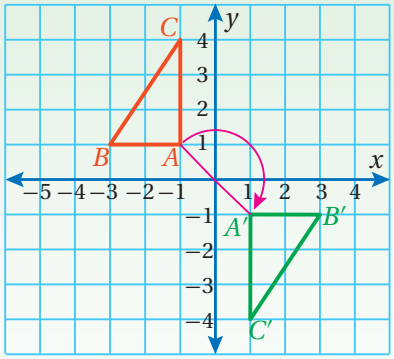
$(x, y) \rightarrow (-y, x)$



دورانٌ $180°$

أضربُ كلًّا مـنَ الإحداثيَّينِ x, y في -1

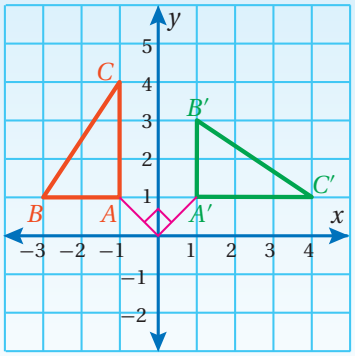
$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$



دورانٌ $90°$

أضربُ الإحداثيَّ x في -1 ثمَّ أبدِّلُ مَوْقِعَي الإحداثيَّينِ x, y

$(x, y) \rightarrow (y, -x)$



مثال 2

أَرسمُ في المستوى الإحداثيِّ المربّعَ الذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(0,2), B(2,2), C(2,4), D(0,4)$ ثمَّ أجِدُ صورَتَهُ تحتَ تأثيرِ:

1. دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $270°$ باتجاهِ عقاربِ الساعةِ.

أبدِّلُ موقعَ الإحداثيّاتِ (x, y) ، وأضربُ y في -1

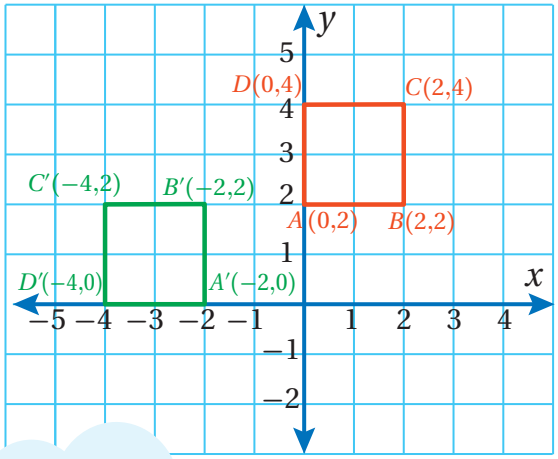
$$(x, y) \longrightarrow (-y, x)$$

$$A(0, 2) \longrightarrow A'(-2, 0)$$

$$B(2, 2) \longrightarrow B'(-2, 2)$$

$$C(2, 4) \longrightarrow C'(-4, 2)$$

$$D(0, 4) \longrightarrow D'(-4, 0)$$



يمكنُني إجراءُ الدورانِ بزاويةِ $270°$ بعملِ دورانٍ بزاويةِ $90°$ ثمَّ $180°$ أو بعَمَلِ دورانٍ بزاويةِ $90°$ بالاتجاهِ المعاكسِ للدورانِ المطلوبِ.

أتحققُ من فهمي:

2. دورانٍ مركزُه نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $180°$ باتجاهِ عقاربِ الساعةِ.
3. دورانٍ مركزُه نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $270°$ باتجاهِ عقاربِ الساعةِ.

يمكنُني رسمُ صورةِ شكلٍ في المستوى الإحداثيّ تحتَ تأثيرِ دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $270°$ ، $180°$ ، $90°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ وفقًا للقواعدِ الآتيةِ:

دورانٌ $270°$

$(x, y) \longrightarrow (y, -x)$

أضربُ الإحداثيَّ x في -1 ثمَّ أبدِّلُ مَوْقِعَي الإحداثيَّينِ (x, y)

دورانٌ $180°$

$(x, y) \longrightarrow (-x, -y)$

أضربُ كلًّا منَ الإحداثيَّينِ x, y في -1

دورانٌ $90°$

$(x, y) \longrightarrow (-y, x)$

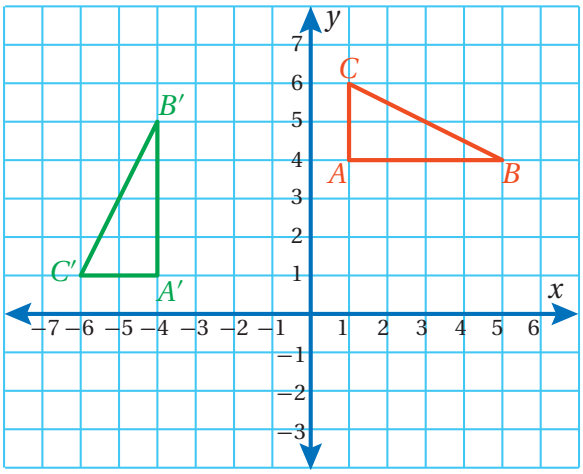
أضربُ الإحداثيَّ y في -1 ثمَّ أبدِّلُ مَوْقِعَي الإحداثيَّينِ (x, y)

مثال 3

أرسم في المستوى الإحداثي المثلثَ الذي إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $A(1,4), B(5,4), C(1,6)$ ثمَّ أجِدُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ:

1) دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $90°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ.

أبدِّلُ موقعَي الإحداثيّينِ (x, y) ، وأضربُ y في -1



$$(x, y) \longrightarrow (-y, x)$$

$$A(1,4) \longrightarrow A'(-4, 1)$$

$$B(5,4) \longrightarrow B'(-4, 5)$$

$$C(1,6) \longrightarrow C'(-6, 1)$$

أتحققُ من فهمي:

2) دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $180°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ.

3) دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $270°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ.

أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

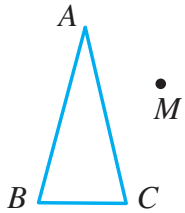
أنسخُ كلَّ شكلٍ ممَا يأتي، ثمَّ أستخدمُ المسطرةَ والمنقلةَ لرسمِ صورةِ الشكلِ الناتجِ عنْ دورانٍ مركزُهُ النقطةُ M وبالزاويةِ والاتجاهِ المعطى:

إرشادٌ

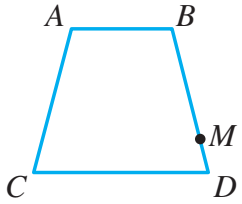
اتّجاهُ عقاربِ الساعةِ

عكسَ عقاربِ الساعةِ

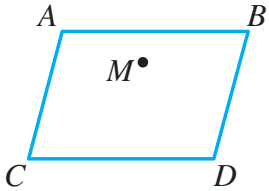
1) $90°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ



2) $90°$ باتّجاهِ عقاربِ الساعةِ



3) $45°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ



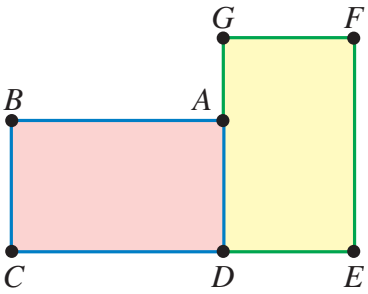
أمثِّلُ بيانيًّا الشكلَ وصورَتَهُ الناتجةَ عنْ دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بالاتجاهِ والزاويةِ المعطاةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

4 مربّعٌ إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $(2,3), (5,3), (5,0), (2,0)$ ، بزاويةِ دورانٍ $90°$ باتّجاهِ عقاربِ الساعةِ.

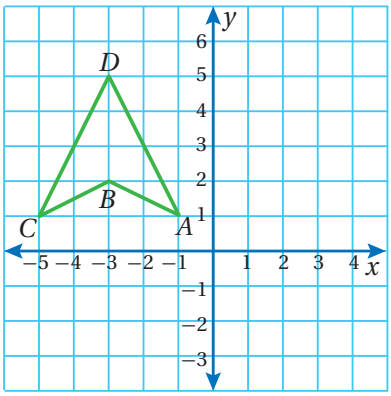
5 مستطيلٌ إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $(-5,2), (-5,4), (2,2), (2,4)$ ، بزاويةِ دورانٍ $180°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ.

6 مثلثٌ إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $(4,-1), (1,-4), (7,-4)$، بزاويةِ دورانٍ $270°$ باتّجاهِ عقاربِ الساعةِ.

7 أحدِّدُ النقطةَ التي تمثِّلُ مركزَ دورانِ المستطيلِ $ABCD$ إلى صورتِهِ $GFED$. أبرِّرُ إجابتي.



8 في الشكلِ المجاورِ، أحدّدُ الدورانَ الذي نُقِلَ فيه الرأسُ D إلى صورتِهِ $D'(-5,-3)$.



مثلثٌ إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $A(0, 0), B(0, 3), C(4, 0)$ ، أجِدُ إحداثيّاتِ رؤوسِهِ تحتَ تأثيرِ كلٍّ ممّا يأتي:

9 انسحابُ وحدتينِ إلى اليسارِ، و 7 وحداتٍ إلى الأسفلِ.

10 دورانٌ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $270°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ.

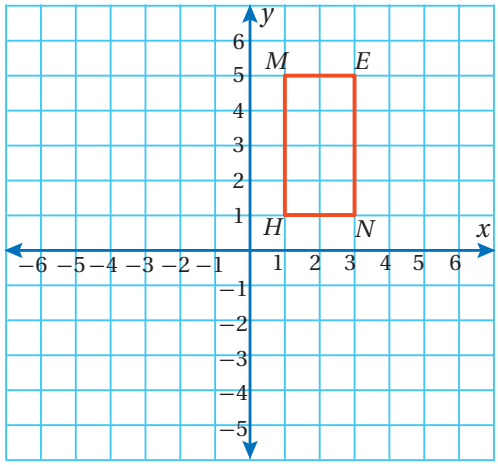
11 مربّعٌ إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(1, 1), B(1, 3), C(x, y), D(3, 3)$ تمَّ تدويرُهُ حولَ نقطةِ الأصلِ بزاويةِ $270°$ باتجاهِ عقاربِ الساعةِ، فما إحداثيّاتُ صورةِ الرأسِ C بعدَ الدورانِ؟

مهاراتُ التفكير العُليا

إرشادٌ

أُجري التحويلاتِ الهندسيَّةَ وفقَ الترتيب الذي وردَ في السؤالِ: الانسحابُ أوَّلاً ثمَّ الدّورانُ.

12 **تَحَدٍّ:** إذا أُجريَ انسحابٌ للشكلِ المجاورِ بمقدارِ وحدتينِ إلى الأعلى و 3 وحداتٍ إلى اليمينِ، ثمّ أجريَ له دورانٌ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $90°$ باتّجاهِ عقاربِ الساعةِ، فما إحداثيّاتُ رؤوسِ الشكلِ الناتجِ؟



أتعلَّمُ

عندَ إجراءِ تحويلٍ هندسيٍّ على شكلٍ، ثمّ إجراءِ تحويلٍ هندسيٍّ آخرَ على صورتِهِ فإنَّ التحويلَ الذي ينقلُ الشكلَ الأصليَّ إلى صورتِهِ النهائيَّةِ يُسمّى تحويلًا هندسيًّا مركَّبًا.

13 **تبريرٌ:** إذا أُجريَ لشكلٍ ما دورانانِ باتّجاهِ عقاربِ الساعةِ مركزُهُما نقطةُ الأصلِ: أحدُهما بزاويةِ $(90°)$ والآخرُ بزاويةِ $(180°)$، فهلْ لترتيبِ الدورانينِ تأثيرٌ على موقعِ الصورةِ الناتجةِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

14 **أيّها مختلفٌ:** أيُّ التحويلاتِ الهندسيةِ الآتيةِ مختلفٌ:

- دورانٌ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $90°$ عكسَ عقاربِ الساعةِ.
- دورانٌ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $90°$ باتجاهِ عقاربِ الساعةِ.
- دورانٌ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بزاويةِ $270°$ باتّجاهِ عقاربِ الساعةِ.

15 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أرسمُ شكلًا في المستوى الإحداثيِّ، وأصِفُ دورانًا زاويتُهُ لا تساوي صفرًا، وتكونُ فيهِ كلٌّ منَ الصورةِ والشكلِ الأصليِّ منطبقيْنِ على بعضِهِما.

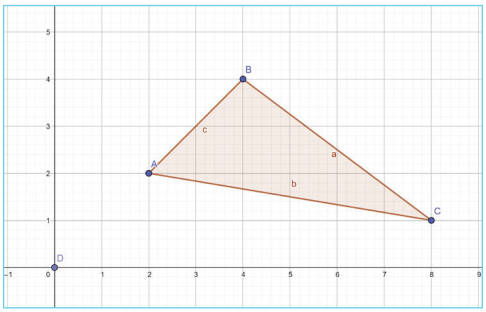
16 **أكتبُ** أكتبُ المعلوماتِ التي أحتاجُ إليها؛ لكي أُجريَ دورانًا لشكلٍ ما.

الدّوَرانُ

يمكنُ استعمالُ برمجيةِ جيوجبرا (GeoGebra) لإجراءِ دورانٍ لأيِّ شكلٍ في المستوى الإحداثيِّ؛ فهي مجانيَّةٌ وسهلةُ الاستخدامِ. أستخدمُ الرابطَ www.geogebra.org/download لتثبيتِ نسخةِ GeoGebra Classic 6 منْ هذه البرمجيةِ على الحاسوبِ. ويمكنُني أيضًا استخدامُ النسخةِ الّتي على الإنترنت من دونِ الحاجةِ إلى تثبيتِها على الحاسوبِ، منَ الرابطِ www.geogebra.org/classic

مثال

أستخدمُ برمجيةَ جيوجبرا؛ لأجِدَ صورةَ المثلثِ الذي إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $A(2, 2), B(4, 4), C(8, 1)$ بعدَ إجراءِ دورانٍ مركزُه نقطةُ الأصلِ وبزاويةٍ $90°$ معَ اتجاهِ عقاربِ الساعةِ.



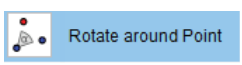
الخُطْوَةُ 1 أرسمُ المثلّثَ ABC :

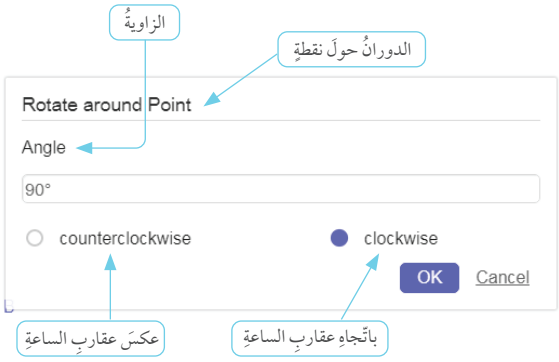
- أختارُ أيقونةَ منْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقُرُ بالمؤشِّرِ على مواقعِ الأزواجِ المرتّبةِ التي تقعُ عندَها رؤوسُ المثلثِ في المستوى الإحداثيِّ. ولإغلاقِ الشكلِ أنقُرُ على الرأسِ الأولِ مرةً أخرى.

الخُطْوَةُ 2 أحدِّدُ مركزَ الدورانِ:

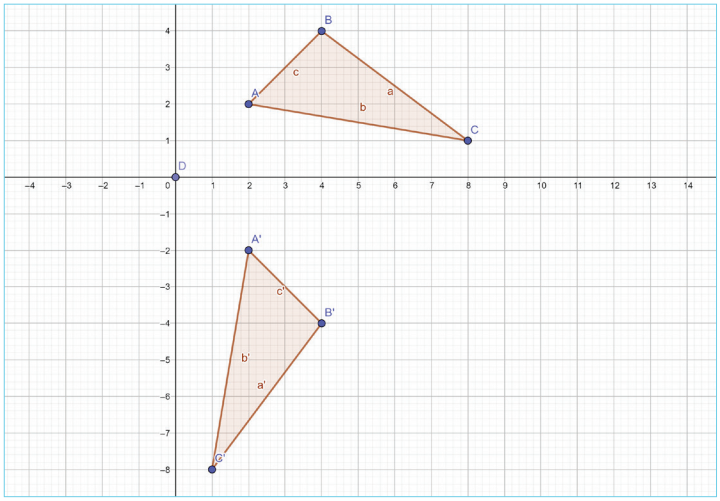
- أختارُ أيقونةَ منَ شريطِ الأدواتِ.
- أنقرُ بالمؤشِّرِ على نقطةِ الأصلِ (مركزِ الدورانِ)

الخُطْوَةُ 3 أجري الدورانَ:

- منْ شريطِ الأدواتِ، أختارُ أيقونةَ  .



- أنقرُ بالمؤشِّـرِ وسـطَ المثلّثِ، ثمَّ أنقرُ على مركزِ الدورانِ، ثمَّ أحدِّدُ زاويةَ الـدورانِ واتِّجاهَهُ في صندوقِ الحوارِ الذي يظهرُ، ثمَّ أنقرُ OK



مقارنةُ قياساتِ المثلّثِ ABC وصورتُه

- أجِدُ أطوالَ أضلاعِ المثلّثِ ABC وصورَتَه $A'B'C'$ باسـتخدامِ أداةِ قيـاسِ أطوالِ الأضلاعِ ثمَّ أنقرُ على الضلعِ المطلوبِ.
- أَجِدُ قياساتِ زوايا المثلّثِ ABC وصورَتَهُ $A'B'C'$ باستخدامِ أداةِ قياسِ الزوايا ثمَّ أنقرُ على ضِلْعَي الزاويةِ المطلوبةِ.
- ماذا ألاحِظُ؟

أتـدربُ

أسـتخدمُ برمجيةَ جيوجبرا؛ لأُجريَ دورانًا مركزُه نقطةُ الأصـلِ وبزاويةِ 90° باتّجاهِ عقاربِ الساعةِ للمثلّثيْنِ المعطى إحداثيّاتُ رؤوسِهما في ما يأتي:

1. $A(-6, -8), B(-5, -3), C(-3, -7)$
2. $A(5, 4), B(7, 9), C(12, 5)$

اختبارُ الوحدةِ

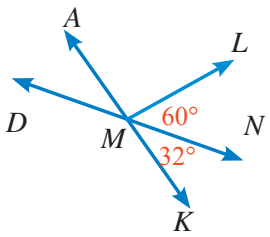
أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1 إذا كانتْ $\angle 2$,$\angle 1$ متتامَّتينِ و $m\angle 1 = 70°$، فإنَّ $m\angle 2$ يساوي:

a) $70°$ **b)** $110°$

c) $20°$ **d)** $30°$

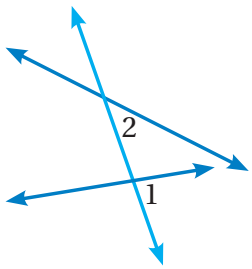
2 في الشكلِ المجاورِ، $m\angle AML$ يساوي:



a) $88°$ **b)** $32°$

c) 30 **d)** $120°$

3 في الشكلِ المجاورِ $\angle 1, \angle 2$ زاويتانِ:



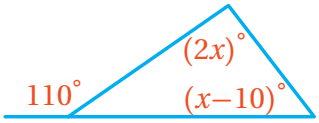
a) متبادلتانِ داخليًّا.

b) متبادلتانِ خارجيًّا.

c) متناظرتانِ.

d) متحالفتانِ.

4 قيمةُ x في الشكلِ المجاورِ هي:



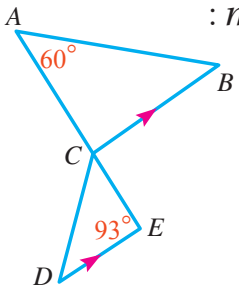
a) $70°$ **b)** $80°$

c) $40°$ **c)** $55°$

5 عدد أضلاع المضلَّع المنتظَم الذي قياسُ زاويتِه الداخليّةِ $165°$ يساوي:

a) 24 **b)** 22 **c)** 20 **d)** 25

6 في الشكلِ المجاورِ $m\angle ABC$:



a) $33°$

b) $87°$

c) $60°$

d) $48°$

7 صورةُ النقطةِ $A(-2,7)$ تحتَ تأثيرِ انسحابٍ في المستوى الإحداثيِّ مقدارُه 6 وحداتٍ إلى اليسارِ و5 وحداتٍ إلى الأسفلِ، هي:

a) $A'(-8, 12)$ **b)** $A'(-8, 2)$

c) $A'(4, 12)$ **d)** $A'(4, 2)$

8 مضلَّعٌ منتظَمٌ عددُ أضلاعِهِ 20 فإنَّ قياسَ زاويتِهِ الخارجيّةِ:

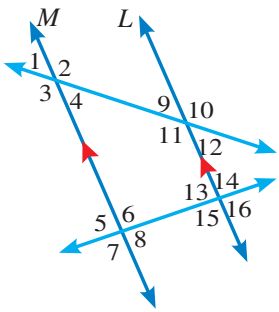
a) $18°$ **b)** $162°$

c) $198°$ **d)** $55°$

في الشكلِ المجاورِ

$m\angle 1 = 65°, m\angle 8 = 86°$

أجدُ قياسَ الزوايا الآتيةِ، وأبرِّرُ خطواتِ الحلِّ جميعَها:

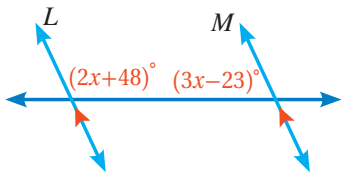


9 $m\angle 16$ **10** $m\angle 11$

11 $m\angle 5$ **12** $m\angle 13$

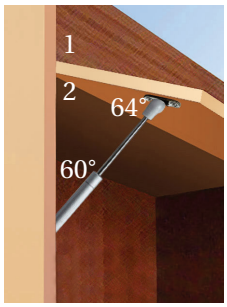
اختبارُ الوحدةِ

13 في الشكلِ المجاورِ إذا علمتُ أنَّ $L \| M$ فما قيمةُ x؟



مبرِّرًا خطواتِ الحلِّ جميعَها.

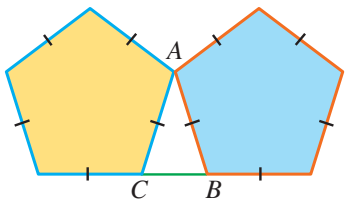
معتمدًا على الشكلِ المجاورِ، أجيبُ عمّا يأتي:



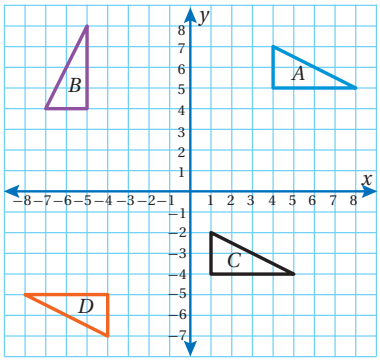
14 أجِدُ $m\angle 1, m\angle 2$

15 إذا كانتِ الدّعامةُ الرافعةُ للغطاءِ أقصرَ من طولِها الحالي فأصِفُ التغييرَ في $m\angle 1, m\angle 2$ مبرِّرًا إجابتي.

16 في الرسمِ أدناه، أجدُ قياساتِ زوايا ΔABC:



في الشكلِ المجاورِ، أصنِّفُ التّحويلاتِ الهندسيّةَ الآتيةَ إلى دورانٍ أو انسحابٍ، معَ توضيحِ القاعدةِ:



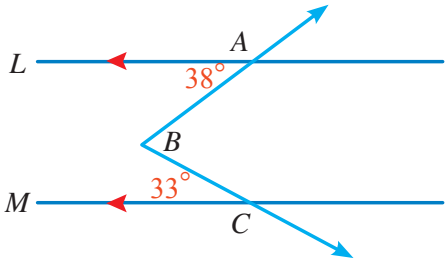
17 $A \longrightarrow B$

18 $A \longrightarrow C$

19 $A \longrightarrow D$

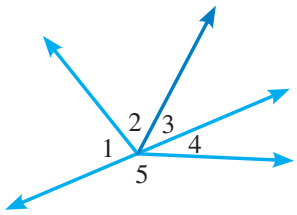
تدريبٌ على الاختباراتِ الدَّوليّةِ:

20 في الشكلِ الآتي، إذا علمتُ أنَّ $L \| M$، فإنَّ $m\angle ABC$ يساوي:



a) 71° **b)** 109° **c)** 38° **d)** 77°

21 في الشكلِ الآتي، إذا كانتْ 4 و 5 زاويتينِ متجاورتينِ على مستقيمٍ، $m\angle 2 = 3x-20$، $m\angle 1 = 2x$، $m\angle 3 = x-4$، فإنَّ $m\angle 3$ يساوي:



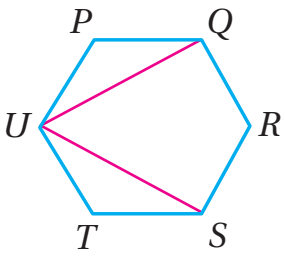
a) 26°

b) 28°

c) 30°

d) 32°

22 إذا كانَ $PQRSTU$ سداسيًّا منتظمًا فإنَّ $m\angle QUS$:



a) 30° **b)** 60°

c) 90° **d)** 20°