رياضيات

ثالث متوسط

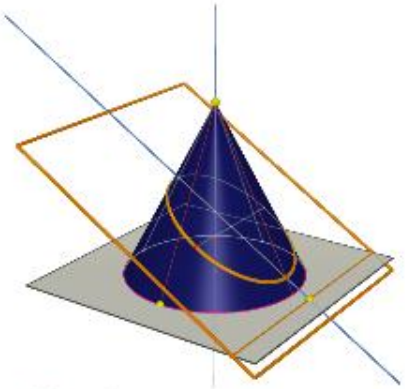
3

المراجعة النهائية

ماجد الحربي

الباب الثامن

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا



د (س) = س²

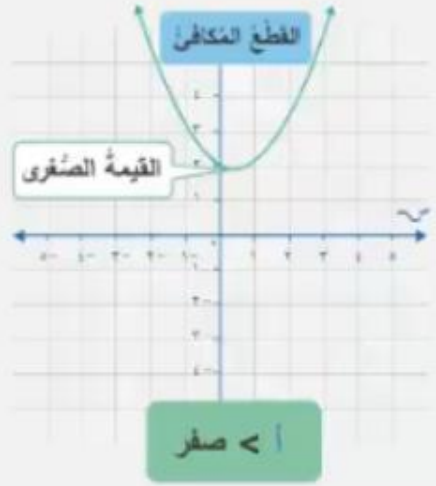
ملخص مفهوم

الدوالُ التربيعية (غيرِ الخطيَّةِ)

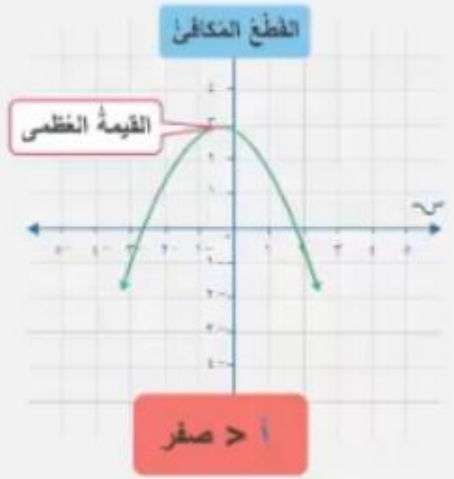
$$ص = أ\,س^{٢} + ب\,س + جـ$$

التمثيلُ البيانيُّ للدَّالةِ التربيعيةِ يكونُ على شكلِ القطعِ المكافئِ

يكونُ القطعُ مفتوحاً للأعلى عندما ألفُ أكبرُ من صفرٍ، وتمثلُ أدنى نُقطةٍ فيهِ القيمةَ الصُغرى



يكونُ القطعُ مفتوحاً للأسفل عندما ألفُ أقلُّ من صفرٍ، وتمثلُ أعلى نُقطةٍ فيهِ القيمةَ العُظمى



لإيجادِ الإحداثيِّ السينيِّ لِرأسِ القَطعِ، نستخدمُ مُعادلةَ محورِ التماثُلِ

$$\text{الإحداثيُّ السينيُّ للرأسِ} = \frac{-ب}{أ\,٢}$$

لإيجادِ الإحداثيِّ الصاديِّ نعوِّضُ قيمةَ الإحداثيِّ السينيِّ في المعادلةَ التربيعيَّةِ

$$ص = أ\,س^{٢} + ب\,س + جـ$$

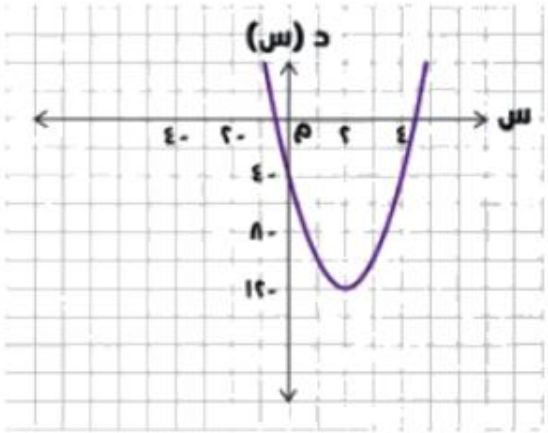
المقطعُ الصاديُّ للدالةَ التربيعيَّةِ هو الحدُّ الثَّابتُ (جيم) للدالةَ التربيعيَّة

ملخص مفهوم

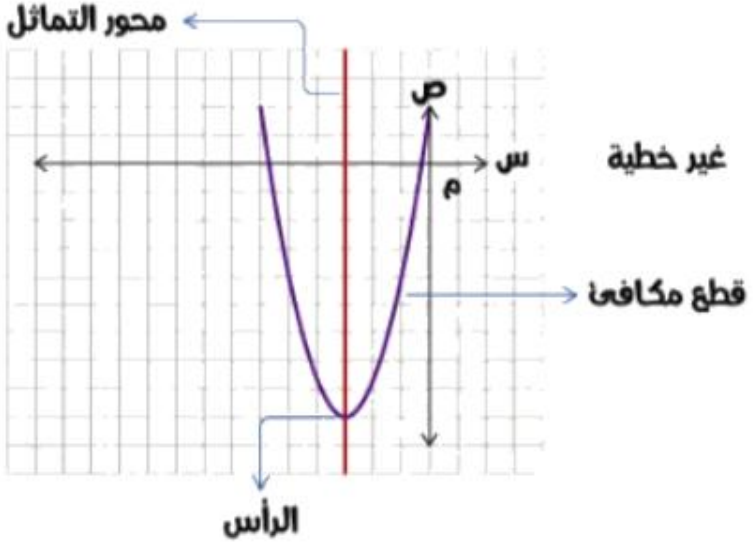
تمثيل الدوال التربيعية بيانيًا

الصورة القياسية للدالة التربيعية د (س) = أ س^{٢} + ب س + جـ

تمثيل الدوال التربيعية بيانيًا



د (س) = ٢ س^{٢} - ٨ س - ٤



ص = أ س^{٢} + ب س + جـ

أ > ٠ مفتوح إلى أعلى وله قيمة صغرى

أ < ٠ مفتوح إلى أسفل وله قيمة عظمى

١) س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{-(-٨)}{٢ \times ٢}$ = ٢

٢) ص = ٢ (٢)^{٢} - ٨ (٢) - ٤

= ١٢-

٣) ص = ٢ (٠)^{٢} - ٨ (٠) - ٤

= ٤-

الرأس (٢ ، ١٢-)

أ > ٠

مفتوح للأعلى

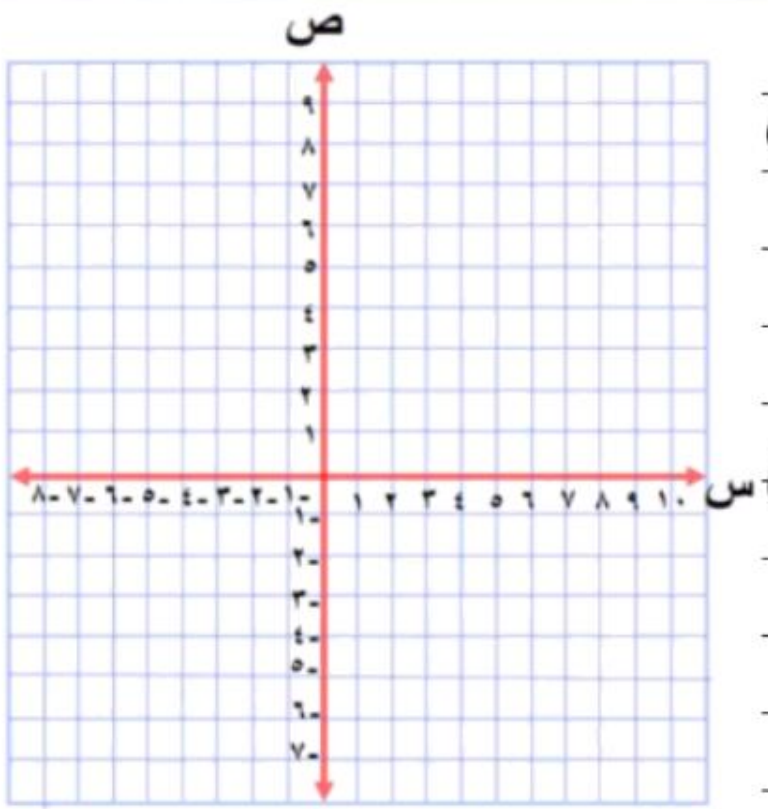
قيمة صغرى

المجال مجموعة الاعداد الحقيقية

المدى هو {ص | ص ≥ ١٢-}

تقويم

استعمل الجدول لتمثيل الدالة ص = ٢س^{٢} + ٤س ـ ٦ بيانيا وحدد المجال والمدى

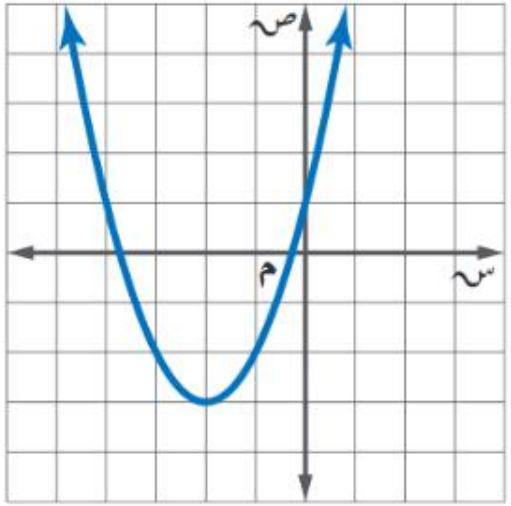


س	ص

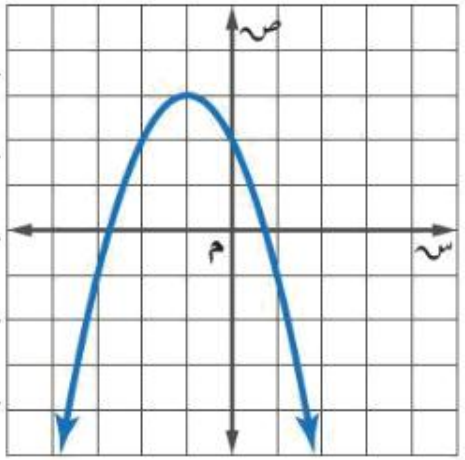
تقويم

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي للتمثيل البياني الآتي:

٥)



٦أ)



تقويم أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

١٣أ) $ص = -٣س^{٢} + ٦س - ٥$

٢٤) $ص = ٢س^{٢} + ١٢س + ١٠$

تقويم

٢٨) ص = ٣س^{٢} + ١٨س − ٢١

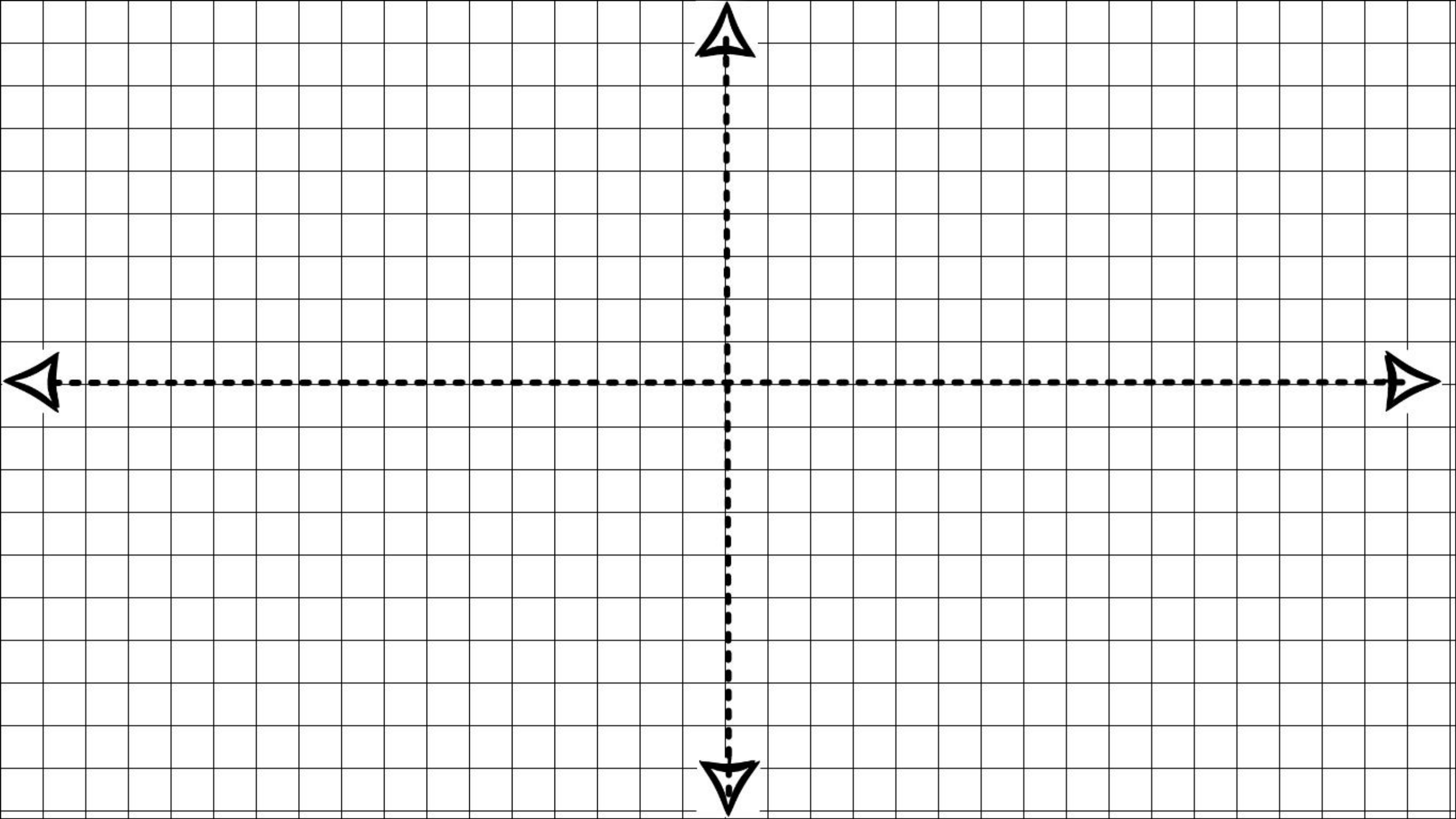
أ) حدّد فيما إذا كان للدالة قيمة صغرى أم قيمة عظمى.

ب) أوجد القيمة العظمى أو القيمة الصغرى.

جـ) حدِّد مجال الدالة ومداها.

تقويم مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا:

٥ب) د(س) = ٣ س^{٢} − ٦س + ٢

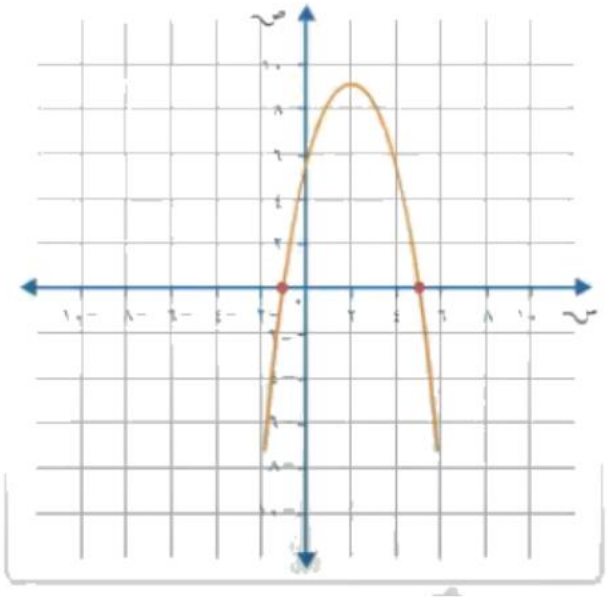


حل المعادلات التربيعية بيانيًّا

ملخص مفهوم

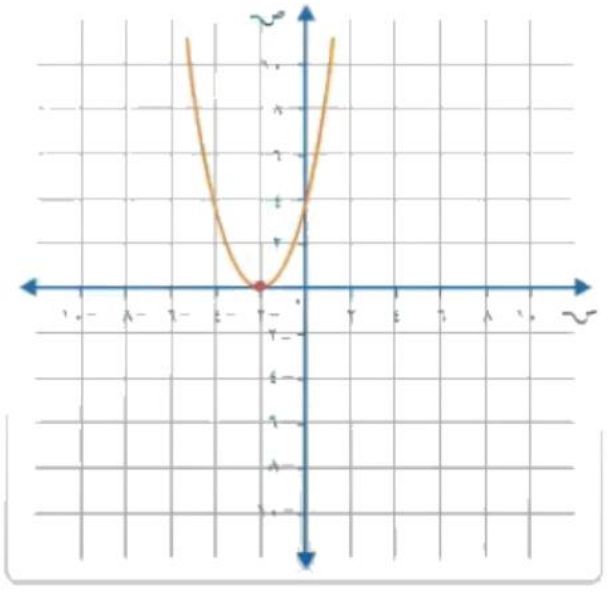
حلُّ المعادلةِ التربيعيةِ هوَ إيجادُ جذورِ المعادلةِ

حلَّانِ حقيقيانِ مُختلفانِ

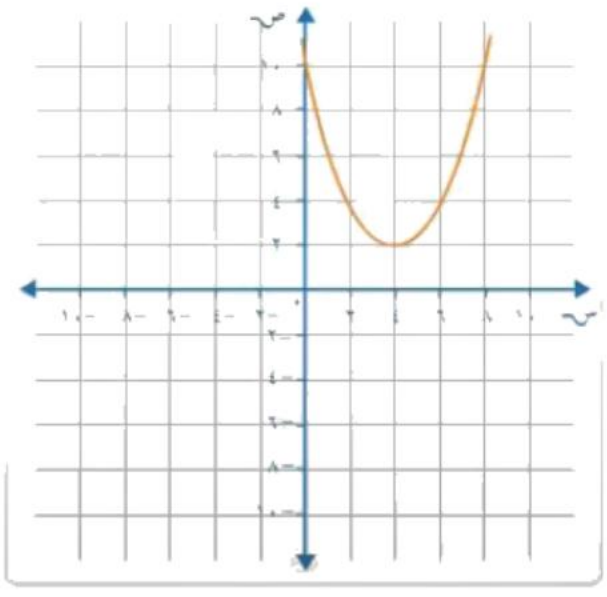


حلٌّ حقيقيٌّ وحيدٌ (الجذرُ المُكرَّرُ)

هو عندما يكونُ المقطعُ السينيُّ الوحيدُ للقطعِ المُكافئِ هو رأسهُ، ويكونُ الجذرانِ هُما العددَ نفسَه

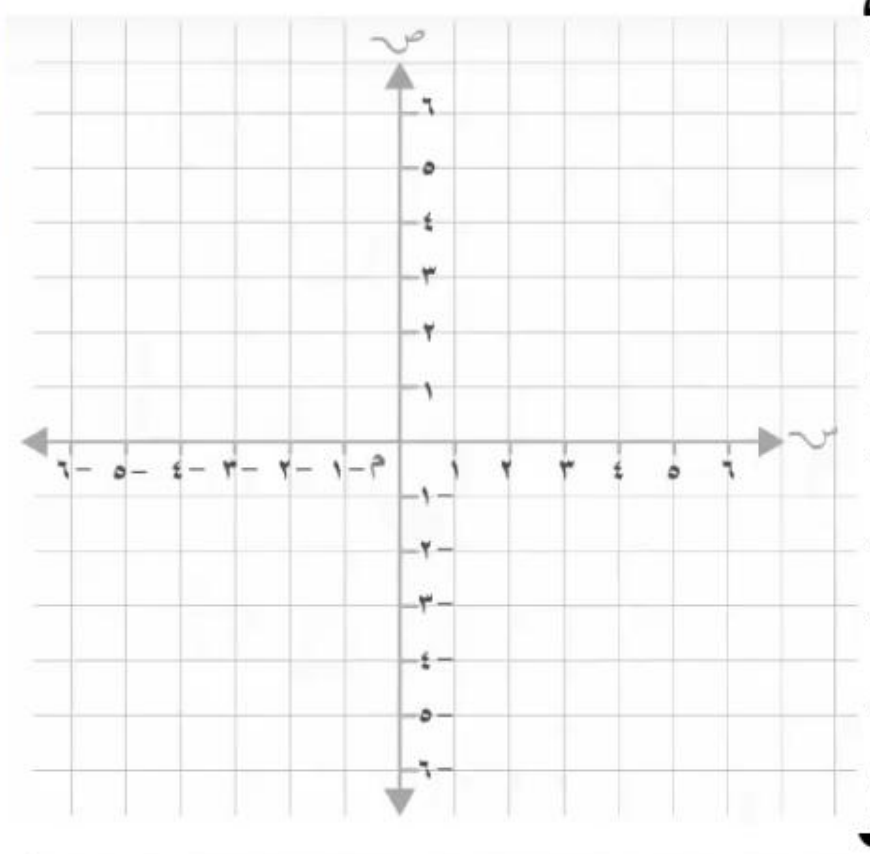


لا تُوجَدُ حلولٌ حقيقيةٌ



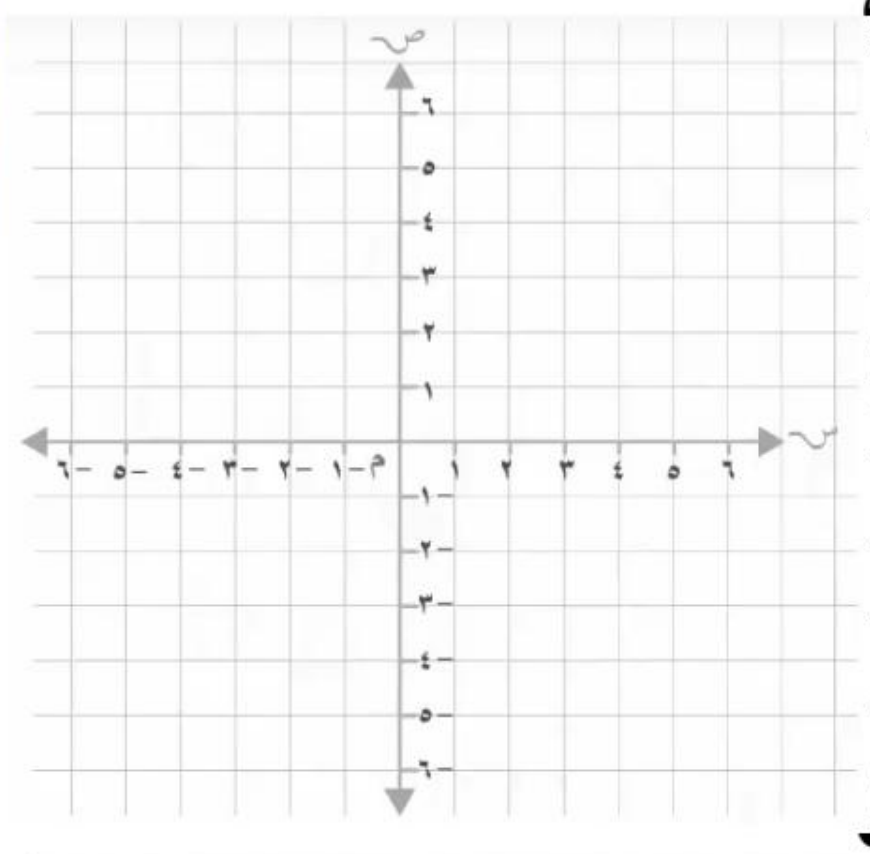
تقويم ٢ حُلّ كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

١) $س^{٢} + ٣س - ١٠ = ٠$



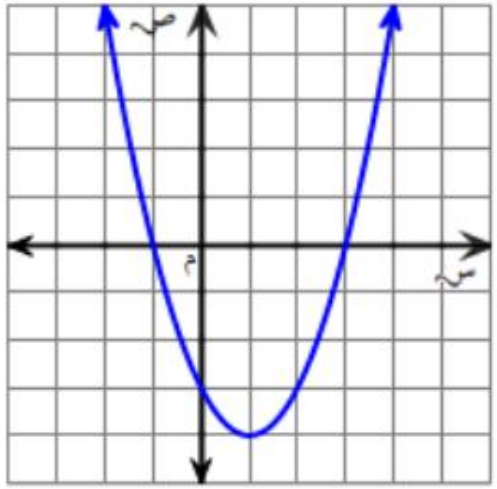
تقويم حُلّ كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

٣) $س^{٢} + ٤س = -٤$



اختر الإجابات الصحيحة (هناك أكثر من إجابة صحيحة)

إذا كان التمثيل البياني أدناه يمثل الدالة المرتبطة بمعادلة تربيعية ، فإن حلول المعادلة التربيعية هي :



١ ☐

٢ ☐

٣ ☐

١- ☐

٣- ☐

٤- ☐

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

$٤س^{٢} - ٢٠ س + ٢٥$

$(؟ \mp ؟)^{٢}$

ملخص مفهوم

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

إكمال المربع $س^{٢} + ب س$

$س^{٢} + ٦ س + جـ$

① بطاقات الجبر

$س^{٢}$	س	س	س
س			
س			
س			

$س^{٢}$	س	س	س
س	١	١	١
س	١	١	١
س	١	١	١

← ٩ بطاقات

② خوارزمية إكمال المربع

$س^{٢} + ٦ س + جـ$

$\div ٢$

٣ ← تربيع ← ٩

$س^{٢} + ٦ س + ٩$

$(س + ٣)^{٢}$

حل معادلة بإكمال المربع

$س^{٢} + ٦ س = ٧$

$\div ٢$

٣ ← تربيع ← ٩

$س^{٢} + ٦ س + ٩ = ٧ + ٩$

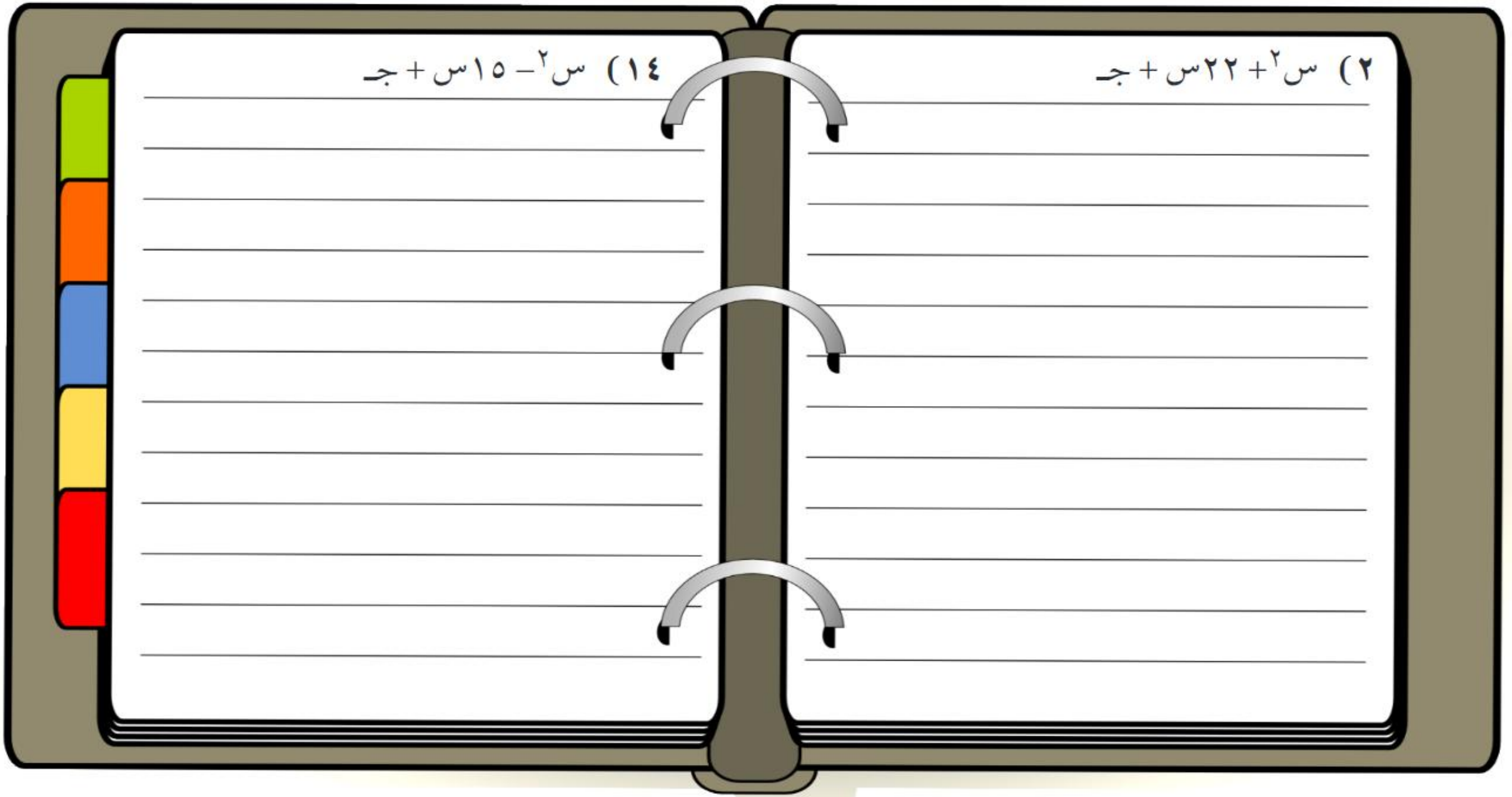
$(س + ٣)^{٢} = ١٦$

$س + ٣ = \pm ٤$

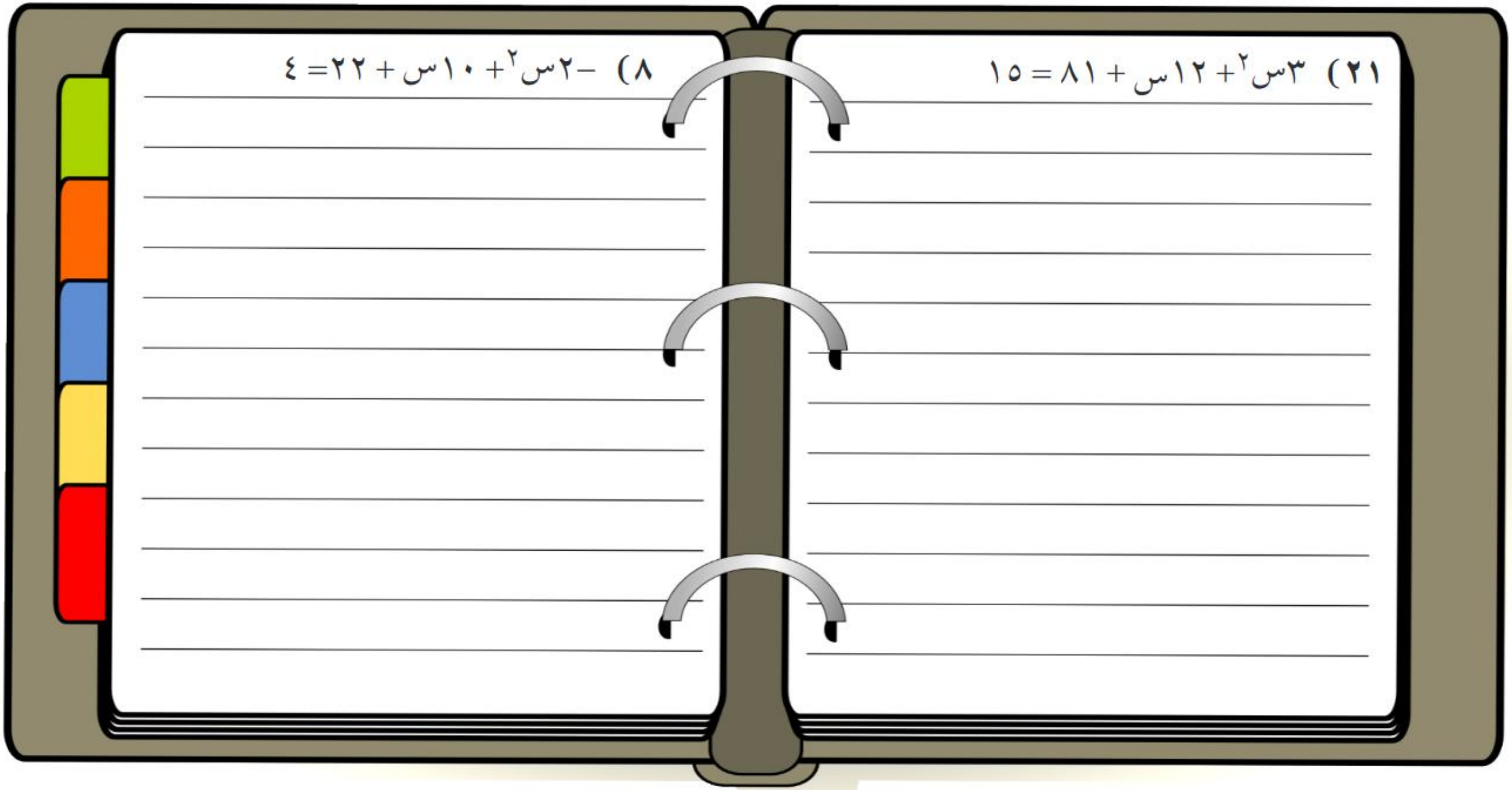
$ح = \{١٠، ٧-\}$

تقويم

أوجد قيمة جـ التي تجعل كل ثلاثية حدود فيما يأتي مربعًا كاملًا:



تقويم حُلَّ كلَّ معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقرِّبًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا:



٢١) $٣س^{٢} + ١٢س + ٨١ = ١٥$

٨) $-٢س^{٢} + ١٠س + ٢٢ = ٤$

تقويم

هندسة: أوجد قيمة س في كل شكل مما يأتي، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا: (م: المساحة)

٢٤) م = ١١٠ سم^{٢}

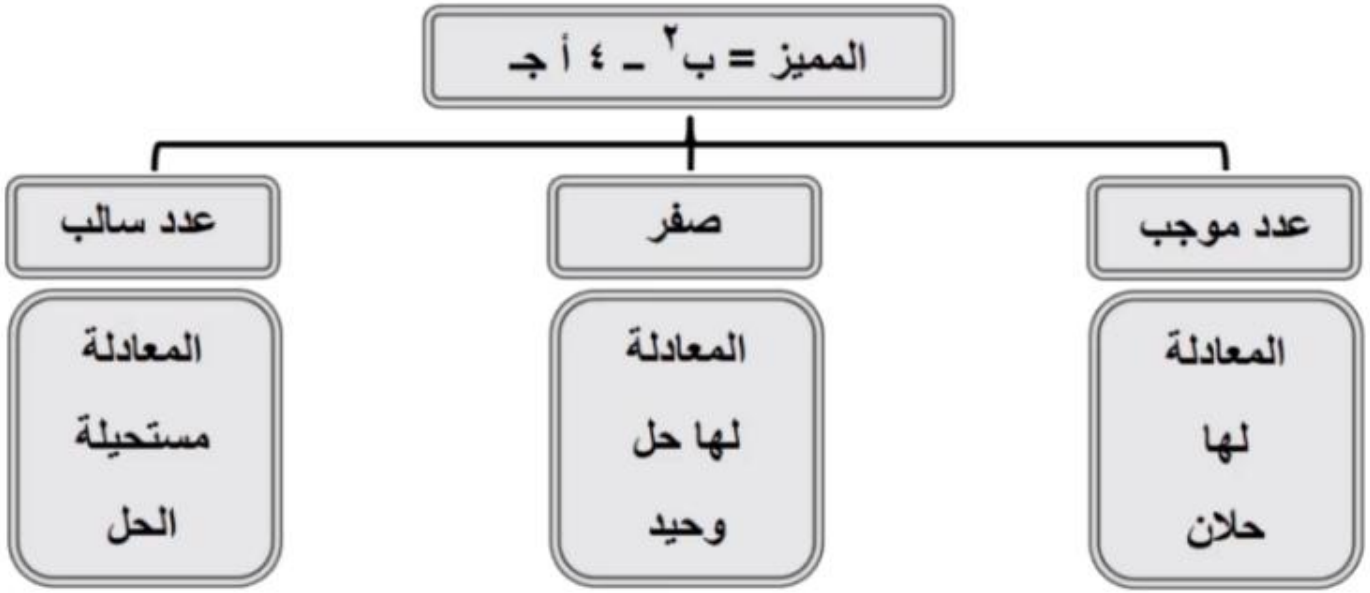
حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

ملخص مفهوم

القانون العام

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

المميز



ويمكنك تلخيص طرق حل المعادلات التربيعية في ملخص المفهوم الآتي :

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

حل المعادلات التربيعية

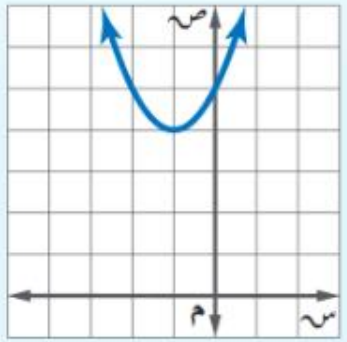
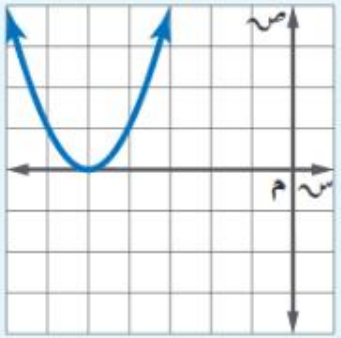
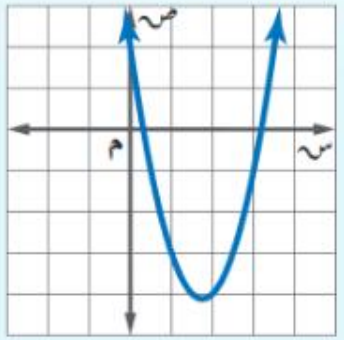
الطريقة	متى يُفضل استعمالها؟
التحليل إلى عوامل	تستعمل إذا كان الحد الثابت صفرًا، أو إذا كان من السهل تحديد العوامل فليست جميع المعادلات قابلة للتحليل.
التمثيل البياني	تستعمل عندما يكون الحل التقريبي مقبولًا.
استعمال خاصية الجذر التربيعي	تستعمل إذا كانت المعادلة مكتوبة على الصورة $س^{٢} = ن$ أو $س^{٢} = (س - هـ)$
إكمال المربع	يمكن استعمالها لأية معادلة على الصورة: $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$، إلا أنه من الأسهل استعمالها إذا كان ب عددًا زوجيًّا وَ أ = ١.
القانون العام	يمكن استعمالها لأية معادلة على الصورة: $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$.

المميز: في القانون العام، تُسمى العبارة التي تحت الجذر ($ب^{٢} - ٤أ جـ$) **المميز**، ويمكنك استعماله لتحديد عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية.

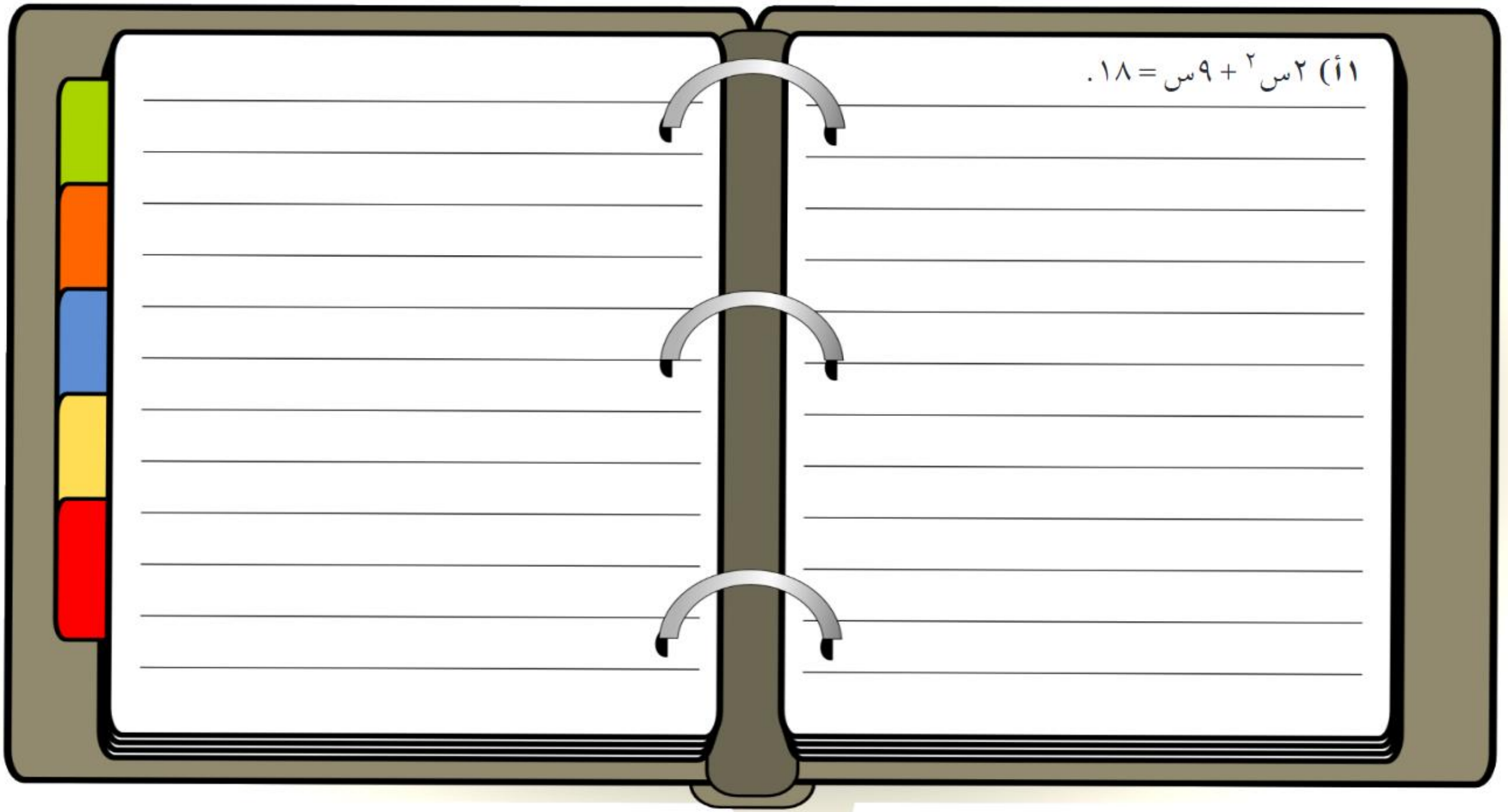
مفهوم أساسي

استعمال المميز

أضف إلى مطويتك

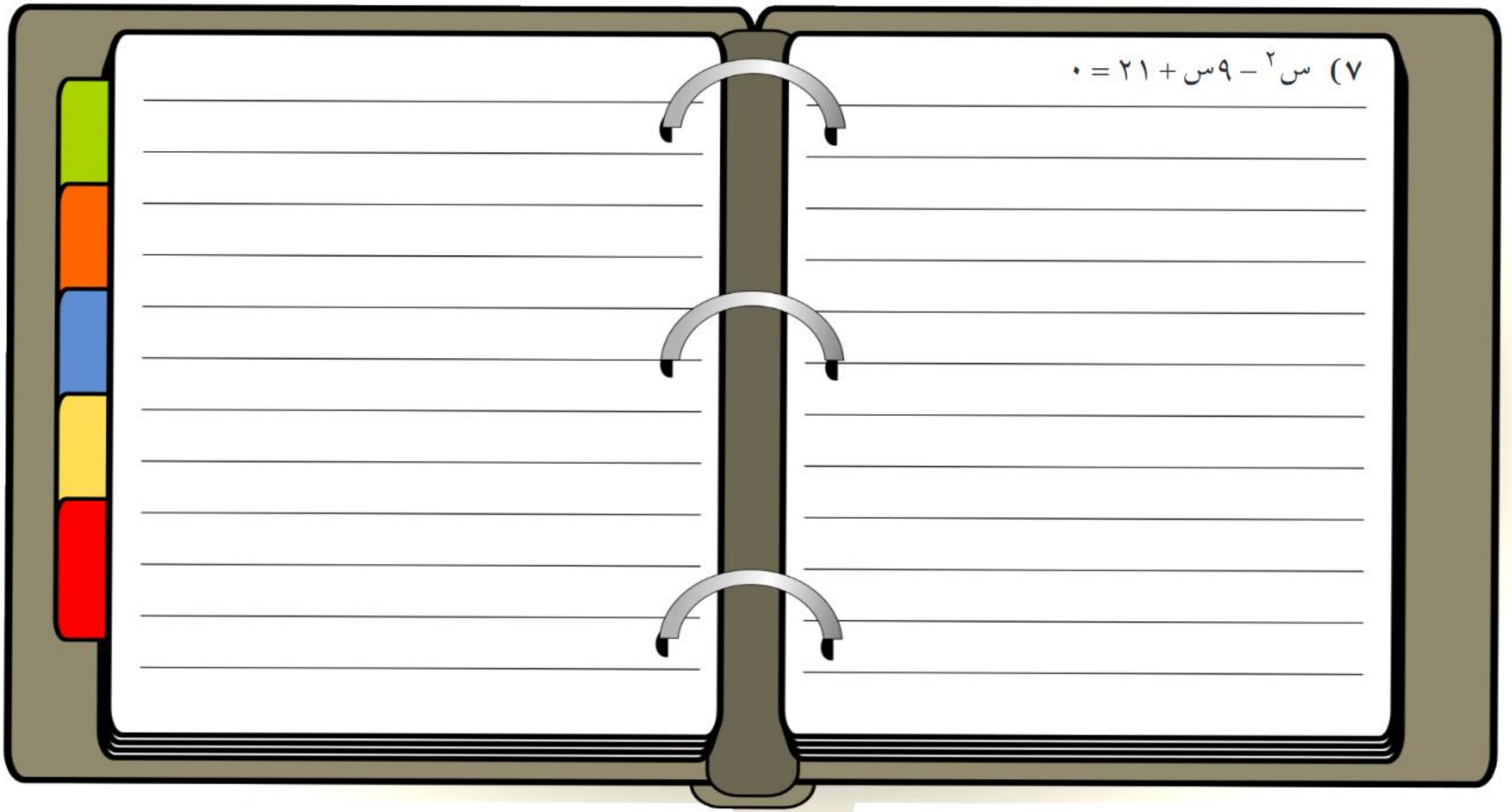
المعادلة	$س^{٢} + ٢س + ٥ = ٠$	$س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = ٠$	$٢س^{٢} - ٧س + ٢ = ٠$
المميز	$ب^{٢} - ٤أ جـ = -١٦$ سالب	$ب^{٢} - ٤أ جـ = ٠$ صفر	$ب^{٢} - ٤أ جـ = ٣٣$ موجب
تمثيل الدالة المرتبطة	 عدد المقاطع السينية = ٠	 عدد المقاطع السينية = ١	 عدد المقاطع السينية = ٢
عدد الحلول الحقيقية	٠	١	٢

تقويم حُلّ كل معادلة فيما يأتي باستعمال القانون العام مقرِّبًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا:



أ١) $٢س^{٢} + ٩س = ١٨$.

تقويم أوجد قيمة المميز لكل معادلة فيما يأتي، ثم حدِّد عدد حلولها الحقيقية:



٧) $س^{٢} - ٩س + ٢١ = ٠$

الباب التاسع

تبسيط العبارات الجذرية

ملخص مفهوم

$$\sqrt{أ \times ب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$$

$$\frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \sqrt{\frac{أ}{ب}}$$

- استخدامُ خاصيةِ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ
- استخدامُ خاصيةِ قسمةِ الجذورِ التربيعيةِ
- تبسيطُ العبارةِ الجذريةِ
  - إنطاقُ المقامِ بضربِ كلٍّ من البسطِ والمقامِ بمرافقِ المقامِ

ملخص مفهوم

العبارات الجذرية

$س + \sqrt{٣}$

تبسيط العبارات الجذرية

- $\sqrt{\ }$
- لا يكون أي من عوامله مربعا كاملاً
- لا يتضمن كسورا
- لا يظهر أي جذر في مقام الكسر

$$\sqrt{٥٢} = \sqrt{١٣ \times ٤}$$

$$= ٢\sqrt{١٣}$$

خاصية ضرب الجذور

$$\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أب}$$

خاصية قسمة الجذور

$$\frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \sqrt{\frac{أ}{ب}}$$

$\frac{١}{\sqrt{١٢} + ٤}$

إنطاق المقام

$\frac{٥}{\sqrt{٢}}$

مرافق

$\sqrt{١٢} - ٤$

$$\frac{(\sqrt{١٢} - ٤)}{(\sqrt{١٢} - ٤)} \times \frac{١}{(\sqrt{١٢} + ٤)}$$

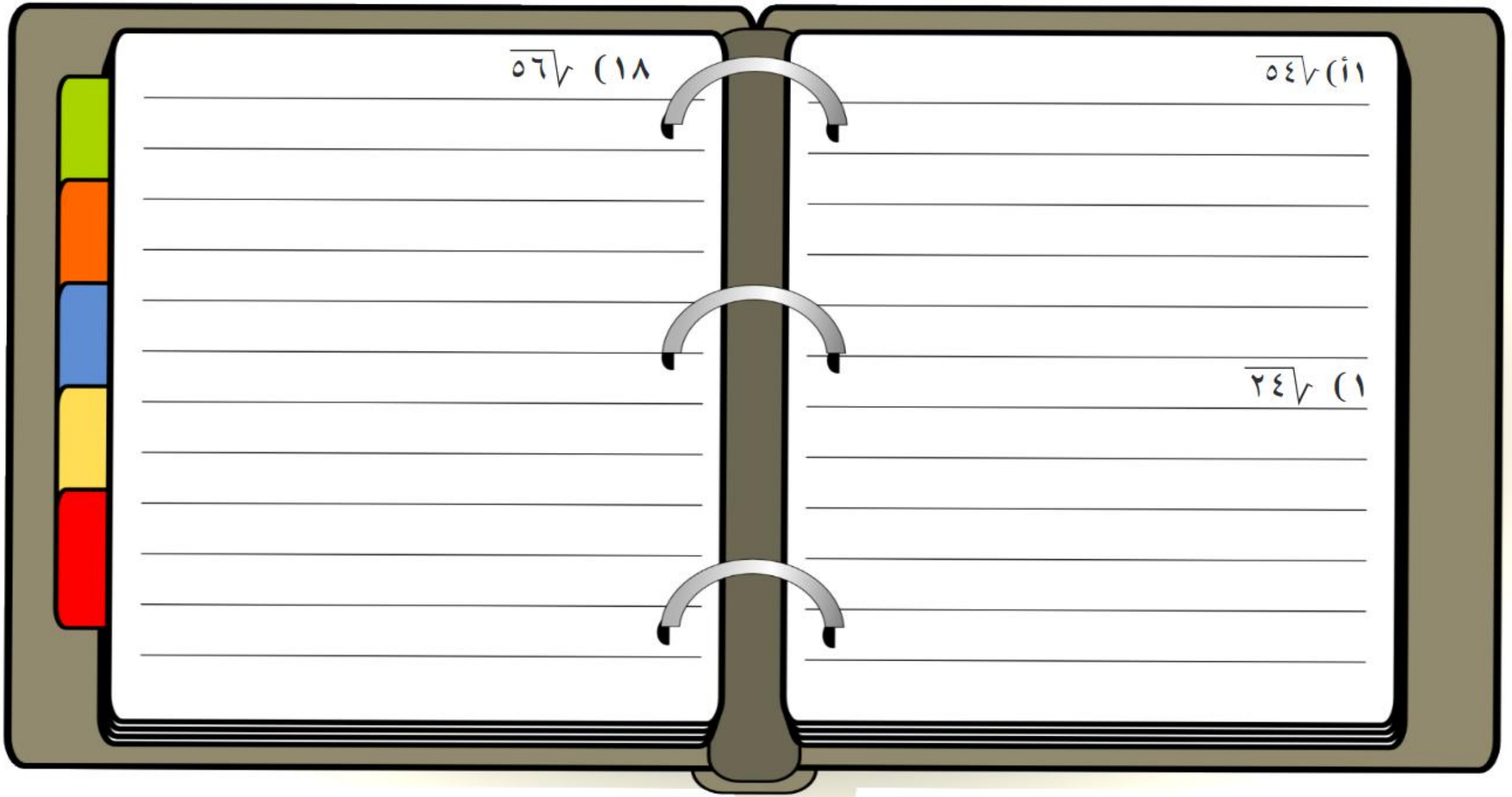
$$= \frac{\sqrt{١٢} - ٤}{١٦ - ١٢}$$

$$= \frac{\sqrt{٣} - ٢}{٢}$$

$$\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} \times \frac{٥}{\sqrt{٢}}$$

$$= \frac{\sqrt{٢٥}}{٢}$$

تقويم بسّط كل عبارة فيما يأتي:



أ) $\sqrt{٥٤}$

١) $\sqrt{٢٤}$

١٨) $\sqrt{٥٦}$

تقويم

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

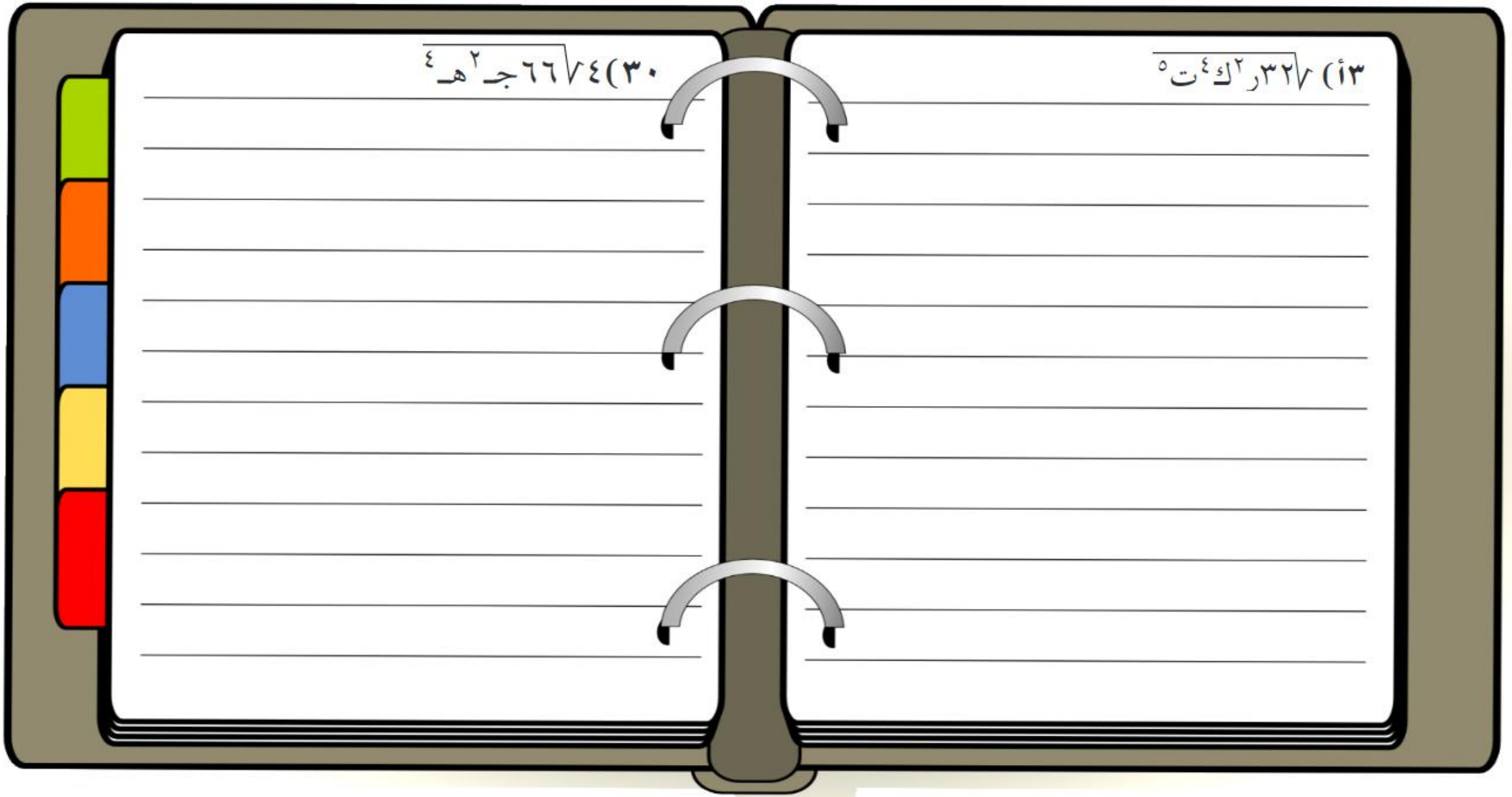
٢ب) $\sqrt{٦} \times \sqrt{٨}$

٤) $\sqrt{١٠} \times \sqrt{١٤}$

٢٣) $\sqrt{٥} \times \sqrt{١٥}$

تقويم

بسّط كل عبارة فيما يأتي:



أ٣) $\sqrt{٣٢ر^{٢}ك^{٤}ت^{٥}}$

٣٠) $\sqrt{٤}\sqrt{٦٦جـ^{٢}هـ^{٤}}$

تقويم

إنطاق المقام

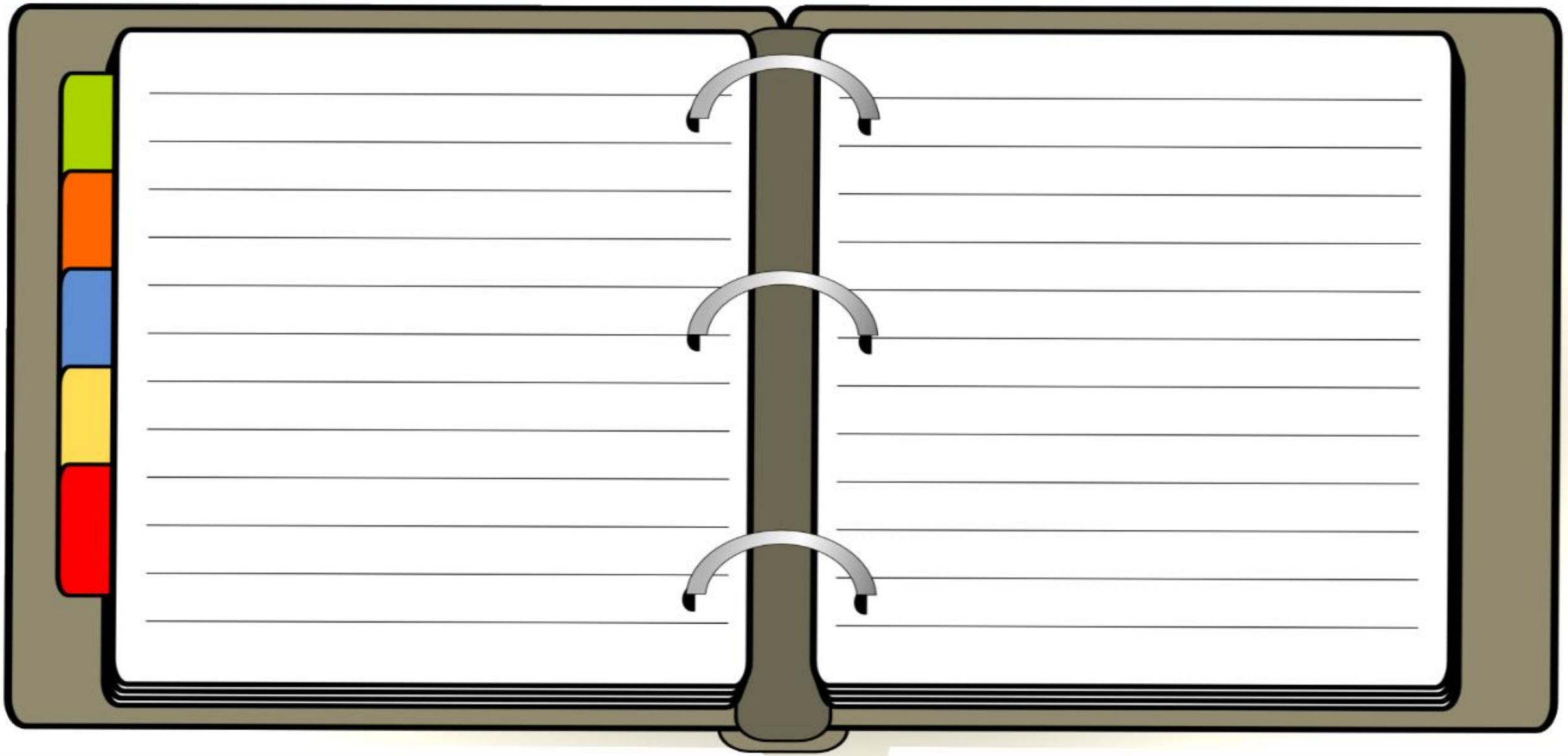
١٠) **اختيار من متعدد:** بسّط العبارة $\frac{\sqrt{٤٥}}{١٠}$

أ) $\frac{\sqrt{٢٥}}{١٠}$

ب) $\frac{\sqrt{٤٥}}{١٠}$

جـ) $\frac{\sqrt{٥٠}}{١٠}$

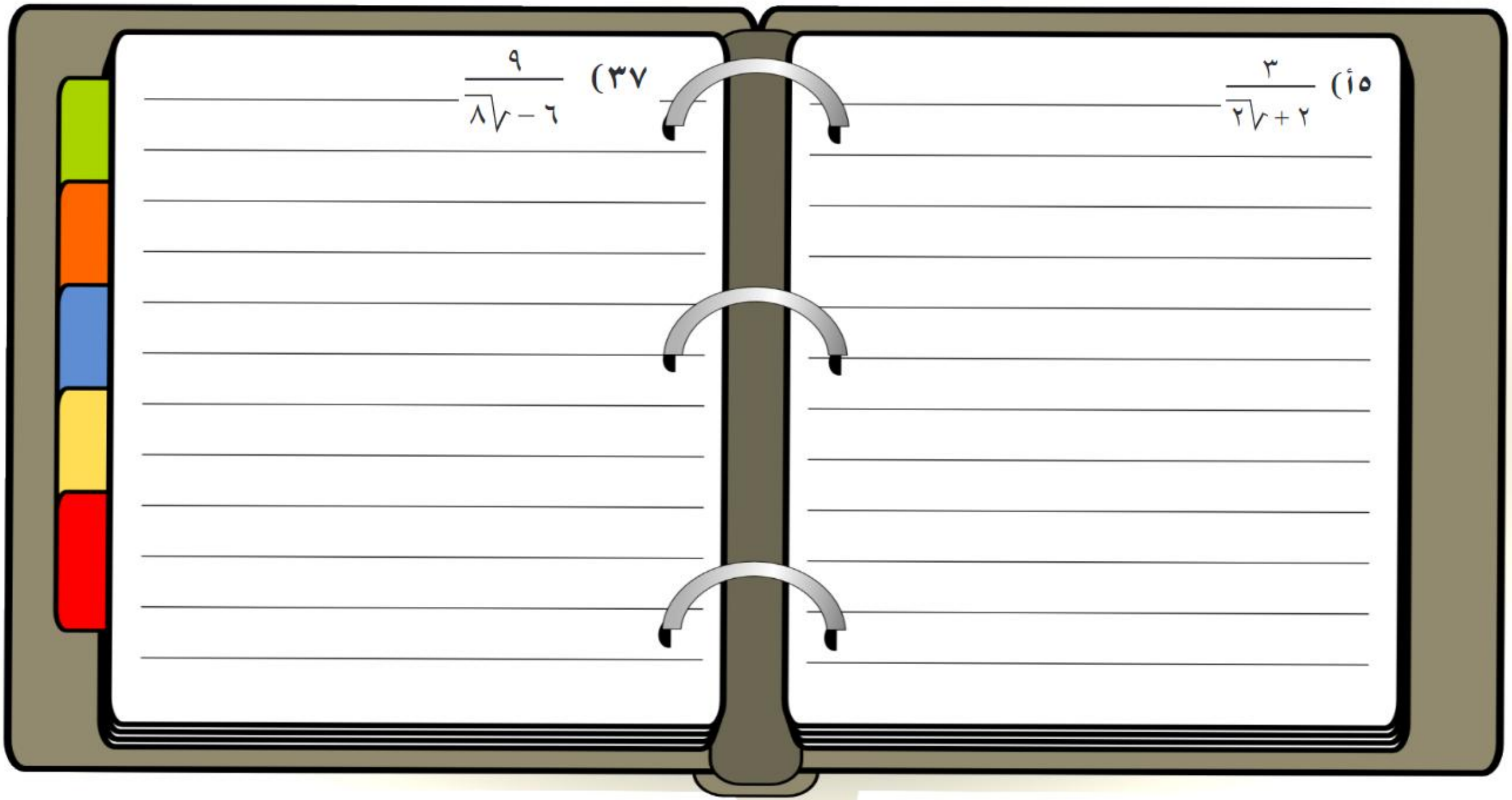
د) $\frac{\sqrt{٣٢}}{٢}$



المرافق

تقويم

بسّط كل عبارة فيما يأتي:



أ٥) $\frac{٣}{٢\sqrt{٧}+٢}$

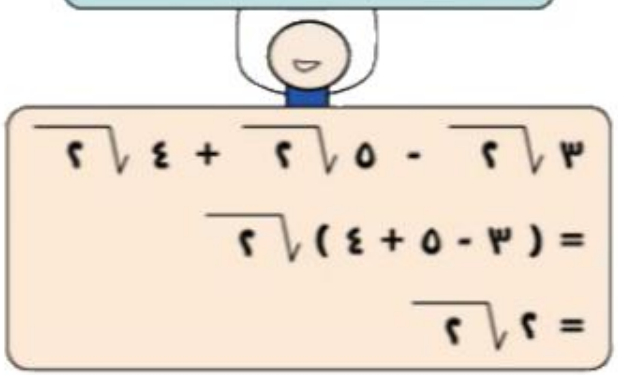
٣٧) $\frac{٩}{٨\sqrt{٧}-٦}$

العمليات على العبارات الجذرية

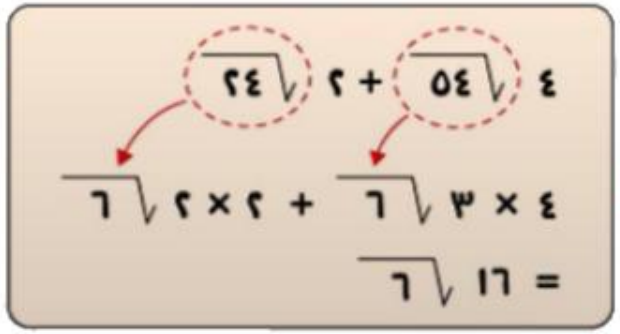
ملخص مفهوم

العبارات الجذرية متشابهة

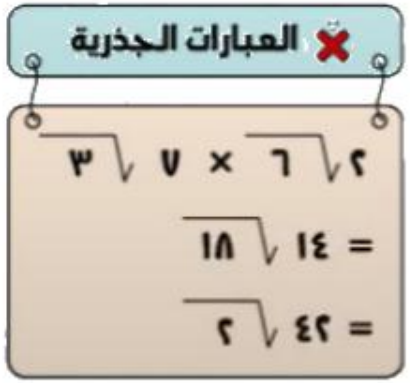
جمع العبارات الجذرية وطرحها



جمع وطرح الجذور غير المتشابهة



العبارات الجذرية



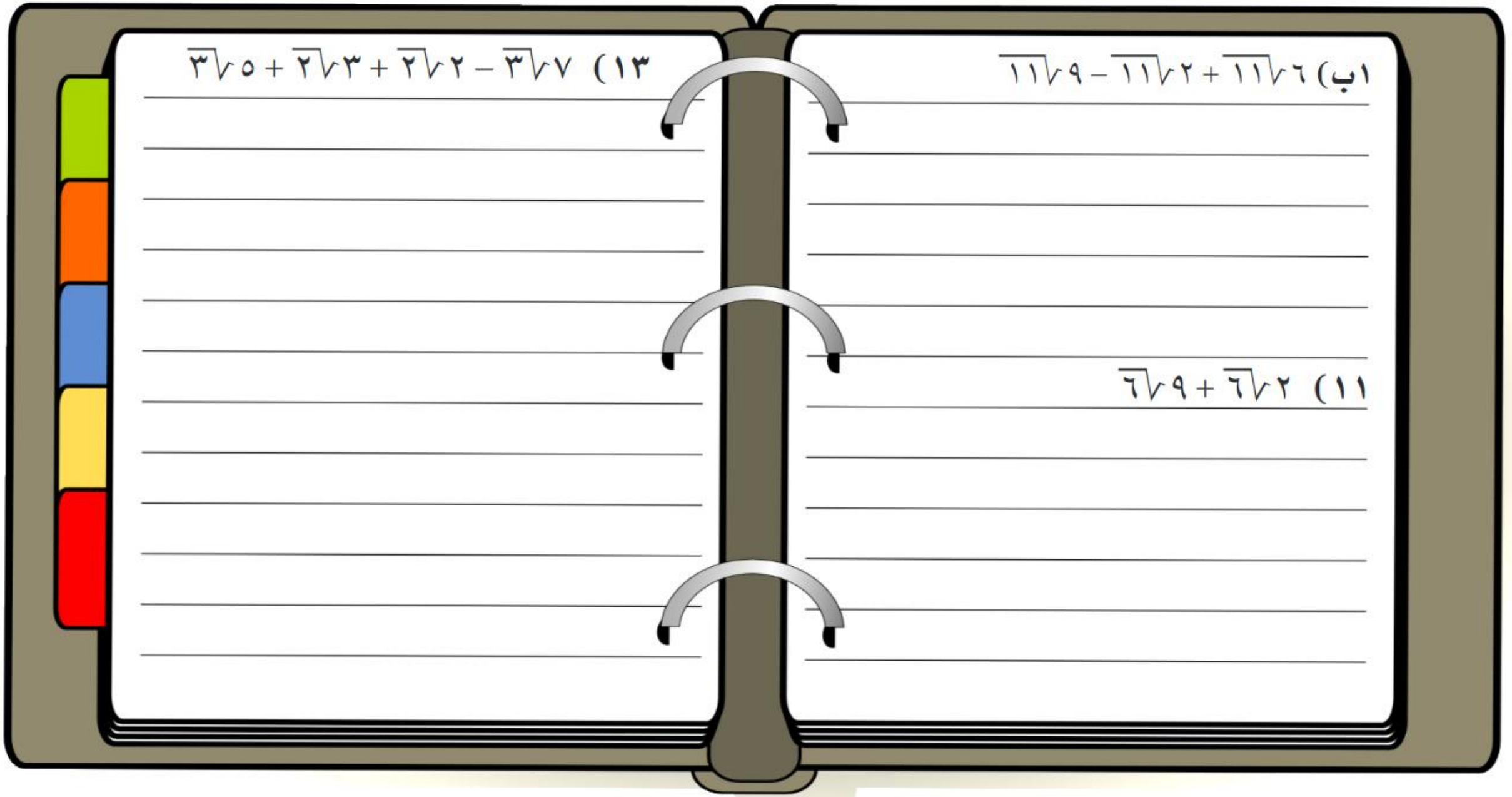
ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

العمليات على العبارات الجذرية

العملية	الرموز	مثال
الجمع، ب ≥ ٠	$أ\sqrt[ن]{ب} + جـ\sqrt[ن]{ب} = (أ + جـ)\sqrt[ن]{ب}$ ما تحت الجذرين متشابه	$٤\sqrt[٣]{} + ٦\sqrt[٣]{} = (٤ + ٦)\sqrt[٣]{}$ $= ١٠\sqrt[٣]{}$
الطرح، ب ≥ ٠	$أ\sqrt[ن]{ب} - جـ\sqrt[ن]{ب} = (أ - جـ)\sqrt[ن]{ب}$ ما تحت الجذرين متشابه	$١٢\sqrt[٥]{} - ٨\sqrt[٥]{} = (١٢ - ٨)\sqrt[٥]{}$ $= ٤\sqrt[٥]{}$
الضرب، ب ≥ ٠، جـ ≥ ٠	$(أ\sqrt[ن]{ب})(د\sqrt[ن]{جـ}) = أ د\sqrt[ن]{ب جـ}$ ليس من الضروري تشابه ما تحت الجذرين.	$٣\sqrt[٢]{}\ (٥\sqrt[٧]{}) = (٣ \times ٥)(\sqrt[٢]{} \times \sqrt[٧]{})$ $= ١٥\sqrt[١٤]{}$

تقويم بسّط كل عبارة فيما يأتي:



ب١) $\sqrt{٦}\sqrt{١١} + \sqrt{٢}\sqrt{١١} - \sqrt{٩}\sqrt{١١}$

١١) $\sqrt{٢}\sqrt{٦} + \sqrt{٩}\sqrt{٦}$

١٣) $\sqrt{٧}\sqrt{٣} - \sqrt{٢}\sqrt{٢} + \sqrt{٣}\sqrt{٢} + \sqrt{٥}\sqrt{٣}$

تقويم

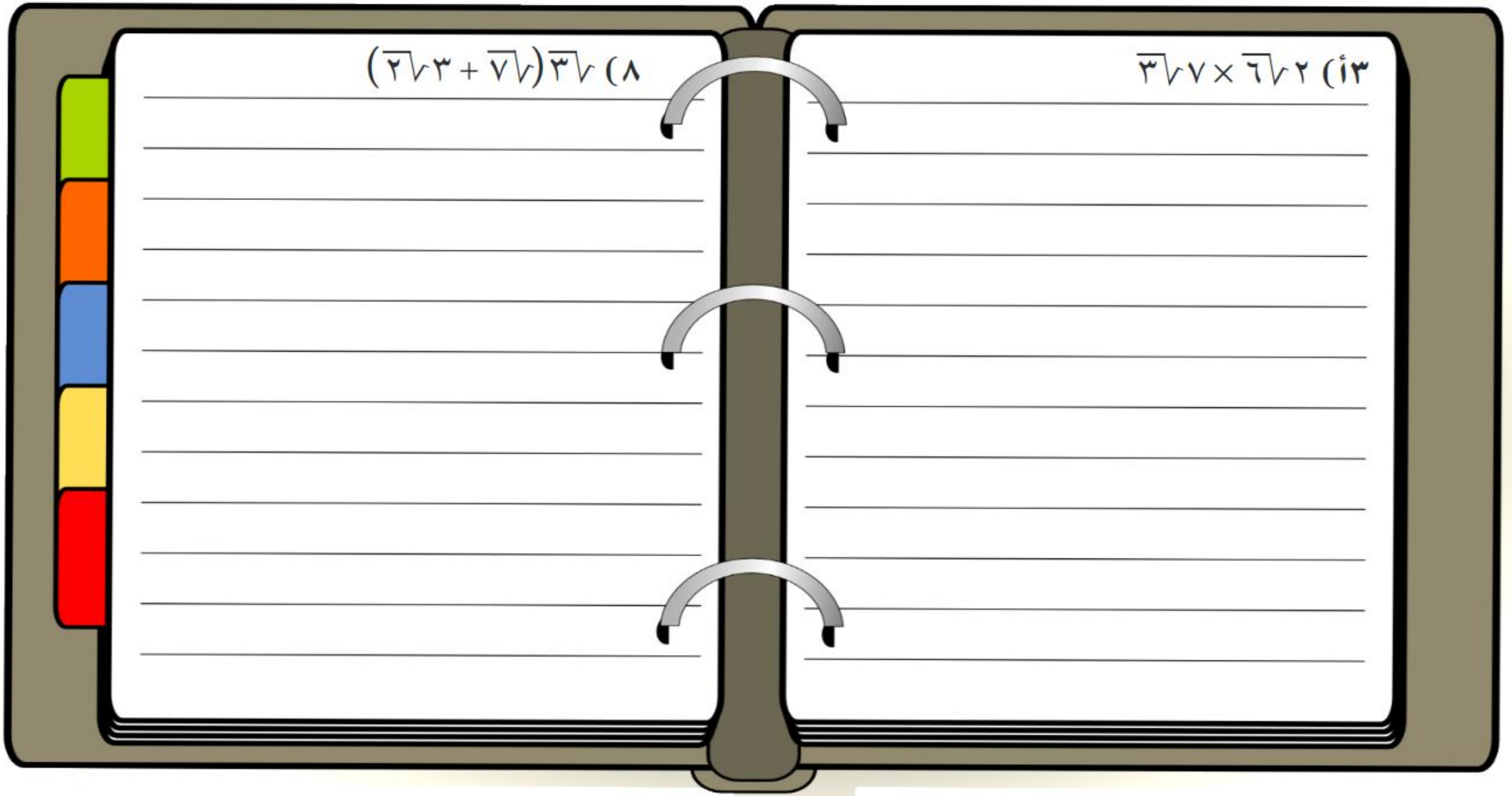
بسّط كل عبارة فيما يأتي:

٢أ) $٤\sqrt{٥٤} + ٢\sqrt{٢٤}$

٣) $٤\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٢٠}$

٦) $\sqrt{٢٧} + ٢\sqrt{٣} - \sqrt{١٢}$

تقويم بسّط كل عبارة فيما يأتي:



أ٣) $٢\sqrt{٦} \times ٧\sqrt{٣}$

٨) $٣\sqrt{(٧\sqrt{+٣٢\sqrt{٣}})}$

المعادلات الجذرية

ملخص مفهوم

المعادلاتُ الجذريةُ

معادلةٌ تحتوي على مُتغيِّراتٍ تحتَ الجذرِ

$\sqrt{\text{أ}} = \text{ب}$

طريقةُ الحلِّ:

لإيجادِ حلِّ المعادلةِ الجذريةِ نجعلُ المُتغيِّرَ الموجودَ تحتَ الجذرِ وحدَه في أحدِ طرفيِّ المعادلةِ ثُمَّ نربّع طرفيَ المعادلة للتخلُّص من الجذرِ

$(\sqrt{\text{أ}})^{٢} = (\text{ب})^{٢}$

- القيمُ التي تحققُ المعادلةَ الأصليةَ ← حلُّ المعادلةِ
- القيمُ التي لا تحققُ المعادلةَ الأصليةَ ← حلٌّ دخيلٌ

تقويم حُلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٢) $\sqrt{١٠هـ} + ١ = ٢١$

٤) $٥ + \sqrt{جـ - ٣} = ٦$

تقويم

حُلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٥) $\sqrt{٣س - ٥} = س - ٥$

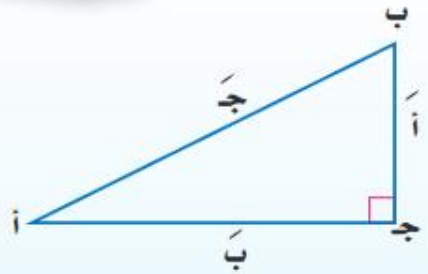
١٣أ) $\sqrt{ت + ٥} = ت + ٣$

نظرية فيثاغورس

مفهوم أساسي

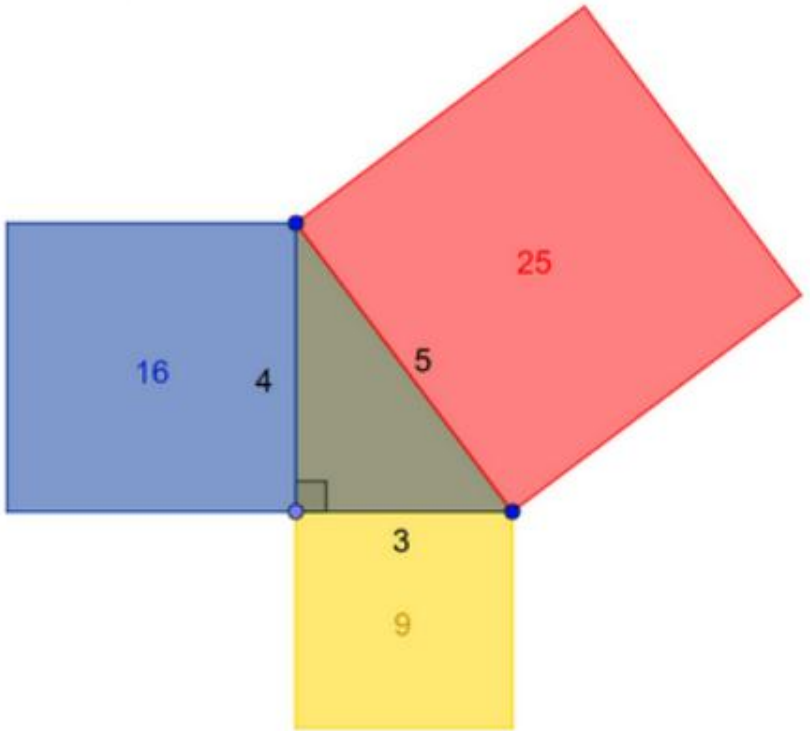
أضف إلى مطويتك

نظرية فيثاغورس



التعبير اللفظي: إذا كان المثلث قائم الزاوية فإن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي ضلعيه (ساقيه).

الرموز: $جَـ^{٢} = أَ^{٢} + بَ^{٢}$

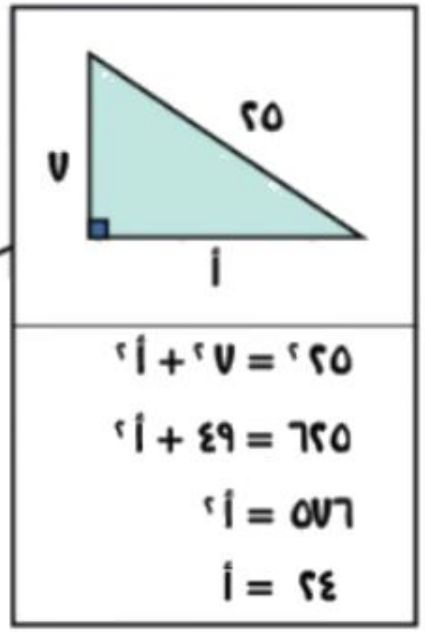


إرشادات للدراسة

في المثلث أ ب جـ يُرمز للضلع المقابل للزاوية أ بالرمز أَ، والمقابل للزاوية ب بالرمز بَ، والمقابل للزاوية جـ بالرمز جَـ.

نظرية فيثاغورس

ملخص مفهوم

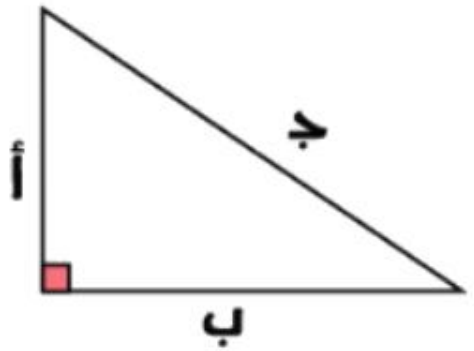


$$٢٥^{٢} = ٧^{٢} + أ^{٢}$$

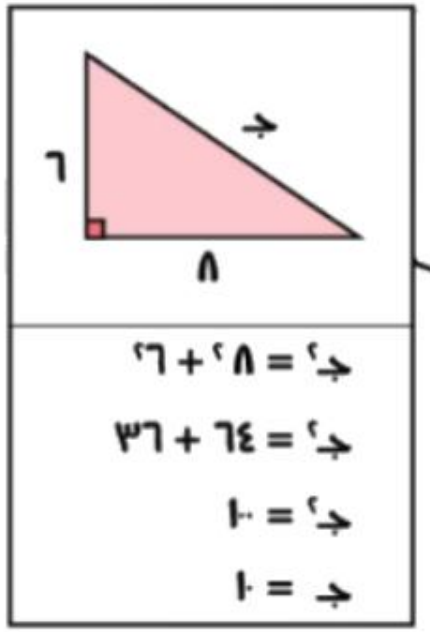
$$٦٢٥ = ٤٩ + أ^{٢}$$

$$٥٧٦ = أ^{٢}$$

$$٢٤ = أ$$



$$جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$$

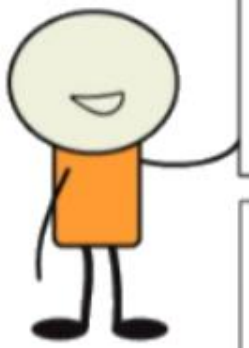


$$جـ^{٢} = ٨^{٢} + ٦^{٢}$$

$$جـ^{٢} = ٦٤ + ٣٦$$

$$جـ^{٢} = ١٠٠$$

$$جـ = ١٠$$



ثلاثية فيثاغورس

٣٠ ، ٤٠ ، ٥٠

ثلاثة أعداد صحيحة موجبة تحقق

$$جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$$

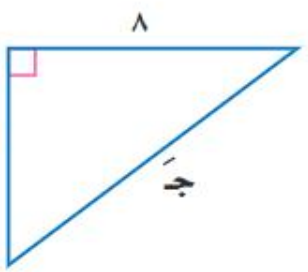
$$٥٠^{٢} = ٣٠^{٢} + ٤٠^{٢}$$

$$٢٥٠٠ = ٩٠٠ + ١٦٠٠$$

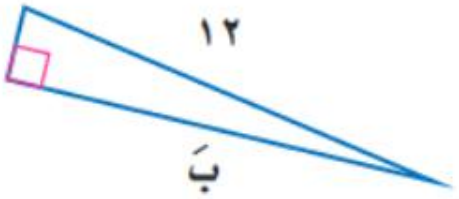
تقويم

أوجد طول الضلع المجهول في كلِّ مثلث ممّا يأتي، وقرِّب الحل إلى أقرب جزء من مئةٍ، إذا لزم الأمر:

١) أ

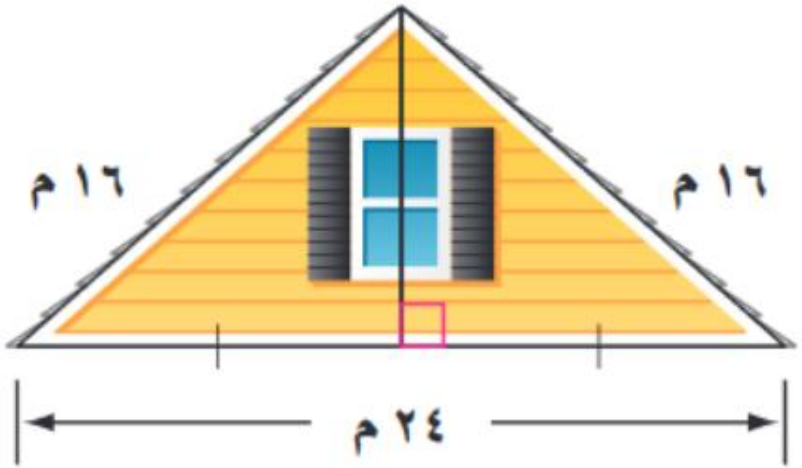


٨)



تقويم

٢٥) **منزل:** يمثّل الشكل المجاور الواجهة العلوية لمنزل عرضها ٢٤ مترًا، وطولا الضلعين المائلين لها ١٦ مترًا. أوجد ارتفاع الواجهة مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة من المتر.



تقويم حدّد إذا كانت كل مجموعة من الأطوال الآتية تشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا:

٣أ) ٣٠، ٤٠، ٥٠

٢٠) ١٧، ٣٣، ٩٨

المسافة بين نقطتين

ملخص مفهوم

المسافة بين نقطتين

$$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

احداثي منتصف قطعة مستقيمة

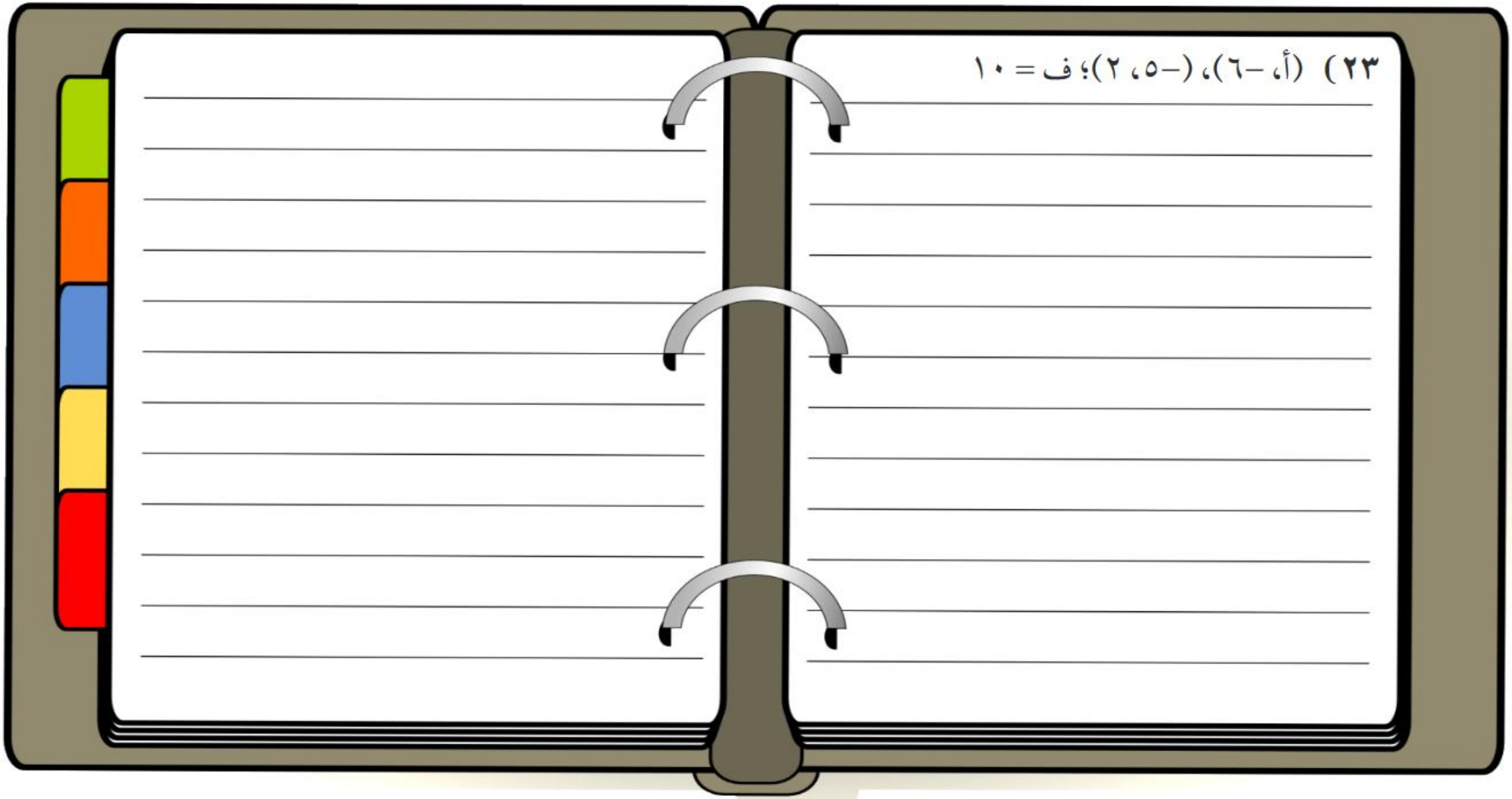
$$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

تقويم أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

٢) (٤، ٨)، (−٣، −٦)

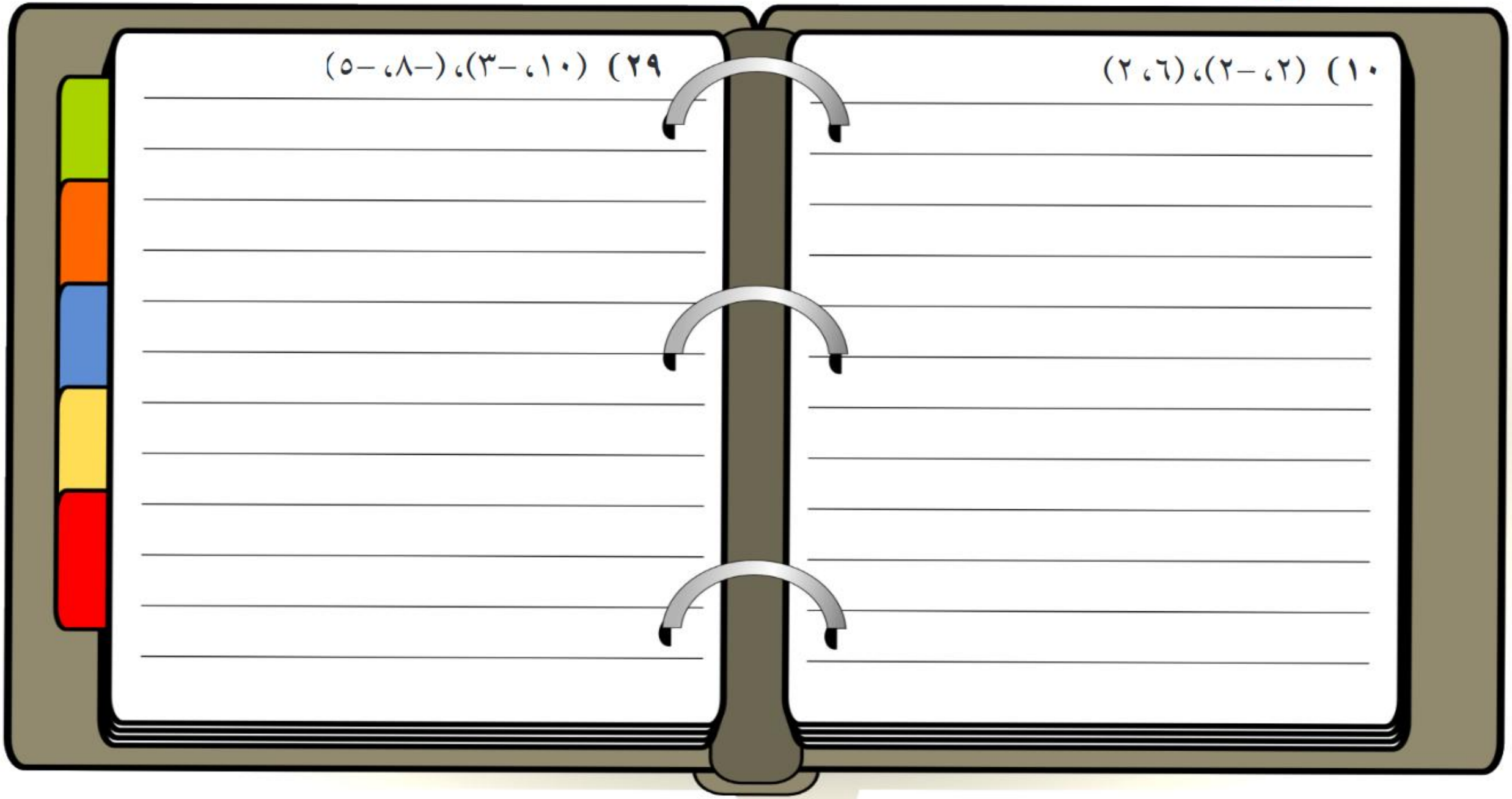
٢٠) (−٣، ٥)، (٥، −٣)

تقويم أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ)، مستعملًا إحداثيات كل نقطتين، والمسافة المعطاة بينهما:



٢٣) (أ، −٦)، (−٥، ٢)؛ ف = ١٠

تقويم أوجد إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين كل نقطتين فيما يأتي:



١٠) (٢، −٢)، (٦، ٢)

٢٩) (١٠، −٣)، (−٨، −٥)

المثلثات المتشابهة

ملخص مفهوم

المُثلَّثاتُ المتشابهةُ

قياساتِ زواياهما المُتناظرةِ مُتساويةٌ

ق ∠ أ = ق ∠ د

ق ∠ ب = ق ∠ هـ

ق ∠ جـ = ق ∠ و

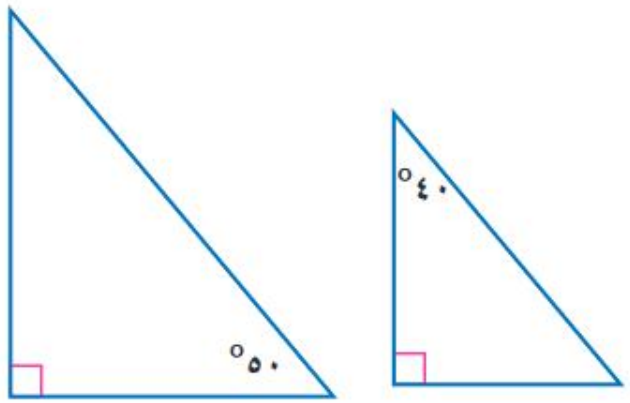
△ أ ب جـ ~ △ د هـ و

قياساتِ أضلاعِهما المُتناظرةِ مُتناسبةٌ

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{د و}}$$

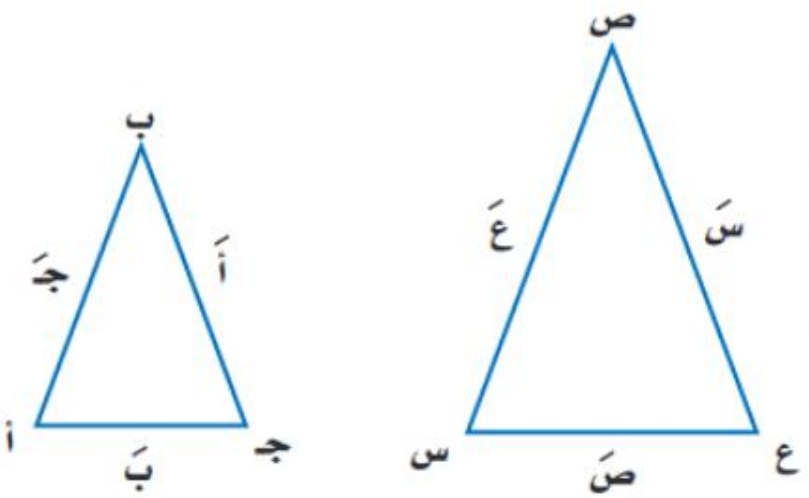
تقويم حدّد ما إذا كان كل زوج من المثلثات في الأسئلة الآتية متشابهين أم لا، وبرّر إجابتك:

١)



تقويم إذا كان △ أ ب جـ ~ △ س ص ع، فأوجد قياسات العناصر المجهولة:

٤) سَ = ٩، صَ = ١٥، عَ = ٢١، جَـ = ٧



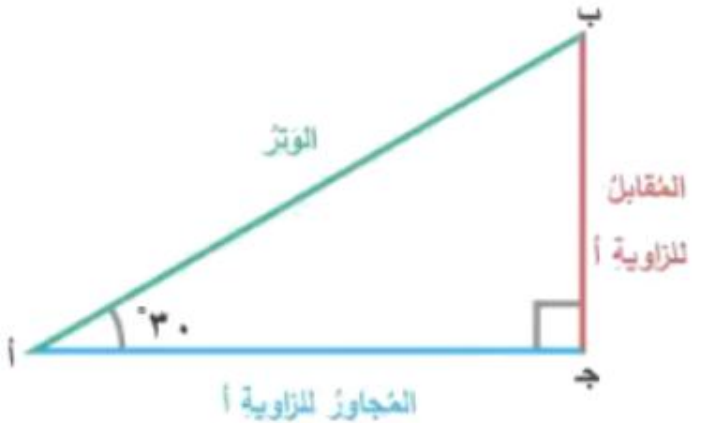
النسب المثلثية

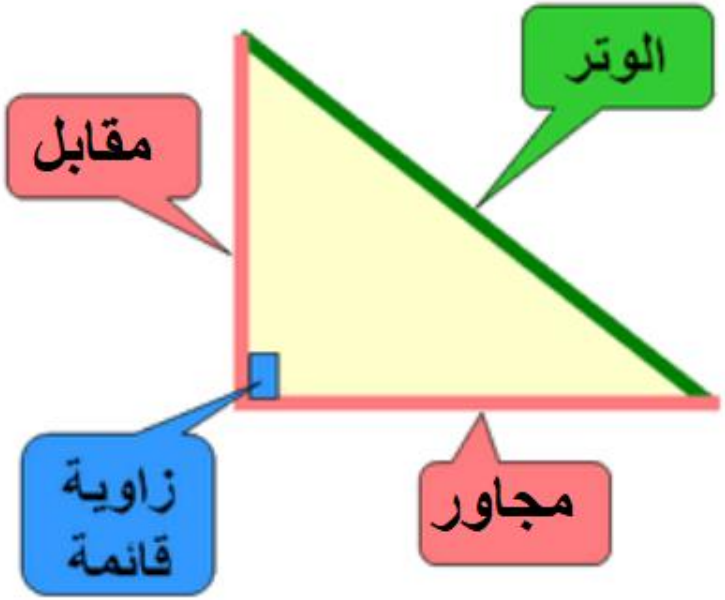
جاس جتاس ظاس

ملخص مفهوم

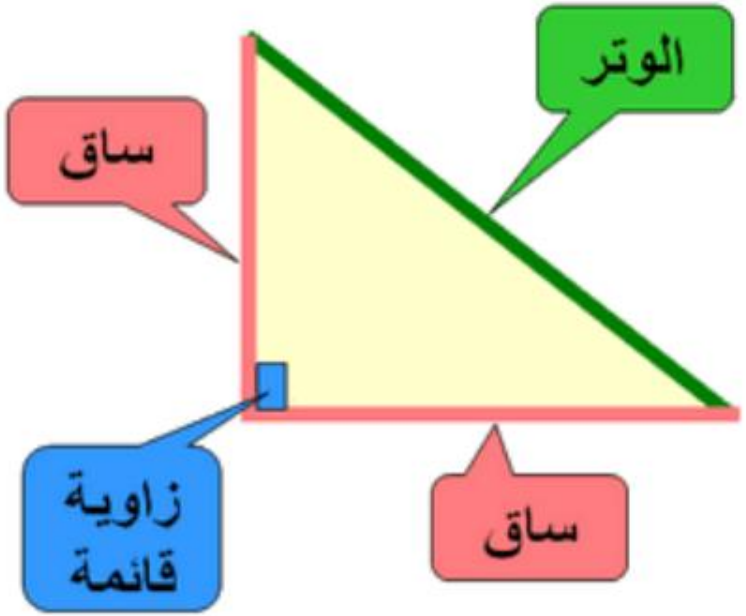
النِّسبةُ المُثلَّثيةُ:
هيَ النِّسبةُ التي تُقارِنُ بينَ طولَي ضلعينِ من أضلاعِ المُثلَّثِ القائمِ

جيبُ الزاويةِ أ	جيبُ تمامِ الزاويةِ أ	ظلُّ الزاويةِ أ
$= \frac{\text{الضلعُ المُقابلُ للزاويةِ أ}}{\text{الوَترِ}}$	$= \frac{\text{الضلعُ المجاور للزاويةِ أ}}{\text{الوَترِ}}$	$= \frac{\text{الضلعُ المُقابلُ للزاويةِ أ}}{\text{الضلعِ المُجاورِ للزاويةِ أ}}$
SIN	COS	TAN
جا أ $= \frac{\text{أ}}{\text{جـ}}$	جتا أ $= \frac{\text{ب}}{\text{جـ}}$	ظا أ $= \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$





أ

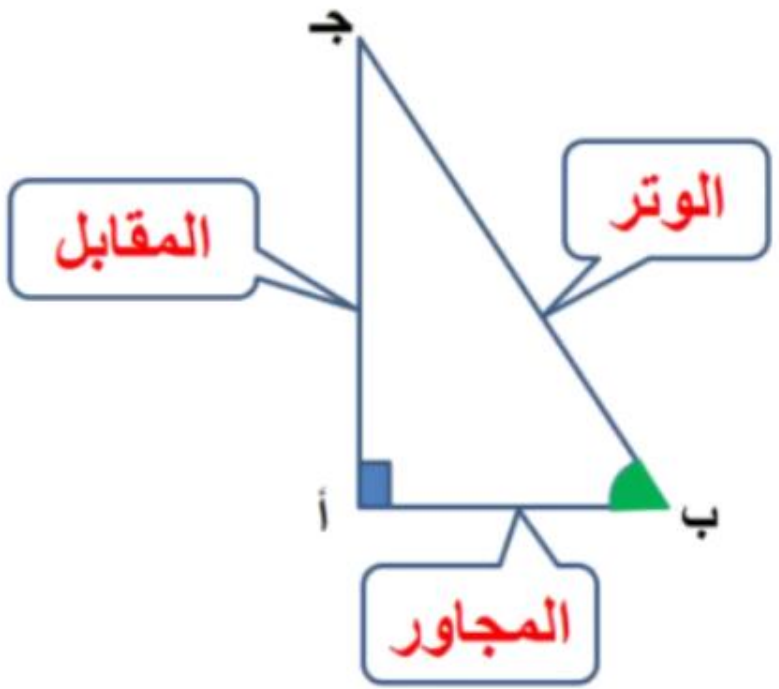


النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

حساب المثلثات : هو دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه .

النسب المثلثية : هي النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين في المثلث القائم الزاوية .

النسب المثلثية الشائعة : الجيب ، جيب التمام ، الظل



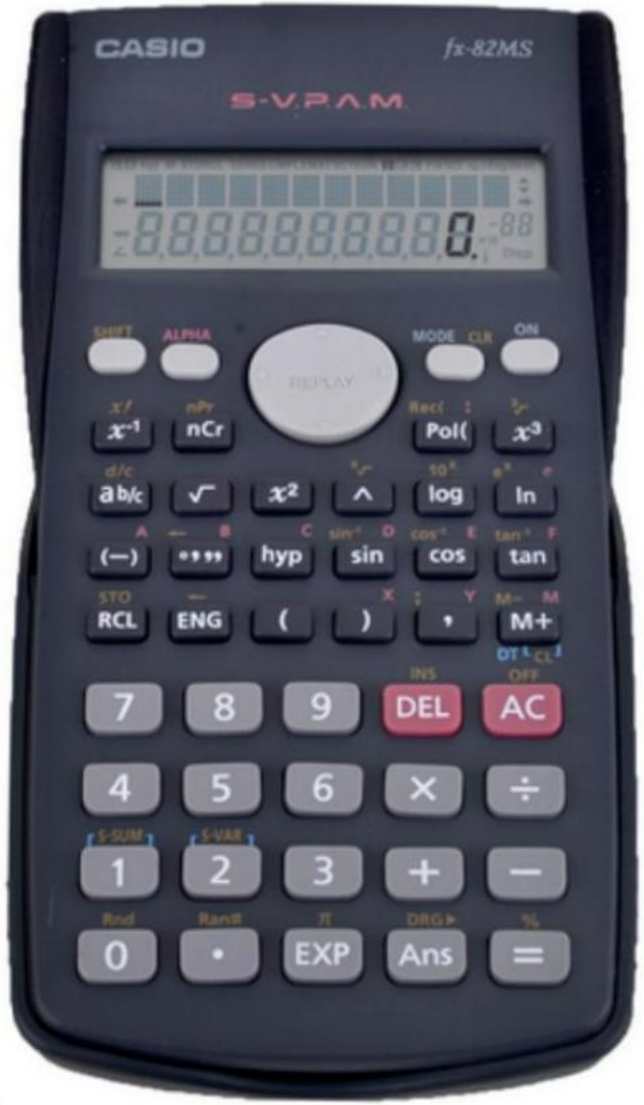
$$\text{جا ب} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\text{جتا ب} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\text{ظا ب} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

النسب المثلثية

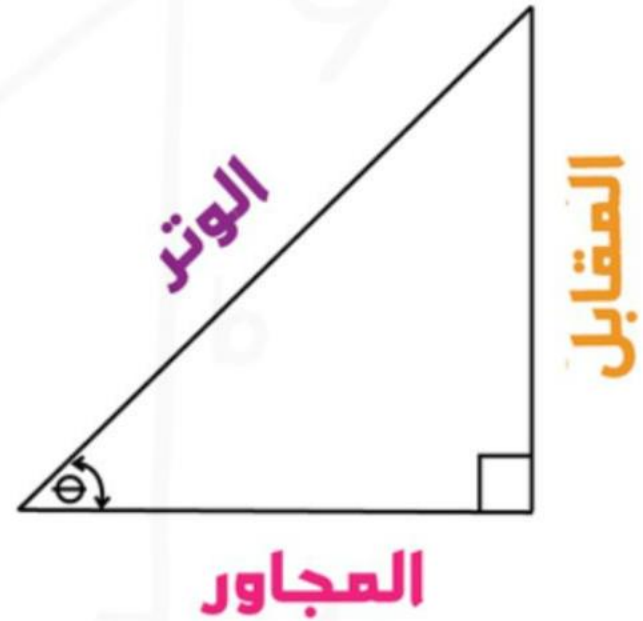
كيفية استعمال الآلة الحاسبة



$$\sin\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

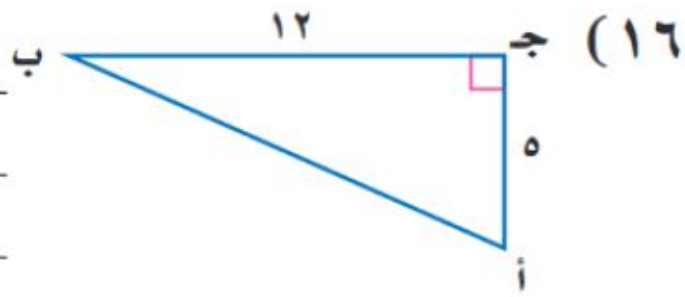
$$tan\,\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$



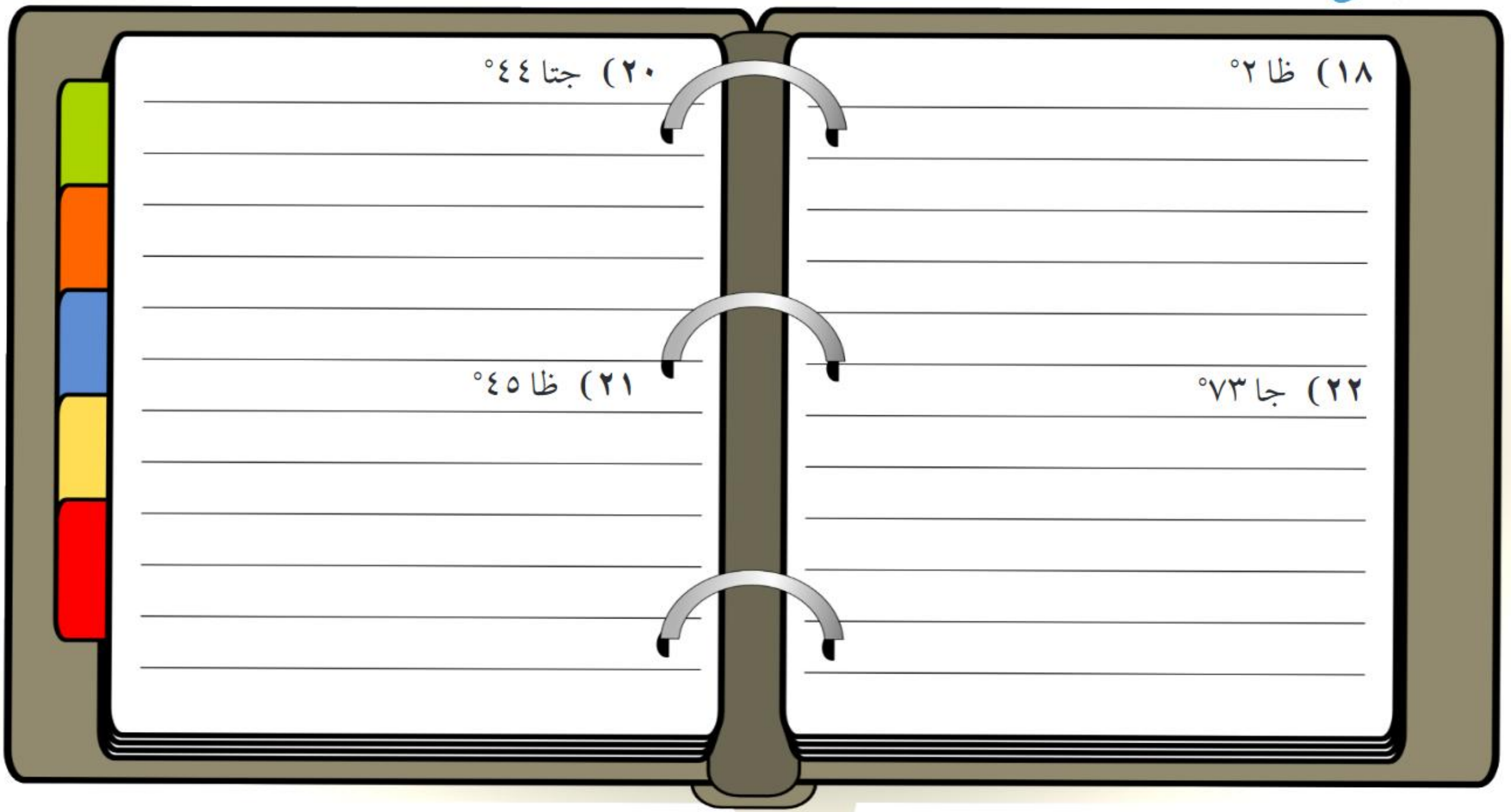
جا	جيب الزاويه	SIN
جتا	جيب تمام الزاويه	COS
ظا	ظل الزاويه	TAN

ماجد المدرس

تقويم أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب في كلٍّ مما يأتي:

١٦) 

تقويم استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي، مقرّبة إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:



١٨) ظا ٢°

٢٠) جتا ٤٤°

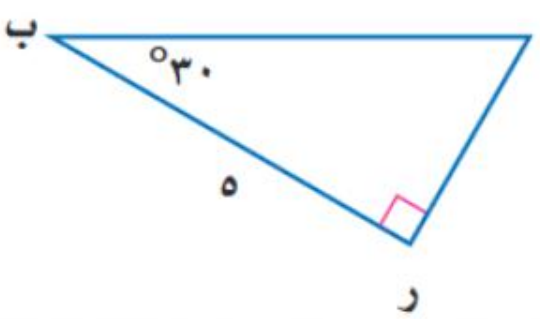
٢١) ظا ٤٥°

٢٢) جا ٧٣°

تقويم

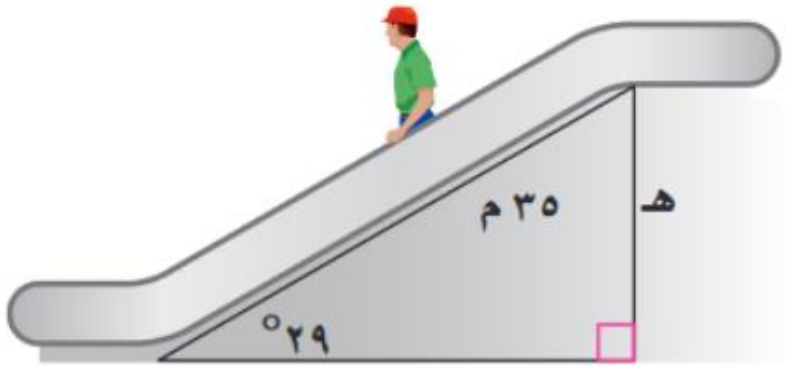
حُلّ كل مثلث قائم فيما يأتي مقرّبًا طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة:

٩) ق ب ر



تقويم

٢٩) **سلّم كهربائي:** يبلغ طول السلّم الكهربائي في أحد الأسواق الكبيرة ٣٥ مترًا، وقياس الزاوية التي يكوّنها مع الأرض ٢٩°، أوجد ارتفاع السلم.



يُعبر عن قاعدة الدالة المثلثية إذا علمت الجيب أو جيب التمام أو الظل لزاوية حادة، فيمكنك إيجاد قياسها باستعمال معكوس النسب المثلثية.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

معكوس الدوال المثلثية

إذا كانت ∠ أ زاوية حادة، وكان:

التعبير اللفظي: جا أ = س فإن **معكوس جيب** س ورمزه جا$^{-1}$ س يساوي قياس ∠ أ.

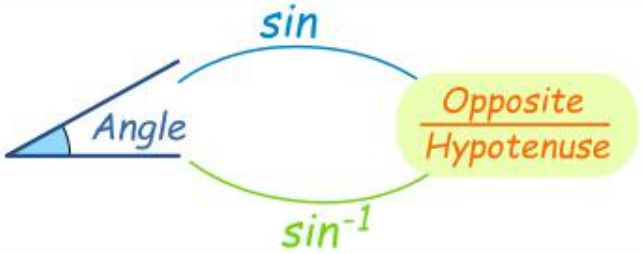
الرموز: إذا كان جا أ = س، فإن جا$^{-1}$ س = ق ∠ أ.

التعبير اللفظي: جتا أ يساوي س، فإن **معكوس جيب تمام** س ورمزه جتا$^{-1}$ س يساوي قياس ∠ أ.

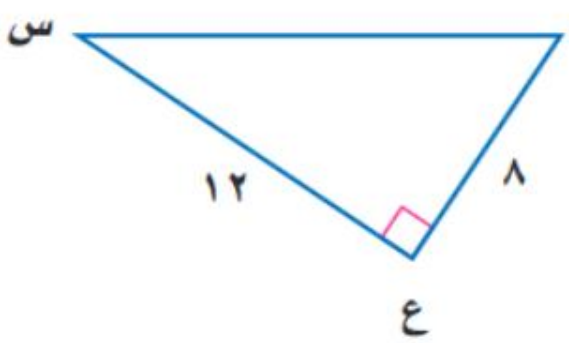
الرموز: إذا كان جتا أ = س، فإن جتا $^{-1}$ س = ق ∠ أ.

التعبير اللفظي: ظا أ يساوي س، فإن **معكوس ظل** س ورمزه ظا$^{-1}$ س يساوي قياس ∠ أ.

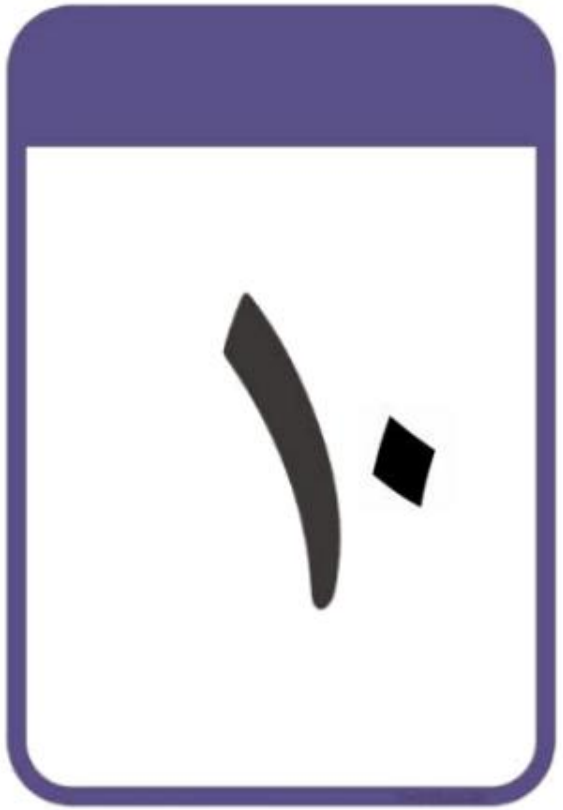
الرموز: إذا كان ظا أ = س، فإن ظا$^{-1}$ س = ق ∠ أ.



تقويم أوجد ق ∠ س لكل مثلث فيما يأتي مقربًا إلى أقرب درجة:

١٢) 

الباب العاشر



تصميم دراسة مسحية

ملخص مفهوم

أساليبُ جمعِ البياناتِ

الدراسةُ المسحيةُ

تُؤخَذُ البياناتُ منَ استجاباتِ أفرادِ عيّنةٍ منَ المُجتمعِ

الدراسةُ القائمةُ على الملاحظةِ

تسجيلُ البياناتِ بعدَ مُلاحظةِ أو مُشاهدةِ العيّنةِ

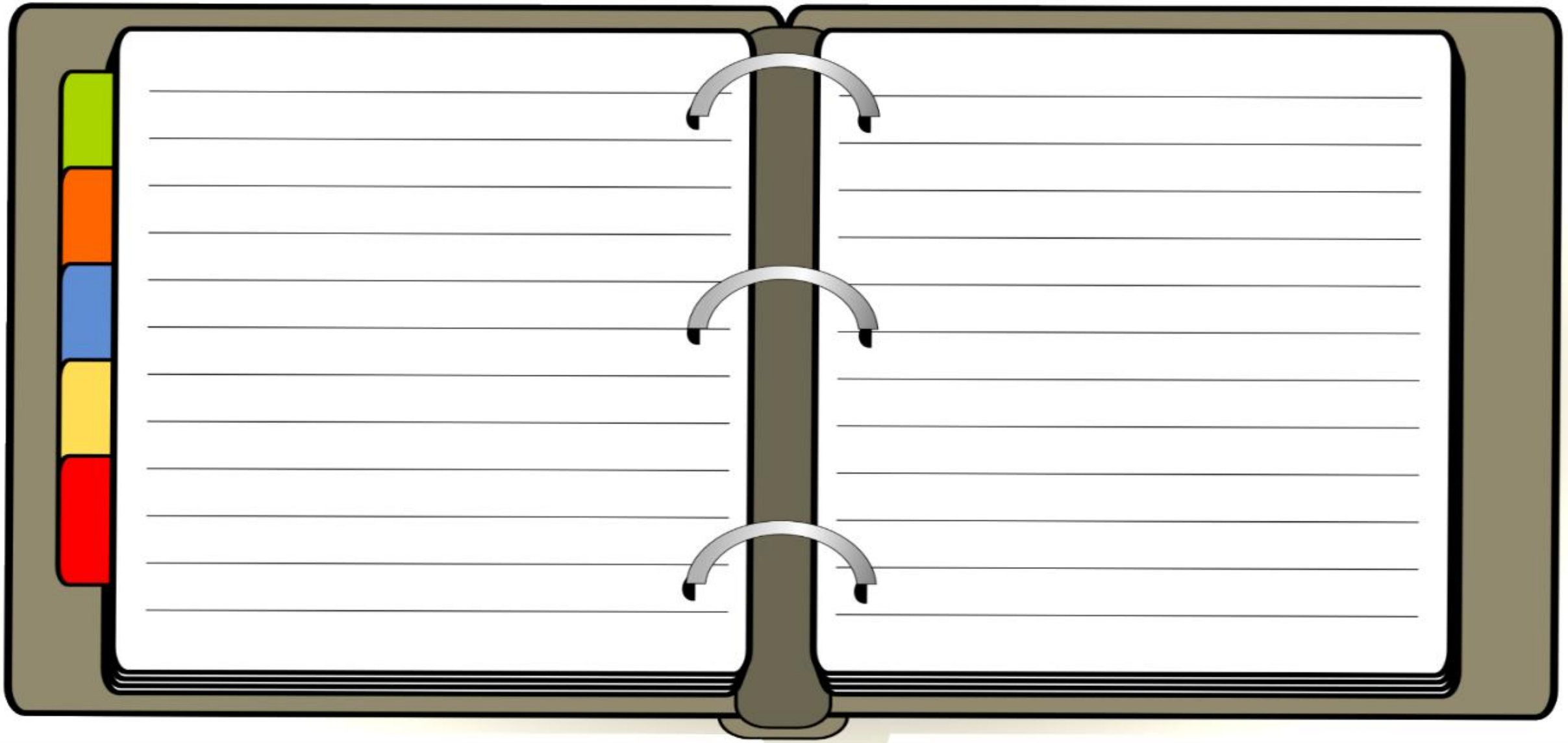
التجربةُ

تُسجَّلُ البياناتُ بعدَ تغييرِ العيّنةِ

حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنف أسلوب جمع البيانات المستعمل:

تقويم

٢) **رياضة:** يريد مدير نادٍ رياضي أن يحدّد شعارًا للنادي، فسأل ١٠٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائيًّا عن آرائهم.



هناك عوامل تؤثر في جمع البيانات والاستنتاجات التي يتم التوصل إليها. فإذا كانت طريقة اختيار العينة تعطي تفضيلاً لمجموعة معينة على مجموعة أخرى فإن العينة تكون **عينة متحيزة**، والبيانات المأخوذة منها متحيزة، وتكون العينة غير متحيزة إذا كان لكل فرد منها الاحتمال نفسه في الاختيار، وتُسمى **عينة عشوائية**.

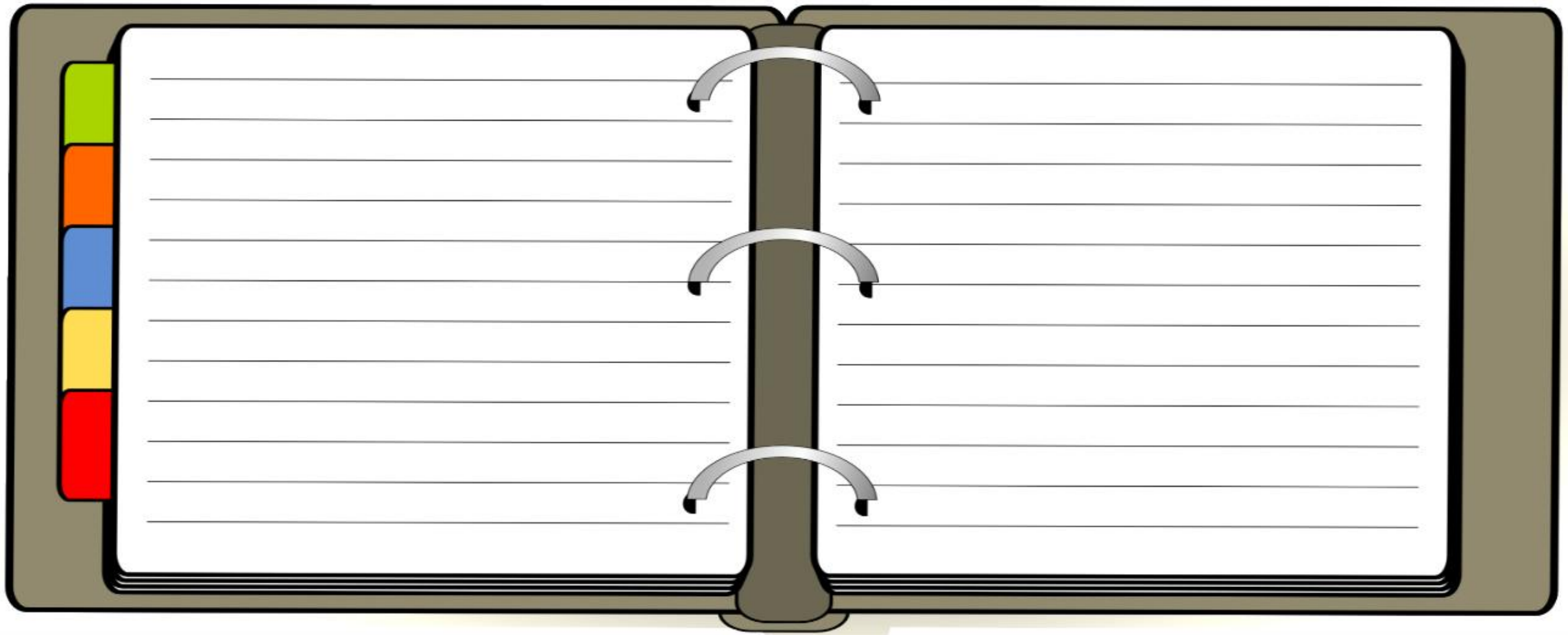
تقويم

حدّد في كل مما يأتي إن كانت كل العينة متحيزة أم غير متحيزة، وفسِّر إجابتك:

١٢أ) **مدرسة:** سُئل كل عاشر طالب يدخل المدرسة عن المادة الدراسية المفضلة لديه.

٩) **مكتبة:** سأل أمين مكتبة كل من يستعير كتابًا إن كان يستعمل الحاسب الموجود في المكتبة.

١٠) **ملابس:** يُعطي محل بيع ملابس كل زبونٍ بطاقة يمكنه أن يعيدها بالبريد، يسأله فيها عن نوع الثياب التي يفضِّلها.



أساليب المعاينة: تُستعمل بيانات العينة لتقدير إحدى سمات المجتمع كاملًا. وتُختار العينة العشوائية من المجتمع على أن تكون ممثلة له دون إعطاء أفضلية لفئة معينة على أخرى. ويعرض الجدول الآتي ثلاثة أنواع من العينات العشوائية:

مفهوم أساسي — **العينات العشوائية**

أضف إلى مطويتك

النوع	التعريف	مثال
العينة العشوائية البسيطة	العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع.	سحب أرقام مئة طالب من كيس، وإخضاع هؤلاء الطلاب لدراسة مسحية.
العينة العشوائية الطبقية	يقسم المجتمع إلى فئات متماثلة غير متداخلة، ثم يتم اختيار عينة من كل واحدة من هذه الفئات.	يختار الباحث عينات من صفوف مختلفة من الطلاب بناءً على النسبة المئوية لهذه الصفوف في المدرسة؛ ليعكس التنوع في صفوف المدرسة.
العينة العشوائية المنتظمة	العينة التي يُختار أفرادها تبعًا لفترةٍ زمنيةٍ محددةٍ، أو فئةٍ محددةٍ من العناصر.	تُفحص قطعة من خط إنتاج كل عشر دقائق، أو تُفحص قطعة من كل ٥٠ قطعة.

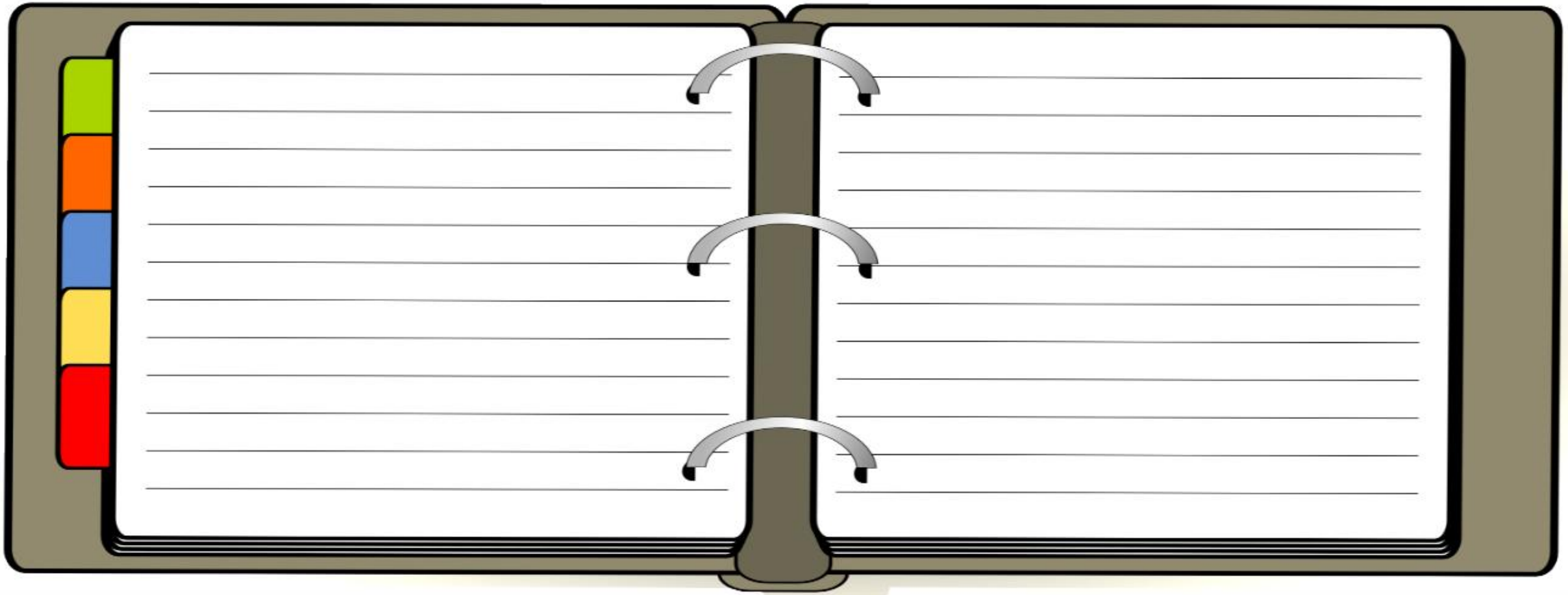
حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنّف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة، مفسِّرًا إجابتك:

٣ب) طعام: يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءًا بوقتٍ يُحدّد عشوائيًّا.

تقويم

٥) **بطاقات مصوّرة:** وزّع أحمد بطاقات الصور التي التقطها في مجموعات بحسب المدن التي تمثّلها هذه البطاقات، ثم اختار بطاقتين عشوائيًّا من كل مجموعة.

٦) **تلفزة:** تود محطة تلفزة أن تحدد أكثر برامجها مشاهدة، فأرسلت استبانةً إلى عدة أشخاص اختيروا عشوائيًّا من أنحاء المملكة كافة.



تحليل نتائج الدراسة المسحية

ملخص مفهوم

تحليلُ نتائجِ الدِّراسةِ المسحيَّةِ

اختيار طريقة تلخيص البيانات

وذلك عن طريق استعمال مقاييس النزعة المركزية الافضل للبيانات المعطاة في السؤال .

تقويم دراسة مسحية

وذلك عن طريق التحقق من أن العينة المختارة عشوائية وكبيرة و تمثل كامل المجتمع تمثيلاً جيداً و أن مصدر البيانات موثوق به .

ملخص مفهوم

دراسةٌ مسحيةٌ

البياناتُ الكميةُ

تلخيص البيانات الكمية

مقاييسُ النزعةِ المركزيةِ

المُتوسِّطُ الحسابيُ

$$= \frac{\text{مجموعَ البياناتِ}}{\text{عددِ البياناتِ}}$$

الوسيطُ

الوسيطُ هوَ العددُ الأوسطُ أو مُتوسِّطُ العددينِ الأوسطينِ في البياناتِ

المنوالُ

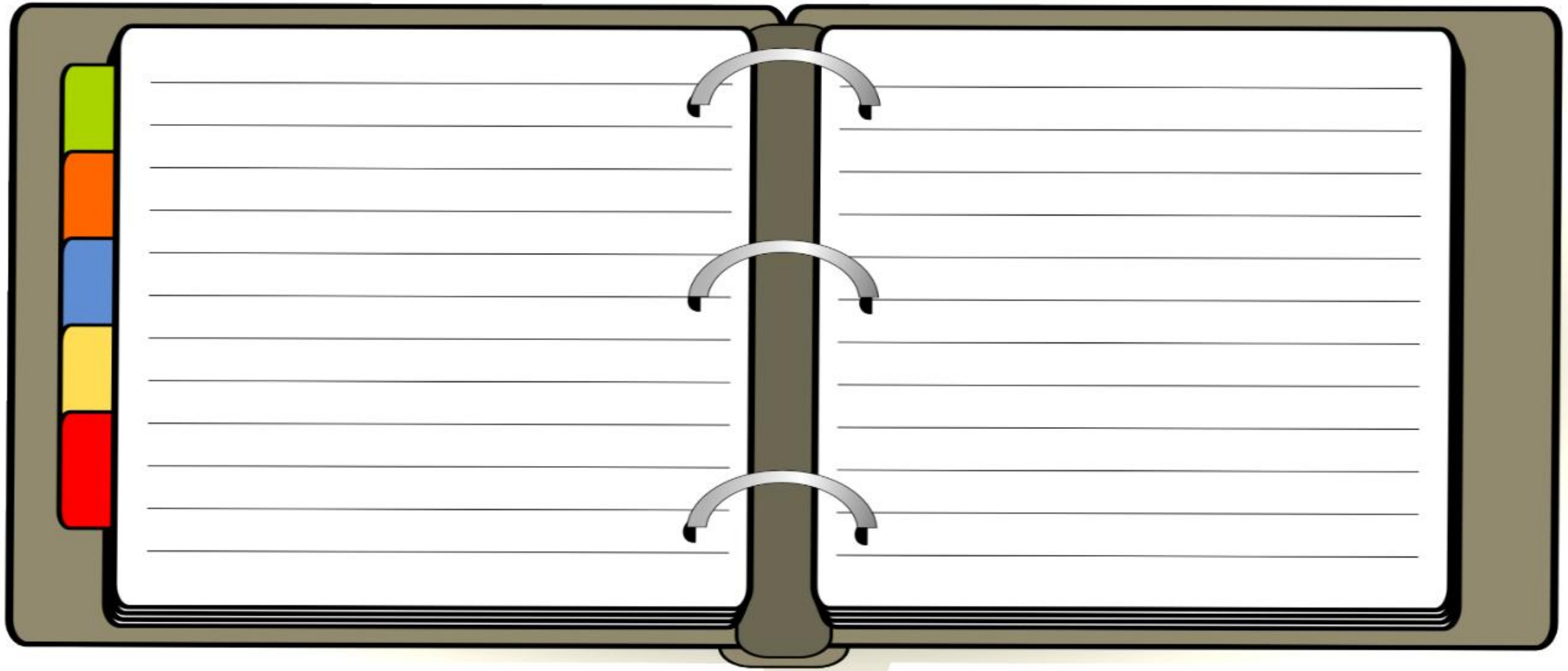
العددُ أو الأعدادُ الأكثرُ تَكرارًا في مجموعةِ البياناتِ

البياناتُ النوعيةُ

تقويم

أي مقاييس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات في كل مما يأتي؟ برّر إجابتك، ثم احسب قيمة ذلك المقياس:

١) **إعادة تدوير:** ترغب شركة في إعادة تدوير الأوراق الزائدة، فجمعتها في رزم ارتفاع الواحدة منها ٥٠سم، وقد أحصى خالد عدد الرزم في نهاية كل شهر من السنة فكانت: ١٥، ١٢، ١٤، ١٥، ١٨، ١٥، ١٣، ١٤، ١٣، ١٢، ١٥، ١٨.



حدِّد صحة المعلومات والاستنتاجات لتقرير كل دراسة مسحيّة فيما يأتي:

تقويم

٣) **تلفاز:** إذا كان الجدول المجاور يمثل نتائج تقرير دراسة مسحية حيث تريد محطة تلفزيونية أن تغير نشاطها ، فأرسلت ١٠٠٠ استبانة بالبريد إلى أشخاص تمّ اختيارهم عشوائيًّا تقع ضمن منطقة بثها وتلقت ٧٥٠ ردًّا.

السؤال: ما نوع البرامج التلفزيونية التي تفضلها؟

الاستنتاج: يجب أن تتحول المحطة إلى محطة إخبارية.

النتائج	
الاختيار	الاستجابة
رياضية	٢٦٪
دينية	٣٢٪
إخبارية	٣٩٪
تعليمية	٣٪

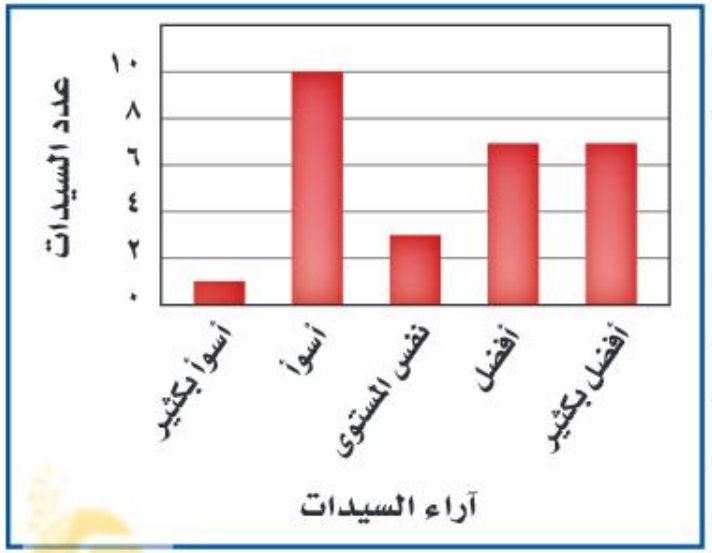
تقويم

حدد إذا كان التمثيل بالأعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الدراسة المسحية.

٥) **مسحوق غسيل:** وزعت عينات من مسحوق غسيل على مجموعة من السيدات لمقارنته بمسحوق الغسيل الذي يستخدمنه.

السؤال: مارأيك باستبدال مسحوقك القديم بالمسحوق الجديد

الاستنتاج: لن تستبدل معظم السيدات مسحوق الغسيل الذي يقمن باستعماله



إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

ملخص مفهوم

الإحصاءُ الاستدلاليُّ

تعيين إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

وذلك عن طريق وصف إحصائي العينة ومعلمة المجتمع .

الانحراف المتوسط

هو متوسط القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات.

الانحراف المعياري والتباين

الانحراف المعياري هو القيمة التي تحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي والتباين هو مربع الانحراف المعياري

الانحراف المعياري والتباين

الانحراف المعياري: هو القيمة التي تحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي.

التباين: هو مربع الانحراف المعياري

لإيجاد الانحراف المعياري والتباين نتبع الخطوات التالية:

الخطوة ١ :

نوجد المتوسط الحسابي

الخطوة ٢:

نوجد مربع الفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي، ثم نجمع هذه المربعات، ونقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات لنحصل على التباين.

الخطوة ٣:

نوجد الانحراف المعياري بإيجاد الجذر التربيعي للتباين.

الانحراف المتوسط هو متوسط القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات.
تذكّر أن القيمة المطلقة لعدد معين هي بعده عن الصفر على خط الأعداد.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الانحراف المتوسط

الخطوة ١: أوجد المتوسط الحسابي.

الخطوة ٢: أوجد مجموع القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي.

الخطوة ٣: اقسم هذا المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات.

الانحراف المعياري هو القيمة التي تُحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي. ويُرمز إليه بالرمز "ع". أما **تباين** مجموعة من البيانات فهو مربع الانحراف المعياري لتلك البيانات.

استعمل الطريقة المبينة أدناه لحساب التباين والانحراف المعياري.

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

التباين والانحراف المعياري

الخطوة ١: أوجد المتوسط الحسابي $\overline{س}$.

الخطوة ٢: أوجد مربع الفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي، ثم اجمع هذه المربعات، واقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات لتحصل على التباين.

الخطوة ٣: أوجد الانحراف المعياري بإيجاد الجذر التربيعي للتباين.

إرشادات للدراسة

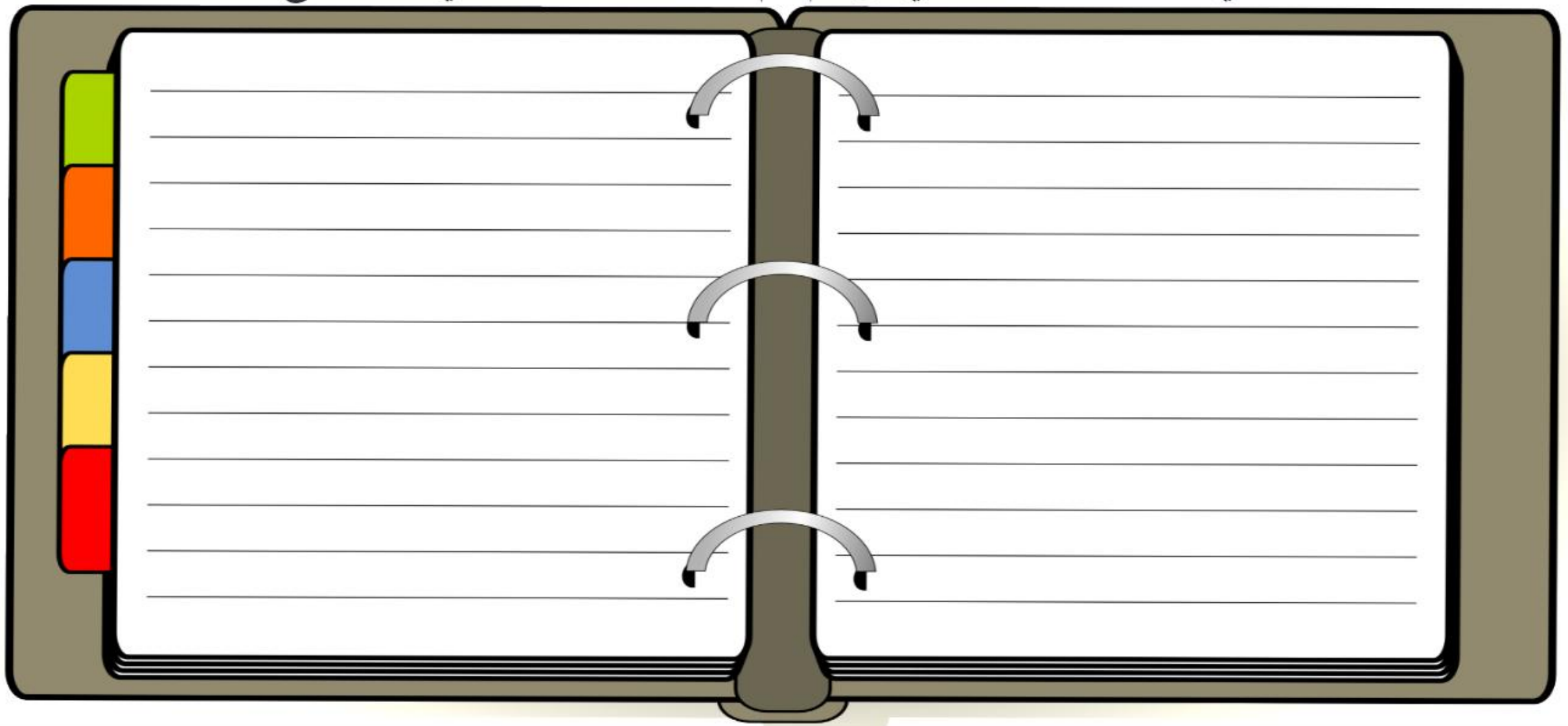
رموز

يحسب المتوسط الحسابي للعينة وللمجتمع بالطريقة نفسها. وفي العادة يُرمز إلى متوسط العينة بالرمز $\overline{س}$ ، ولكن سوف يستعمل هذا الرمز في هذا الكتاب ليدل على متوسط المجتمع.

عيّن العينة والمجتمع في كل من الموقفين الآتيين، ثم صف إحصائي العينة ومَعْلَمة المجتمع:

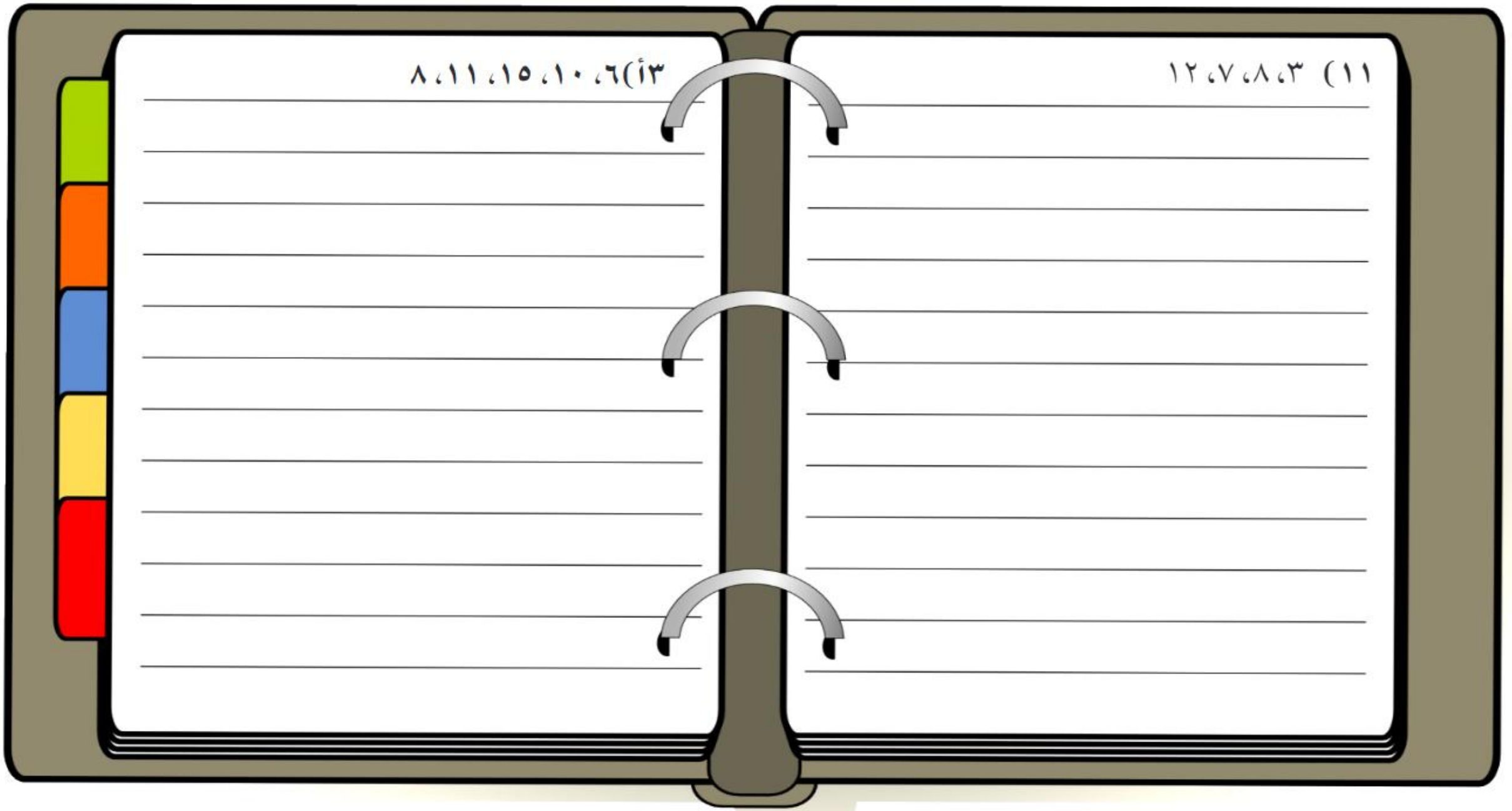
تقويم

٢) **كتب:** أُجريت دراسة شملت عينة مكوّنة من ١٠٠٠ طالب في الجامعات السعودية حول المبالغ التي ينفقونها في شراء الكتب الإضافية في كل عام، ثم حُسب المتوسط الحسابي لهذه المبالغ.



تقويم أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري إلى أقرب جزء من عشرة لكلٍّ من مجموعتي البيانات الآتيتين:

١١) ٣، ٨، ٧، ١٢



٣أ)٦، ١٠، ١٥، ١١، ٨

التباديل والتوافيق

ملخص مفهوم

المضروبُ

التباديلُ والتوافيقُ

التباديلُ

$$ل_{ر}^{ن} = \frac{!ن}{!(ن - ر)}$$

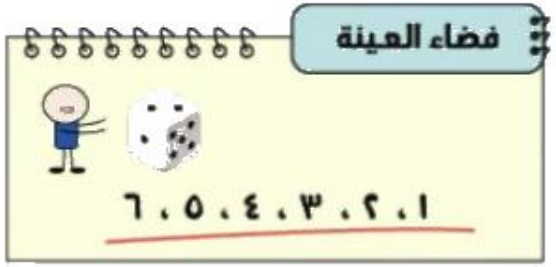
التوافيقُ

$$ق_{ر}^{ن} = \frac{!ن}{!ر \, !(ن - ر)}$$

ملخص مفهوم

التباديل والتوافيق

فضاء العينة



١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦

مضروب العدد الصحيح

$$٤! = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ = ٢٤$$

$$٠! = ١$$

التباديل

$$ل^{ن}_{ر} = \frac{ن!}{(ن-ر)!}$$

$$ل^{٣}_{٣} = \frac{٣!}{(٣-٣)!} = \frac{٦}{١} = ٦$$

الترتيب مهم ← تباديل

لم يكن الترتيب مهم ← توافيق

التوافيق

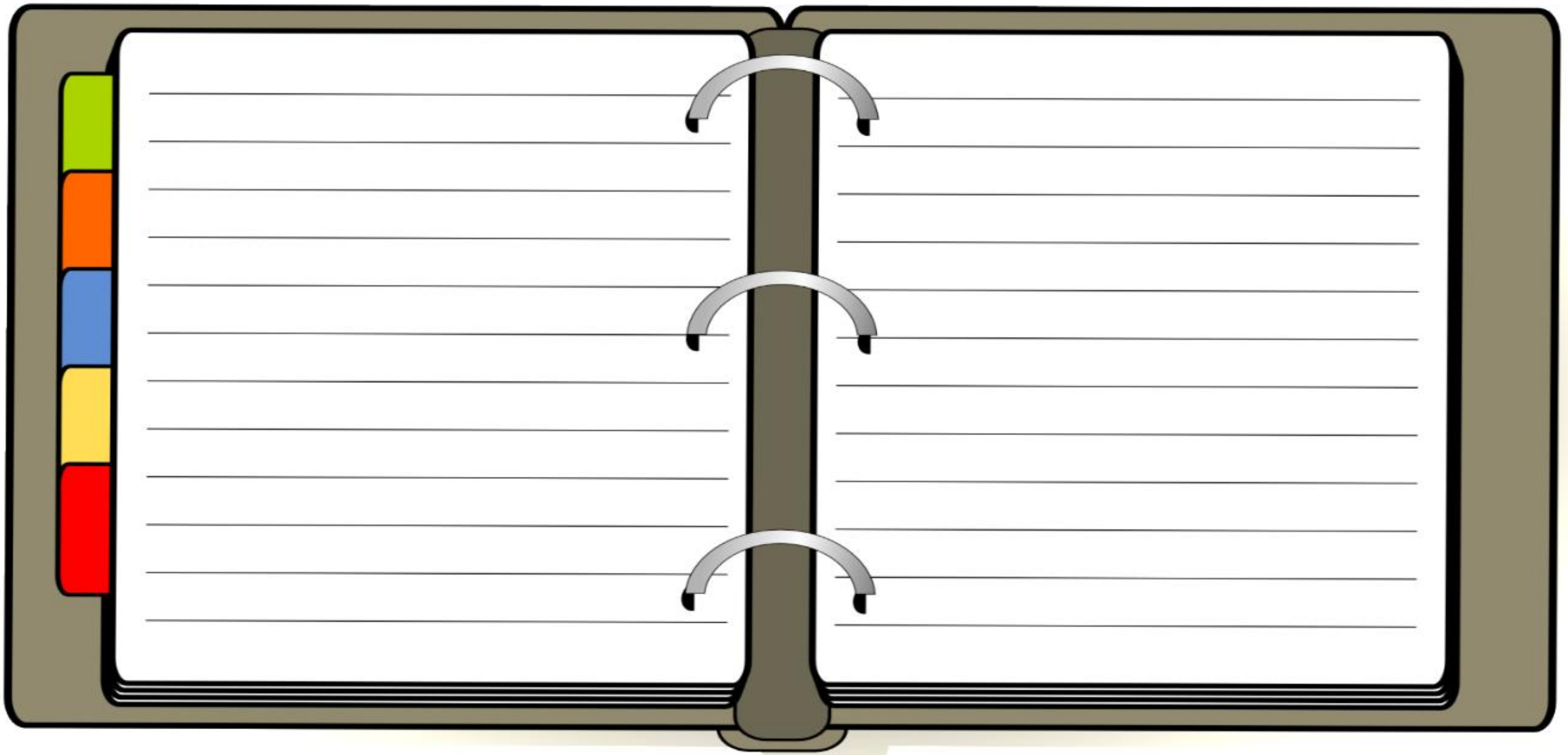
$$ق^{ن}_{ر} = \frac{ن!}{(ن-ر)! \times ر!}$$

$$ق^{٣}_{٢} = \frac{٣!}{(٣-٢)! \times ٢!} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

التباديل

تقويم

٢) **لوحات:** رسم فنان ١٥ لوحة فنية. فبكم طريقة يمكنه اختيار ١٠ لوحات منها لعرضها في معرض فني.



تقويم أوجد قيمة كلٍّ ممَّا يأتي:

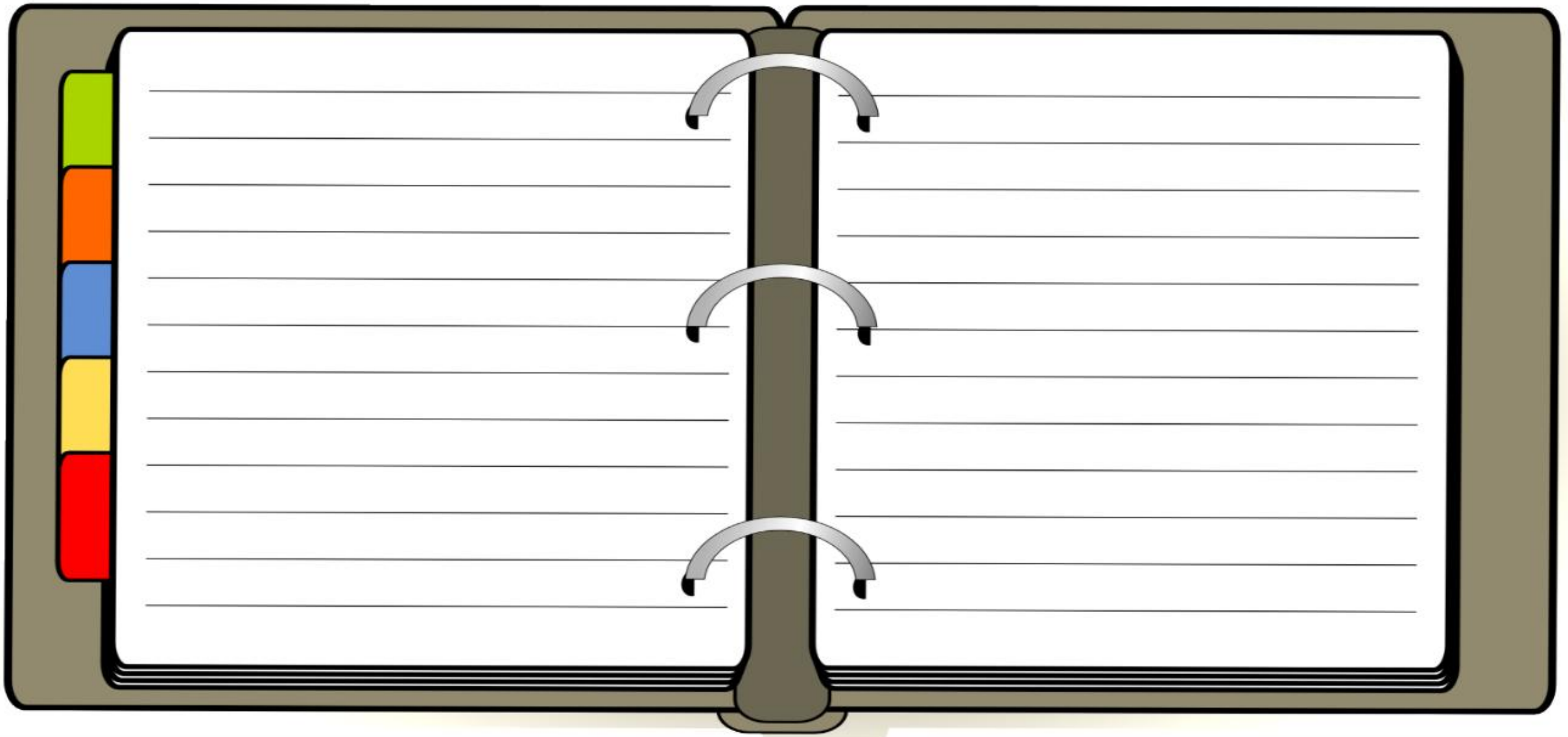
٢) $\log_{٧}{٢}$

١٠) $\log_{٦}{٦}$

استعمال قانون التوافيق

تقويم

٣) **اختبار:** تقدّم سعيد لاختبار في التاريخ، طلب فيه الإجابة عن ١٠ أسئلة من بين ١٢ سؤالًا.
بكم طريقة يمكن أن يختار الأسئلة؟



تقويم أوجد قيمة كلٍّ ممَّا يأتي:

١٤) $ق_{٦}^{٧}$

١٦) $ق_{٥}^{٥}$

احتمالات الحوادث المركبة

ملخص مفهوم

الحادثةُ الواحدةُ تُسمّى حادثةً بسيطةً

الحادثةُ المُركّبةُ تتكوّنُ من حادثتينِ بسيطتينِ أو أكثرَ

الحوادثُ المُستقلّةُ	الحوادثُ غيرُ المُستقلّةِ	الحوادثُ المتنافيةُ	الحوادثُ غيرُ المتنافيةِ
حادثةٌ مُركّبةٌ لا تؤثّرُ نتيجةُ إحدى الحادثتينِ في نتيجةِ الأُخرى	حادثةٌ مُركّبةٌ تؤثّرُ نتيجةُ إحدى الحادثتينِ في نتيجةِ الأُخرى	حادثتانِ لا يُمكنُ وقوعُهما معاً	حادثتانِ يُمكنُ وقوعُهما معاً في الوقتِ نفسِه

الحوادث غير المستقلة

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

احتمال الحوادث غير المستقلة

التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان أ وَ ب غير مستقلتين، فإن احتمال وقوعهما معًا يساوي حاصل ضرب احتمال وقوع الحادثة (أ) في احتمال وقوع الحادثة (ب) بعد وقوع الحادثة أ.

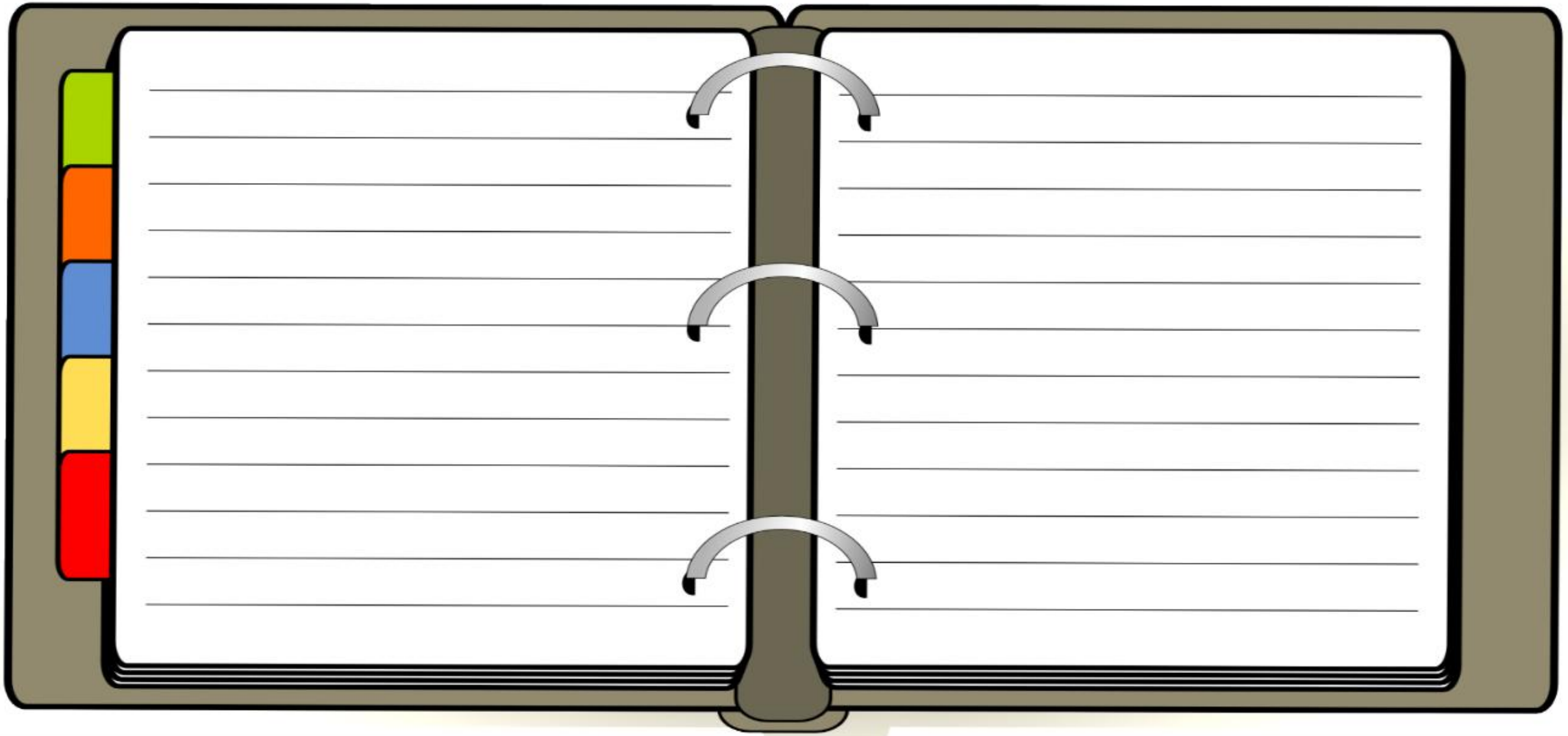
الرموز: ح (أ وَ ب) = ح (أ) × ح (ب بعد أ)

تقويم

حدّد إذا كانت الحوادث فيما يأتي مستقلة أم غير مستقلة، ثم احسب احتمال كلٍّ منها:

٧) **نقود:** إذا أُلقيت قطعة نقود ٤ مراتٍ، فما احتمال ظهور الكتابة في المرات الأربع جميعها؟

٨) **مكعب أرقام:** رمي مكعب أرقام مرتين، فما احتمال ظهور عددين مختلفين؟



الحوادث المتنافية : تُسمّى الحادثتان اللتان لا يمكن وقوعهما معًا **حادثتين متنافيتين**. افترض أنك تريد أن تجد احتمال سحب بطاقة حمراء أو بطاقة زرقاء من وعاء يحتوي على بطاقات ملوّنة. بما أنه لا يمكن أن تكون البطاقة حمراء وزرقاء في الوقت نفسه فتُسمى هاتان الحادثتان حادثتين متنافيتين.

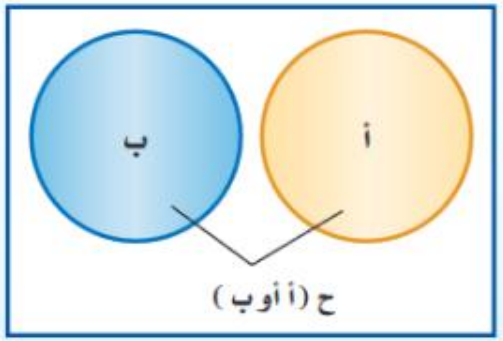
مفهوم أساسي

الحوادث المتنافية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان أ و ب متنافيتين، فإن احتمال وقوع أ أو وقوع ب يساوي مجموع احتمالي الحادثتين.

الرموز: ح (أ أو ب) = ح (أ) + ح (ب)



إرشادات للدراسة

«و» ، «أو»

ترتبط الاحتمالات التي تتضمن «و» بالحوادث المستقلة وغير المستقلة، في حين ترتبط الاحتمالات التي تتضمن «أو» بالحوادث المتنافية وغير المتنافية.

الحوادث المتنافية

تقويم

أوجد كلًّا من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام:

أ) ح (٣ أو ٥)

ب) ح (أقل من ٣)

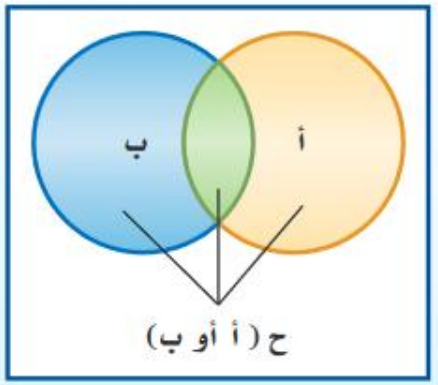
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الحوادث غير المتنافية

التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان أ وَ ب غير متنافيتين، فإن احتمال وقوع أ أو وقوع ب يساوي مجموع احتماليهما ناقص احتمال وقوع الحادثتين معًا.

الرموز: ح (أ أو ب) = ح (أ) + ح(ب) – ح (أ وَ ب)



قراءة الرياضيات

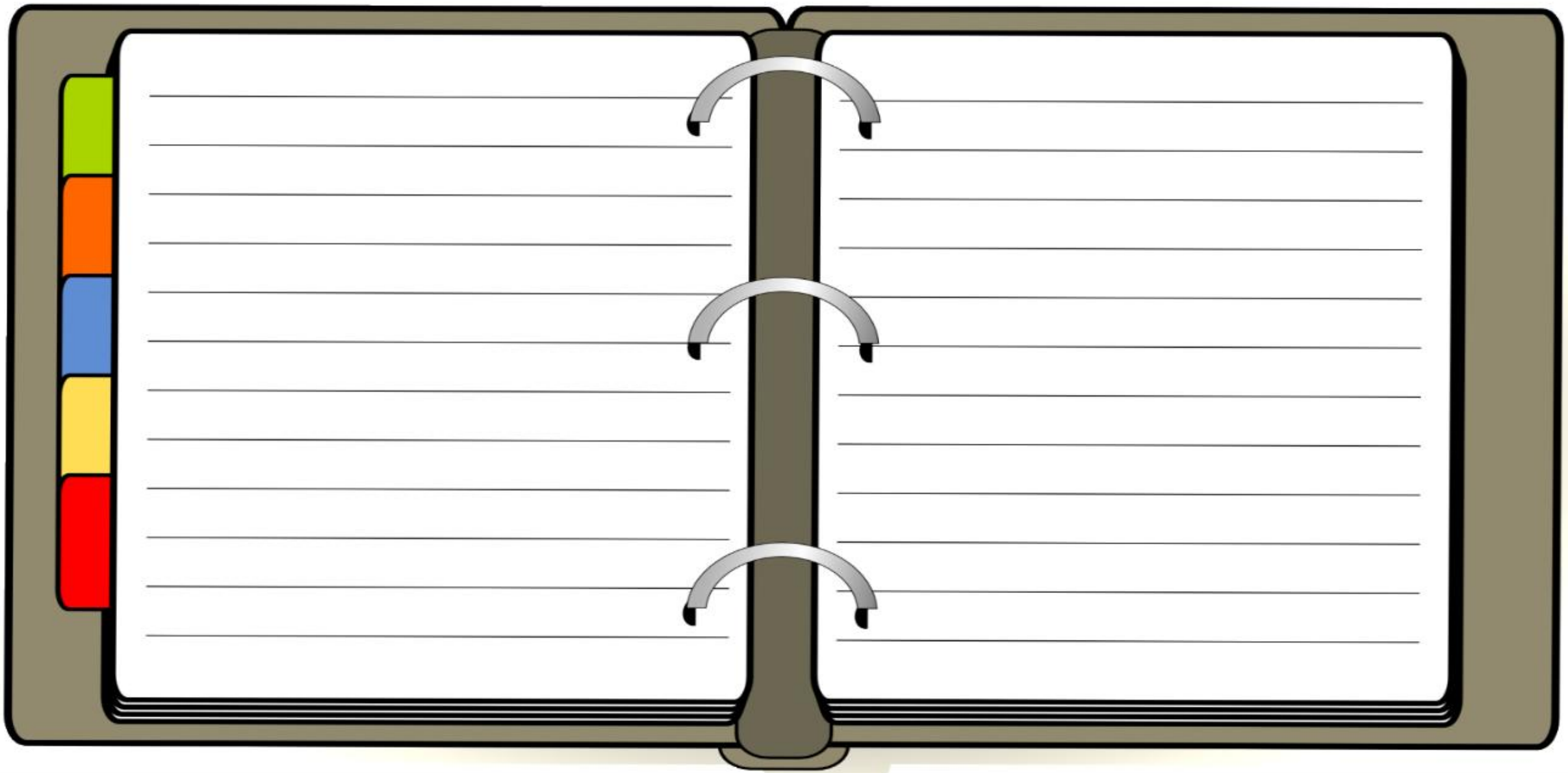
أ أو ب

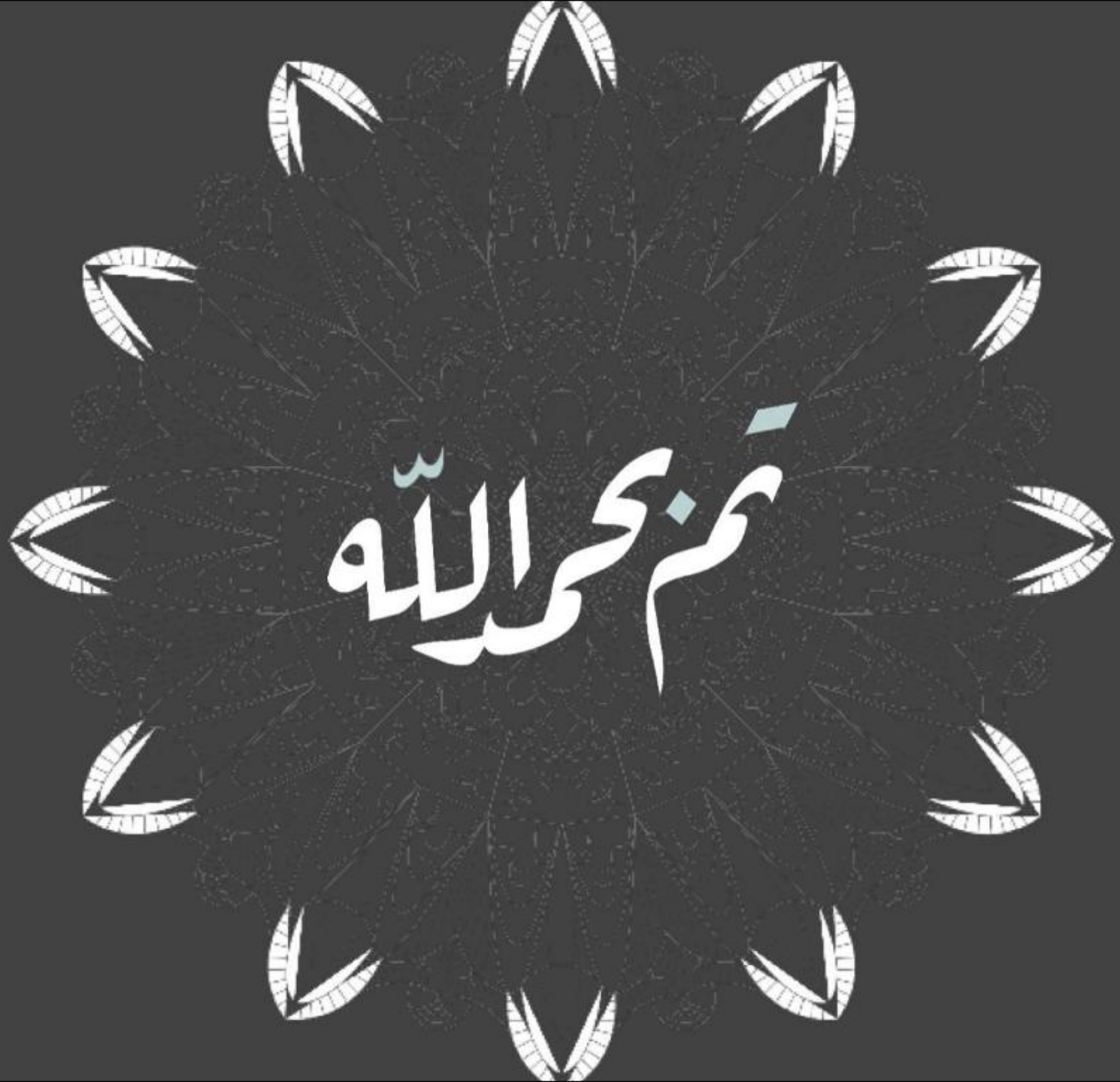
يختلف استعمال أ أو ب عن الاستعمال اللغوي، فالعبارة أ أو ب تسمح بإمكانية وقوع الحادثتين أ و ب معًا أيضًا.

الحوادث غير المتنافية

تقويم

٤) **مكعب أرقام:** عند رمي مكعب أرقام، ما احتمال ظهور عدد فردي أو أولي؟




تم بحمد الله