

ورقة عمل بحث النهايات والاستمرار

أولاً : حل التمارين الآتية :

التمرين الأول : ابحث عن النهايات الآتية :

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-x} - 2}{\sqrt{x+1} - 1}, \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sqrt{1 - \cos^2 x}}{x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos^3 x}, \quad 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} 3\sqrt{x^2 - 5} - \frac{2x^2}{x-1}$$

التمرين الثاني : ليكن لدينا التابع f المعرفة على $R/\{2, 3\}$ وفق : $f(x) = \frac{x-E(x)}{x^2-5x+6}$ والمطلوب هل للتابع f نهاية عند 3؟ علل اجابتك .

التمرين الثالث : ليكن f التابع المعرفة على $]1, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$ والمطلوب :

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ واستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$.

2- أعد حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ بعد كتابة $f(f(x))$ بدلالة x .

التمرين الرابع : ليكن لدينا التابع f المعرفة على R^+ وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} & ; x \in [0,1[\cup]1, +\infty[\\ 2 & ; x = 1 \end{cases}$$

علل اجابتك .

التمرين الخامس :

أثبت أن المعادلة $x^3 + x + 1 = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في R ، ثم بين أن $\alpha \in]-1,0[$

التمرين السادس :

ليكن لدينا التابع : $f(x) = \frac{\sin \frac{1}{x}}{x - x \cos \frac{1}{x}}$ استخدم طريقة تغيير المتحول في إيجاد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

التمرين السابع : ليكن التابع f المعرفة على $R/\{2\}$ وفق العلاقة $f(x) = \frac{2x-1}{(x-2)^2}$ والمطلوب :

1- أوجد نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه .

2- عين α يحقق الشرط : إذا كان x عنصراً من المجال $]2-\alpha, 2+\alpha[$ مختلفاً عن 2 كان $f(x) > 10^4$

التمرين الثامن : احسب نهاية التابع f المعرفة على $R/\{2\}$ وفق : $f(x) = \frac{2x+\sin x}{x-2}$ عند $+\infty$ ؟ ما التاويل

الهندسي للنتيجة ؟

التمرين التاسع : عين قيم A, B بحيث يكون التابع f المعرفة فيما يأتي مستمر على R :

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2 + B & ; x < -1 \\ -x + 2B & ; 0 \geq x \geq -1 \\ A \frac{\sin 2x}{x} + B & ; x > 0 \end{cases}$$

ثانياً : حل المسائل الآتية :

المسألة الأولى :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق : $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 5}$ والمطلوب :

- 1- ادرس نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.
- 2- a. اكتب $x^2 - 3x + 5$ بالصيغة القانونية .
- b. استنتج ان الخط (C) يقبل مقاربين مائلين Δ_1 و Δ_2 عند $+\infty$ و عند $-\infty$ يطلب ايجاد معادلتيهما .
- c. ادرس الوضع النسبي بين (C) وكل من مقاربيه .

المسألة الثانية :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ والمطلوب :

- 1- ادرس نهاية f عند $-\infty$
- 2- a. أوجد $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - ax$
- b. استنتج وجود مقارب مائل (C) في جوار $-\infty$.
- c. ادرس وضع (C) مع مقاربه المائل المذكور .

المسألة الثالثة :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق $f(x) = \sqrt{|1 - x^2|}$ والمطلوب :

- 1- اكتب التابع f بصيغة لا تحوي قيمة مطلقة .
- 2- أثبت أن المستقيمان $\Delta_1: y = x$ ، $\Delta_2: y = -x$ هما بالترتيب مقاربان مائلان للخط (C) عند $+\infty$ وعند $-\infty$ وادرس وضع (C) بالنسبة لهذين المقاربين
- 3- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها .
- 4- ارسم كل Δ_1 و Δ_2 ثم ارسم (C) .

انتهت الأسئلة

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح ..

المدرّس : **عبدالله عطار**

0968947390 - 0934800055