قناة بكالوجيا

كل ملفات البكالوريا التي تحتاج اليها أصبحت في مكان واحد فقط

سارع الى الانضمام قبل حذف الرابط

ستجد ضمنها كل ما تبحث عنه من نوط واختبارات وملفات مفيدة جداً

@BACALOGIA_EDU

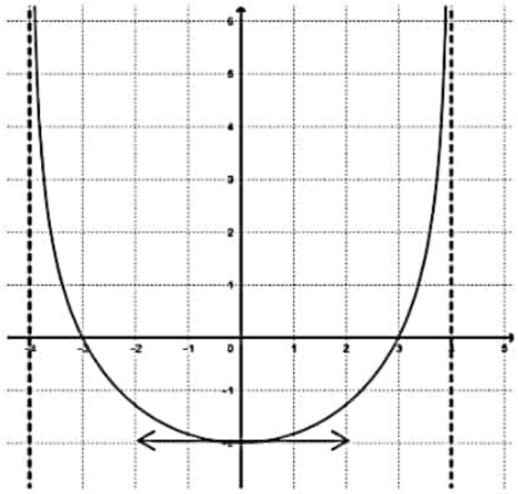
اضغط على كلمة بكالوجيا للوصول الى قناتنا للمزيد من الملفات الهامة

بكالوجيا

الرياضيات
امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2017
(الفرع العلمي - الدورة الأولى)
الصفحة الأولى
الاسم :
الرقم :
المدة :
الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المجاور C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4,4[$



1) احسب $\lim_{x\to(-4)^+} f(x)$ و $\lim_{x\to4^-} f(x)$

واستنتج معادلة كل مقارب للخط C

2) احسب $f(0)$ و $f'(0)$

3) جد حلول المعادلة $f(x)=0$

السؤال الثاني : حل المعادلة $9^x+3^{x+1}-4=0$ في R

السؤال الثالث :

1) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$

2) تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P: x-y+z+3=0$ يمس الكرة S

السؤال الرابع :

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية ؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $v_n=u_n+3$

1) أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية وأوجد أساسها .

2) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n

3) ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+\dots+v_n$ عبّر عن S_n بدلالة n

واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$

يتبع في الصفحة الثانية ....

Scanned with CamScanner

التمرين الثاني : ليكن لدينا العددان العقديان $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ و $z_2 = 1 + i$ والمطلوب :

1) اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$

2) اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ واستنتج $cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

التمرين الثالث : نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية ، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$. نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار .

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي وتباينه .

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل لـ C في جوار $+\infty$

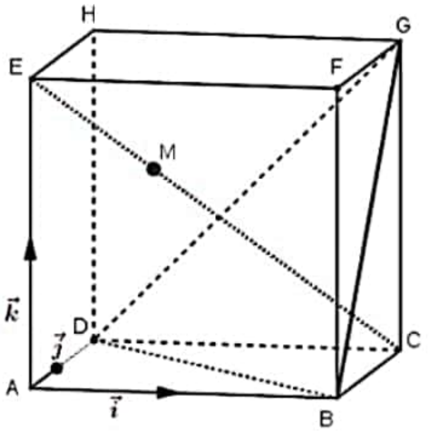
3) ادرس الوضع النسبي بين Δ و C

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه يساوي 2

نتأمل المعلم المتجانس $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

في المعلم $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$ و $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$ و $\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$



1) اكتب معادلة للمستوي (GBD)

2) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم (EC)

3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD)

4) جد إحداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$

5) أثبت تعامد المستقيمين (HM) و (EC) .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي .

2) ادرس تغيرات التابع f ، ونظم جدولاً بها ، ثم دل على القيمة الحدية محلياً .

3) جد معادلة للمماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x = 1$.

4) ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس Δ ، ثم ارسم C .

5) احسب S مساحة المحصور بين C والمحور $x\acute{x}$ والمستقيم $x = e$.

انتهت الأسئلة

Scanned with CamScanner

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات – نظام حديث

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٧م

Scanned with CamScanner

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة خط بياني
٢	السؤال الثاني	حل معادلة
٣	السؤال الثالث	معادلة كرة
٤	السؤال الرابع	تحليل توافقي
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	المتتالية
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	الأعداد العقدية
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	احتمالات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	مقارب مائل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة التابع اللوغارتمي

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرراً خطوات حله، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها علمياً ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الأحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

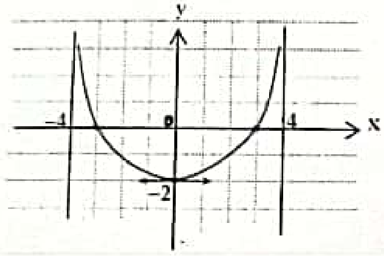
Scanned with CamScanner

سلم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي　　مادة الرياضيات　　الدرجة : /٦٠٠/ درجة

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٧م – نظام حديث

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمّل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4\,,4[$

1- احسب $\lim_{x \underset{>}{\to} -4} f(x)$ و $\lim_{x \underset{<}{\to} +4} f(x)$ ، واستنتج معادلة كلّ مقارب للخط C.

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3- جد حلول المعادلة $f(x)=0$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim_{x\to -4} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to +4} f(x)=+\infty$	5+5
٢	$x=+4$ و $x=-4$	5+5
٣	$f'(0)=0\ ,\ f(0)=-2$	5+5
٤	$x_2=+3\ ,\ x_1=-3$	5+5
	المجموع	40

ملاحظات: ١- إذا كتب الطالب الإجابات مباشرة وبالترتيب : يأخذ الدرجة كاملة (٤٠ درجة)
٢- إذا ذكر الطالب في الخطوة الأولى$\infty +$ مرة واحدة يأخذ (١٠ درجات)

Scanned with CamScanner

السؤال الثاني:

حل المعادلة $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في $\mathbb{R}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$	
١	$(3^2)^x + 3.3^x - 4 = 0$ $3^{2x} + 3.3^x - 4 = 0$	5+5 5
٢	$(3^x + 4)(3^x - 1) = 0$	5 للتحليل+5 للأعداد
٣	لا ينعدم $3^x + 4 \neq 0$	5
٣	$3^x - 1 = 0$	5
٤	$3^x = 1 > 0$ ومنه $x = 0$	$3 + 2$
	المجموع	40

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$3^x = t$ ومنه $t^2 + 3t - 4 = 0$	5
٢	$\Delta = (3)^2 - 4(1)(-4)$ ومنه $\Delta = 25$	5+5
٣	$t_1 = \dfrac{-3+5}{2} = 1$ $3^x = 1$ ومنه $x = 0$	5 5 5
٤	$t_2 = \dfrac{-3-5}{2} = -4$ مرفوض $3^x = -4$	5 5
	المجموع	40

ملاحظة: ينال درجات السؤال كاملة إذا اعطى الحل مباشرة $x = 0$ وتوثق من الحل

Scanned with CamScanner

السؤال الثالث:

1- اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات، ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$.

2- تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P:\ x-y+z+3=0$ يمس الكرة S .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	معادلة الكرة: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$	5
٢	$x^2+y^2+z^2=3$	5+5
٣	دستور البعد التعويض بسط ومقام الناتج	5 دستورضمناً + 5 تعويض بسط + 5 تعويض مقام + 5 ناتج
	$d=\sqrt{3}=R$	5
	المجموع	40

السؤال الرابع:

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة.

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟

2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجباريّة؟

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\binom{8}{5}=\frac{8\times7\times6\times5\times4}{5\times4\times3\times2\times1}=56$ (10 درجات للتوافيق و 5 درجات + 5 درجات تعويض + ناتج)	5 × 4
٢	$\binom{5}{2}=\frac{5\times4}{2\times1}=10$ (10 درجات للتوافيق و 5 درجات + 5 درجات تعويض + ناتج)	5 × 4
	المجموع	40

ملاحظات:

١- إذا استخدم التراتيب أو المبدأ الأساسي للعد يخسر (10) درجات فقط وتوزع الدرجات دستور (10) و (5) حساب لكل من الطلبين

٢- في الخطوة الأولى إذا كتب الطالب $\binom{8}{3}=56$ ينال 20 درجة

٣- في الخطوة الثانية إذا كتب الطالب $=\binom{8}{3}\binom{5}{2}$ يخسر 10 درجات

Scanned with CamScanner

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس :

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $u_0=1$, $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$.

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق $v_n=u_n+3$

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية ، وأوجد أساسها.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم عبارة u_n بدلالة n.

3- ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n ، واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$, $u_0=1$ $v_n=u_n+3$	
١	إثبات أن $(v_n)_{n\geq0}$ هندسية: $v_{n+1}=u_{n+1}+3=\frac{1}{3}u_n+1$	5+5
٢	$v_{n+1}=\frac{1}{3}(u_n+3)=\frac{1}{3}v_n$ v_n هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$	5+5 5
٣	$v_n=v_0q^n$ $v_0=4$ $v_n=4\left(\frac{1}{3}\right)^n$ $u_n=v_n-3$ $u_n=4\left(\frac{1}{3}\right)^n-3$	5 3 5 2 5
٤	$S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$	5
٥	$S_n=4\times\frac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}=6[1-(\frac{1}{3})^{n+1}]=6-6(\frac{1}{3})^{n+1}$	5 لأي شكل منها
٦	$\lim\limits_{x\to+\infty}S_n=6$ (النهاية $\lim(\frac{1}{3})^{n+1}=0$ 3 درجات + الجواب 6 درجتان)	3 + 2
	المجموع	60

ملاحظة: إذا كتب عدد الحدود n بدلاً من $n+1$ يخسر درجتان

Scanned with CamScanner

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

ليكن العددان العقديان $z_1 = 1+\sqrt{3}i$ ، $z_2 = 1+i$ ، والمطلوب:

1- اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$.

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ ، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$z_2 = 1+i \quad , \quad z_1 = 1+\sqrt{3}i$	
٢	$r_1 = \sqrt{3+1} = 2$ $\theta = \frac{\pi}{3}$	5 5
٣	$z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\ \sin\frac{\pi}{3}\right]$ $z_2 = 1+i$ .... $r_2 = \sqrt{2}$ .... $\theta = \frac{\pi}{4}$ .... $z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi}{4}\right]$	5 5 5 5
٤	.... $\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{\sqrt{2}}(\cos(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}))$ .... $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$	5 5
٥	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$ .... $= \frac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{(1-i)(1+i)}$ .... $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}+i\sqrt{3}-i)}{2}$	5 5
٦	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{i(\sqrt{3}-1)}{2}$	5
٧	ومنه يكون $\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	3 2
	المجموع	60

ملاحظة: إذا استعمل الشكل الأسي ينال الدرجات كاملة

Scanned with CamScanner

السؤال السابع: (٦٠ درجة)

التمرين الثالث:

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرّات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كلّ رمية يساوي $\frac{1}{3}$.

نعرف X المتحول العشوائي الذي يدلّ على عدد مرات ظهور الشعار.

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي ، وتباينه.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	.... $X(\Omega)=\{\ 0,1,2,3\ \}$ .... $P(X=0)=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$ .... $P(X=1)=3\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{12}{27}$ .... $P(X=2)=3\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{6}{27}$ .... $P(X=1)=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$	20 2+2 2+2 2+2 2+2
٢	$\begin{array}{c\|cccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(x=k) & \frac{8}{27} & \frac{12}{27} & \frac{6}{27} & \frac{1}{27} \end{array}$	2+2
٣	$E(x)=np \Rightarrow E(x)=3\left(\frac{1}{3}\right)=1$ $V(x)=npq$ $V(x)=3\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$	5 + 3 + 2 5 3+ 2
	المجموع	60

ملاحظة: في الخطوة الثالثة إذا كتب الطالب

$$E(x)=0+\frac{12}{27}+\frac{12}{27}+\frac{3}{27}=1$$ (5 دستور ، 2 + 3 تعويض)

$$E(x^2)=0+\frac{12}{27}+\frac{24}{27}+\frac{9}{27}=\frac{5}{3}$$

$$V(x)=E(x^2)-(E(x))^2$$ (5 درجات)

$$=\frac{5}{3}-1=\frac{2}{3}$$ (3 + 2 درجات)

Scanned with CamScanner

السؤال الثامن

التمرين الرابع:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ المطلوب:

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$

وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C .

طريقة أولى:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$f(x)=x+\frac{x}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$	5
٢	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}})=+\infty$	5+5
٣	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}})=-\infty$	5+5
٤	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	5
٥	$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim_{x\to+\infty}[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1]=0$	5+5
٦	$\Delta : y=x+1$ مقارب مائل لـ C بجوار $+\infty$	5
دراسة الوضع النسبي		
	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	
٧	$f(x)-y=\frac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}<0$	5
٨	لأن $\sqrt{x^2+1}>x$	5
٩	C تحت Δ	5
	المجموع	60

Scanned with CamScanner

السؤال الثامن طريقة ثانية:

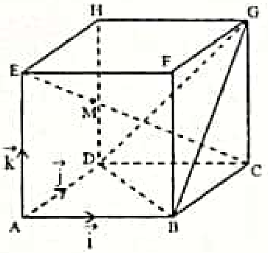
١	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}})=-\infty$	5+5
٢	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}})=+\infty$	5+5
٣	$\Delta: y=x+1$	
4	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	5
٥	$f(x)-y=\frac{x}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1$	5
٦	$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to+\infty}[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1]=0$	5+5
٧	$\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1)=1-1=0$	5
	دراسة الوضع النسبي	
	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	
٨	$f(x)-y=\frac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}<0$	5
٩	لأن $\sqrt{x^2+1}>x$	5
١٠	C تحت Δ	5
	المجموع	60

Scanned with CamScanner

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسالة)

السؤال التاسع:

المسألة الأولى:



في الشكل المجاور $ABCD\,EFGH$ مكعب طول حرفه 2

نتأمل المعلم المتجانس $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،

$$\overline{AE}=2\vec{k}\ ,\ \overline{AD}=2\vec{j}\ \ ,\ \overline{AB}=2\vec{i}$$

1- اكتب معادلةً للمستوي (GBD).

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC).

3- جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD) .

4- جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\overline{EM}=\frac{1}{3}\overline{EC}$.

5- أثبت تعامد المستقيمين (HM) , (EC).

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$	
	$2\vec{i}=\overline{AB}\ \ ,\ \ 2\vec{j}=\overline{AD}\ \ ,\ \ 2\vec{k}=\overline{AE}$	
١	$B(2,0,0)\ ,\ D(0,2,0)\ \ ,G(2,2,2)$	4×3
٢	حساب مركبات شعاعين مناسبين مثلاً: $\overline{BD}(-2,2,0)\ \ ,\ \ \overline{BG}(0,2,2)$	4×2
٣	لنفترض أن $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي (GBD)	4
٤	$\vec{n}\cdot\overline{BD}=0\quad -2a+2b=0\qquad \vec{n}\cdot\overline{GD}=-2a-2c=0$	2+2
٥	$\vec{n}\cdot\overline{BG}=0\quad 2b+2c=0\qquad \vec{n}\cdot\overline{GD}=-2b-2c=0$	2+2
٦	بفرض ان $c=-1$ $\Leftarrow$ $a=b=1$ $a=1$ مثلاً	2
٧	الوصول إلى ناظم المستوي المناسب	4
٨	الوصول إلى معادلة مستوي (BDG) $x+y-z-2=0$	4
٩	$E(0,0,2)\ \ ,\ \ C(2,2,0)$	4+4
١٠	$\overline{EC}(2,2,-2)$	4
١١	$(EC):\begin{cases}x=2t\\ y=2t & :t\in\mathbb{R}\\ z=2-2t\end{cases}$	2×3
١٢	التعويض في المستوي	2×3
١٣	الوصول إلى قيمة t	2
١٤	احداثيات نقطة التقاطع	2×3
١٥	$(x,y,z-2)=\frac{1}{3}(2,2,-2)$	4
١٦	حساب إحداثيات النقطة M	4
١٧	معرفة $H(0,2,2)$ والتعويض بالعلاقة	4+4
١٨	$\overline{HM}\cdot\overline{EC}=\frac{2}{3}(2)-\frac{4}{3}(2)-\frac{2}{3}(-2)=0$	2×4
١٩	إذاً $\overline{HM}\perp\overline{EC}$	2
	المجموع	100

Scanned with CamScanner

ملاحظات:

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

	$G(2,2,2)\ ,B(2,0,0)\ ,D(0,2,0)$	3+3+3
	$ax+by+cz+d=0$	5
	$2a+2b+2c+d=0$	4
	$2a=-d$	4
	$2b=-d$	4
	$-d-d+2c+d=0$ ومنه $2c=d$	4+4
	$-\frac{d}{2}x-\frac{d}{2}y+\frac{d}{2}z+d=0$	3
	$x+y-z-2=0$	5
	المجموع	42

طريقة ثالثة:

	$G(2,2,2)\ ,B(2,0,0)\ ,D(0,2,0)$	3+3+3
	$M(x,y,z)\ \ \overline{GM}=\alpha\overline{GB}+\beta\overline{GD}$	5
	$(x-2,y-2,z-2)=\alpha(0,-2,-2)+\beta(-2,0,-2)$	3+3+3
	$(x-2,y-2,z-2)=(-2\beta,-2\alpha,-2\alpha-2\beta)$	3
	$x-2=-2\beta$ $y-2=-2\alpha$ $z-2=-2\alpha-2\beta$	3+3+3
	بتعويض الأولى و الثانية في الثالثة $z-2=y-2+x-2$	4
	$x+y-z-2=0$	3

Scanned with CamScanner

السؤال العاشر

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي.

2- ادرس تغيرات التابع f ، ونظم جدولاً بها، ثمّ دلّ على القيمة الحدية محلياً .

3- جد معادلة للمماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x=1$.

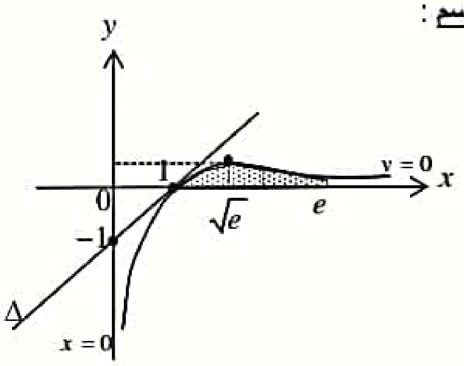
4- ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس Δ ، ثم ارسم C.

5- احسب S مساحة السطح المحصور بين C و المحور $x'x$ و المستقيم $x=e$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$	
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ ومنه $x=0$ مقارب	5+5
٢	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ومنه $y=0$ مقارب أفقي	5+5
٣	$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}x^2-2x\ln x}{x^4}$	5
٤	$f'(x)=\frac{1-2\ln x}{x^3}$	5
٥	ينعدم المشتق عند $x=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$	5
٦	$f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$	5
٧	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \sqrt{e} & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & \| -\infty & \nearrow & \frac{1}{2e} & \searrow & 0 \end{array}$	5+5
٨	$f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$ قيمة كبرى محلياً	5
٩	$f(1)=0$ ومنه نقطة التماس $A(1,0)$	5
١٠	ميل المماس $m=f'(1)=1$	5+5
١١	$\Delta: y=x-1$	5

١١) الرسم :

5 مماس + 5 رسم الخط



Scanned with CamScanner

١٢	حساب المساحة $S=\int_a^b f(x)\,dx$	5
١٣	$S=\int_1^e x^{-2}\ln x\,dx$	2 لحد التكامل
١٤	$\begin{array}{l\|l} u=\ln x & u'=\frac{1}{x} \\ \hline v'=x^{-2} & v=-\frac{1}{x} \end{array}$	2+2
١٥	$S=[-\frac{1}{x}\ln x]_1^e-\int_1^e -\frac{1}{x^2}dx$	2
	$S=[-\frac{1}{x}\ln x-\frac{1}{x}]_1^e$	
١٦	$S=-\frac{1}{e}-\frac{1}{e}+0+1=1-\frac{2}{e}$	2
	المجموع	100

انتهى السلّم

Scanned with CamScanner

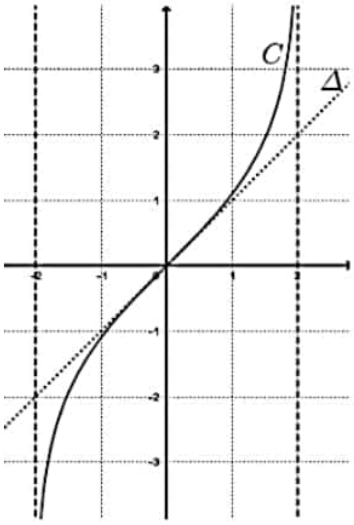
Scanned with CamScanner

الرياضيات

امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2017
(الفرع العلمي - الدورة الثانية)
الصفحة الأولى

الاسم :
الرقم :
المدة :
الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال



السؤال الأول : نتأمل C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]-2,+2[$ والمطلوب :

1) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim_{x\to(-2)^+} f(x)$

2) أوجد $f(0)$ و $f'(0)$

3) هل التابع f فردي أم زوجي ؟

4) اكتب معادلة المماس Δ

السؤال الثاني : اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'

$$(d)\ \begin{cases} x = t+1 \\ y = -3t+2 \ : t \in R \\ z = -3t+3 \end{cases} \quad \text{و} \quad (d')\ \begin{cases} x = s \\ y = -3s-3 \ : s \in R \\ z = -s+1 \end{cases}$$

وهل المستقيمان d و d' في مستو واحد ؟ علل إجابتك .

السؤال الثالث :

حل المعادلة التفاضلية الآتية : $2\acute{y} + 3y = 0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4,1)$

السؤال الرابع : نتأمل في المعلم المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لدينا النقطتين : $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي : $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

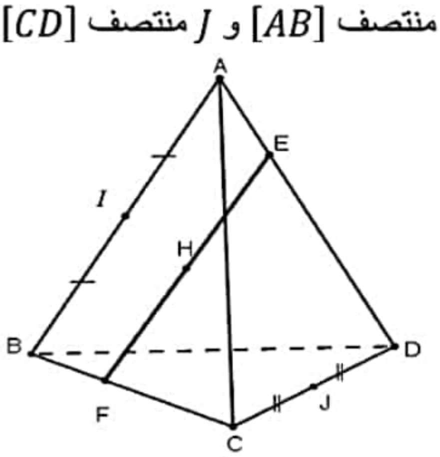
1) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة

2) أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

التمرين الثاني : ليكن $ABCD$ رباعي الوجوه. وليكن α عدد حقيقي ، و I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[CD]$ النقطتان E و F معرفتان بالعلاقتين :

$$\overrightarrow{AE} = \alpha\,\overrightarrow{AD} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{BF} = \alpha\,\overrightarrow{BC}$$

و أخيراً H هي منتصف $[EF]$ أثبت أنّ النقاط I و J و H تقع على استقامة واحدة



يتبع في الصفحة الثانية

Scanned with CamScanner

التمرين الثالث : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$ المطلوب :

1) أثبت أنّ z^8 عدد حقيقي
2) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة M' صورة النقطة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ واكتبه بالشكل الأسي .

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D = R\backslash\{-3\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع بالشكل : $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$
2) أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$
3) احسب $I = \int_0^2 f(x)\ d(x)$.

<u>ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين :</u> (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق :

$f(x) = x + x(\ln x)^2$ وليكن $g(x) = (\ln(x) + 1)^2$ والمطلوب :

1) أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.
2) أثبت أن $f'(x) = g(x)$.
3) حل المعادلة $g(x) = 0$.
4) نظم جدول تغيرات f .
5) اكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x = \frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C .

المسألة الثانية : يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم صنَعت الورشة A منها 600 قلم وصنعت البقية الورشة B هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال . في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال

نسحب عشوائيا قلماً من الطلب . نرمز بالرمز A إلى الحدث (القلم مصنوع في الورشة A)

وبالرمز B إلى الحدث (القلم مصنوع في الورشة B)

وبالرمز D إلى الحدث (القلم غير صالح للاستعمال D)

1) أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .
2) احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال .
3) إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A .
4) نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً . وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب $P(X = 0)$.

انتهت الأسئلة

Scanned with CamScanner

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات – نظام حديث

الدورة الامتحانية ثانية لعام ٢٠١٧م

Scanned with CamScanner

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تمثيل بياني
٢	السؤال الثاني	هندسة
٣	السؤال الثالث	تفاضلية
٤	السؤال الرابع	المستوي المحوري
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	أشعة
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	عقدية
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	تكامل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة تحليل
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة احتمالات

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

حقل الأحاد بالعشرات.

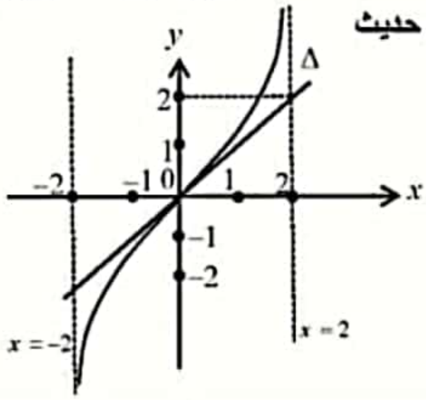
حقل العشرات بالمئات.

Scanned with CamScanner

سلم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي مادة الرياضيات الدرجة : /٦٠٠/ درجة

الدورة الامتحانية الثانية لعام ٢٠١٧م – نظام حديث

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً:

حيث C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]-2 , +2[$

والمطلوب:

1- احسب $\lim_{x \to -2} f(x)$ ، $\lim_{x \to 2} f(x)$

2- أوجد $f(0)$ ، $f'(0)$

3- هل التابع f فردي ام زوجي

4- اكتب معادلة المماس Δ

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim_{x \to -2} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to 2} f(x) = +\infty$	2×10
٢	$f'(0) = 1 , f(0) = 0$	2×5
٣	فردي	5
٤	$y = x$	5
	المجموع	40

السؤال الثاني: اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'

$$d : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \qquad و \qquad d' : \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 \\ z = -s + 1 \end{cases} \quad s \in \mathbb{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوٍ واحد؟ علّل إجابتك.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	شعاع توجيه d $v_d(1, -3, -3)$	10
٢	شعاع توجيه d' $v_{d'}(1, -3, -1)$	10
٣	المركبات غير متناسبة . v_d و $v_{d'}$ غير مرتبطان	5
٤	الحل المشترك للمعادلتين	5
٥	الإصلاح والنتيجة	5
٦	المستقيمان لا يقعان في مستوي واحد	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في إحدى الخطوتين ١أو٢ وجعل المركبات متناسبة واستنتج أن المستقيمان متوازيان ويقعان في مستو واحد يخسر 15درجة

Scanned with CamScanner

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	شعاع توجيه d $v_d(1,-3,-3)$	10
٢	شعاع توجيه d' $v_{d'}(1,-3,-1)$	10
٣	المركبات غير متناسبة . v_d و $v_{d'}$ غير مرتبطان	5
٤	اختيار نقطتين $t=0 \quad A(1,2,3)$ $s=0 \quad B(0,-3,1)$ $\overrightarrow{AB}(-1,-5,-2)$	5
٥	نبحث عن a,b $\overrightarrow{AB}=a\overrightarrow{v_d}+b\overrightarrow{v_{d'}}$ $(-1,-5,-2)=(a+b,-3a-3b,-3a-b)$ $a+b=-1 \quad (1)$ $-3a-3b=-5 \quad (2)$ $-3a-b=-2 \quad (3)$	5
٦	بضرب(1) بـ 3 وجمع مع(2) نجد $0=-8$ مستحيلة فالأشعة $\overline{v_{d'}}$ ، $\overline{v_d}$ ، $\overline{AB}$عير مرتبطة خطياً والمستقيمان لا يقعان في مستو واحد	5
	المجموع	40

<u>السؤال الثالث:</u> حل المعادلة التفاضلية الآتية: $2y'+3y=0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4,1)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	الوصول إلى $y=k\,e^{-\frac{3}{2}x}$	5 +10 10دستور + 5 التعويض
٢	التعويض بإحداثيات النقطة A	5
٣	الإصلاح	5+5
٤	الوصول إلى قيمة k	5
٥	الحل النهائي	5
	المجموع	40

<u>السؤال الرابع:</u> نتأمل، في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقطتين $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$. والمطلوب:

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	حساب مركبات $\overline{AB}(-1,-2,0)$	5×2
٢	إحداثيات M منتصف AB $M(\frac{3}{2},-1,1)$	5×2
٣	معرفة الناظم $\vec{n}=\overline{AB}$	5
٤	كتابة معادلة المستوي	5
٥	التعويض + كتابة النتيجة	5+5
	المجموع	40

Scanned with CamScanner

طريقة ثانية :

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	افتراض $M(x,y,z)$ من المستوي المحوري	5
٢	$\lVert\overrightarrow{AM}\rVert=\lVert\overrightarrow{BM}\rVert$	15
٣+٤+٥	القانون و التعويض والإصلاح	5+10+5
	المجموع	40

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق ما يأتي: $u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

1- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة.

2- أثبت أن $0\leq u_n\leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

طريقة أولى للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	افتراض تابع $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x} \quad :x\geq0$	
١	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	2×5
٢	$f'(x)<0$ + التعليل	5+5
٣	fمتناقص ومنه المتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة ثانية للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٢	$u_{n+1}=\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}=\dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$	5
	$\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}>\sqrt{n+1}+\sqrt{n}$	5
٣	$\dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}<\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٤	$u_{n+1}<u_n$ المتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة ثالثة للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة

Scanned with CamScanner

١	$u_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٢	$u_{n+1}=\frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$	5
٣	$u_{n+1}-u_n=\frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+2}}{(\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$	5
٤	$\sqrt{n}\le\sqrt{n+2}$ $\sqrt{n}-\sqrt{n+2}\le 0$	5
٥	$u_{n+1}-u_n\ge 0$ فالمتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة أولى للطلب الثاني:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
	$\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\ge 0$ ومنه $u_n\ge 0$	5
	$u_{n+1}=\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}=\frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}\le 1$	5+5
	المجموع	20

التقارب والنهاية

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
٤	المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى متقاربة	5
٥	$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=0$	5+5
	المجموع	15

ملاحظة: إذا أثبت الطالب أن $1\ge u_n\ge 0$ مستعملاً البرهان بالتدريج

التزميز $E(n)$ درجتان

إثبات $E(0)$ 3 درجات

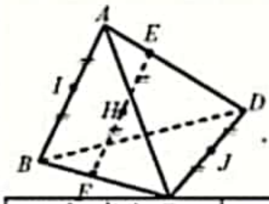
افتراض $E(n)$ صحيحة 5 درجات

اشتقاق التابع وتناقصه 5+5 درجات

يخسر درجتان لكتابة إلى $f(u_n)=u_{n+1}$

Scanned with CamScanner

السؤال السادس : (٦٠ درجة)



التمرين الثاني:

$ABCD$ رباعي وجوه و عدد حقيقي. I و J هما، بالترتيب ، منتصفا $[AB]$ و $[CD]$.

و E و F نقطتان تحققان العلاقتين: $\overrightarrow{AE} = a\,\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF} = a\,\overrightarrow{BC}$ وأخيراً H هي منتصف $[EF]$.

أثبت أن I و J و H تقع على استقامة واحدة.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{BF} = a\overrightarrow{BC}$ ومنه F مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B,1-a)$ (c,a)	5+5
٢	$\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AD}$ ومنه E مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A,1-a)$ (D,a)	5+5
٣	H مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(E,1)$ $(F,1)$	5+5
	$(H,2)$ مركز الأبعاد المتناسبة لرؤوس رباعي الوجوه	
٤	$(I,2-2a)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(A,1-a)$ $(B,1-a)$	5+5
٥	$(J,2a)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقط (B,a) (C,a)	5+5
٦	ومنه H مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(J,2a)$ $(I,2-2a)$	5
٧	فالنقط على استقامة واحدة	5
	المجموع	60

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{IH} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EH}$	5
٢	$\overrightarrow{IH} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FH}$	5
٣	$2\overrightarrow{IH} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF}$	5
٤	$2\overrightarrow{IH} = a\overrightarrow{AD} + a\overrightarrow{BC}$	5
٥	$2\overrightarrow{IH} = a(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$ (1)	5
٦	$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DJ}$	5
٧	$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CJ}$	5
٨	$2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$ (2)	5
	نعوض (2) في (1)	
٩	$2\overrightarrow{IH} = a(2\overrightarrow{IJ})$ أي $\overrightarrow{IH} = a(\overrightarrow{IJ})$	5
١٠	$\overrightarrow{IJ}$ ، $\overrightarrow{IH}$ مرتبطان خطياً إذاً H, J, I على استقامة واحدة	5
	المجموع	60

طريقة ثالثة:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	نختار معلم كيفي: $(B;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA})$	5
	$D(0,1,0)$ ، $A(0,0,1)$ ، $B(0,0,0)$ ، $F(a,0,0)$	2×5
	نوجد $E(x,y,z)$	5
	$\overrightarrow{AE} = a\overrightarrow{AD} \Rightarrow (x,y,z-1) = (0,a,-a)$	2×3
	$x=0\ ,\ y=a\ ,z=1-a$	2×3
	$I(0,0,\frac{1}{2})$ $J(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$ $\overrightarrow{IJ}(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$	3×3
	منتصف EF $H(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{1-a}{2}) \Rightarrow \overrightarrow{IH}(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{-a}{2})$	2×3 3القانون
	الشعاعان مركبتاهما متناسبة فهمامرتبطان خطياً وبالتالي H, J, I على استقامة واحدة	5+5

Scanned with CamScanner

التمرين الثالث : : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z=-1+i$. والمطلوب

❶ اثبت أن z^8 عدداً حقيقياً.

❷ جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ وأكتبه بالشكل الأسي .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$z^8=(z^2)^4=((-1+i)^2)^4$	5
٢	$z^8=(1-2i-1)^4$ ، $i^2=-1$	5
٣	$z^8=(-2i)^4=16i^4=16$	2+3+5
٤	$z'-a=e^{i\frac{\pi}{4}}(z-a)$	10
٥	$z'=e^{i\frac{\pi}{4}}(-1+i-1-i)+1+i$	5
٦	$z'=e^{i\frac{\pi}{4}}(-2)+1+i$	5
٧	$z'=-2e^{i\frac{\pi}{4}}+\sqrt{2}.e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٨	$z'=(-2+\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٩	$z'=-(2-\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
١٠	$z'=(-2+\sqrt{2})\,e^{i\frac{\pi}{4}}\,e^{\pi}$	3
١١	$z'=(2-\sqrt{2})e^{i\frac{5\pi}{4}}$	2
	المجموع	60

طريقة (٢) الطلب (١):

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$r=\sqrt{2}$	2
٢	$\theta=\frac{3\pi}{4}$	2
٣	$z=\sqrt{2}e^{3\frac{\pi}{4}i}$	4
	$z^8=(\sqrt{2})^8e^{8(3\frac{\pi}{4}i)}$	2 +2+2
	$=16\,.\,e^{i6\pi}=16(1)=16$	2 +2+2

Scanned with CamScanner

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\setminus\{-3\}$ وفق : $f(x)=\frac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع f بالشكل $f(x)=ax+b+\frac{1}{x+3}$

2) أثبت أن المستقيم $y=ax+b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

3)احسب $\int_0^2 f(x)dx$

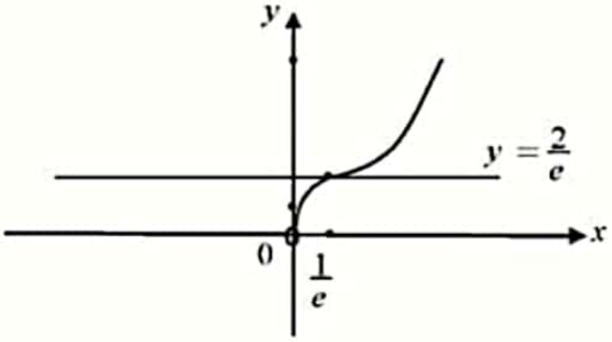
الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$x+3\,\overline{)\,x^2+2x-2\,}$ الناتج $x-1$ x^2+3x $-x-2$ $-x-3$ 1	5 5 5
٢	$f(x)=x-1+\frac{1}{x+3}$	5
٣	$g(x)=f(x)-x-1=\frac{1}{x+3}$	5+5 قانون + نتيجة
٤	$\lim_{x\to\infty}(\frac{1}{x+1})=0$ Δ مقارب مائل	5
٥	$\int_0^2(x-1+\frac{1}{x+3})dx=[\frac{x^2}{2}-x+\ln(x+3)]_0^2$	5×3
٦	$2-2+\ln5-\ln3=\ln5-\ln3$	5×2
	المجموع	60

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[=I$ وفق $f(x)=x+x(\ln x)^2$. وليكن $g(x)=(\ln(x)+1)^2$ والمطلوب:

1. أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.
2. اثبت ان $f'(x)=g(x)$
3. حل المعادلة $g(x)=0$.
4. نظم جدول بتغيرات f .
5. أكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x=\frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C.

Scanned with CamScanner

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$	5
٢	$f(x)=x+4(\sqrt{x}\ \ln\sqrt{x})^2$ $\lim\limits_{x\to 0} x\ \ln x\ =0$	2×5
٥	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$	10
٦	$f'(x)=1+(\ln x)^2+2\ln x\,.\frac{1}{x}\,x$	2 + 5 + 5
٧	$f'(x)=(\ln x)^2+2\ln x+1$	5
٨	$=(\ln(x)+1)^2=g(x)$	3
٩	$\ln(x)+1=0$ ومنه $g(x)=0$	5
١٠	$x=\frac{1}{e}$ ومنه $\ln(x)=-1$	5+5
١١	$f(\frac{1}{e})=\frac{2}{e}$	5
١٢	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{e} & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & + & \\ \hline f(x) & 0 & \nearrow & \frac{2}{e} & \nearrow & +\infty \end{array}$	5 5
١٣	قانون المماس	قانون المماس5 تعويض5
١٥	معادلة المماس	5
١٦		5+5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإزالة حالة عدم التعيين:

١	$\ln(x)=t \Rightarrow x=e^t$	2+2
٢	$x\longrightarrow 0 \Rightarrow t=-\infty$	
٣	$f(x)=e^t+e^t t^2$	2+2+2
٤	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ t\to -\infty}} f(x)=\lim\limits_{t\to -\infty}(\underset{\searrow 0}{e^t}+\underset{\searrow 0}{e^t t^2})$	
٥	$0+0=0$	5

Scanned with CamScanner

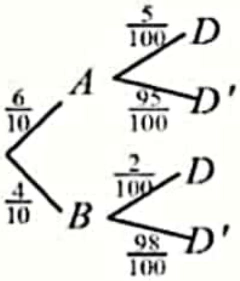
<u>المسألة الثانية</u> : يضمّ مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم، صنعت الورشة A منها 600 قلماً وصنعت البقية الورشة B. هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال، في حين تكون نسبة 2% من اقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال. نسحب عشوائياً قلماً من الطلب. نرمز بالرمز A إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة A» وبالرمز B إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة B » وبالرمز D إلى الحدث «القلم غير صالح للاستعمال ».

❶ أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.

❷ احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال.

❸ إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A .

❹ نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب $P(X = 0)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
		5+30
	$P(D')=\frac{6}{10}\cdot\frac{95}{100}+\frac{4}{10}\cdot\frac{98}{100}$	5×4+5
	$P(D')=\frac{570}{1000}+\frac{392}{1000}=\frac{962}{1000}$	5
	$P(A\mid D')=\frac{P(A\cap D')}{P(D')}=\frac{\frac{6}{10}\times\frac{95}{100}}{\frac{962}{1000}}=\frac{570}{962}$	5×4
	عدد الأرقام غير الصالحة : $\frac{5\times600}{100}=30$	2
	$P(X=0)=\frac{\binom{30}{2}}{\binom{600}{2}}=\frac{29}{20\times599}$	3+3 5 للتوافيق 2 للنتيجة
	المجموع	100

<u>**انتهى السلم**</u>

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

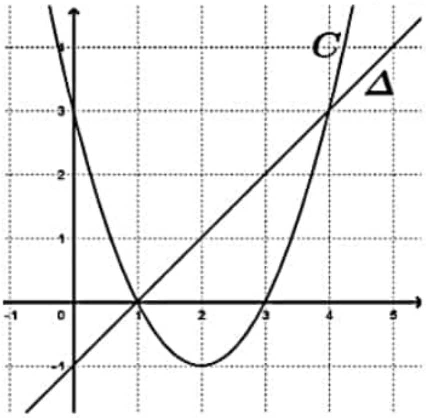
الرياضيات

امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2018
(الفرع العلمي - الدورة الأولى)
الصفحة الأولى

الاسم :
الرقم :
المدة :
الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R والمطلوب :



1) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

2) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

3) ما هي حلول المعادلة $f(x) = y_\Delta$

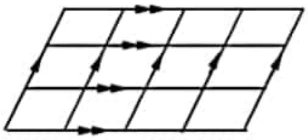
4) اكتب معادلة المستقيم Δ

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي $P: x + 2y + z - 1 = 0$

احسب بعد النقطة A عن المستوي P ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P

السؤال الثالث : في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب :



احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة

السؤال الرابع : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{3+cosx}$

1) أثبت محدودية f

2) استنتج $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{3+cosx}$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M, C, B, A التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية :

$a = -1 - i$, $b = 1 - i$, $c = 2i$, $m = -1 + i$ والمطلوب :

1) مثّل الأعداد $a = -1 - i$, $b = 1 - i$, $c = 2i$, $m = -1 + i$ في المستوي

2) احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\left(\frac{\pi}{2}\right)$

3) أثبت أنّ النقاط B, O, M تقع على استقامة واحدة

4) احسب $arg\frac{c-d}{m}$ واستنتج أنّ (OM) و (DC) متعامدان

يتبع في الصفحة الثانية

Scanned with CamScanner

التمرين الثاني : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتان وفق :

$$u_n = 5 - \frac{1}{n} \qquad v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$$

1) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة
2) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متناقصة
3) هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

التمرين الثالث : ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية .

الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات

فإذا علمت أنّ احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$

$P(X=0) = \frac{1}{27}$ و $P(X=1) = \frac{6}{27}$

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$		

1) جد $P(X=2)$ و $P(X=3)$
2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟
3) ما تباين المتحول العشوائي X ؟

التمرين الرابع : ليكن $J = \int_0^{ln2} \frac{e^x}{e^x+2}dx$ و $I = \int_0^{ln2} \frac{2}{e^x+2}dx$ والمطلوب :

1) احسب J
2) احسب $I + J$ ثم استنتج I

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين: (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = ln(e^{-x}+1)$

1) جد نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة ؟
2) أثبت أنّ $f(x) = -x + ln(e^x+1)$
3) أثبت أنّ المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$
4) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها
5) ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C

المسألة الثانية : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$

1) أثبت أن النقاط C, B, A ليست على استقامة واحدة
2) أثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة : $x + 3y - 3z - 4 = 0$
3) ليكن المستويان P و Q معادلتهما :

$$P: x + 2y - z - 4 = 0$$
$$Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$$

أثبت أنّ المستويين يتقاطعان في الفصل المشترك d الذي تمثيله الوسيطي :

$$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad : t \in R$$

4) ماهي نقطة تقاطع المستويات P و Q و (ABC)
5) احسب بعد A عن المستقيم d

انتهت الأسئلة

Scanned with CamScanner

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٨م

حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية

Scanned with CamScanner

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تمثيل بياني
٢	السؤال الثاني	أشعة
٣	السؤال الثالث	تحليل توافقي
٤	السؤال الرابع	تحليل
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	عقدية
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	متتاليات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	احتمالات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	تكامل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة تحليل
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة أشعة

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

حقل الأحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

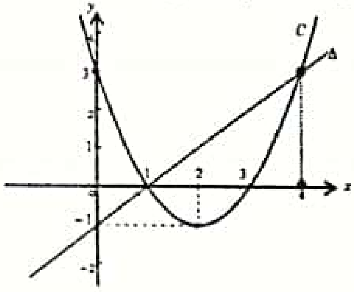
Scanned with CamScanner

سلم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي مادة الرياضيات الدرجة : /٦٠٠/ درجة

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٨م

أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$. والمطلوب



1- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

2- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3- ما حلول المعادلة $f(x)=y_{\Delta}$.

4- اكتب معادلة المستقيم Δ.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	القيمة الحديّة $f(2)=-1$	5
٢	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$	5
٣	حلول المعادلة $f(x)=y_{\Delta}: \left. \begin{matrix} x=1 \\ x=4 \end{matrix} \right\}$	5 5
٤	معادلة المستقيم Δ: الميل قانون + النتيجة المعادلة	5+5 5(قانون)+5(معادلة)
	المجموع	40

ملاحظة: ١- إذا كتب في الخطوة (2) $(1,0)$ و $(4,3)$ ينال الدرجات المخصصة للخطوة.

٢- أي طريقة صحيحة لإيجاد معادلة المستقيم Δ ينال الدرجات المخصصة.

٣- إذا ذكر صراحةً يبلغ القيم الحدّية في النقطة (2,-1) ينال درجة الخطوة الأولى.

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي P الذي معادلته:

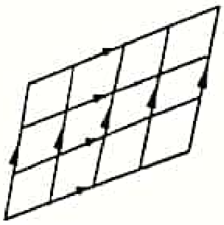
$p: x+2y+z-1=0$ **والمطلوب :**

احسب بعد النقطة A عن المستوي P ، ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	دستور البعد	5
٢	تعويض البسط	5
٣	تعويض المقام	5
٤	النتيجة	5
٥	معادلة الكرة: القانون	5
٦	معرفة البعد $dist(A,p)=R$	5
٧	تعويض في معادلة الكرة + نتيجة	5 + 5
	المجموع	40

Scanned with CamScanner

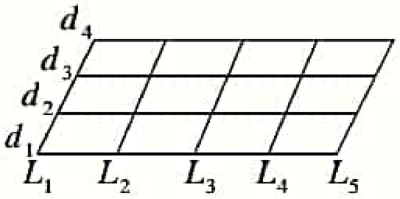
السؤال الثالث:



في الشكل المجاور نتأمّل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية، تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب : احسب عدد متوازيات الإضلاع في الشبكة.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	معرفة عدد طرائق تشكيل مستقيمين متوازيين من المستقيمات المتوازية الأولى $\binom{5}{2}$	5
٢	معرفة عدد طرائق تشكيل مستقيمين متوازيين من المستقيمات المتوازية الثانية $\binom{4}{2}$	5
	عدد متوازيات الأضلاع	
٣	الجداء	5
٤	قيمة كل من التوافيق	10 + 10
٥	النتيجة	5
	المجموع	40

طريقة (2):



نلاحظ أن عدد متوازيات الأضلاع الشبكة بين المستقيمين d_1 و d_2 هي $1+2+3+4=10$ 10+5

عدد متوازيات الأضلاع الشبكة بين المستقيمين L_1 و L_2 هي $1+2+3=6$ 10+5

ومنه عدد متوازيات الأضلاع $6\times10=60$ 10

طريقة (3):

مناقشة عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها $\{1,1\}$ تساوي 12
عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها $\{1,2\}$ تساوي 20
عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها $\{1,3\}$ تساوي 10
عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها $\{1,4\}$ تساوي 3
عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها $\{2,2\}$ تساوي 6
عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها $\{2,3\}$ تساوي 6
عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها $\{3,3\}$ تساوي 2
عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها $\{3,4\}$ تساوي 1
فيكون عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة يساوي $60=1+2+6+6+3+10+20+12$

في حال إهمال حالة من الحالات يخسر 5 درجات.

ملاحظات:

١- في حال كتب الطالب علاقة توافقية غير منسجمة ينال درجة ايجاد ناتج التوافيق فقط.
٢- في الخطوتين الأولى والثانية إذا كتب تراتيب عوضاً عن التوافيق يخسر درجات الخطوتين والنتيجة الأخيرة.

Scanned with CamScanner

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$

1- أثبت محدودية f .

2- استنتج . $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{3+\cos x}$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$-1\leq\cos x\leq1$	5
٢	إضافة 3 لأطراف المتراجحة	5
٣	الأصلاح (المقلوب)	5 + 5
٤	النتيجة: $\frac{1}{4}\leq f(x)\leq\frac{1}{2}$	5
٥	الضرب بـ: x^2	5
٦	معرفة: $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{4}=+\infty$	5
٧	معرفة النتيجة	5
	المجموع	40

طريقة ثانية:

إذا درس الطالب تغيرات التابع f على مجال طوله 2π (دور التابع) لإثبات محدوديته، وتوصل إلى النتيجة الموافقة ينال الدرجات المخصصة

Scanned with CamScanner

ثانيا: حل التمارين الاربعة الاتيه: (60 درجه لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M, C , B ,A التي تُمثلهما على الترتيب الأعداد العقدية $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$

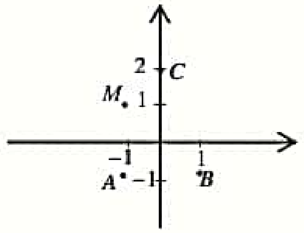
والمطلوب:

1) مثّل الأعداد $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$ في المستوي.

2) احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) أثبت أن النقاط M و O و B تقع على استقامة واحدة.

4) احسب $\arg\frac{c-d}{m}$ ، واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	على الرسم مباشرة أو تمثيلها بثنائيات 	2×4=8
٢	حساب قانون + نتيجة $d=ic=-2$	6×2
٣	إثبات وقوع النقط على استقامة واحدة: طريقة (1): الارتباط الخطي لشعاعين – كتابة الشعاعين- التعليل طريقة (2): نسبة عددين عقديين (عدد حقيقي) طريقة (3): كتابة معادلة مستقيم مار من نقطتين والتحقق من أن النقطة تنتمي المستقيم طريقة (4): استعمال الرسم مع التعليل الصريح طريقة (5): استعمال إحدى التحويلات الهندسية (دوران أو تناظر).	3×5
٤	حساب الزاوية التعويض في العلاقة $\frac{c-d}{m}$	5
٥	الإصلاح في الطرفين	5+5
٦	نتيجة	5
٧	استنتاج تعامد المستقيمين (oM) و (DC)	5
	المجموع	60

ملاحظة: يمكن الاعتماد على الرسم مع التعليل الهندسي في الخطوات الثانية والسابعة

Scanned with CamScanner

لسؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$، $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان وفق: $u_n = 5 - \frac{1}{n}$ ، $v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$ والمطلوب:

1- اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة.

2- اثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ متناقصة.

3- هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$، $(v_n)_{n\geq 1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إثبات التزايد:	
	طريقة (1): $u_{n+1}-u_n>0$ يوجد u_{n+1} يحسب الفرق + النتيجة	5+10+5
	طريقة (2): التابع + مشتق + نتيجة	5+10+5
	طريقة (3): النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ + التعليل الدقيق للخطوات + النتيجة	5+10+5
	طريقة (4): التدريج ذكر العلاقة + خطوات التدريج + النتيجة	3+15+2
٢	إثبات تناقص $(v_n)_{n\geq 1}$: بنفس الأسلوب	5+10+5
٣	نهاية الفرق ← إيجاد الفرق	5
	النهاية	10
	استنتاج التجاور	5
	المجموع	60

ملاحظة: - أذا كتب الطالب: $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = 5$

$\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = 5$

$\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = \lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ ينال درجات الخطوة الثالثة

ملاحظة: في الخطوة (٣) إذا اكتفى الطالب بالإجابة بكلمة نعم دون تعليل الإجابة يخسر ١٥ درجة

Scanned with CamScanner

السؤال السابع : (٦٠ درجة)

التمرين الثالث: ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات، فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$ و $\mathbb{P}(X=0)=\frac{1}{27}$ و $\mathbb{P}(X=1)=\frac{6}{27}$

k	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{\cdots}{\cdots}$	$\frac{\cdots}{\cdots}$

1) جد $\mathbb{P}(X=3)$, $\mathbb{P}(X=2)$

2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X؟

3) ما تباين المتحول العشوائي X؟

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إيجاد $P(x=2)$ قانون + تعويض + نتيجة إيجاد $P(x=3)$ تعويض + نتيجة	10+5+5 5 × 2
٢	حساب التوقع الرياضي $E(X)=np$ تعويض + نتيجة	5 × 3
٣	إيجاد التباين $v(X)=npq$ تعويض + نتيجة	5 × 3
	المجموع	60

ملاحظة: في حال كتب الطالب : $P(x=2)=\frac{12}{27}$ و $P(x=2)=\frac{8}{27}$ ينال الدرجات المخصصة ضمناً.

ملاحظة: حساب التوقع أو التباين اعتماداً على الجدول ينال الدرجات المخصصة.

Scanned with CamScanner

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

التمرين الرابع: ليكن $J = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x + 2} dx$ ، $I = \int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^x + 2} dx$ والمطلوب

1- احسب J.

2- احسب $I + J$ ثم استنتج I.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	التابع الأصلي التعويض	15 لكل حد 5 × 2
٢	ناتج مجموع $J + I$	5 × 2
٣	التابع الأصلي الناتج	10 5
٤	$I = \ln 2 - J$ + الناتج	5+5
	المجموع	60

Scanned with CamScanner

السؤال التاسع :

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$

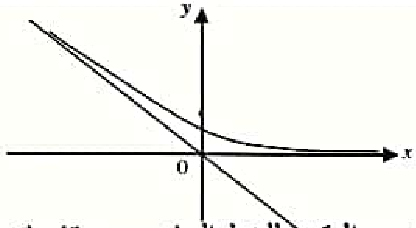
1- جد نهاية f عند $-\infty$. وعند $+\infty$، هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة؟

2- اثبت أن $f(x) = -x + \ln(e^{x}+1)$

3- اثبت أن المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

4- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

5- ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	حساب : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ نعم أو (يذكر المقارب $y = 0$)	10 10 5
٢	طريقة (١) $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$ $f(x) = \ln(e^{-x}(1+e^{x}))$ $f(x) = \ln(e^{-x}) + \ln(1+e^{x})$ $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ طريقة (٢) $f(x) = \ln(\frac{1}{e^{x}}+1)$ (5 درجات) $f(x) = \ln(\frac{1+e^{x}}{e^{x}})$ (5 درجات) $f(x) = \ln(1+e^{x}) - \ln(e^{x})$ (5 درجات) $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ (5 درجات) طريقة (٣) $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ $f(x) = \ln(e^{-x}) + \ln(e^{x}+1)$ (5 درجات) $f(x) = \ln(e^{-x}(1+e^{x}))$ (5 درجات) $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$ (5+5 درجات)	5 5 + 5 5
٣	$f(x) - y_{\Delta} = \ln(e^{x}+1)$	5
٤	حساب النهاية	10
٥	$f'(x) = \frac{-e^{-x}}{1+e^{-x}}$	15
٦	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 \end{array}$	5 5
٧	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته	رسم C 5 رسم المقارب المائل 5 المقارب الأفقي 5
	المجموع	100

Scanned with CamScanner

السؤال العاشر :

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$ والمطلوب

1) اثبت أن النقاط C,B,A ليست على استقامة واحدة .

2) اثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $x+3y-3z-4=0$

3) ليكن المستويان $Q\ ,P$ معادلتهما : $P:\ x+2y-z-4=0$

$Q:\ 2x+3y-2z-5=0$

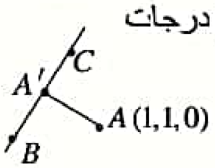
أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية : $d:\begin{cases} x=t-2 \\ y=3 \quad ,t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$

4) ما هي نقطة تقاطع المستويات $P\ ,Q\ ,(ABC)$.

5) احسب بعد A عن المستقيم d.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إيجاد مركبات الشعاعين	5+5
٢	الشعاعين غير مرتبطين خطياً	5
٣	**طريقة (١):** نفرض $\overline{n}(a,b,c)$ يحقق $\overline{n}.\overline{AB}=0$ $\overline{n}.\overline{AC}=0$ إيجاد ناظم للمستو الوصول إلى معادلة المستوي (ABC) **طريقة (٢):** افتراض $M(x,y,z)$ تنتمي إلى المستوي (ABC) تحقق $\overline{AM}=\alpha\overline{AB}+\beta\overline{AC}$ (5 درجات) التعويض والإصلاح (15 درجة) الوصول إلى معادلة المستوي (ABC) (5 درجات) **طريقة (٣)** : تعويض النقاط A ، B ، C في معادلة المستوي والتحقق من انتمائها (25 درجة) **طريقة (٤):** $ax+by+cz+d=0$ تعويض النقاط (15 درجة) حل جملة المعادلات والوصول إلى المعادلة (10 درجات)	5 5 10 5
٤	الفصل المشترك **طريقة أولى** التعويض بمعادلتي المستويين والتحقق (5+10+10 درجات) **طريقة ثانية** الوصول إلى المعادلات الوسيطية بعزل أحد المجاهيل. **طريقة ثالثة** اختيار نقطتين من الفصل المشترك وإثبات أنهما تنتميان إلى المستويين Q و p **طريقة رابعة** اختيار نقطتين من الفصل المشترك وإيجاد شعاع توجيه لمستقيم الفصل المشترك ثم كتابة معادلة d	25

Scanned with CamScanner

٥	نقطة التقاطع **طريقة(١)** الحل المشترك للمعادلات الوسيطية مع المستوي (ABC) (15 درجة) الوصول إلى إحداثيات نقطة التقاطع (5 درجات) **طريقة(٢)** حل جملة المعادلات الثلاث والوصول إلى إحداثيات نقطة التقاطع (20 درجة)	20
٦	حساب البعد طريقة (١):تعيين $A'(a,b,c)$ المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d 1- $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{u_d}=0$ (3) درجات 2- $A'\in P$ و $A'\in Q$ (3) درجات 3- الحصول على إحدايات A' (3) درجات 4- حساب البعد (3) درجات 5- النتيجة (3) درجات طريقة (٢): 1- كتابة معادلة المستوي R المار بالنقطة A والعمودي على المستقيم d ناظم + معادلة (3+3) 2- الحل المشترك للمستوي R مع المستقيم d واستنتاج A' المسقط القائم للنقطة A على d (3) درجات 3- حساب البعد (3) درجات 4- النتيجة (3) درجات طريقة (٣): 1- بفرض $M(t-2,3,t)\in d$ (3) درجات 2- حساب AM^2 والكتابة $AM^2=2t^2-6t+13=f(t)$ (3) درجات 3- دراسة اطراد f أو الإتمام إلى مربع كامل (3) درجات 4- استنتاج قيمة t الموافقة أصغر قيمة للتابع f (3) درجات 5- حساب AM (3) درجات طريقة (٤):  وجود نقطتين من d مثل $B(-2,3,0)$ و $C(-1,3,1)$ وحساب $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ 1- حساب $\\|\overrightarrow{BC}\\|=\sqrt{2}$ و $\\|\overrightarrow{BA}\\|=\sqrt{13}$ (3) درجات 2- $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=3$ (3) درجات 3- $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA'}$ (3) درجات 4- الوصول إلى $\\|\overrightarrow{BA'}\\|=\frac{3}{\sqrt{2}}$ (3) درجات 5- حساب $AA'=\sqrt{\frac{17}{2}}$ حسب فيثاغورث في المثلث $AA'B$ (3) درجات	15
	المجموع	100

انتهى السلم

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

الرياضيات　　امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2018　　الاسم :
(الفرع العلمي - الدورة الثانية)　　الرقم :
الصفحة الأولى　　المدة :
الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على R والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

1) جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f

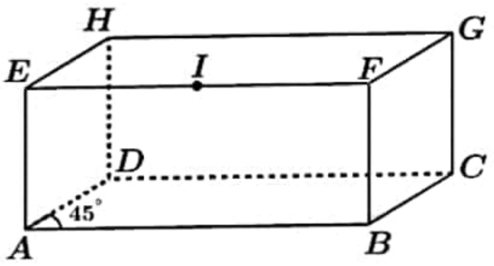
3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

4) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

السؤال الثاني :

$ABCD\ EFGH$ متوازي سطوح فيه $AB = 2$ و $BC = GC = 1$ وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي 45°

والنقطة I منتصف $[EF]$ والمطلوب :



1) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$

2) عيّن موضع النقطة M التي تحقق العلاقة :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاثة مهندسين وخمسة عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

السؤال الرابع :

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$ وفيها $u_0 = 1$ والمطلوب :

احسب u_3 استنتج قيمة المجموع $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

ليكن التابع f المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق : $f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$

1) ادرس تغيرات التابع f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها .

2) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً

3) اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3

يتبع في الصفحة الثانية

Scanned with CamScanner

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً . نتأمل المتحول العشوائي X الذي

يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء

و القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء و القيمة 0 عدا ذلك المطلوب

اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه الرياضي

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = e^x - 1$ المطلوب

1) جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$

2) احسب $\int_0^{ln2} f(x)\,dx$

التمرين الرابع :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين B و A اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان : $Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ و $Z_A = 4$ ولتكن I منتصف $[AB]$

1) مثّل النقطتين B و A في معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ واكتب Z_B بالشكل الأسي

2) بيّن طبيعة المثلث OAB وأثبت أنّ قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$

3) اكتب العدد العقدي Z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $sin\frac{\pi}{8}$

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(2,1,3)$ $B(1,0,-1)$ $C(4,0,0)$ $D(0,4,0)$ $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$

2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة

3) أثبت أنّ (AB) يعامد المستوي (CDE)

4) اكتب معادلة المستوي (CDE)

5) احسب بعد B عن المستوي (CDE)

6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE)

المسألة الثانية :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = x^2 - \ln x$ المطلوب :

1) جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3) اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$

4) في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C

5) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ و $x = e$

6) نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ حيث : $u_n = n^2 - ln(n)$ أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة

انتهت الأسئلة

Scanned with CamScanner

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	جدول التغيرات
٢	السؤال الثاني	أشعة
٣	السؤال الثالث	تحليل توافقي
٤	السؤال الرابع	متتالية
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	تابع مركب
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	تابع أسي
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	عقدية
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

مثال ذلك :

الآحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.
حقل الآحاد بالعشرات.
حقل العشرات بالمئات.

Scanned with CamScanner

اولا: اجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

1- جد $\lim f(x)$ ، $\lim f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f.

3- ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	2	8
	$+\infty$	8
٢	$y=2$	8
٣	حلان	8
٤	$f(2)=-1$ أو (-1)	8
	المجموع	40

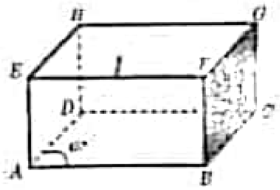
ملاحظة:

السؤال الثاني :

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح ، فيه $AB=2$ و $BC=GC=1$ ، وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$.
والنقطة I منتصف $[EF]$ المطلوب :

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$.

2- عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.



الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AD}=\Vert\overrightarrow{AB}\Vert.\Vert\overrightarrow{AD}\Vert\cos\theta$	5
٢	$\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AD}=2\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$	5+5
٣	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$	5
٤	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\frac{1}{2}(2\overrightarrow{FI})$	5+5
٥	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{AI}$	5
٦	M تنطبق على I	5
	المجموع	40

طريقة ثانية للطلب الثاني:

في حال اختار الطالب معلم كيفي مناسب وأوجد إحداثيات الرؤوس وإحداثيات M وأحداثيات I ووجد ان M تنطبق على I فان:
للإحداثيات 16 درجة
التعويض بالعلاقة المفروضة 4 درجات ، الوصول للنتيجة 5 درجات
أو الوصول إلى النتيجة بأي طريقة صحيحة ومبررة ينال الدرجات المخصصة

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\binom{3}{1}\binom{5}{2}=$	10+10
٢	$=3.\frac{5\times 4}{2}$	5+10
٣	$=3\times 10=30$	5
	المجموع	40

ملاحظات : ١- إذا كتب الطالب $\binom{5}{3}$ ينال فقط درجة النشر و الناتج (15) درجة.

٢- اختيار المهندس بثلاث طرائق (3) ينال (15) درجة.

٣- إذا جمع توافيق بخسر (20) درجة.

السؤال الرابع:

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ وفيها $u_0=1$ ، والمطلوب:

احسب u_3 ثم احسب المجموع $S=u_3+u_4+u_5+u_6+u_7$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$u_3=u_0\,q^3$	5
٢	$u_3=1\times(2)^3=8$ تعويض + نتيجة	5+5
٣	$S=u_3\times\frac{1-(q)^5}{1-q}$	10
٤	$S=8\times\frac{1-(2)^5}{1-2}$ (القيمة 8 + الأس)	5 + 5
٤	$S=\frac{8}{-1}.(1-32)=284$	5
	المجموع	40

ملاحظات :

١- الوصول إلى u_3 بشكل صحيح (15) درجة .

٢- المجموع بشكل صحيح (25) درجة.

Scanned with CamScanner

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس: (٦٠ درجة)

التمرين الأول: ليكن f التابع المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

1- ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها.

2- أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً.

3- اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-2$	5
٢	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$	5
٣	$f'(x)=1+\frac{1}{2\sqrt{x-2}}$	5
٤	$\begin{array}{c\|ccc} x & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & + & \\ \hline f(x) & \| -2 & \nearrow & +\infty \end{array}$	5+5
٥	f مستمر ومتزايد تماماً (مطرد)	5+5
٦	$f\ ]2,+\infty[=]-2,+\infty[$	5
٧	$0\in]-2,+\infty[$ للمعادلة حل وحيد	3+2
٨	$x=3\ ,\ f(x)=0$	5
٩	$f'(3)=\frac{3}{2}$	5
١٠	$y=\frac{3}{2}(x-3)$	3 + 2 نتيجة + قانون
	المجموع	60

ملاحظة: إذا حل الطالب المعادلة جبرياً وتوصل للحل المطلوب ينال الدرجات المخصصة للخطوات ٥ ، ٦ ، ٧

Scanned with CamScanner

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء، نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$X = \{0, 3, 5\}$	5
٢	$p(X=5)=\dfrac{\binom{5}{3}}{\binom{5}{3}}=\dfrac{10}{84}$	5+5+5
٣	$p(X=3)=\dfrac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}}=\dfrac{40}{84}$	5+5+5
٤	$p(X=0)=\dfrac{34}{84}$	5+5
	$\begin{array}{c\|ccc} x_i & 0 & 3 & 5 \\ \hline p(X=x_i) & \frac{34}{84} & \frac{40}{84} & \frac{10}{84} \end{array}$	
٥	$E(X)=\dfrac{170}{84}$ (قانون + تعويض + نتيجة)	5+5+5
	المجموع	60

Scanned with CamScanner

السؤال السابع : (٦٠ درجه)

التمرين الثالث :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=e^x-1$ والمطلوب :

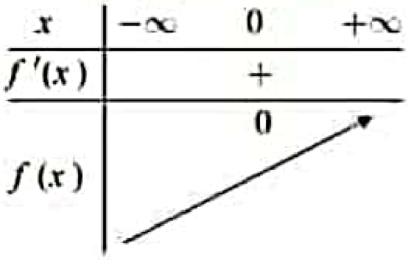
1- جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\leq 0$.

2- احسب : $\int_0^{\ln 2} f(x)d(x)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$e^x-1\leq 0$	5
٢	$e^x\leq 1$ ، $\ln(1)=0$	5+5
٣	$x\leq 0$ أو $x\in]-\infty,0]$	5
	$\int_0^{\ln 2} f(x)dx=\int_0^{\ln 2}(e^x-1)dx$	
٤	$=[e^x-x]_0^{\ln 2}$	10+10
٥	$F(\ln 2)-F(0)=(2-\ln 2)-(1-0)$	5+5+5
٦	$=1-\ln 2$	5
	المجموع	60

طريقة٢ للطلب الأول:

$f'(x)=e^x>0$ 5 درجات



5 درجات

5 درجات

من الجدول نجد أن: $f(x)\leq 0$ عندما $x\in]-\infty,0]$ 5 درجات

Scanned with CamScanner

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

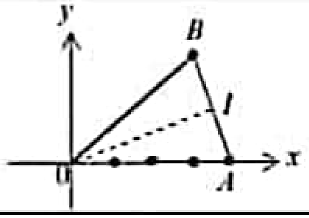
التمرين الرابع : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين A ، B اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان: $z_B = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}\,i$ ، $z_A = 4$ ولتكن I منتصف [AB] .

المطلوب:

1) مثّل النقطتين B ، A في معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ واكتب z_B بالشكل الأسي.

2) بيّن طبيعة المثلث OAB ، واثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overline{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$.

3) اكتب العدد العقدي z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $\sin(\frac{\pi}{8})$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	 درجتان لـ A و 3 لـ B	2+3
٢	$Z_B = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$ $r=\sqrt{8+8}=4$	5
٣	$\theta=\frac{\pi}{4}$	5
٤	$Z_B = 4e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٥	$OB = r = 4$, $OA = 4$ المثلث OAB متساوي الساقين	5
٦	OI متوسط في المثلث OAB المتساوي الساقين فهو منصف وقياس $(\vec{u},\overline{OI})=\frac{\pi}{8}$	5
٧	$I(2+\sqrt{2},\sqrt{2})$	5
٨	$Z_I = 2+\sqrt{2}+\sqrt{2}i$	5
٩	$r_I=\sqrt{(2+\sqrt{2})^2+2}$ $=\sqrt{8+8\sqrt{2}}$ أو $=2\sqrt{2+\sqrt{2}}$	5
١٠	$Z_I = 2\sqrt{2+\sqrt{2}}\,e^{i\frac{\pi}{8}}$	5
١١	$\sin\frac{\pi}{8}=\frac{y_I}{r}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ أو أي نتيجة مكافئة	5+5
	المجموع	60

Scanned with CamScanner

السؤال التاسع : ثالثا حل المسألتين الاثنتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا النقاط:

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{CE}$.

2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة .

3) أثبت أن (AB)يعامد المستوي (CDE).

4) اكتب معادلة المستوي (CDE).

5) احسب بعد B عن المستوي (CDE).

6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوى (CDE).

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overline{AB}=(-1,-1,-4)$ $\overline{CD}=(-4,4,0)$ $\overline{CE}=(-3,-1,1)$ $\frac{-4}{-3}\neq\frac{4}{-1}$ المركبات غير متناسبة والنقاط ليست على استقامة واحدة	3 3 3 6
٢	$\overline{AB}.\overline{CD}=4-4+0=0$ $\overline{AB}.\overline{CE}=3+1-4=0$	5 5
٣	$\overline{AB}$عمود على كل من $\overline{CD}$ و $\overline{CE}$ ومنه (AB) يعامد المستوي (CED)	5 5
٤	معرفة الناظم $\vec{n}(-1,-1,-4)$ كتابة المعادلة العامة للمستوي والتعويض الوصول إلى معادلة المستوي $x+y+4z-4=0$	10 5+10 5
٥	$dist(B,CDE)=\frac{7}{\sqrt{18}}$ قانون + تعويض + نتيجة	5+5+5
٦	معرفة أن $d=R=\frac{7}{\sqrt{18}}$	10
٧	معادلة الكرة + تعويض	5+5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

يمكن تعويض النقاط و الوصول إلى ثلاث معادلات بأربع مجاهيل	15 درجة
والإصلاح و الوصول إلى قيمة الوسطاء	10 درجات
كتابة معادلة المستوي	5 درجات

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي (CED):

لنفترض أن $M(x.y.z)\in(CED)$

$\overline{CM}=\alpha\overline{CD}+\beta\overline{CE}$ ، إيجاد مركبات $\overline{CM}$ ، تعويض في العلاقة 5 + 5 + 5

إيجاد α . β ، الوصول إلى معادلة المستوي 5 + 5 + 5

السؤال العاشر :

المسأله الثانيه:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x^2-\ln x$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .

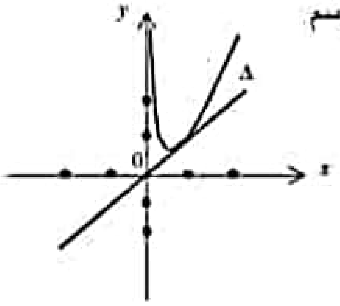
2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x=1$.

4- في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C.

5- احسب مساحة السطح المحصور بالخط البياني C ومحور الفواصل والمستقيمين $x=1$ ، $x=e$.

6- لنعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ حيث : $u_n=n^2-\ln(n)$. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to0} f(x)=+\infty$	5
٢	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ إزالة عدم التعيين + النهاية	5+5
٣	$f'(x)=2x-\frac{1}{x}$	5
٤	ينعدم $f'(x)$ عندما $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ و ($x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ مرفوض)	2+3
٥	$f(\frac{1}{\sqrt{2}})=\frac{1}{2}-\ln\frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $f(\frac{1}{\sqrt{2}})=\frac{1}{2}+\ln\sqrt{2}$	5
٦	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{\sqrt{2}} & & +\infty \\ \hline f'(x) & \\| & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & \\| +\infty & \searrow & \frac{1}{2}+\ln\sqrt{2} & \nearrow & +\infty \end{array}$	5+5
٧	$f(1)=1$ $f'(1)=1$	5 5
٨	معادلة المماس $y=x$	5
٩	الرسم 	5+5
١٠	$S=\int_1^e (x^2-\ln x)dx=\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^e-\int_1^e \ln x\,dx=$	5+5
١١	تكامل بالتجزئة: $I=\int_1^e \ln x\,dx$ ، $u=\ln x$ $v'=1$ $u'=\frac{1}{x}$ $v=x$ $I=x\ln x]_1^e-\int_1^e 1dx$ $=x\ln x-x]_1^e$	5

Scanned with CamScanner

١٢	$=\frac{x^3}{3}-x\ln x+x\Big]_1=\frac{e^3-4}{3}$	5+5
	$u_n=f(n)$	
١٣	من جدول التغيرات نلاحظ أن التابع f مستمر ومتزايد على المجال $\left]\frac{1}{\sqrt{2}},+\infty\right[$	5
١٤	فهو متزايد على المجال $]1,+\infty[$	3
١٥	ومنه u_n متزايدة	2
	المجموع	100

طريقة ثانية لإثبات تزايد المتتالية:

$u_n=n^2-\ln n$

$u_{n+1}=(n+1)^2-\ln(n+1)$

$u_{n+1}-u_n=(n+1)^2-n^2-\ln(n+1)+\ln$

$u_{n+1}-u_n=2n+1+\ln(\frac{n}{n+1})>0$ المتتالية متزايدة

طريقة ثالثة لإثبات تزايد المتتالية:

$u_n=n^2-\ln n \quad n\geq 1$

للرمز بـ $E(n)$ .... $u_{n+1}>u_n$

نثبت صحة $E(1)$ ...... $u_2=4-\ln 2>u_1=1$

نفرض صحة $E(n)$ ..... $u_{n+1}>u_n$

ومنه $u_{n+1}-u_n>0$

أي $2n+1+\ln(\frac{n}{n+1})>0$

نثبت $E(n+1)$ أي نثبت أن $u_{n+2}-u_{n+1}>0$

$u_{n+2}-u_{n+1}=(n+1)^2-\ln(n+2)-(n+1)^2+\ln(n+1)$

$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+3+\ln(\frac{n+1}{n+2})$

$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+3+\ln(\frac{n}{n+1}.\frac{(n+1)^2}{n(n+2)})$

$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+3+\ln(\frac{n}{n+1})+\ln\left(\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}\right)$

$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+\ln(\frac{n}{n+1})+n+2+\ln\left(\frac{n^2+2n+1}{n^2+2n}\right)$

موجب   موجب فرضاً

ملاحظة:
إذا كتب الطالب التابع الأصلي للتابع $\ln x$ هو $x\ln x$ وتوثق من ذلك بالاشتقاق ينال 5 درجات.

انتهى السلم

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

الرياضيات امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2019 الاسم :
(الفرع العلمي - الدورة الأولى) الرقم :
الصفحة الأولى المدة :
الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على R خطه البياني C

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1) جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C

3) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

4) احسب $f(\,]-1,2[\,)$

السؤال الثاني : عين الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R^* وفق : $f(x) = x + 3 - \frac{1}{x^2}$

المطلوب : أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ

السؤال الرابع : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$

1) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$

2) أثبت أنّ المستقيمين (AB) و d متعامدان

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$ المطلوب

1) أثبت أنّ المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ متزايدة تماماً

2) أثبت أنّ S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{3^n}\right)$

ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ وبيّن أنها متقاربة

التمرين الثاني : يحتوي صندوق على خمس كرات ، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 , 2

وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من الصندوق

1) الحدث A : الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته ، احسب $P(A)$

2) نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي .

يتبع في الصفحة الثانية ...

Scanned with CamScanner

التمرين الثالث : ليكن التابع f المعرف على $]e^{-1},+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{2+lnx}{1+lnx}$ المطلوب

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط عدداً حقيقياً A يحقق الشرط إذا كانت $x>A$ كان $f(x)$ في المجال $]0.9\ ,\ 1.1[$

2) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(\,f(x)\,)$

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية : $Z_A=-1+i$ و $Z_B=-3i$

وليكن $P(Z)=Z^2+(1+2i)Z+3+3i$ والمطلوب :

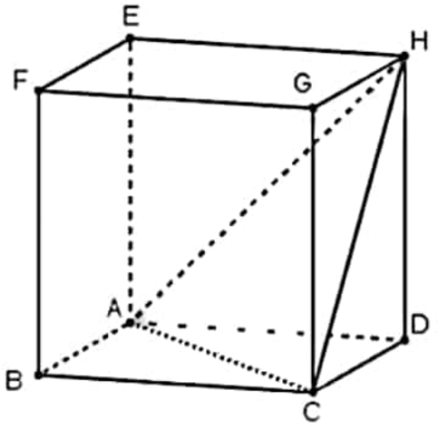
1) أثبت أنّ Z_A حلاً للمعادلة $P(Z)=0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة

2) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3) اكتب Z_A بالشكل الأسي

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين: (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$ المكعب $ABCDEFGH$



1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط

$A\ ,C\ ,H\ ,F\ ,D$

2) اكتب معادلة المستوي (ACH)

3) أثبت أنّ المستوي P الذي معادلته

$$P:\ -2x+2y-2z+1=0$$

يوازي المستوي (ACH)

4) بفرض I مركز ثقل المثلث (ACH) أثبت أنّ

D و I و F على استقامة واحدة

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$

وبيّن أنّ المستوي (ACH) يمس الكرة S

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته .

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3) جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(0,2)$ وادرس الوضع النسبي لـ C و T

4) في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C

5) ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على R وفق $g(x)=\frac{4e^x}{1+e^x}$

استنتج الخط البياني C' للتابع g

انتهت الأسئلة

Scanned with CamScanner

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٩م

Scanned with CamScanner

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	جدول تغيرات
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	تحليل(مقارب)
٤	السؤال الرابع	أشعة
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	تحليل
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	عقدية
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

حقل الأحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

Scanned with CamScanner

سلم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي مادة الرياضيات الدرجة : /٦٠٠/ درجة

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٩م

<u>أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية:</u> (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C .

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	3

1- جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2- لكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C.

3- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

4- احسب $f(\,]-1,2[\,)$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +3$ أو فقط (3)	8
2	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ أو فقط $(+\infty)$	8
3	المقارب الأفقي $y = 3$	8
4	$f(-1) = -2$ أو فقط (-2)	8
5	$f(\,]-1,2[\,) =]-2,4[$ أو فقط $(]-2,4[)$	4 + 4 أطراف مجالات
	المجموع	40

السؤال الثاني : عيّن الحد المستقل عن x في منشور $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^6$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$T_r = \binom{n}{r}(a)^{n-r}.b^r$	10
2	$T_r = \binom{6}{r}(x)^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$	5+5
3	$T_r = \binom{6}{r}(x)^{6-r}(x^{-2})^r$	5
4	$T_r = \binom{6}{r}(x)^{6-3r}$ الحد المستقل x	5
5	$6 - 3r = 0$ $r = 2$	3 2
6	$T_2 = \binom{6}{2}$ أو كتب الحد الثالث	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا حسب الطالب بشكل منفرد $(x)^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$

- إذا كتب الطالب $(x)^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r = x^0$ ينال 20 درجة فقط
- $x^{6-3r} = x^0$ 5 درجات
- $6 - 3r = 0$ 5 درجات
  $r = 2$

Scanned with CamScanner

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، ثمّ ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ .

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f(x)-y=(x+3-\frac{1}{x^2})-(x+3)$	5 + 5 تعويض قانون
2	$=-\frac{1}{x^2}$	5 نتيجة
3	$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$	10
4	$f(x)-y_\Delta=-\frac{1}{x^2}<0$	10
5	C تحت Δ	5
	المجموع	40

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$.

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$d:\begin{cases}x=2t+1\\y=2t\\z=t+1\end{cases} \quad :t\in\mathbb{R}$	10 + 5 تعويض قانون
2	$\overrightarrow{AB}(-1,1,0)$	5
3	$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=(-1)(2)+(1)(2)+(0)(1)$	5 + 5
4	$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0$	5
5	إذن AB يعامد d	5
	المجموع	40

Scanned with CamScanner

ثانيا: حل التمارين الاربعه الاتيه: (60 درجه لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $S_n = 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+.......+\frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})$ ، ثمّ استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$ وبيّن أنها متقاربة.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1} = 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+..........+\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^{n+1}}$	10
2	$S_{n+1}-S_n = \frac{1}{3^{n+1}} > 0$	5 + 5+ 5 قانون
3	قانون مجموع حدود متتالية هندسية	5
4	$S_n = (1).\ \dfrac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}$	5
5	$S_n = \frac{3}{2}(1-(\frac{1}{3})^{n+1})$	5
6	$= \frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})$	5
7	$S_n \leq \frac{3}{2}$	5
8	الحد الراجح أي عدد أكبر أو يساوي $\frac{3}{2}$	5
9	$(S_n)_{n\geq0}$ متتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متتالية متقاربة	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا أوجد $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \frac{3}{2}$ وكتب كذلك المتتالية متقاربة ينال الدرجة المخصصة للخطوة رقم 9

ملاحظة: إذا حلّ الطالب الطلب الثاني بالتدريج ينال الدرجات المخصصة للخطوات 3 , 4 , 5 , 6 وفق الجدول الآتي:

1	ترميز $E(n)$	2
2	إثبات صحة $E(0)$	2+2
3	نفرض صحة $E(n)$ ونُثبت صحة $E(n+1)$	2+2
4	كتابة $S_{n+1} = S_n + \frac{1}{3^{n+1}}$	2
5	استخدام الفرض وكتابة: $S_{n+1} = \frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})+\frac{1}{3^n}\times\frac{1}{3}$	2
6	$S_{n+1} = \frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^n}\times\frac{1}{3}$	2
7	الوصول إلى: $S_{n+1} = \frac{3}{2}-\frac{1}{3^n}(\frac{1}{3\times2})$	2
8	$S_{n+1} = \frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^{n+1}})$	2

Scanned with CamScanner

ملاحظة: إذا اثبت التزايد بالتدريج وفق ما يأتي ينال الدرجات المخصصة للخطوات 1و2 وفق الجدول الآتي:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1}-S_n>0$	5
2	ترميز $E(n)$	2
3	إثبات صحة $E(0)$	2+2
4	نفرض صحة $E(n)$ ونُثبت صحة $E(n+1)$	2+2
5	الإصلاح و النتيجة	(5)×2

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على خمس كرات، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0، 1 ، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق.

1- الحدث A : " الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته" ، احسب $P(A)$.

2- نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثمّ احسب توقعه الرياضي.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$P(A)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{8}{20}$	4× 3
2	$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$	8
3	$P(x=0)=........=\frac{2}{20}$ $P(x=1)=........=\frac{8}{20}$ $P(x=2)=........=\frac{6}{20}$ $P(x=3)=........=\frac{4}{20}$	5 5 5 5
4	$\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} x & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(x) & \frac{2}{20} & \frac{8}{20} & \frac{6}{20} & \frac{4}{20} \end{array}$	5
5	$E(x)=\sum_{i=0}^{i=3}x_iP_i5$	5
6	$=\frac{0+8+12+12}{20}$	5
7	$=\frac{32}{20}$	5
	المجموع	60

Scanned with CamScanner

ملاحظة: إذا أنجز الحل على اعتبار ان السحب بالتتالي مع إعادة وتابع بشكل صحيح يخسر (10 درجات)

ملاحظة: في الخطوتين 3 و 4 إذا كتب الطالب:

	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3

ثمّ كتب جدول القانون الاحتمالي وفق الشكل:

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

ينال 15 درجة فقط للخطوتين

ملاحظة: إذا أنجز الطالب إحدى الخطوات 1 أو 2 أو 3 أو 4 معتمداً على جدول ينال الدرجات المخصصة

السؤال السابع : (٦٠ در جة)

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $I =]e^{-1}, +\infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = \frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ والمطلوب :

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعطِ عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x > A$ ، كان $f(x)$ في المجال $]0.9 , 1.1[$.

2) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$	$5+5$
2	$\left\lvert \frac{\ln(x)+2}{\ln(x)+1} - 1 \right\rvert < 0.1$	$5 + 5 + 5 + 5$ نصف قطر + مركز + قانون + تعويض
3	$\left\lvert \frac{1}{\ln(x)+1} \right\rvert < \frac{1}{10}$	5
4	$1+\ln(x) > 10$	$5 + 5$
5	$\ln(x) > 9$	3
6	$x > e^9$ أو أي عدد أكبر منها $A = e^9$	2
7	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = f(1) = 2$	$5+5$
	المجموع	60

ملاحظة: إذا حل الطالب بالطريقة الآتية:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f(x) = 1 + \frac{1}{\ln x + 1}$	5
2	$\frac{9}{10} < 1 + \frac{1}{\ln x + 1} < \frac{11}{10}$	$5 + 5$
3	$-\frac{1}{10} < \frac{1}{\ln x + 1} < \frac{1}{10}$	5
4	$0 < \frac{1}{\ln x + 1} < \frac{1}{10}$	5
5	$\ln(x) + 1 > 10$	5
6	$\ln(x) > 9$	5
7	$x > e^9$	5
	أو أي عدد أكبر منها $A = e^9$	

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في حساب المر كز أو نصف القطر يخسر درجتان ويُتابع له التصحيح.

Scanned with CamScanner

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A=-1+i$ و $z_B=-3i$ ، وليكن $p(z)=z^2+(1+2i)z+3+3i$ والمطلوب :

1- أثبت أنّ z_A حلاً للمعادلة $p(z)=0$ ثمّ استنتج الحل الأخر للمعادلة.

2- جد العدد العقدي z' الممثّل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- اكتب z_A بالشكل الأسّي.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$P(-1+i)=(-1+i)^2+(1+2i)(-1+i)+3+3i=0$	5 + 5 + 5 تعويض + نشر + نتيجة
2	$Z_1+Z_2=-\frac{b}{a}$ أو $Z_1.Z_2=\frac{c}{a}$	5
3	الوصول $Z=-3i$	5 + 5 تعويض + نتيجة
4	$Z'-Z_B=e^{i\theta}(Z_A-Z_B)$	5
5	$Z'+3i=e^{i\frac{\pi}{2}}(-1+i+3i)$	5
6	$Z'=-4-4i$	5
7	$r=\sqrt{2}$	5
8	$\theta=\frac{3\pi}{3}(2\pi)$	5
9	$Z_A=\sqrt{2}\,e^{i\frac{3\pi}{4}}$	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا استنتج الطالب الجذر الأخر بأي طريقة صحيحة ينال الدرجة المخصصة

ملاحظة: إذا أوجد الجذرين باستخدام المميز أو الإتمام إلى مربع كامل أو القسمة الإقليدية ينال الدرجات المخصصة كاملة

إيجاد المميز $3\times(2)$ درجات

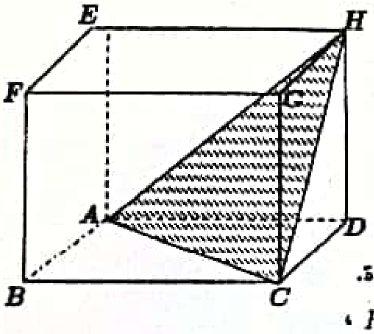
إيجاد الجذرين الطبيعيين للمميز $2\times(8)$ درجات

إيجاد الجذرين المطلوبين $2\times(4)$ درجات

Scanned with CamScanner

السؤال التاسع :

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$، المكعب $ABCDEFGH$



والمطلوب:

1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط D , F , H , C , A.

2) اكتب معادلة للمستوي (ACH) .

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $p : -2x + 2y - 2z + 1 = 0$ يوازي المستوي (ACH).

4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أنّ F , I , D على استقامة واحدة.

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$ ، وبيّن أن المستوي (ACH) يمس الكرة S.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	ايجاد إجداثيات A,C,D,F,H	5×(3)
2	معادلة المستوي من الشكل $ax +by +cz +d = 0$	5
3	تعويض النقاط الثلاث والحصول على ثلاث معادلات خطية بدلالة a,b,c,d	(4)×3
4	إيجاد a,b,c	(3)×3
5	كتابة معادلة المستوي	4
6	التحقق من التوازي	2×(5)
7	احداثيات مركز الثقل	3×3
8	إثبات النقاط H,I,F على استقامة واحدة	5 + 3 + 3 شعاع شعاع تناسب
9	معادلة الكرة (قانون +تعويض)	2×(5)
10	حساب بعد Ω عن المستوي (ACH)(قانون + نتيجة)	5+5
11	التحقق من بعد Ω عن المستوي $= r$	5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

1	$\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AC} + \beta\overrightarrow{AH}$	5
2	$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \alpha\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	3×3
3	الإصلاح وكتابة المعادلات	3×(4)
	إيجاد معادلة المستوي	4

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي:

1	ناظم $\overrightarrow{n}(a,b,c)$	2
2	إيجاد مركبات أي شعاعين من (ABC)	(3)×2
3	الجداء السلمي يساوي الصفر	(3)×2+(3)×2
4	حساب الثوابت a , b , c أو كتابة $\overrightarrow{n}(a,b,c)$	3×(2)
5	معادلة المستوي	4

- ملاحظة1: الوصول إلى معادلة المستوي بأي طريقة سليمة أخرى لم تذكر في السلم توزع الدرجات بما يتوافق مع السلم
- ملاحظة2: إذا نسب الطالب المكعب إلى معلم آخر وتابع حلّ المسألة بطريقة صحيحة يخسر 3 درجات فقط

Scanned with CamScanner

السؤال العاشر :

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$وفق: $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

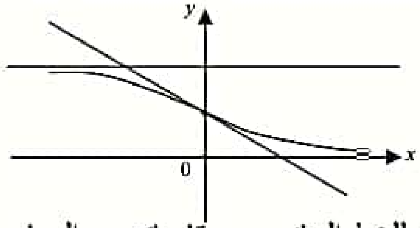
1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(2 ، 0)$ ، وادرس الوضع النسبي لـ C و T.

4- في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C .

5- ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=\frac{4e^x}{1+e^x}$ ، استنتج الخط البياني C' للتابع g .

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	10
2	$y=0$ مقارب أفقي	5
3	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=4$	10
4	$y=4$ مقارب أفقي	5
5	$f'(x)=\frac{-4e^x}{(1+e^x)^2}<0$	10
6	$\begin{array}{cccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & \\ \hline f(x) & 4 & \searrow & 0 \end{array}$	5 5
7	قانون المماس	5
8	$m=f'(0)=-1$	3
9	معادلة T: $y=-x+2$	2
10	تشكيل تابع الفرق	5
11	$\begin{array}{cccc} x & -\infty & 0 & +\infty \\ \hline \text{الوضع النسبي} & C \text{ تحت } \Delta & & C \text{ فوق } \Delta \end{array}$	5×2
12	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته مع المماس	رسم C 5 رسم المقاربين 2+3 رسم المماس 5
13	$f(-x)=\frac{4}{1+e^{-x}}=f(-x)=\frac{4}{1+e^{-x}}$ C' نظير C بالنسبة لمحور التراتيب	5+5
	المجموع	100

ملاحظة: في استنتاج C' إذا كتب الطالب ما يأتي:

1	$g(x)=\frac{4e^x+4-4}{(1+e^x)^2}=4-f(x)$	5
2	C' ينتج عن C وفق تناظر لمحور الفواصل ثمّ إنسحاب شعاعه $4\vec{j}$ على محور التراتيب	5
	الرسم الصحيح للخط C' ينال 10 درجات	

انتهى السلم

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

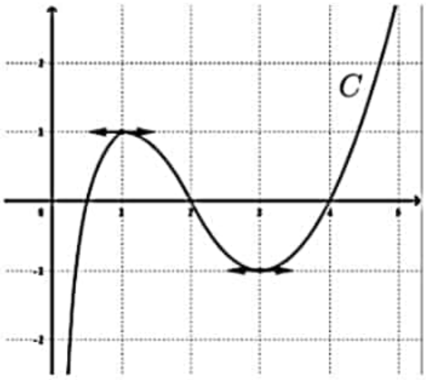
الرياضيات

امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2019
(الفرع العلمي - الدورة الثانية)
الصفحة الأولى

الاسم :
الرقم :
المدة :
الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المرسوم جانباً ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ المطلوب :



1) جد $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\ ,\ \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$

4) جد $f([1,3])$

السؤال الثاني : عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$

السؤال الثالث : ليكن f التابع المعرف على R وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x\, sinx}{\sqrt{x^2+1}-1} & : \ x \neq 0 \\ m & : \ x \neq 0 \end{cases}$$

1) جد نهاية التابع f عند الصفر

2) عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر .

السؤال الرابع : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. النقطتين $A(2,1,-2)$ و $B(-1,2,1)$

والمستوي $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$

1) أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثم عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق :

$f(x) = ax + b - \frac{lnx}{x}$ والمطلوب :

1) عيّن العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أنّ المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته : $y = 3x$

2) من أجل $a = 4$ و $b = -4$ أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = 4x - 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي بين C و Δ

يتبع في الصفحة الثانية

Scanned with CamScanner

التمرين الثاني : نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية : $a = 6 - i$, $b = -6 + 3i$, $c = -18 + 7i$ بالترتيب والمطلوب

1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$ واستنتج أنّ النقاط A و B و C تقع على استقامة واحدة

2) بفرض $d = 1 + 6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ احسب θ

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربع

التمرين الثالث : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ المطلوب :

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$

2) أثبت أنّ العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq0}$

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9 , 2.1[$

التمرين الرابع : صندوق يحتوي على خمس كرات منها كرتان حمراوان وثلاث كرات زرقاء نكرر عملية سحب عشوائياً لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة

عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X واحسب توقعه الرياضي

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين: (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات :

$$P: 2x - y + 2z - 2 = 0$$
$$Q: x + y + z - 1 = 0$$
$$R: x - z - 1 = 0$$

1) أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له

2) تحقق أنّ المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A

3) أثبت أنّ المستويات P و Q و R تتقاطع في بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي

2) ادرس تغيرات التابع f

3) في معلم متجانس ارسم الخط C

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x = 1$

5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g وفق : $g(x) = 2xe^x$

6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y' + y = 2e^{-x}$

انتهت الأسئلة

Scanned with CamScanner

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الثانية لعام 2019م

Scanned with CamScanner

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة خط بياني
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	الاستمرار
4	السؤال الرابع	أشعة
5	السؤال الخامس/ التمرين الأول	تابع لوغاريتمي مقارب مائل
6	السؤال السادس/ التمرين الثاني	عقدية
7	السؤال السابع/ التمرين الثالث	متتاليات
8	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	احتمالات
9	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة / هندسة
10	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

2- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

4- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

5- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

6- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

7- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

8- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

11- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الأحاد	العشرات	المئات
2	1	1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

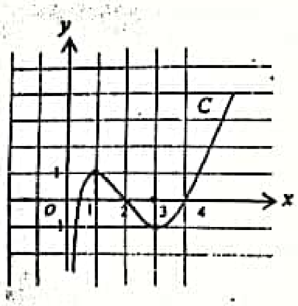
Scanned with CamScanner

سلم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي   مادة الرياضيات   الدرجة : /600/ درجة

الدورة الامتحانية الثانية لعام 2019م

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



في الشكل المرسوم جانباً ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ والمطلوب:

1) جد $\lim_{x\to 0} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

3) جد حلول المتراجحة: $f'(x)\le 0$.

4) جد $f([1,3])$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim_{x\to0} f(x)=-\infty$ أو فقط $(-\infty)$	5
2	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ أو فقط $(+\infty)$	5
3	(كبرى محلياً) ($f(1)=1$ أو 1)	5+5
4	(صغرى محلياً) ($f(3)=-1$ أو 1-)	5+5
5	[1,3]	5
	[-1,+1]	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا فتح أحد طرفي المجالات أو كلاهما يخسر درجتين.

السؤال الثاني: عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n}=\binom{15}{n+3}$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	شرط الحل	10
2	الوصول إلى $n=4$ أو $n=3$	15+15
	المجموع	40

طريقة ثانية:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	إيجاد شرط الحل	10
2	$\frac{15!}{(2n)!(15-2n)!}=\frac{15!}{(n+3)!(12-n)!}$ $(2n)!(15-2n)!=(n+3)!(12-n)!$ $\frac{(2n)!}{(n+3)!}=\frac{(12-n)!}{(15-2n)!}$	4+4 4 4
3	$P_{2n}^{n-3}=P_{12-n}^{n-3}$	4
4	$2n=12-n$ n=4 n=3	.... 5+5
	المجموع	40

ملاحظة1: كتب n=3 , n=4 مباشرة يخسر 10 درجات (شرط الحل)

ملاحظة2: في حال جرب الأعداد من 0 إلى 7 فقط ، ينال درجة شرط الحل ثم اكمل بتحديد n=3 أو n=4 ينال الدرجات كاملة

Scanned with CamScanner

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & :x\neq 0\\ m & :x=0\end{cases}$$

والمطلوب:

1- جد نهاية التابع f عند الصفر .

2- عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	ح.ع.ت	5
2	الضرب بالمرافق والإصلاح	5 + 5
3	إيجاد النهاية	3+2
4	شرط الاستمرار	10
5	استنتاج قيمة m	10
	المجموع	40

ملاحظة: إذا وجد الطالب النهاية دون ذكر حالة عدم التعيين تعطى درجة الخطوة الأولى ضمناً.

السؤال الرابع:

نتأمّل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان: $A(2,1,-2)$, $B(-1,2,1)$ والمستوي: $P:3x-y-3z-8=0$

1- أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثمّ عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\overline{AB}(-3,1,3)$, $\overline{n}(3,-1,-3)$	5 + 5
2	$\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{n}$ أو تناسب المركبات	5
3	$\overline{AB}$ يعامد P	
4	$(AB):\begin{cases}x=2-3t\\ y=1+t \quad t\in R\\ z=-2+3t\end{cases}$	10
5	$6+9t-1-t+6-9t-8=0$	5
6	إحداثيات A' و قيمة t	5+5
	المجموع	40

ملاحظة:

إذا كتب الطالب تمثيل وسيطي آخر مناسب للمستقيم (AB) وتابع بشكل صحيح ينال درجات الخطوات 4 و 5 و 6

Scanned with CamScanner

ثانيا: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (60 درجة)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=ax+b-\frac{\ln x}{x}$ والمطلوب:

1- عيّن العددين الحقيقيين a , b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y=3x$

2- من أجل $a=4$, $b=-4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=4x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثمّ ادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f'(x)=a-\frac{1-\ln x}{x^2}$	$3+5$
2	$f(1)=0$, $a+b=0$	$3+5$
3	$f'(1)=3$, $a-1=3$	$3+2$
4	قيمة a ، قيمة b	$2+2$
5	$f(x)-y_{\Delta}=-\frac{\ln x}{x}$	5+5
6	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$	5
7	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline & & + & 0 & - & \\ \hline & & \Delta\ \text{فوق}\ C & \| & \Delta\ \text{تحت}\ C & \end{array}$	5+5 5+5
	المجموع	60

السؤال السادس : (60 درجة)

التمرين الثاني:

نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية: $a=6-i$, $b=-6+3i$, $c=-18+7i$ بالترتيب. المطلوب:

1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$، واستنتج أنّ النقاط A , B , C تقع على استقامة واحدة.

2) بفرض $d=1+6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ أحسب θ.

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربعاً.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\frac{b-a}{c-a}=\frac{-12+4i}{-24+8i}=\frac{4(-3+i)}{8(-3+i)}=\frac{1}{2}$	5+5+5
2	النسبة عدد حقيقي فالنقاط على استقامة واحدة أو أي عبارة مناسبة صحيحة	5
3	قانون الدوران $d=ae^{i\theta}$	5
4	$e^{i\theta}=\frac{d}{a}=\frac{1+6i}{6-i}=i$	3×5
5	$\theta=\frac{\pi}{2}$	5
6	$\overline{OA}=\overline{DN}$	5
7	$a=n-d$, $n=a+d$, $n=7+5i$	5+3+2
	المجموع	60

Scanned with CamScanner

السؤال السابع : (60 در جة)

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب:

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$.

2) أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq 0}$.

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n>n_0$ كان u_n في المجال $]1.9 , 2.1[$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	كتابة الفرق $u_{n+1}-u_n$ ثم التعويض	5+5
2	إصلاح استنتاج أن u_n متزايدة تماماً	5 5
3	$u_n - 2 = \frac{-3}{n+1} < 0 \Rightarrow u_n < 2$	5+5
4	$\lim\limits_{x\to\infty} u_n = 2$	5
5	$\lvert u_n - 2\rvert < 0.1$	5+5 قانون + تعويض
6	$\frac{3}{n+1} < \frac{1}{10}$ ، إصلاح	5+5
7	نتيجة	5
	المجموع	60

ملاحظة1:

إذا كتب الطالب $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ + المشتق + $f'(x) > 0$ + (f متزايد ومنه u_n متزايدة) 4×5 درجة

ملاحظة2: أخذ $n \geq 1$ $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ ، إصلاح 5+5

ثم حسب u_0 وإثبات $u_1 > u_0$ 5

ومنه u_n متزايدة 5

السؤال الثامن : (60 درجة)

Scanned with CamScanner

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على خمس كرات منها .كرتان حمراوان, وثلاث كرات زرقاء، نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته .

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة.

عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X ، واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X ، واحسب توقعه الرياضي

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$X(\Omega)=\{2,3,4\}$	3×2=6
3	حساب $P(X=2)$ حساب $P(X=3)$ حساب $P(X=4)$	4+4 4+4+4 4
4	الجدول الموافق للحل	5+5
5	التوقع قانون + تعويض + نتيجة	2+3+15
	المجموع	60

ملاحظة1:

إذا كتب الطالب قيمتان للمتحول فقط، يخسر درجتان ويخسر حساب القيمة المفقودة ويخسر درجتان من الجدول

ملاحظة2:

إذا رسم الطالب شجرة ينال درجة واحدة لكل فرع (18درجة)

ثم حسب $P(X=2)$ و $P(X=3)$ و $P(X=4)$ ينال (4+4+4 درجات)

الجدول (10 درجات)

التوقع (20 درجة)

السؤال التاسع :

Scanned with CamScanner

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات:

$$P:\ 2x-y+2z-2=0$$
$$Q:\ x+y+z-1=0$$
$$R:\ x-z-1=0$$

والمطلوب:

1) أثبت أنّ المستويين P , Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، إكتب تمثيلاً وسيطياً له.

2) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .

3) أثبت أنّ المستويات P , Q , R تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\overline{n}_P(2,-1,2)\ \ \overline{n}_Q(1,1,1)$	10+10
2	استنتاج أن الشعاعين $\overline{n}_P,\overline{n}_Q$ غير مرتبطان خطياً	5+5
3	$\begin{array}{r} 2x-y+2z-2=0 \\ +\ \ x+y+z-1=0 \\ \hline 3x+3z-3=0 \end{array}$	5
4	$x=1-z$	5
5	$z=t \Rightarrow x=1-t$ حساب $y=0$	5 5
6	$\Delta:\begin{cases} x=1-t \\ y=0 \quad\quad t\in R \\ z=t \end{cases}$	5
7	$\overline{n}_R(1,0,-1)\ ,\overline{u}_\Delta(1-,0,1)$	5+5
8	استنتاج الارتباط تعويض A في R	5 2
9	تعويض المعادلات الوسيطية لـΔ في R	8
10	إحداثيات I و قيمة t	4+6
11	معرفة أن AI هو بعد A عن d $dis(A,\Delta)=AI=2$	2 5+3
	المجموع	100

ملاحظة1:

إذا حسب الطالب بعد A عن d بأي طريقة ينال درجة الخطوة 11 الأخيرة .

ملاحظة2:

إذا وجد الطالب أي معادلات وسيطية مكافئة للمستقيم ينال الدرجة الخطوات 6 و 5 و 4 و 3

ملاحظة3:

إذا افترض الطالب نقطة I تحقق Δ وتحقق R واستنتج أنها نقطة التقاطع ينال درجتي الخطوتين 9 و 10 أو توصل إلى إحداثيات نقطة التقاطع I بحل جملة المعادلات الخطية أو اي طريقة مكافئة ينال درجات المخصصة للخطوتين 9 و 10.

ملاحظة4: إذا حسب الطالب بعد A عن المستقيم Δ وشرط التعامد ينال الدرجات المخصصة للخطوة 11 أو كتابة معادلة مستوٍ مار من A ويعامد Δ وإيجاد إحداثيات نقطة التقاطع وحساب المساحة.

Scanned with CamScanner

السؤال العاشر :

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي.

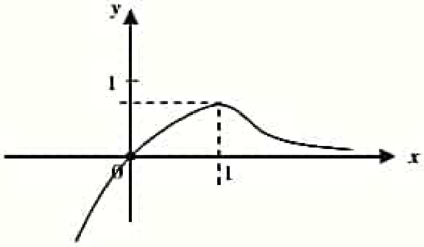
2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) في معلم متجانس ارسم الخط C.

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x=1$.

5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=2xe^x$.

6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y'+y=2e^{-x}$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	5
2	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	5
3	$y=0$ مقارب أفقي	5
4	إيجاد $f'(x)$	5 + 5 قانون + تعويض
5	إيجاد القيمة التي تعدم $f'(x)$ + صورتها	5+5
6	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & \frac{2}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	5+5 5+5
		5+(5 للمبدأ)
7	$s=\int_0^1 f(x)dx$	5
8	كتابة u و إيجاد u' كتابة v' و إيجاد v	2×4
9	قانون التكامل بالتجزئة + التعويض + الناتج	3×4
10	C_1 نظير C بالنسبة لـ O أو من الرسم	5
11	المعادلة التفاضلية التعويض + الناتج	3+2
	المجموع	100

انتهى السلم

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

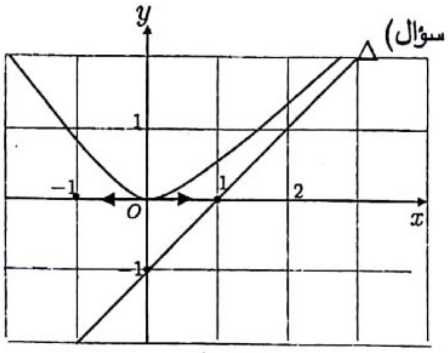
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

(الفرع العلمي)

الرياضيات:

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول:

نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ ، والمستقيم Δ مقارب مائل لـ C والمطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المستقيم Δ.

3- جد $f(0)$, $f'(0)$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

السؤال الثاني: نتأمل المستويين $p_1: 2x - y + z + 1 = 0$, $p_2: x + y - z = 0$ والمطلوب:

1- تيقن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

السؤال الرابع: أثبت أن: $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أياً كان $x > -1$

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. **المطلوب:**

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $]0,2[$.

2- جد $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكلّ تمرين)

التمرين الأول :

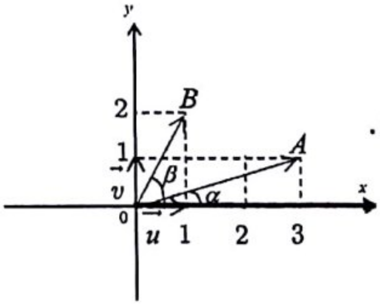
نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$. والمطلوب:

1- أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2,+\infty[$.

2- أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أياً كان العدد الطبيعي n

3- استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

التمرين الثاني:



نتأمل في المستوي العقدي المزوّد بالمعلم المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{oA})$ و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{oB})$.

المطلوب:

1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A و Z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B .

2) اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي، ثم استنتج قيمة $\beta - \alpha$.

يتبع في الصفحة الثانية

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

الرياضيات: (الفرع العلمي)

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(0)=0$ و $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x\neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أنّ f اشتقاقي عند $x=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط: $D(0,0,1)$، $C(-1,1,2)$، $B(4,3,-3)$، $A(1,0,0)$. **المطلوب:**

1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

2) أثبت أنّ الأشعة : $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.

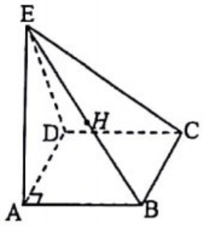
3) استنتج أنّ النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: (C,γ)، (B,β)، (A,α) حيث أنّ α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعينها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

$(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3 ، $[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA=3$.

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب:



1) عين إحداثيات A , B , C , D , E

2) جد معادلة المستوي (EBC).

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).

4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC).

5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-2,2[$ وفق: $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب :

1) أثبت أن f تابع فردي.

2) ادرس تغيرات التابع f على المجال $]0,2[$.

3) اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x=0$، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x=0.1$.

4) في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .

5) استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x)=\ln(2-x)-\ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

الجمهوريّة العربيّة السوريّة

وزارة التربية

سلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة عام 2020

Scanned with CamScanner

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة خط بياني
2	السؤال الثاني	تعامد مستويين
3	السؤال الثالث	تحليل توافقي
4	السؤال الرابع	متراجحة
5	السؤال الخامس	تابع الجزء الصحيح
6	السؤال السادس/ التمرين الأول	متتالية
7	السؤال السابع/ التمرين الثاني	الأعداد العقدية
8	السؤال الثامن/ التمرين الثالث	قابلية اشتقاق
9	السؤال التاسع/ التمرين الرابع	مركز أبعاد
10	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
11	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التابع اللوغارتمي

2- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- في الأسئلة والتمارين الاختياريّة تصحّح جميعها ويُمنح الطالب الدرجة الأعلى منها.

4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

7- **إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه،** فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

12- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الآحاد	العشرات	المئات
	2	1	1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

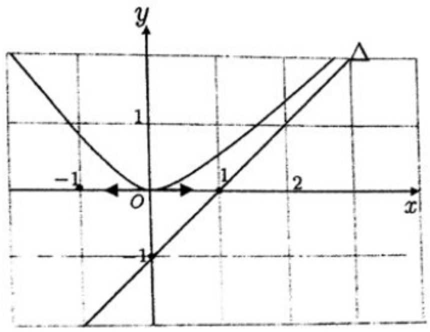
حقل العشرات بالمئات.

Scanned with CamScanner

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة /الفرع العلمي/ عام 2020م

سلّم درجات مادة: الرياضيات **الدرجة: ستمئة**

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: نتأمل جانباً الخط البياني $\mathcal{C}$ للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$، والمستقيم Δ مقارب مائل لـ $\mathcal{C}$ والمطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المستقيم Δ .

3- جد $f(0)$, $f'(0)$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

الإجابة		الدرجة	الملاحظات
-1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	5 5	
-2	حساب الميل قانون معادلة مستقيم تعويض + نتيجة	5 5 2+3	إذا كتب الطالب معادلة المستقيم $y = x - 1$ مباشرةً ينال الدرجات المخصصة
-3	$f(0) = 0$ $f'(0) = 0$	5 5	
-4	$]-\infty, 0[$	5	إذا كتب الطالب $]-2,0[$ وكان منسجماً مع حلّه في النهايات ينال الدرجة المخصّصة
مجموع		40	

السؤال الثاني: نتأمل المستويين $p_1 : 2x - y + z + 1 = 0$, $p_2 : x + y - z = 0$ والمطلوب:

1- تيقن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

الإجابة		الدرجة	الملاحظات
-1	$\overrightarrow{n_1} = (2,-1,1)$ $\overrightarrow{n_2} = (1,1,-1)$ شرط التعامد + تعويض + نتيجة	3×2 3×2 2+2+4	
-2	التمثيل الوسيطي الحلّ المشترك + الوصول إلى قيمة x أو عزل أحد المجاهيل أو اختيار النقطتين أو اختيار نقطة وشعاع توجيه التمثيلات الوسيطية	5+6 3×3	الحلّ المشترك 6 درجات الوصول لقيمة x 5 درجات
مجموع		40	

Scanned with CamScanner

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1- عدد الرمازات: جداء + نتيجة	5×3+5	الجداء 3×5 ، النتيجة 5
2- عدد الرمازات من خانات مختلفة	5×3+5	
مجموع	**40**	

ملاحظة: في حال أخطأ الطالب في إحدى الخانات يخسر 5 درجات مرّة واحدة فقط.

السؤال الرابع: أثبت أن $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أياً كان $x > -1$

<table>
<tr><th>الإجابة</th><th>الدرجة</th><th>الملاحظات</th></tr>
<tr><td>افتراض تابع الفرق $f(x) = \ln(x+1) - \sqrt{x+1}$</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>التابع المشتق</td><td>4+4</td><td></td></tr>
<tr><td>ينعدم $f'(x)$ عند $x = 3$ ثم حساب $f(3)$</td><td>4+4</td><td></td></tr>
<tr><td>الإشارة الموافقة
الأسهم المنسجمة
$\begin{array}{c|ccccc} x & -1 & & 3 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & 2\ln 2 - 2 & \searrow & \end{array}$</td><td>4+4
4+4</td><td></td></tr>
<tr><td>التعليل</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>مجموع</td><td>40</td><td></td></tr>
<tr><td>طريقة ثانية: اصطناع تابع f اشتقاقي على $]-1,+\infty[$ $f(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}}$</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>إيجاد التابع المشتق $f'(x) = \dfrac{2 - \ln(x+1)}{2\sqrt{x+1}(x+1)}$</td><td>5+5</td><td></td></tr>
<tr><td>ينعدم $f'(x)$ عند $x = e^2 - 1$</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(e^2 - 1) = \dfrac{2}{e}$</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>$\begin{array}{c|ccccc} x & -1 & & e^2-1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & \dfrac{2}{e} & \searrow & \end{array}$</td><td>5+5</td><td></td></tr>
<tr><td>لمّا كان $\dfrac{2}{e} < 1$ كان $\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}} < 1$</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>وبالتالي $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$</td><td>5</td><td></td></tr>
</table>

ملاحظة: يمكن للطالب أن يكتب $f(x) = \sqrt{x+1} - \ln(x+1)$ يبقى التوزيع كما هو.

Scanned with CamScanner

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. **المطلوب:**

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $]0,2[$.

2- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 $f(x)=\begin{cases} x & :0\le x<1 \\ x-1 & :1\le x<2 \end{cases}$	4+4 4+4	إذا كتب الطالب $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-E(x)}{x^2}$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{E(x)}{x}\frac{1}{x}\right)$ $=0$ لأن $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{E(x)}{x}=1$	4×4 4+4
-2 $x-1<E(x)\le x$	3+3		
$-x+1>-E(x)\ge -x$ $+1>x-E(x)\ge 0$	3+3		
$\frac{1}{x^2}>\frac{f(x)}{x^2}\ge 0$	4		
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$	4		
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$ (حسب مبرهنة الإحاطة)	4		
مجموع	**40**		

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-2 طريقة ثانية: $E(x)\le x<1+E(x):$	3+3	-2 طريقة ثالثة : أياً كان x من $\mathbb{R}$ $x-E(x)<1$ $\frac{x-E(x)}{x^2}<\frac{1}{x^2}$ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$	12 4 4 4
$0\le x-E(x)<1$	3+3		
$0\le\frac{x-E(x)}{x^2}<\frac{1}{x^2}$ $\frac{1}{x^2}>\frac{f(x)}{x^2}\ge 0$	4		
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$	4		
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$ (حسب مبرهنة الإحاطة)	4		

Scanned with CamScanner

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

السؤال السادس :التمرين الأوّل:

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية: $u_0=3$ ، $u_{n+1}=\frac{u_n}{2}+\frac{2}{u_n}$ عند كل $n\ge0$. والمطلوب:

1- أثبت أن التابع $f(x)=\frac{x}{2}+\frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $]2,+\infty[$.

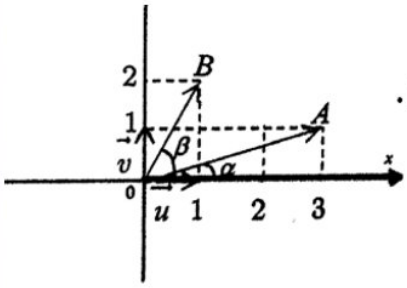
2- أثبت بالتدريج أن $2\le u_{n+1}\le u_n$ أيّاً كان العدد الطبيعي n

3- استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 إيجاد $f'(x)$ دراسة إشارة $f'(x)$ 5 درجات للبسط 5 درجات للمقام النتيجة	5+5 5+5 5	
-2 ترميز العلاقة $E(n):\ 2\le u_{n+1}\le u_n$ محقّقة $E(0):\ 2\le u_1\le u_0$ افتراض صحّة $E(n)$ من أجل n عدد طبيعي إثبات صحّة $E(n+1)$ إيجاد صور أطراف المتراجحة وفق التابع المتزايد f والوصول إلى $2\le u_{n+2}\le u_{n+1}$ النتيجة	2 5+5 5 5 5 3	5 درجات لحساب قيمة u_1 و5 درجات تحقّق العلاقة
-3 (متناقصة + محددة من الأدنى) المتتالية متقاربة حلّ المعادلة $f(x)=x$ الوصول إلى $x=2$ النهاية	5+5 5 5 5	
مجموع	**80**	

Scanned with CamScanner

السؤال السابع - التمرين الثاني:



نتأمل في المستوي العقدي المزوّد بالمعلم المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{oA})$ و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{oB})$.

المطلوب:

1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A و Z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B.

2) اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي، ثمّ استنتج قيمة $\beta - \alpha$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $z_A = 3+i$	5+5	
$z_B = 1+2i$	5+5	
$\frac{z_B}{z_A} = \frac{1+2i}{3+i}$	5	
-2 الشكل الجبري للعدد $\frac{z_B}{z_A}$		
الضرب بالمرافق	5	
إصلاح البسط	5	
إصلاح المقام	5	
النتيجة	5	
-3 الشكل الأسّيّ للعدد $\frac{z_B}{z_A}$		
حساب r	5+5	
حساب $\theta = \frac{\pi}{4}$	10	
كتابة الشكل الأسّيّ (قانون + نتيجة)	5+5	
استنتاج قيمة $\beta - \alpha$	5	
مجموع	**80**	

ملاحظة:

إذا كتب الطالب $\frac{z_A}{z_B}$ وتابع بشكل صحيح وتوصّل إلى قياس $\alpha - \beta$ يساوي $(-\frac{\pi}{4})$ يخسر درجة واحدة فقط من درجات الخطوة الثالثة وإذا تابع واستنتج $\beta - \alpha$ تساوي $(\frac{\pi}{4})$ ينال الدرجة كاملة.

Scanned with CamScanner

السؤال الثامن - التمرين الثالث:

f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(0)=0$ و $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x\neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أنّ f اشتقاقي عند $x=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 قانون معدل التغيير للتابع f + تعويض $\lvert\sin\frac{1}{x}\rvert\le 1$ $\lvert x\sin\frac{1}{x}\rvert\le\lvert x\rvert$ $\lim\limits_{x\to0}\lvert x\rvert=0$ $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=0$ f اشتقاقي عند الصفر	5+5 5 5 5 2 3	1- طريقة ثانية قانون معدل التغيير + تعويض $-1\le\sin\frac{1}{x}\le1$ عندما $x>0$: $-x\le x\sin\frac{1}{x}\le x$ $\lim\limits_{x\to0^+}(-x)=\lim\limits_{x\to0^+}(x)=0$ $\lim\limits_{x\to0^+}x\sin\frac{1}{x}=0$ $x<0$: $-x\ge x\sin\frac{1}{x}\ge x$ لذلك $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=0$ إذن f اشتقاقي	5+5 5 3 3 3 2 2 2
-2 مشتق التابع	5+10+5	قاعدة الاشتقاق + المشتق + النتيجة	
-3 طريقة أولى $f(x)=x\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$ $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$ لأنّ $\lim\limits_{x\to\infty}x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=1$	10 10 5+5	3- طريقة ثانية نفرض $x=\frac{1}{t} \Leftarrow t=\frac{1}{x}$ $x\to+\infty \Rightarrow t\to0$ التعويض $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$ لأنّ $\lim\limits_{t\to0}\frac{1}{t}=+\infty$ و $\lim\limits_{t\to0}\frac{\sin t}{t}=1$	5 5 5 5 5 5
مجموع	**80**		

ملاحظة : في حال الاكتفاء بمناقشة إحدى الحالتين $0<x$ أو $0>x$ حسب الطريقة الثانية يخسر درجتين ويُتابع له.

Scanned with CamScanner

السؤال التاسع - التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط: $D(0,0,1)$، $C(-1,1,2)$ ، $B(4,3,-3)$، $A(1,0,0)$. **المطلوب:**

1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

2) أثبت أنّ الأشعة : $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.

3) استنتج أنّ النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: (C,γ) ، (B,β)، (A,α) حيث أنّ α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعينها.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 $\overrightarrow{AB}(3,3,-3)$ $\overrightarrow{AC}(-2,1,2)$ المركّبات غير متناسبة $\overrightarrow{AC}$ وَ $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطّياً	6 6 4 4		
-2 $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AD}(-1,0,1)$ $\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}3\\3\\-3\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}$ $3\alpha-2\beta=-1$ $3\alpha+\beta=0$ $-3\alpha+2\beta=1$ من الأولى والثانية $\alpha=-\frac{1}{9}$ $\beta=\frac{1}{3}$ نعوض في الثالثة فنجدها محقّقة ومنه الأشعة مرتبطة خطّياً (ضمناً)	10 6 3+3 3 3 3 2 2 5		
-3 طريقة أولى: $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ $\beta=-\frac{1}{9}$ وَ $\gamma=\frac{1}{3}$ $\alpha=1-\beta-\gamma=\frac{7}{9}$	5 5+5 5	-3 طريقة ثانية $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ $9\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{DC}$ $7\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ $(A,7)$, $(B,-1)$, $(C,3)$	5 5 4 2+2+2
-3 طريقة ثالثة: $\overrightarrow{AD}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{9}\overrightarrow{AC}$ $\beta=-1$ و $\gamma=3$ $\alpha=7$	5 5+5 5		
مجموع	**80**		

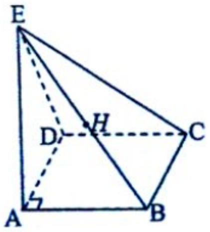
Scanned with CamScanner

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: $(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3 ،

المسألة الأولى: $[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA = 3$.

نختار المعلم المتجانس $(A , \frac{1}{3}\overline{AB} , \frac{1}{3}\overline{AD} , \frac{1}{3}\overline{AE})$ والمطلوب:



1) عين إحداثيات A , B , C , D , E

2) جد معادلة المستوي (EBC).

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).

4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC).

5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

الإجابة		الدرجة	الملاحظات
-1	إيجاد النقاط	5×3	لكلّ نقطة 3 درجات
-2	افتراض الناظم $\vec{n}(a,b,c)$	3	
	اختيار الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً وإيجاد المركبات	3+3	3 درجات لكلّ شعاع مع مركباته
	$\vec{n}\,\vec{u} = 0$ و المعادلة الناتجة	3+3	
	$\vec{n}\,\vec{v} = 0$ و المعادلة الناتجة	3+3	
	إيجاد الناظم	4	
	حساب d في معادلة المستوي $ax + by + cz + d = 0$	5	
	معادلة المستوي (EBC)	5	
-3	كتابة تمثيلا وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد (EBC)		
	شعاع التوجيه	5	
	قانون + تعويض	5+5	

<table>
<tr>
<td>4- طريقة أولى
النقطة $H(\frac{3}{2},0,\frac{3}{2})$ تحقّق التمثيلات الوسيطية للمستقيم المارّ من A ويعامد المستوي (EBC) فهي المسقط القائم للنقطة A عليه</td>
<td>20</td>
<td rowspan="2">4- طريقة ثانية:
- إيجاد إحداثيات H منتصف $[EB]$
- إيجاد الشعاع $\overrightarrow{AH}$
- التحقق من تناسب المركّبات للشعاع $\overrightarrow{AH}$ وناظم المستوي (EBC)
- استنتاج أنّ $\overrightarrow{AH}$ وناظم المستوي (EBC) مرتبطان خطّياً
- H هي المسقط القائم للنقطة A على المستوي (EBC)</td>
<td rowspan="2">6
4
4
4
2</td>
</tr>
<tr>
<td>4- طريقة ثالثة:
- إيجاد إحداثيات H منتصف $[EB]$
- لتعيين A' نقطة تقاطع المستوي (EBC) مع المستقيم (d)
الوصول إلى $t + t - 3 = 0 \;\Rightarrow\; t = \frac{3}{2}$
- $x = \frac{3}{2}\ ,\ y = 0\ ,\ z = \frac{3}{2}$ وهي إحداثيات H نفسها
إذاً A' تنطبق H</td>
<td>6
4+4
6</td>
</tr>
</table>

Scanned with CamScanner

5- طريقة أولى دستور الحجم $v=\frac{1}{3}S.h$	5	5- طريقة ثانية: $v=\frac{1}{3}S.h$	5
$v=\frac{1}{3}S_{(ABC)}\times EA$		$v=\frac{1}{3}S_{(EBC)}\times dist(A,(EBC))$	
حساب مساحة القاعدة	2	حساب مساحة القاعدة	2
حساب الارتفاع	2	حساب الارتفاع وهو بعد A عن المستوي	2
التعويض في دستور الحجم	3	التعويض في دستور الحجم	3
إيجاد الناتج	3	إيجاد الناتج	3
5- طريقة ثالثة: $v=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}S_{(ABCD)}\times AE\right)$	5		
حساب مساحة القاعدة	2		
حساب الارتفاع	2		
التعويض في العلاقة السابقة	3		
إيجاد الناتج	3		
المجموع	100		

ملاحظة: إذا غيّر الطالب المعلم واختلفت الإحداثيات وتابع الحل بشكل سليم يخسر 3 درجات.

إذا اعتبر القاعدة مُربَعاً في حساب الحجم يخسر درجتين .

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-2,2[$ وفق: $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب :

1) أثبت أن f تابع فردي.

2) ادرس تغيرات التابع f على المجال $]0,2[$.

3) اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x=0$، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x=0.1$.

4) في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .

5) استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x)=\ln(2-x)-\ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$.

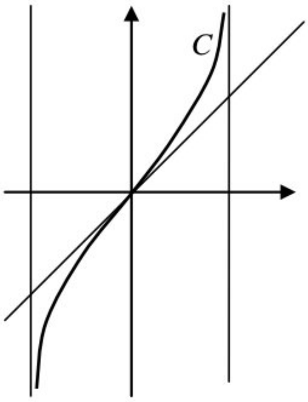
الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 أيّاً كان $x\in]-2,2[$ كان $-x\in]-2,2[$	5	
$f(-x)=\ln\left(\frac{2-x}{x+2}\right)=-\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$	5	
$f(x)=-f(x)$	5	
-2 $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)=+\infty$	10	
$f(0)=0$	5	
$g(x)=\frac{x+2}{2-x}$ $\quad$ $g'(x)=\frac{4}{(2-x)^2}$	5	
$f'(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}=\frac{4}{(x+2)(2-x)}$	10	
تعليل الإشارة	10	
f متزايد	5	

ملاحظة: إذا عبّر عن التغيّرات بجدول ينال 15 درجة

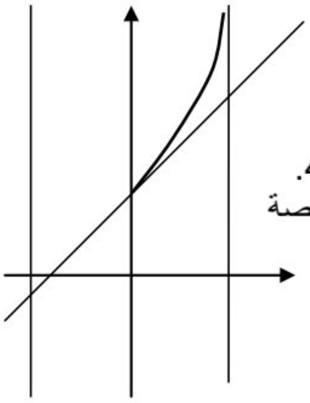
$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & & 2 \\ \hline f'(x) & & + & \\ \hline f(x) & 0 & \nearrow & +\infty \end{array}$$

Scanned with CamScanner

-3 $f'(0)=1$	5	
معادلة المماس $y=f(0)+f'(0)(x-0)$	5	
$y=x$	5	
$f(a+h)\simeq f(a)+f'(a)h$	3	
$f(0.1)\simeq 0+1\times 0.1=0.1$	2	

-4 الرسم الخط C 	10	رُسمت المقاربات الشاقولية والمماس لدقة الرسم **فقط**

-5 $g(x)=\ln(2-x)+\ln(x+2)$ $g(x)=-(\ln(x+2)-\ln(2-x))$	5	
$g(x)=-\ln(\frac{x+2}{2-x})$	3	
$g(x)=-f(x)$	2	



ملاحظات:

1- إذا رسم الطالب الخطّ بيانيّاً على المجال $]0,2[$ ينال الدرجات المخصّصة للخطوة 4.

2- في الخطوة 5 إذا كتب الطالب $g(x)=\ln(\frac{x+2}{2-x})=f(-x)$ ينال الدرجات المخصصة للخطوة 5 كاملة

3- في الخطوة 5 ينال الدرجات المخصّصة في حال التعليل أو الرسم.

- انتهى السلّم -

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

الرياضيات: (الفرع العلمي) الدورة الثانية الإضافية

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C . المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- دل على القيم الحدّية للتابع f مبيّناً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 5 , 4 , 3, 2, 1 ، نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة.

والمطلوب: 1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2- كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

السؤال الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$. المطلوب:

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

2) ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P:2x+y-3z+2=0$ والنقطة $A(1,1,-2)$. المطلوب:

1) أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P .

2) اكتب معادلة للمستوي Q المار من A والموازي للمستوي P .

السؤال الخامس: نتأمل التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 2- أثبت أن التابع f متزايد.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجةً لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن العدد العقدي $w=\dfrac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{i\frac{\pi}{3}}$. المطلوب:

1- بيّن أنّ $|w|=1$ ، ثمّ اكتب العدد w بالشكل الأسي.

2- ليكن z عدد عقدي ما أثبت أنّ $Z=\dfrac{z-\bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق : $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$. المطلوب:

1- عين التابع المشتقّ f' للتابع f .

2- نرمز بالرمز g إلى التابع المعرّف على $J=]1,+\infty[$ وفق $g(x)=f(\sqrt{x})$ ، أثبت أن g اشتقاقي على J، ثمّ احسب $g'(x)$ على J.

ـــ يتبع في الصفحة الثانية

Scanned by CamScanner
Scanned with CamScanner

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

الرياضيات: (الفرع العلمي) الدورة الثانية الإضافية

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق:

$$d:\begin{cases}x=t+2\\ y=2t+1\\ z=-t\end{cases},\ t\in\mathbb{R} \quad و \quad d':\begin{cases}x=2s-1\\ y=s-2\\ z=3s-2\end{cases},\ s\in\mathbb{R}$$

المطلوب: 1) أثبت أنّ d و d' متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات I نقطة التقاطع.

2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين d و d' .

التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق: $u_n=\frac{1}{e}+\frac{2}{e^2}+\frac{3}{e^3}+......+\frac{n}{e^n}$. **المطلوب:**

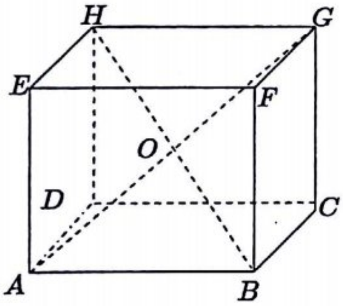
1) أثبت أنّ $n\leq2^n$ أيّاً كان العدد الطبيعي $n\geq1$.

2) استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$.

3) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متقاربة .

<u>ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:</u> (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: مكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 2 ،



O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$.

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$. والمطلوب:

1) جد إحداثيات النقاط A و B و G و H و O .

2) أعط معادلة للمستوي (GOB).

3) احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC).

5) أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB).

6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ).

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3) اثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً في المجال $]\frac{1}{3},\frac{1}{2}[$.

4) في معلم متجانس ارسمّ الخط C .

5) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع: $g(x)=\frac{1-x+\ln x}{x}$.

====================

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

Scanned by CamScanner

Scanned with CamScanner

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة جدول
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	المقارب المائل
٤	السؤال الرابع	هندسة: معادلة مستو مواز لمستو آخر
٥	السؤال الخامس	إيجاد نهاية وإثبات تزايد تابع
٦	السؤال السادس/ التمرين الأول	عقدية
٧	السؤال السابع/ التمرين الثاني	مشتق تابع مركب
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثالث	تقاطع مستقيمين
٩	السؤال التاسع/ التمرين الرابع	متتالية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع

٢- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- في الأسئلة والتمرينات الاختياريّة تصحّح جميعها ويُمنح الطالب الدرجة الأعلى منها.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (١،٢،٣،٤،.....)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك:	الآحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

Scanned with CamScanner

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة /الفرع العلمي/ دورة ثانية عام ٢٠٢٠م

سلم درجات مادة: الرياضيات الدرجة: ستمئة

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C . المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- دل على القيم الحدّية للتابع f مبيناً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-١	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	٥ ٥	أو كتابة الجواب فقط
-٢	$f(0)=2$ صغرى محلياً $f(4)=6$ كبرى محلياً	٥+٥ ٥+٥	أو ٢ أو ٦
-٣	$f(x)=0$ لها حلٌ وحيد	٥	
-٤	$]0\,,4[$	٥	إذا أغلق المجال من أي طرف يخسر درجة واحدة فقط
	مجموع	٤٠	

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 5 , 4 , 3, 2, 1 ، نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة.

والمطلوب: 1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2- كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-١	$5\times5=25$	١٠+١٠	- إذا كتب الطالب الإجابة مباشرةً ينال الدرجات المخصصة. - إذا كتب $4\times5=20$ يخسر عشر درجات
-٢	$2\times3\times2=12$	١٠+١٠	- إذا لم يضرب بالعدد ٢ يخسر خمس درجات
	مجموع	٤٠	

Scanned with CamScanner

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$ ، المطلوب:

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $-\infty$

2) ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-١ $f(x)-y_{\Delta}=\sqrt{x^2+1}-x$	٥+٥	قانون + تعويض
$f(x)-y_{\Delta}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$	٥+٥ ١٠	ضرب بالمرافق + النتيجة
٢- لدراسة الوضع النسبي بين C و Δ ندرس إشارة تابع الفرق $\sqrt{x^2+1}-x>0$ أو $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}>0$	٥	
النتيجة C فوق Δ	٥	
مجموع	٤٠	

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P: 2x+y-3z+2=0$ والنقطة $A(1,1,-2)$. المطلوب:

1) أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P . 2) اكتب معادلة للمستوي Q المار من A والموازي للمستوي P

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-١ التعويض + النتيجة	٥+٥	
-٢ معادلة المستوي $ax+by+cz+d=0$	١٠	
معرفة الناظم $\vec{n}\,(2,1,-3)$	١٠	
إيجاد d	٥	
كتابة معادلة المستوي	٥	
مجموع	٤٠	

ملاحظة: إذا حسب بعد A عن P وكان البعد لا يساوي الصفر ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

السؤال الخامس: نتأمل التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 2- أثبت أن التابع f متزايد.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-١ $1\geq\sin x\geq-1$	٥	طريقة ٢ إذا اعتمد المبرهنة $f(x)\leq g(x)$ $\sin x\leq1$ $-\sin x\geq-1$ $x-\sin x\geq x-1$ $\lim\limits_{x\to\infty}(x-1)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$	 ٥ ٥ ٥ ٥ ٥
$-1\leq-\sin x\leq1$	٥		
$x-1\leq x-\sin x\leq x+1$	٥		
$\lim\limits_{x\to\infty}(x-1)=+\infty$	٥		
$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$	٥		
-٢ $f'(x)=1-\cos x\geq0$ أو $f'(x)=2\sin^2\dfrac{x}{2}\geq0$	٥+٥		
f تابع متزايد على المجال $]0,+\infty[$	٥		
مجموع	٤٠		

Scanned with CamScanner

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (٨٠ درجة لكل تمرين)

السؤال السادس :

التمرين الأول : ليكن العدد العقدي $w=\frac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{i\frac{\pi}{3}}$. المطلوب:

1- بيّن أنّ $|w|=1$ ، ثمّ اكتب العدد w بالشكل الأسي.

2- ليكن z عدد عقدي ما أثبت أنّ $Z=\frac{z-\overline{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
١-	$\|w\|=\frac{\|-\sqrt{2}\|}{\|1+i\|}$ بسط + مقام $\|w\|=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\times 1=1$	٥+٥ ٥+٥+٥	طريقة ثانية: لإثبات أن $\|W\|=1$ $-\sqrt{2}=\sqrt{2}e^{\pi i}$ $1+i=\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ $\left\|\frac{-\sqrt{2}}{1+i}\right\|=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1$	١٠ ٥+٥ ٥
٢-	معرفة r معرفة θ الصيغة	٥ ٥ ٥		
٣-	$\overline{z}=\overline{\left(\frac{z-\overline{z}w}{1-w}\right)}$ $\overline{z}=\frac{\overline{z}-z.\overline{w}}{1-\overline{w}}$ $\overline{z}=\frac{\overline{z}w-z.w.\overline{w}}{w-w.\overline{w}}$ $\overline{z}=\frac{\overline{z}.w-z}{w-1}$ $\overline{z}=\frac{z-\overline{z}.w}{1-w}$ $\overline{z}=z$	٥+٥ ٥+٥ ٥ ٥ ٥ ٥	بسط + مقام بسط + مقام نضرب البسط و المقام بـ w	
	مجموع	٨٠		

ملاحظة:

١- إذا كتب الطالب العدد العقدي w بالشكل الأسي ثم أثبت أنّ $|w|=1$ ينال الدرجات المخصصة للخطوتين الأولى والثانية كاملة

٢- إذا كتب الطالب $\overline{w}=\frac{1}{w}$ وأثبت ذلك ، ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

٣- إذا كتب الطالب الصيغة الجبرية لـ w ثم توصّل إلى $|w|=1$ ، ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

Scanned with CamScanner

السؤال السابع:

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق : $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$. المطلوب:

1- عين التابع المشتقّ f' للتابع f .

2- نرمز بالرمز g إلى التابع المعرّف على $J=]1,+\infty[$ وفق $g(x)=f(\sqrt{x})$ ، أثبت أن g اشتقاقي على J، ثمّ احسب $g'(x)$ على J.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
١- $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$ $f':\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$	٥	اذا كتب الطالب اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى
$f'(x)=\frac{-5}{(x-1)^2}$	١٠+١٠	قانون + نتيجة
٢- $g(x)=f\left(\sqrt{x}\right)$ مركّب تابعين اشتقاقيين على J $x\mapsto\sqrt{x}$ اشتقاقي على J إذاً $f\left(\sqrt{x}\right)$ اشتقاقي على J $g'(x)=\left(\sqrt{x}\right)^{\grave{}}f'\left(\sqrt{x}\right)$ $g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}\left(\frac{-5}{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}\right)$	٥ ٥ ٥ ٢٠ ١٠+١٠	طريقة ثانية: $g(x)=\frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ ٥ البسط تابع اشتقاقي على J ٢ المقام تابع اشتقاقي على J ولا ينعدم ٣ ومنه g تابع اشتقاقي على J ٥ ايجاد $g'(x)$ قانون + مشتق الجذر + التعويض + النتيجة ١٠×٤
مجموع	٨٠	

ملاحظة:

Scanned with CamScanner

السؤال الثامن - التمرين الثالث:

المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق:

$$d':\begin{cases} x = 2s-1 \\ y = s-2 \\ z = 3s-2 \end{cases},\ s\in\mathbb{R} \quad و \quad d:\begin{cases} x = t+2 \\ y = 2t+1 \\ z = -t \end{cases},\ t\in\mathbb{R}$$

المطلوب: 1) أثبت أنّ d و d' متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات I نقطة التقاطع.

2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين d و d' .

الإجابة		الدرجة	الملاحظات	
١-	$\vec{u}_d(1,2,-1)$ ……………………	٥	١- طريقة ثانية اختيار نقطة A من d و نقطة B من d'	٢+٢
	$\vec{u}_{d'}(2,1,3)$ ……………	٥	إثبات أنّ $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ غير مرتبطين خطيّاً	٤×٢
	$\frac{1}{2}\neq\frac{2}{1}$ المركّبات غير متناسبة إذاً $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ غير مرتبطين خطيّاً	٥	إثبات أنّ الأشعة $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ مرتبطة خطيّاً	٤×٢
	فالمستقيمان متقاطعان أو متخالفان	٥		
	الحلّ المشترك لجملة المعادلتين	٥	فالمستقيمان d و d' يقعان في مستو واحد وغير متوازيين فهما متقاطعان	٢
	إيجاد s و t …………………………	٥+٥	و يتابع له بالحلّ المشترك وإحداثيات نقطة التقاطع	٢٥
	التحقّق من المعادلة المتبقية	٥		
	إحداثيات نقطة التقاطع	٥		
٢-	افتراض الناظم $\vec{n}(\alpha,\beta,\gamma)$			
	$\vec{n}.\vec{u}_d=0$	٥		
	$\vec{n}.\vec{u}_{d'}=0$	٥		
	إيجاد مركبات الشعاع الناظم	٥+٥+٥		
	كتابة معادلة المستوي	٥+٥		
	مجموع	٨٠		

ملاحظة:

في الخطوة الأولى يمكن استنتاج التقاطع من الحل المشترك وتحقق المعادلة الثالثة والحصول على الحل الوحيد

Scanned with CamScanner

السؤال التاسع ـ التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \frac{3}{e^3} + ... + \frac{n}{e^n}$. المطلوب:

1) أثبت أن $n \le 2^n$ أياً كان العدد الطبيعي $n \ge 1$.

2) استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\ge1}$.

3) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\ge1}$ متقاربة .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
١- نفرض $E(n):\ n \le 2^n \quad : n \ge 1$	٢	
نثبت صحّة $E(1)$	٣	
محققة $E(1):\ 1 \le 2$	٥	
نفترض صحّة $E(n)$		
$E(n):\ n \le 2^n$		
نثبت صحذة $E(n+1)$	٥	
$E(n+1):\ n+1 \le 2^{n+1}$		
لدينا $n \le 2^n$	٥	
$n+1 \le 1+2^n \le 2.2^n$	٥+٣	
فالعلاقة صحيحة من أجل $n+1$ فهي صحيحة من أجل n	٢	
٢- $U_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + ... + \frac{n}{e^n}$		
$U_n \le \frac{2^1}{e} + \frac{2^2}{e^2} + ... + \frac{2^n}{e^n}$	٥	
أو $U_n \le \left(\frac{2}{e}\right)^1 + \left(\frac{2}{e}\right)^2 + ... + \left(\frac{2}{e}\right)^n$		
تمثل مجموع n حداً من متتالية هندسية	٥	إذا حسب المجموع دون ذكر أنّها هندسية ينال الدرجة ضمناً
أساسها $q = \frac{2}{e}$ و حدّها الأول $\frac{2}{e}$	٥+٥	
$U_n \le \frac{٢}{e}\left(\frac{١-\left(\frac{٢}{e}\right)^n}{١-\frac{٢}{e}}\right)$ قانون + نتيجة	٥+٥	
$U_n \le \frac{2}{e-2}\left(1-\left(\frac{2}{e}\right)^n\right)$	٥	
عنصر راجح $M = \frac{2}{e-2}$	٥	
أو $U_n \le \frac{2}{e-2}$		
$U_{n+1} - U_n \le \frac{n+1}{e^{n+1}} > 0$	٥	
فالمتتالية متزايدة إذاً المتتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	٥	إذا كتب الطالب متتالية مجاميع جزئية موجبة فهي متزايدة
مجموع	٨٠	

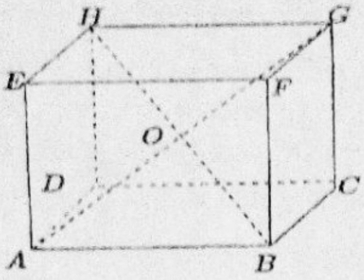
Scanned with CamScanner

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر:

المسألة الأولى: مكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 2 ،

O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$.



نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$. والمطلوب:

1) جد إحداثيات النقاط A و B و G و H و O .

2) أعط معادلة للمستوي (GOB) .

3) احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC).

5) أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB) .

6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ) .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-١ إيجاد إحداثيات النقاط الخمسة	٣×٥		
-٢ افتراض الناظم $\overline{n}(a,b,c)$ اختيار الشعاعين $\overline{u}$ و $\overline{v}$ غير مرتبطين خطياً وإيجاد الإحداثيات $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{u}=0$ و المعادلة الناتجة $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{v}=0$ و المعادلة الناتجة إيجاد إحداثيات الناظم $\overline{n}(a,b,c)$ حساب d في معادلة المستوي كتابة معادلة المستوي	٥ ٣+٣ ٣+٢ ٣+٢ ٣×٣ ٣ ٣	طريقة ثانية: لإيجاد معادلة المستوي (OGB): كتابة المعادلة العامة $ax+by+cz+d=0$ تعويض النقاط والوصول إلى المعادلات إيجاد قيم الوسطاء $a\ ,b\ ,c\ ,d$ التعويض	٥ ٣×٣ ٣×٤ ٤
		- طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي: نفرض $M(x\ ,y\ ,z)$ نقطة من المستوي (OGB) $\overline{OM}=\alpha\overline{OG}+\beta\overline{OB}$ $\overline{OM}\ ,\overline{OG}\ ,\overline{OB}$ كتابة المعادلات الوصول للمعادلة	٦ ٣×٣ ٣×٣ ٦
-٣ إيجاد مركبات $\overline{OB}\ ,\ \overline{OG}$ حساب $\overline{OG}\ .\overline{OB}$ قانون $\cos GOB$ + النتيجة	٣+٣ ٣+٣ ٣+٣	يمكن الوصول إلى $\cos\theta$ بتطبيق $\cos\theta=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ حيث a,b,c أطوال أضلاع المثلث $\overset{\Delta}{GOB}$ حساب a,b,c القانون +التعويض+ النتيجة	٣×٣ ٣×٣
-٤ إيجاد مركّبات $\overline{DC}$ المعادلات الوسيطية (قانون + تعويض)	٣ ٦+٦		

Scanned with CamScanner

٥- إثبات أن (DC) يوازي (GOB) إمّا إثبات أنّ المستقيم (DC) يوازي مستقيماً محتوى في المستوي (GOB) أو بالحل المشترك للتمثيل الوسيطي للمستقيم (DC) ومعادلة المستوي (GOB) واستنتاج أن المعادلة مستحيلة أو إثبات تعامد شعاع ناظم على المستوي (GOB) مع شعاع التوجيه للمستقيم (DC)	٦		
٦- إيجاد α , β , γ قانون مركز الأبعاد المتناسبة تعويض استنتاج معادلتين بثلاثة مجاهيل α , β , γ حلّ جملة المعادلتين وإيجاد قيمة كلٍّ من α , β , γ	٦ ٢ ٢ ٢+٢+٢	طريقة ثانية: نلاحظ $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ ومنه $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} = \vec{0}$ استنتاج أنّ D مركز أبعاد متناسبة وإيجاد قيمة كلٍّ من α , β , γ	٦ ٤ ٢+٢+٢

السؤال الحادى عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) اثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً في المجال $\left]\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right[$.

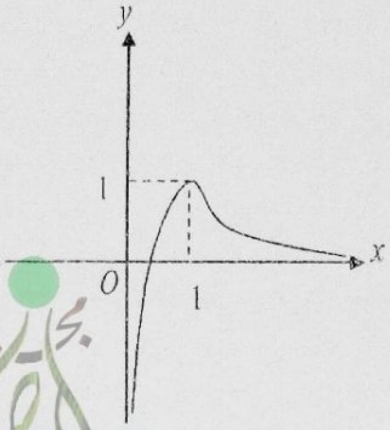
4) في معلم متجانس ارسمْ الخط C .

5) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع: $g(x) = \frac{1 - x + \ln x}{x}$.

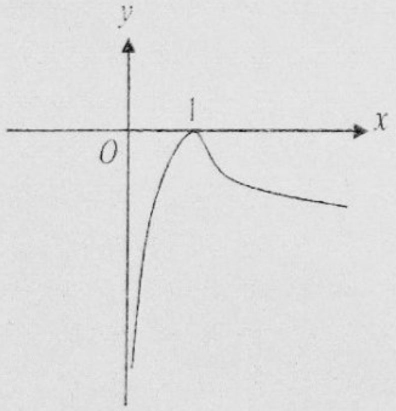
الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-١ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$ $y = 0$ معادلة المقارب الأفقي $x = 0$ معادلة المقارب الشاقولي	٥ ٥ ٥ ٥	
-٢ $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1 - \ln x}{x^2}$ $f'(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$ ينعدم $f'(x)$ عندما $x = 1$ $f(1) = 1$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & 1 & \searrow & 0 \end{array}$	٥+٥ ٥ ٥ ٥ ٥+٥ ٥+٥	 إشارة المشتق انسجام الأسهم مع إشارات المشتق

Scanned with CamScanner

٣- f مستمرّ ومتزايد على المجال $\left]\frac{1}{3} , \frac{1}{2}\right[$ فللمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد لأن $\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{1}{3}\right)=3-3\ln 3<0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right)=2-2\ln 2>0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right).f\left(\frac{1}{3}\right)<0 \end{array}\right\}$	٥ ٢+٣ ٢+٣	أو حلّ المعادلة جبرياً $f(x)=0$ الوصول إلى $\ln(x)=-1$ ومنه $x=\frac{1}{e}$ $\frac{1}{3}<\frac{1}{e}<\frac{1}{2}$	٥ ٥ ٥

٤- رسم الخطّ 	١٠		

استنتاج رسم الخط C_g

٥- إمّا $g(x)=f(x)-1$ أو بالرسم أو كتابة ينتج عن C_f بانسحاب بمقدار ١- على محور التراتيب أو $(x,y)\mapsto(x,y-1)$	١٠		

– انتهى السلّم –

Scanned with CamScanner

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

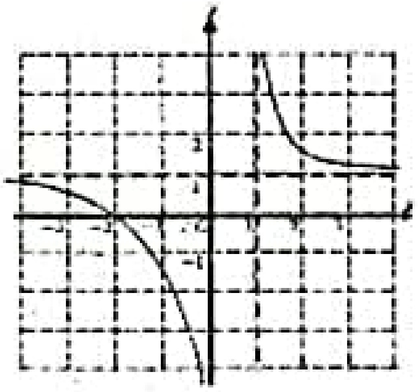
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: (الفرع العلمي – دورة أولى)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$.

والمطلوب:

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

4) جد حل المعادلة $f(x) = 0$.

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x + \frac{1}{x^2})^{12}$.

السؤال الثالث: احسب العدد: $I = \int_0^3 (2-|2-x|)dx$.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقاط الآتية: $A(2,0,1)$ ، $B(1,-2,1)$ ، $C(5,0,5)$ ، $D(6,2,5)$ والمطلوب:

1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عيّن العددين الحقيقيين α , β بحيث $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أنّ النقاط A , B , C , D تقع في مستوٍ واحد.

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x) = \dfrac{ax^2+bx-1}{x-1}$. المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين a ، b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حديّة للتابع f .

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوّنة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي.
نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. المطلوب:

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X = 0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$
ونعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ وفق: $v_n = u_n + 6$.

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ هندسية، عيّن أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .

2) لنعرّف المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أنّ المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ حسابية واحسب w_0،
ثم احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

يتبع في الصفحة الثانية

الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات:

(الفرع العلمي – دورة أولى)

الصفحة الثانية

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ ، $b=-4+4i$ ، $c=-4i$ على الترتيب. والمطلوب:

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أنّ المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$

1) أثبت أنّ f تابع متزايد تماماً على I، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. المطلوب:

1) جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ ، وبيّن أنّ المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) بفرض أنّ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^{x}}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^{x}$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة الرسم البياني
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	اشعة
٥	السؤال الخامس	قيمة حدية
٦	السؤال السادس	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	عقدية
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	تابع لوغارتمي
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع أسي

٢- في الأسئلة الاختياريّة في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحّح أوّل خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

مثال ذلك :

الآحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

السؤال الثالث: احسب العدد: $I=\int_{٠}^{٣}\left(٢-\left|٢-x\right|\right)dx$.

$I=\int_{٠}^{٢}x\,dx+\int_{٢}^{٣}(٤-x)\,dx$	5×3	5 لتجزئة حدود التكامل و 5 + 5 لعبارتي التكامل
$=\left[\frac{١}{٢}x^{٢}\right]_{٠}^{٢}+\left[٤x-\frac{١}{٢}x^{٢}\right]_{٢}^{٣}$	5×3	5 لكل تابع أصلي
التعويض	2×4	إذا كتب الطالب $I=\int_{٠}^{٣}٢-(٢-x)\,dx$ $=\int x\,dx$ $=\left[\frac{١}{٢}x^{٢}\right]_{٠}^{٣}=\frac{٩}{٢}$ ينال الطالب 5 درجات للتابع الأصلي و 2+2 للتعويض و النتيجة
الناتج	٢	
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقاط الآتية: $A(2,0,1)$ ، $B(1,-2,1)$ ، $C(5,0,5)$ ، $D(6,2,5)$

والمطلوب: 1) أثبت أنّ $\overline{AB}$ ، $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

٢) عيّن العددين الحقيقيين α ، β بحيث $\overline{AD}=\alpha\overline{AB}+\beta\overline{AC}$ واستنتج أنّ النقاط A ، B ، C ، D تقع في مستو واحد.

$\overline{AB}(-١,-٢,٠)$	3	لكل مركبة درجة
$\overline{AC}(٣,٠,٤)$	3	لكل مركبة درجة
$-\frac{1}{3}\neq\frac{0}{4}$ أوالمركبات غير متناسبة	3	
أو أية عبارة تثبت عدم الارتباط الخطي	3	
$\overline{AD}(٤,٢,٤)$	3	لكل مركبة درجة
تعويض الأشعة في العبارة $\overline{AD}=\alpha\overline{AB}+\beta\overline{AC}$	٣×٢	لتعويض الشعاعين في العبارة
الوصول إلى ثلاث معادلات خطية من العبارة السابقة بطريقة صحيحة	3×3	لكل معادلة 3 درجات
إيجاد α و β	2+2	
التحقق	3	
$\overline{AD}=-\overline{AB}+\overline{AC}$ أو النقاط تقع في مستو واحد	٣	إذا كتب الطالب العبارة $\overline{AD}=-\overline{AB}+\overline{AC}$ مباشرةً بعد تعويض الأشعة في علاقة الارتباط الخطي ينال الدرجات ٥×٣ + ٤
مجموع درجات السؤال الرابع	40	

حقل العشرات بالمئات.

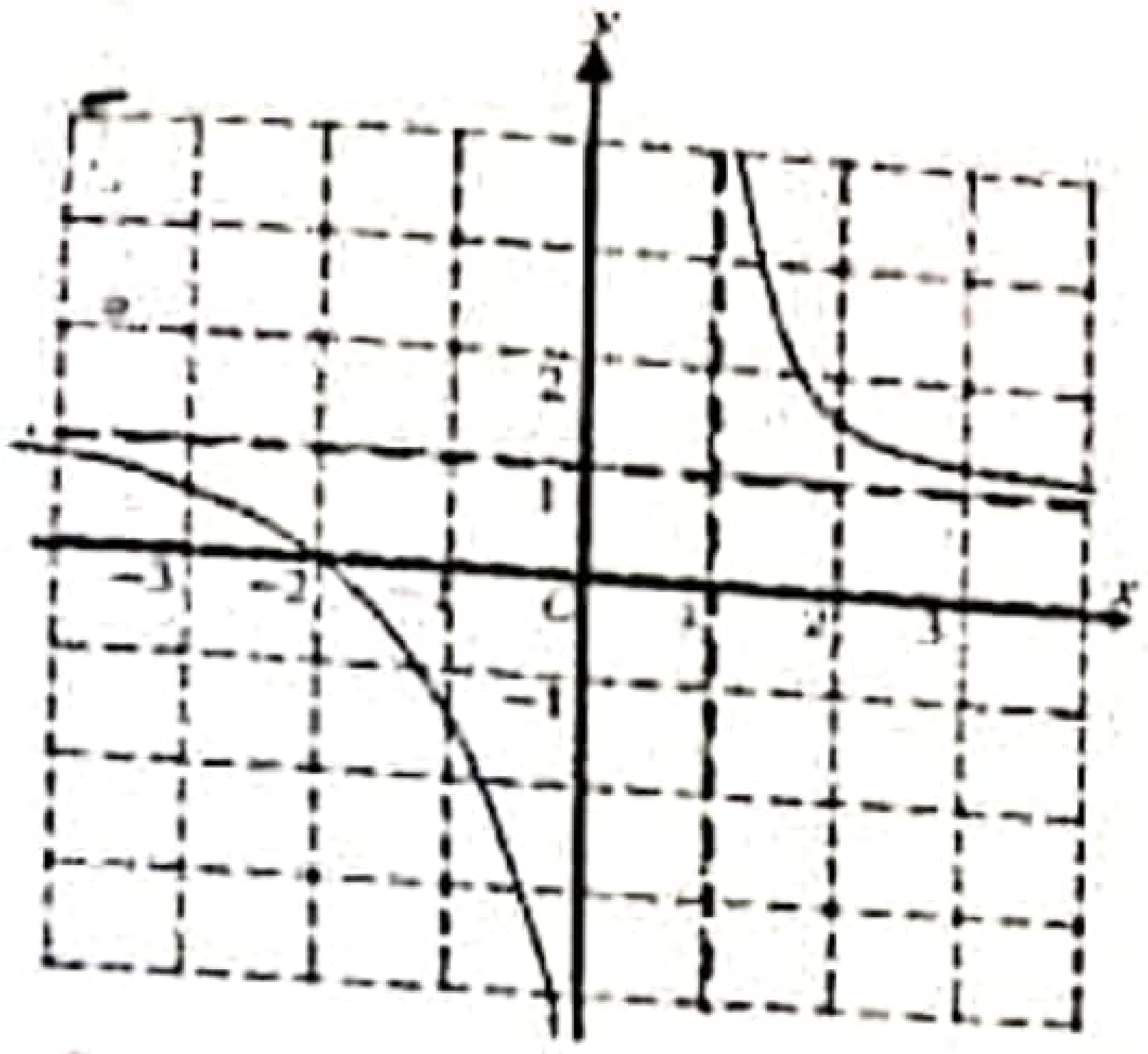
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة / الفرع العلمي /tma الدورة الأولى عام ٢٠٢١م

الدرجة: ستمئة

سلم درجات مادة: الرياضيات

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty, ٠[\cup]١, +\infty[$.

والمطلوب:

1) جد $\lim_{x \to +\infty} f(x)$, $\lim_{x \to ١} f(x)$, $\lim_{x \to ٠} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

4) جد حل المعادلة $f(x) = ٠$.

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$	٥	
$\lim_{x \to ١} f(x) = +\infty$	٥	
$\lim_{x \to ٠} f(x) = -\infty$	٥	
$x = ٠$, $x = ١$, $y = ١$	5×3	
$f'(x) < 0$ $]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$	٥	
$x = -2$	٥	إذا كتب الطالب $(-2,0)$ في حل الطلب الاخير ينال الدرجة المخصصة
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x + \frac{١}{x^{٢}})^{١٢}$.

$T_r = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$	٥	إذا كتب الطالب $T_r = \binom{n}{r} a^r b^{n-r}$ ينال الدرجة المخصصة للقانون ويُتابع له
$\binom{12}{r} x^{12-r} x^{-2r} = \binom{12}{r} x^{12-3r}$	5×3	إذا حسب الطالب المنشور كاملاً وحدّد القيمة المطلوبة ينال الدرجات المخصصة كاملة
$12 - 3r = 0$	٥	
$r = 4$	٥	عند حساب r و T_r في الخطوتين الاخيرتين يخسر الدرجات المخصصة في حال كان r سالباً او كسراً
$T_4 = \binom{12}{4} = 495$	$5 + 3 + 2$	
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

<u>ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية:</u> (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq ٠}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq ٠}$ وفق: $v_n = u_n + ٦$.

المطلوب:

١) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq ٠}$ هندسية، عيّن أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n .

٢) لنعرّف المتتالية $(w_n)_{n\geq ٠}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أنّ المتتالية $(w_n)_{n\geq ٠}$ حسابية واحسب w_0،

ثمّ احسب المجموع $S = w_{٠} + w_{١} + w_{٢} + w_{٣} + w_{٤} + w_{٥}$.

حساب $v_{n+١}$ بدلالة $u_{n+١}$	٥	
حساب $v_{n+١}$ بدلالة u_n	٥	
إظهار $v_{n+١}$ بدلالة v_n	٥	
حساب q	٥	
حساب $v_{٠}$	٥	
كتابة v_n بدلالة n بأي صيغة صحيحة	٥	
القانون $w_{n+١} - w_n$	٥	
حساب $w_{n+١} - w_n$ بدلالة $v_{n+١} - v_n$	٥	
استخدام خواص اللوغاريتم	٣	
الوصول للعدد الثابت أساس المتتالية الحسابية	2	
حساب $w_{٠}$	5	
حساب $w_{٥}$	5	
قانون حساب مجموع متتالية حسابية	5	إذا قام الطالب بحساب كلٍّ من $w_{٠}, w_{١}, w_{٢}, w_{٣}, w_{٤}, w_{٥}$ ثم قام بحساب المجموع S ينال الدرجات المخصّصة
التعويض في القانون	5	
الحساب و النتيجة	5	
المجموع	٧٠	

ملاحظات التمرين الأول:

عند إثبات أن المتتالية $(w_n)_{n\geq ٠}$ حسابية يمكن الكتابة بأكثر من صياغة بطرائق مختلفة منها:

١- $w_{n+١} - w_n = \ln(v_{n+١}) - \ln(v_n)$ 5+5

$= \ln\left(\frac{v_{n+١}}{v_n}\right)$ 3

$= \ln(q) =$ ثابت 2

٢- $w_{n+١}-w_{n}=\ln\left(\frac{١}{٢}v_{n}\right)-\ln(v_{n})$ 5+5

$=\ln\left(\frac{١}{٢}\right)=$ ثابت 3+2

٣- $w_{n+١}-w_{n}=\ln\left(\frac{١}{٢^{n-٢}}\right)-\ln\left(\frac{١}{٢^{n-٣}}\right)$

$=\ln\left(\frac{٢^{n-٣}}{٢^{n-٢}}\right)=\ln\left(\frac{١}{٢}\right)=$ ثابت

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ نتأمل النقاط A ، B ، C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ ، $b=-4+4i$ ، $c=-4i$ على الترتيب. **والمطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

٢) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

٣) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التعويض في $\frac{b-c}{a-c}$ الإصلاح $=\frac{-4+8i}{8+4i}$	5 5+5+5+5	
النتيجة	5	في حال كتب الطالب النتيجة مباشرة بعد التعويض ينال الدرجات المخصصة - للإصلاح بالإضافة إلى درجة النتيجة
المثلث قائم ومتساوي الساقين	5	
قانون الدوران التعويض النتيجة بالشكل الجبري	5 5 5	
اختيار طريقة مناسبة لإيجاد E مثل $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{EB}$ أو تناصف القطرين أو تساوي طولي القطرين أو الدوران	5	إذا لم يراعي الطالب ترتيب رؤوس الرباعي يخسر ٥ درجات المخصصة للطريقة ويُتابع له الحل
تطبيق الطريقة	5+5	
الوصول إلى قيمة e	5	
المجموع	٧٠	

<u>ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:</u> (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. **<u>المطلوب:</u>**

١) جد $\overline{AC}$ و $\overline{AB}$ ، وبيّن أنّ المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

٢) أثبت أنّ الشعاع $\overline{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

٣) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

٤) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

٥) بفرض أنّ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

حساب $\overline{AB}\,,\overline{AC}$	3×2	لكل مركبة درجة واحدة
حساب $\overline{AB}.\overline{AC}$ قانون + نتيجة	$3+2$	
حساب $\overline{n}.\overline{AB}=٠$ التعويض + نتيجة	$3+2$	
حساب $\overline{n}.\overline{AC}=0$ التعويض + نتيجة	$3+2$	
التعبير عن معرفته أن $\overline{n}$ يعامد شعاعين غير مرتبطين خطياً	3	
أو التعبير عن معرفته أن $\overline{n}$ ناظم على المستوي		
قانون المستوي	5	
التعويض + نتيجة	5+5	
التعبير عن معرفته لشكل التمثيل الوسيطي	٥×٣+٥	للقانون ٥ ولكل معادلة ٥
قانون المسافة + التعويض + النتيجة	3+5+5	كتابة النتيجة مباشرة بشكل صحيح
حساب $\left\Vert\overline{AB}\right\Vert$ و $\left\Vert\overline{AC}\right\Vert$	$4+4$	ينال درجة القانون ضمناً
حساب المساحة	4	
قانون الحجم	3	
والنتيجة	3	
$\overline{GA}--\overline{GB}+2\overline{GC}=\vec{0}$	3	
$\overline{GA}+\overline{BG}+2\overline{GC}=\vec{0}$	2	
$\overline{BA}=-2\overline{GC}$	3	
$\overline{BA}$ و $\overline{GC}$ مرتبطين خطياً	2	
$(BA)\parallel(CG)$		
المجموع	١٠٠	

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{ax^{٢} + bx + ١}{x - ١}$.المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين a , b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حديّة للتابع f .

التعويض $f(-١) = \frac{a-b+١}{-٢} = ٠$	٥	
الوصول إلى العلاقة الأولى	٥	
حساب المشتق	١٠	إذا أخطأ الطالب بحساب المشتق وتابع الحل ينال الدرجات المخصصة للخطوات اللاحقة فقط
معرفة أن المشتق ينعدم عند 1-	٥	
التعويض في المشتق	٥	
الوصول إلى العلاقة الثانية	٦	
بالحل المشترك		
$a = 1$	٢	
$b = 2$	٢	
مجموع درجات السؤال الخامس	٤٠	

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوّنة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي. نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. **المطلوب:**

١) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X = 0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

قيم X $X = \{0,1,2,3,4,5\}$	٣	ملاحظة: إذا أهمل أو اضاف الطالب أي قيمة من قيم المتغير العشوائي يخسر درجة واحدة لكل قيمة يهملها أو يضيفها بما لا يتجاوز ٣ درجات يخسر الطلب ٥ درجات إذا بدل بين p و q إذا حسب الطالب $p(X = ٠) = \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣}$ ينال الدرجة المخصصة لحساب $p(X = 0)$ كاملة
قانون حساب الاحتمال	١٠	
قيم p + قيم q	٥+٥	
التعويض	٥	
النتيجة	٢	
قانون + نتيجة $E(X)$	٣ + ٢	إذا كتب الطالب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ، ثم حسب التوقع الرياضي والتباين منه ينال الدرجات المخصصة
قانون + نتيجة $V(X)$	٣ + ٢	
مجموع الدرجات	٤٠	

ملاحظات المسألة الأولى:

طريقة ثانية للطلب الأخير	
مجموع ثقلي A و B يساوي الصفر فيكون $(BA)\parallel(CG)$	٥+٥
طريقة ثالثة للطلب الأخير	
إحداثيات G	2+2+2
مركبات $\overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{AB}$	2
$\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{CG}$	2
طريقة رابعة للطلب الأخير	
$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$	2
$\overrightarrow{AG}=-\frac{١}{٢}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$	2
$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CG}=-\frac{١}{٢}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$	2
$\overrightarrow{CG}=-\frac{١}{٢}\overrightarrow{AB}$	2
الشعاعان مرتبطان خطياً والمستقيمان متوازيان	2
طريقة خامسة للطلب الأخير	
بفرض I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين	
$(C,٢)$ و $(B,-1)$ إذاً $\overrightarrow{BI}=2\overrightarrow{BC}$	2+2
تكون C منتصف $[BI]$	1
ويكون مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(B,-1)$ و $(A,1)$ و $(C,٢)$	2
هو مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(I,١)$ و $(A,1)$ بحسب	
الخاصة التجميعية.	
ومنه G في منتصف $[IA]$.	1
وبالتالي $[CG]$ تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث ومنه	
.$(AB)\parallel(CG)$	2

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = x - ٤ + \ln(\frac{x}{x+١})$

1) أثبت أنّ f تابع متزايد تماماً على I، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y = x - 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

$x \mapsto \frac{x}{x+١}$ متزايد تماماً على I $x \mapsto \ln x$ متزايد تماماً على I مركب تابعين متزايدين هو تابع متزايد على I $x \mapsto x-4$ متزايد تماماً على I ومجموع تابعين متزايدين هو تابع متزايد	5 5 5 5 5	أو $f'(x) = ١ + \frac{x}{x(x+١)} > ٠$ الاشتقاق 5×3 $f'(x) > ٠$ 10
مجموعة قيم f $f(]٠,+\infty[) =]-\infty,+\infty[$	5×2	ملاحظة: إذا حسب الطالب $\lim_{x\to٠} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم كتب النتيجة يُعطى $5+5$
القانون $f(x) - y_{\Delta}$ إيجاد النهاية $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - y_{\Delta}) = 0$ الوضع النسبي الإشارة + التعليل $\frac{x}{x+١} < ١$ ومنه $\ln\left(\frac{x}{x+١}\right) < ٠$ الوضع النسبي المنسجم مع إشارته C تحت d	5 5 5+5 5	ملاحظة: في حال حلّ الطالب المعادلة $\frac{x}{x+١} = ١$ وذكر أنها مستحيلة وذكر أنّ التابع $g(x) = \frac{x}{x+١}$ متزايد تماماً على I فإنه يحافظ على إشارة واحدة $g(x) < 1$ ومنه $\ln\left(\frac{x}{x+١}\right) < ٠$ ينال الطالب الدرجة المخصصة لتعليل إشارة تابع الفرق على I
المجموع	٦٠	

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ **والمطلوب :**

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

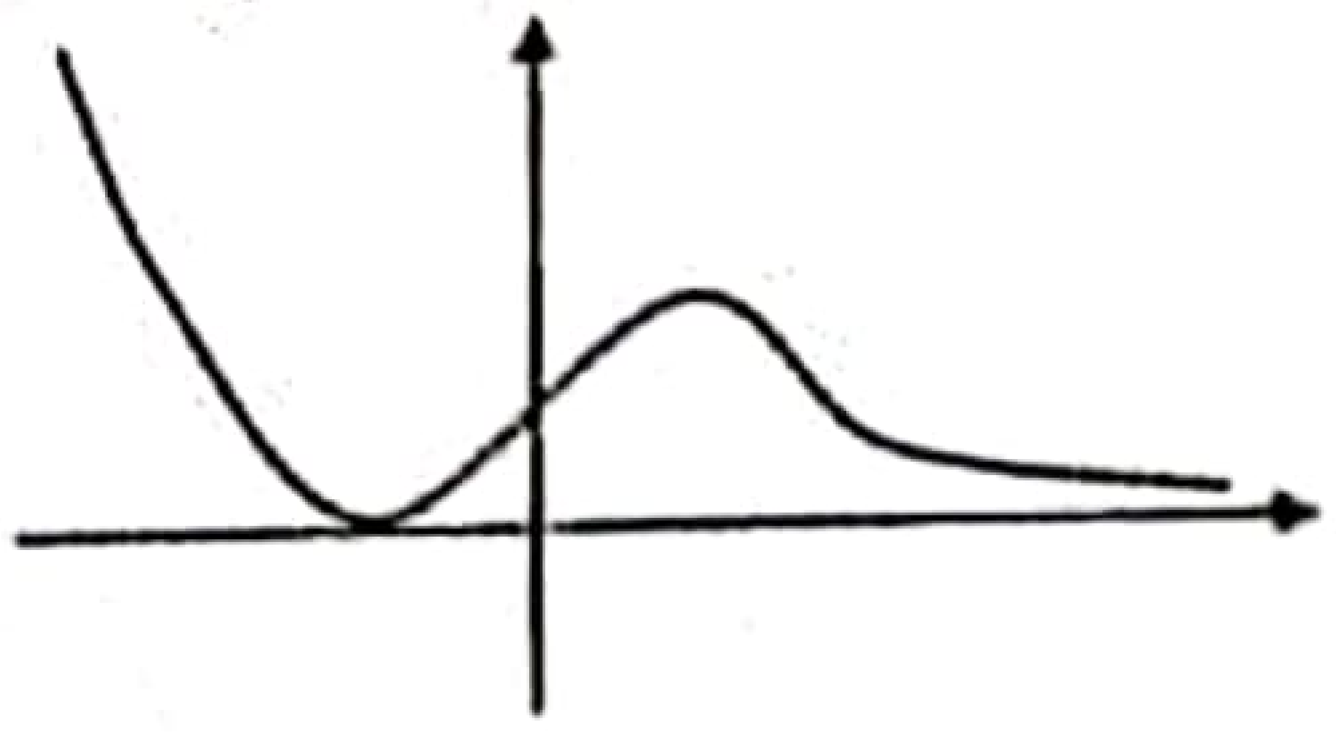
2) اثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	5	
حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	5+3	النهاية + التعليل
$y=0$ مقارب أفقي	٥	
$f'(x)$	5+5+5	قانون + التعويض + النتيجة
ينعدم $f'(x)$ عندما $x=-١$ و $x=1$	3+3	
$f(-1)=0$ $f(١)=\frac{٤}{e}$	٣+٣	
$\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -١ & & +١ & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & \frac{٤}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	$(٢+٣)\times٣$	إشارة + سهم إذا لم يضع الطالب الإشارة في سطر $f'(x)$ يخسر ٦ درجات
قيمة صغرى محلياً $f(-1)=0$	٥	
قيمة كبرى محلياً $f(١)=\frac{٤}{e}$	5	
	5+5	٥ للانسجام مع الجدول ٥ للانسجام مع المقارب والقيم الحدية
C_1 نظير C بالنسبة لمحور التراتيب أو $g(x)=f(-x)$ أو الرسم	١٠	
مجموعة التعريف $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	٥+٥	التعليل + النتيجة في الخطوة الأخيرة إذا كتب الطالب $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ينال ١٠ درجات
المجموع	١٠٠	

انتهى السلم

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: (الفرع العلمي – دورة ثانية)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P^3_{n+1} = 16\binom{n+2}{2}$.

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P : 2x + y - 2z - 4 = 0$. المطلوب:

1) احسب بعد A عن المستوي P .
2) اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

1) جد $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.
2) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.
3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.
4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty, 0[$ وفق: $f(x) = \frac{2x^2 + \cos^2 x}{x}$. المطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

السؤال السادس:

يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء.

المطلوب:

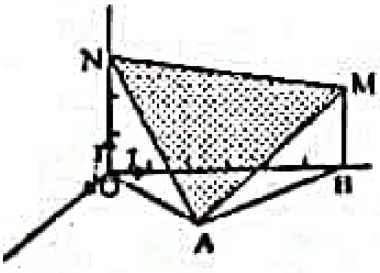
1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.
2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي مع الإعادة، نعرّف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول :

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $u_0 = \frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n : $u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$. المطلوب:

1) أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n .
2) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة .
3) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ وجد $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.



التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(1,3,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $N(0,0,3)$ ، $M(0,6,2)$.

المطلوب:

1) اكتب معادلة المستوي (AMN) .
2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).
3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z - 1 = 0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

يتبع في الصفحة الثانية

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

الاسم:
الرقم:
المدة: ثلاث ساعات
الدرجة: ستمائة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

(الفرع العلمي – دورة ثانية)

الرياضيات:

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. المطلوب:

أولاً: احسب قيمة كل من a، b إذا علمت أنّ $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية $y'+y=\lambda e^{-x}$، عيّن قيمة λ إذا علمت أن $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة $P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$.

المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$،
ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:
$a=2$، $b=1+i\sqrt{3}$، $c=-1+i\sqrt{3}$. المطلوب:

a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A'، B'، C' على الترتيب.

المسألة الثانية:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$، والتابع g المعرّف على I وفق: $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$. المطلوب:

1) ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها.

2) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α، ثم تحقق أن $\alpha=1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

4) أثبت أن: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها.

6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة: يمنع استعمال الآلات الحاسبة.

CS CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

ملاحظات عامةtm

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تحليل توافقي
٢	السؤال الثاني	معادلة كرة
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	جدول تغيرات
٥	السؤال الخامس	المقارب المائل
٦	السؤال السادس	الاحتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	تمرين الأشعة
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	القيمة الحدية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة العقدية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع أسي

٢- في الأسئلة الاختياريّة في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحّح أوّل خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرزاً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعتمد هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠-إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنه بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4.....)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

مثال ذلك:

الأحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد. حقل الأحاد بالعشرات. حقل العشرات بالمئات.

سلم درجات مادة: الرياضيات **الدرجة: ستمئة**

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $\binom{n+٢}{٢}١٦ = P^{٣}_{n+٣}$.

شرط الحل $n \in \{0,1,2,....\}$ $(n+3)(n+2)(n+1) = 16\,\frac{(n+3)(n+1)}{2}$ $n+٣=٨$ $n=٥$	٥ ٥ قانون توافيق+ ٥ نشر +٥ قانون تراتيب + ٥ نشر+ ٥شرط الاختصار ٥معادلة درجة أولى ٥	ملاحظة: الخطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P : 2x + y - 2z - 4 = 0$. **المطلوب:**

1) احسب بعد A عن المستوي P.

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

$dis_{(A,P)} = \frac{\lvert ax_A + bx_A + cz_A + d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$	٥	ملاحظة: أي خطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات قانون + تعويض + نتيجة (٣×٥)
$= \frac{\lvert ٤+١-٤-٤\rvert}{\sqrt{٤+١+٤}} = \frac{٣}{٣} = ١$	٥+٥+٥	تعويض+ إصلاح+ نتيجة
$d = R$ معرفة	١٠	إذا كتب قانون خاطئ يخسر ٢٠ درجة إذا كتب معادلة للكرة بدون تربيع يخسر ٢٠ درجة
$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$	5+5	قانون + تعويض
مجموع درجات السؤال الثاني	٤٠	

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

حساب التكامل:		
افتراض $u = x$ و $u' = ١$	٥×٢	إذا بدل بالفرضيات ينال ١٥ درجة فقط على كامل السؤال (٥قانون + ٥اشتقاق + ٥تابع أصلي)
$v' = \sin x$ و $v = -\cos x$	٥×٢	
قانون التكامل بالتجزئة	5	
$I = -x\cos x + \sin x \Big]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$	5+5+5	
مجموع درجات السؤال الثالث	٤٠	

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . **والمطلوب:**

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to0} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

x	٠		١		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	٠	−	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

$\lim_{x\to0} f(x)=-\infty,\quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	٥+٥	
المقارب الأفقي $y=0$	٥	
عدد حلول المعادلة: حل وحيد	٥	
القيمة الكبرى محلياً ، $\frac{1}{e}$	٥+٥	
مجموعة حلول المتراجحة المجال $]0,+1[$	١٠	إذا أغلق المجال يخسر ٥ درجات إذا كتب مجال $]1,0[$ يخسر ١٠ درجات
مجموع درجات السؤال الرابع	٤٠	

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,0[$ وفق: $f(x)=\frac{2x^2+\cos^2 x}{x}$. **المطلوب:**

اثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

$f(x)-y_{\Delta}=\frac{\cos^2 x}{x}$	٥	
$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$	٥	
$-١\le\cos x\le ١$	٥	
$٠\le\cos^{٢} x\le ١$	٣	عند القسمة على $x<0$ ولم يغير جهة التراجح يخسر درجتان
$\frac{-١}{x}\le\frac{\cos^{٢} x}{x}\le ٠$	٢	
حسب الإحاطة $\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0$	٥	
$\lim_{x\to-\infty}\frac{\cos^2 x}{x}=0$	٥	
الوضع النسبي دراسة إشارة $g(x)=\frac{\cos^2 x}{x}$ البسط موجب	٣	
إشارة الكسر من إشارة المقام والمقام سالب $g(x)<0$	٥	إذا كتب الطالب $g(x)<0$ والخط C يقع تحت
ومنه الخط C يقع تحت المقارب	٢	المقارب ينال الدرجات المخصصة دون الحاجة لذكر النقاط المشتركة
مجموع درجات السؤال الخامس	٤٠	

السؤال السادس: يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عد الكرات البيضاء. **المطلوب:** 1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون

2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

w : الحدث الكرة البيضاء $P(w)=\frac{1}{4}$	٨	في قيم المتحول العشوائي يخسر درجتان إذا أضاف قيمة أو انقص قيمة
$X=\{0,1,2,3\}$	٨	
$p(X=0)=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$	٣+٢	
$p(X=1)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times 3=\frac{27}{64}$	٣+٣	
$p(X=2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times 3=\frac{9}{64}$	٣+٣	عدم الضرب بالتباديل يخسر ٣ درجات
$p(X=3)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$	٣+٢	
$\begin{array}{c\|cccc} x_i & ٠ & ١ & ٢ & ٣ \\ \hline p(X=x_i) & \frac{١}{٦٤} & \frac{٩}{٦٤} & \frac{٢٧}{٦٤} & \frac{٢٧}{٦٤} \end{array}$	٢	تنظيم الجدول
مجموع درجات السؤال السادس	٤٠	
طريقة: حساب $P=\frac{n}{4n}=\frac{1}{4}$, $q=\frac{3}{4}$	٨+٢	عدم المبادلة بين p و q يخسر درجتين فقط
$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$	٨	
قانون برنولي	٢	
حساب $P(0)$ و $P(1)$ و $P(2)$ و $P(3)$	٢ تعويض + ٣ النتيجة لكل احتمال	$(2+3)\times 4$

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

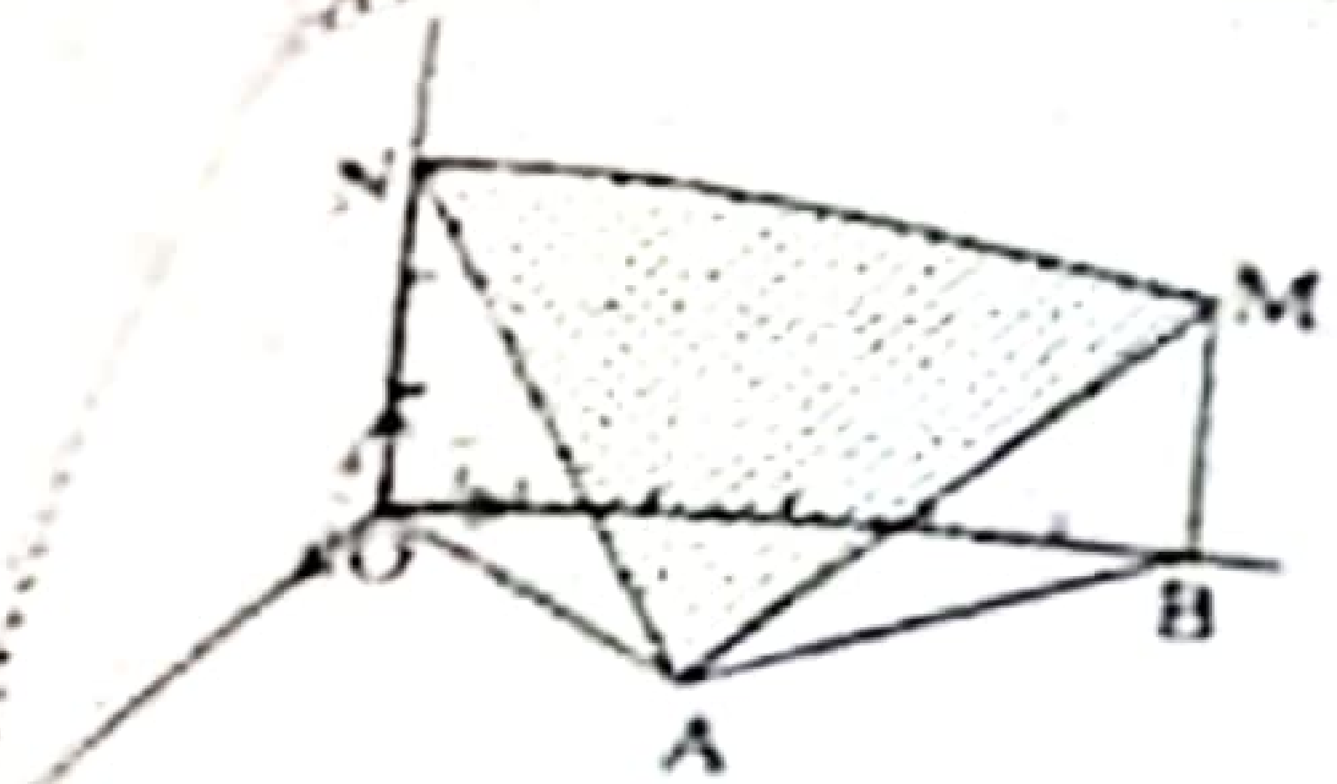
التمرين الأول : نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرفة وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n: $u_{n+1}=(u_n-2)^2+2$.

المطلوب: ١) أثبت بالتدريج أن $2\le u_n\le3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

٢) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ متناقصة . ٣) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ وجد $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

ترميز القضية	٢	
إثبات صحة $E(٠)$	٥	
افتراض صحة $E(n)$	٥	
وإثبات $E(n+1)$	5×4	
$E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$ صحيحة أياً كانت $n\ge0$	٣	
إثبات أنها متناقصة: $u_{n+1}-u_n\le0$		
$(u_n-2)^2+2-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$	٥+٥+٥	أو تبرير أنها متناقصة ومحدودة من الأدنى $\lim_{n\to+\infty}u_n=2$
ومنه $u_n-2\ge0$, $u_n-3\le0$	٣+٣	
$(u_n-3)(u_n-2)\le0$	٤	
المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة، النهاية هي حل	٥	
للمعادلة $f(x)=x$	٥	
ومنه $\lim_{n\to+\infty}u_n=2$		
المجموع	٧٠	

طريقة ثانية لبرهان التناقص بطريقة التدريج:		طريقة ثانية لبرهان المحدودية	
$Q(n):u_{n+1}\le u_n:n\ge0$	٥	إثبات صحة $E(٠)$	
$Q(0):u_1\le u_0$ محققة $\frac{9}{4}\le\frac{5}{2}$	٥	افتراض صحة $E(n)$	
نفرض $Q(n)$ صحيحة من أجل n	٥	وإثبات $E(n+1)$	
$Q(n+1):u_{n+2}\le u_{n+1}:n\ge0$		نعرف تابع $f(u_n)=u_{n+1}$	
من الفرض $u_{n+1}\le u_n$		$f(x)=(x-2)^2+2$	٣
$u_{n+1}-2\le u_n-2$	٢	$f'(x)=2(x-2)$	٣
$(u_{n+1}-2)^2\le(u_n-2)^2$	٢	$x\ge2$	٢
		f متزايد تماماً على $[2,+\infty[$	٢
$(u_{n+1}-2)^2+2\le(u_n-2)^2+2$	٢	من الفرض $2\le u_n\le3$	
$u_{n+2}\le u_{n+1}$	٢	$f(2)\le f(u_n)\le f(3)$	٥
$Q(n+1)$ محققة ومنه $Q(n)$ صحيحة أياً كانت $n\ge0$	٢	$2\le u_{n+1}\le3$	٥
		$E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$	٣
		صحيحة أياً كانت $n\ge0$	



التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(1,3,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $N(0,0,3)$ ، $M(0,6,2)$.

المطلوب:

1) اكتب معادلة للمستوي (AMN).

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).

3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z-1=0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

الوصول إلى معادلة المستوي (AMN)		ملاحظات:	
إما من العلاقة $ax+by+cz+d=0$	٦	أو يجد $\overrightarrow{AN}$ ، $\overrightarrow{AM}$.	٣+٣
تعويض النقاط	١+١+١	$\vec{n}.\overrightarrow{AN}=0$ ، $\vec{n}.\overrightarrow{AM}=0$	٢+٢
وحساب قيم d ، c ، b ، a	٤+٤+٤+٤	افتراض $\vec{n}(a,b,c)$	٣
		إيجاد قيم الوسطاء a ، b ، c	٤+٤+٤
كتابة معادلة المستوي	٥	كتابة معادلة للمستوي	٥
المعادلات الوسيطية – قانون	٥	أو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي	٥
شعاع توجيه	3×3	$\overrightarrow{Ak}=\alpha\overrightarrow{AM}+\beta\overrightarrow{AN}$	٥ قانون
نتيجة	2×3	إيجاد α,β	٥ تعويض ٥+٥
اثبات أن $z=1$ معادلة المستوي المحوري		الوصول إلى معادلة للمستوي	٥
إيجاد إحداثيات المنتصف	3×3		
معرفة الناظم $\overrightarrow{BM}$	2×3		
كتابة معادلة المستوي المحوري	٥		
المجموع	٧٠		.
طريقة: المستوي المحوري		$z-1=0$	
		$\vec{n}(0,0,1)$	٤
$D(x,y,1)$ $D\in\rho$	٥	$\overrightarrow{MB}(0,0,2)$	٣
$BD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$	٤+٣	$I(0,6,1)$	٣
$MD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$		$I(0,6,1)$ تحقق معادلة المستوي ρ	٤
$BD=MD$	٣	$\overrightarrow{MB}$ ، $\vec{n}$ مرتبطان خطياً	٤
ρ المستوي المحوري	٣		
	٢	ρ المستوي المحوري	٢
طريقة:			
أو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري	٥	في التمثيل الوسيطي عند استخدام نقطة غير المبدأ يخسر درجة واحدة	
$KM=MB$ ومنه $KM^2=MB^2$	٥		
تعويض – إصلاح - نتيجة	٢+٣+٤		

التمرين الثالث: ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. **المطلوب:**

أولاً: احسب قيمة كل من a , b إذا علمت أنّ $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضليّة $y'+y=\lambda e^{-x}$ ، عيّن قيمة λ إذا علمت أنّ $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

تعويض القيمة في معادلة التابع $f(-1)=e$	$5+5$	٥ تعوض للمعادلات الخطية بعد الإصلاح
أيجاد المشتق ، معرفة $f'(-1)=0$ ، تعويض ، نتيجة	5×4	٥ مشتق + ٥ قانون + ٥ تعويض +
حل معادلتين بمجهولين – الوصول إلى قيمة a , b	5×2	٥الوصول إلى معادلات خطية بدلالة b و a
حساب $y'=f'(x)$ – التعويض – الإصلاح – قيمة λ	5×4	
المجموع	٦٠	

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة $P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$. المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون ٢ = z حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha = 1$, جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$ ،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب: $a=2$, $b=1+i\sqrt{3}$, $c=-1+i\sqrt{3}$.

المطلوب: a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' , B' , C' على الترتيب.

أولاً : ١- التعويض $z = 2$ في المعادلة الوصول إلى معادلة خطية الوصول إلى قيمة α	٥ ٥ ٥		
٢- إجراء القسمة الإقليدية أو أي طريقة أخرى صحيحة وإيجاد $Q(z)$ حساب Δ جذر أول جذر ثاني جذر ثالث	5+5+5 ٥ ٦ ٥ ٥ ٥	طريقة ثانية لإيجاد $Q(z)$: $(z+2)(az^2+bz+c)=p(z)$ إيجاد a و b و c	٥ ٥+٥+٥
ثانياً:a- إثبات $\frac{b-a}{c-a}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ تعويض الشكل الجبري الشكل المثلثي الشكل الأسي استنتاج مثلث متساوي الساقين و منفرج الزاوية	5+5 ٥ ٥ 10 ٥	طريقة: كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل المثلثي كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل الجبري حساب $\frac{b-a}{c-a}$ وكتابتها بالشكل الجبري والنتيجة ملاحظة١: إذا كتب الطالب مثلث متساوي الساقين و قائم يخسر الدرجة المخصصة. ملاحظة٢: إذا قام الطالب بحساب AB , AC , BC واستنتج أن المثلث متساوي الساقين ينال ٥ درجات ملاحظة: إذا كتب الطالب المثلث متساوي الساقين أو منفرج الزاوية ينال ٥ درجات المخصصة للخطوة	٥ ٥+٥ ٥+٥+٥
b- إيجاد a' , b' , c'	3+3+3	متساوي الساقين ، $\frac{a-b}{c-b}=1$	
المجموع	١٠٠		

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرف بالصيغة

$P(z)=z^{3}-2(\alpha+i\sqrt{3})z^{2}-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$ ، **المطلوب:**

1) احسب العدد α لكي يكون ٢ $= z$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha = 1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$ ،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب: $a=2$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=-1+i\sqrt{3}$.

المطلوب: a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

أولاً : ١- التعويض $z=2$ في المعادلة الوصول إلى معادلة خطية الوصول إلى قيمة α	٥ ٥ ٥		
٢- إجراء القسمة الإقليدية أو أي طريقة أخرى صحيحة وإيجاد $Q(z)$ حساب Δ جذر أول جذر ثاني جذر ثالث	5+5+5 ٥ ٦ ٥ ٥ ٥	طريقة ثانية لإيجاد $Q(z)$: $(z+2)(az^{2}+bz+c)=p(z)$ إيجاد a و b و c	٥ ٥+٥+٥
ثانياً:a- إثبات $\frac{b-a}{c-a}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ تعويض الشكل الجبري الشكل المثلثي الشكل الأسي استنتاج مثلث متساوي الساقين و منفرج الزاوية	5+5 ٥ ٥ 10 ٥	طريقة: كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل المثلثي كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل الجبري حساب $\frac{b-a}{c-a}$ وكتابتها بالشكل الجبري والنتيجة ملاحظة١: إذا كتب الطالب مثلث متساوي الساقين و قائم يخسر الدرجة المخصصة. ملاحظة٢: إذا قام الطالب بحساب AB ، AC ، BC واستنتج أن المثلث متساوي الساقين ينال ٥ درجات ملاحظة: إذا كتب الطالب المثلث متساوي الساقين أو منفرج الزاوية ينال ٥ درجات المخصصة للخطوة	٥ ٥+٥ ٥+٥+٥
-b إيجاد a' ، b' ، c'	3+3+3	متساوي الساقين ، $\frac{a-b}{c-b}=1$	
المجموع	١٠٠		

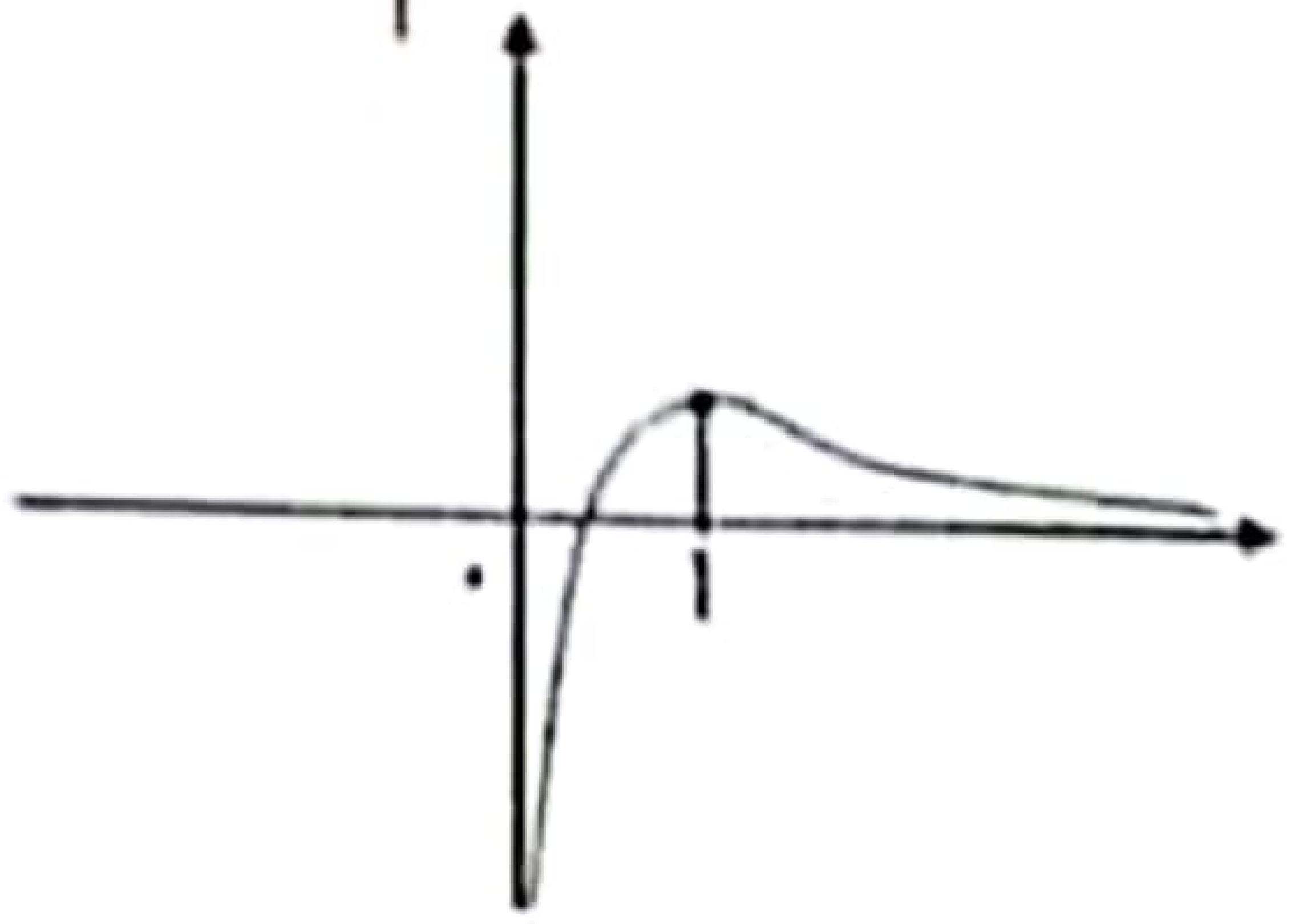
المسألة الثانية: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = e^{-x}(1+\ln x)$ ،

والتابع g المعرف على I وفق: $g(x) = \frac{١}{x} - ١ - \ln x$. **المطلوب:**

1) ادرس تغيرات التابع g ونظم جدولاً بها. 2) بيّن أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلاً وحيداً α، ثم تحقق أن $\alpha = 1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه. 4) أثبت أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها. 6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

$\lim_{x\to 0} g(x) = +\infty \quad , \quad \lim_{x\to +\infty} g(x) = -\infty$	$5+5$	
$g'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$	$5+5$	
$\begin{array}{c\|c\|\|ccc} x & 0 & & & +\infty \\ \hline g'(x) & & & - & \\ \hline g(x) & & +\infty & \searrow & -\infty \end{array}$	٥ ٥	
g مستمر على $]0,+\infty[$ g متناقص على $]0,+\infty[$ $0 \in f(]0,+\infty[) =]-\infty,+\infty[$ فللمعادلة $g(x) = 0$ حل وحيد	5×4	
……………………… $g(1) = 1 - 1 - \ln 1 = 0$	5	
……………………… $\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$,	5	
$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} \frac{1+\ln x}{e^x} = 0$	$5+5$	نتيجة + تعليل
$f'(x) = -\frac{1}{x}e^{-x} + (-e^{-x})(1+\ln x) = \frac{\frac{1}{x} - 1 - \ln x}{e^x} = \frac{g(x)}{e^x}$	$5+5$	لكل إشارة وسهم متوافق معها ٥ درجات إذا لم يكتب الطالب العدد 1 ونظم جدولاً يتوافق مع حله ووضع إشارة واحدة مع سهم موافق يخسر ٥ درجات
$\begin{array}{c\|c\|\|ccccc} x & 0 & & & ١ & & +\infty \\ \hline f'(x) & & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & -\infty & \nearrow & \frac{1}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	$5+5$	
	١٠	ينال الطالب درجة الرسم المتوافق مع الجدول الذي نظمه
المجموع	١٠٠	

انتهى السلم

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢٢

الرياضيات: (الفرع العلمي) (الدورة الأولى)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال).

السؤال الأول: تأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+2$

المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

4- ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$ ؟

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,0)$ ، $B(0,1,0)$ ، $C(0,0,1)$. المطلوب:

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.

2- إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC، عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق العلاقة:

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|.$$

السؤال الثالث: صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثم نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق.

الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.

المطلوب: 1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.

2- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

السؤال الرابع: ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+1+\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$.

المطلوب: أثبت أنّ المستقيم الذي معادلته $d: y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$.

السؤال الخامس: نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الست الآتية بأحد العددين $+1$ أو -1 . المطلوب:

1- بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة.

2- بفرض X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم X .

3- بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق: $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}$ والمطلوب:

عيّن العددين a و b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0)=4$.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ ، $u_{n+1}=u_n^2-4u_n+6$ المطلوب:

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أنّ $2\leq u_n\leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

2- أثبت أنّ $u_{n+1}-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$.

3- استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

4- بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢٢

الرياضيات: (الفرع العلمي) (الدورة الأولى)

الصفحة الثانية

التمرين الثاني: ليكن f تابعاً معرفاً على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{x-\ln x} & : x>0\\ 0 & : x=0\end{cases}$ المطلوب:

1- أثبت أنّ f مستمر عند الصفر.

2- ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسّر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.

3- بيّن أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته.

4- اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

التمرين الثالث:

جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega=-3+4i$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2+2(1+i)z+i+\frac{3}{4}=0$$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة).

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P و Q : $\begin{matrix}P: x-y+2z-1=0\\ Q: 2x+y+z+1=0\end{matrix}$ والمطلوب:

1- أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك d.

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d.

3- اكتب معادلة للمستوي R المار من A ويعامد كلاً من المستويين P و Q.

4- جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=e^{-2x}+2x-2$. المطلوب :

1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- بيّن أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C و Δ .

3- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها، ثم بيّن أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $[-1,0[$.

4- ارسم Δ و C ، ثم احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x=1$.

5- استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g: x\mapsto -e^{2x}+2x+2$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

الجمهوريّة العربيّة السورية

وزارة التربية

سُلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة عام 2022

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة جدول التغيرات
2	السؤال الثاني	أشعة
3	السؤال الثالث	احتمالات
4	السؤال الرابع	المقارب المائل
5	السؤال الخامس	تحليل توافقي
6	السؤال السادس	التابع الكسري
7	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
8	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	الاستمرار وقابلية الاشتقاق
9	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	عقدية
10	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة الهندسة التحليلية
11	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التحليل

2- في الأسئلة الاختياريّة في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحّح أوّل خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

3- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

7- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

12- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الآحاد	العشرات	المئات
	2	1	1

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة /الفرع العلميّ/ عام 2022م

سُلّم درجات مادة: الرياضيات　　**(الدورة الأولى)**　　**الدّرجة: ستمئة**

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكلّ سؤال)

السؤال الأوّل: تأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C. **المطلوب:**

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+2$

1− جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2− اكتب معادلة كلّ مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .

3− ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟　　4− ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$ ؟

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$　　$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$	5+5 5	
2	معادلة المقارب الشاقولي $x=1$ معادلة المقارب الأفقي $y=2$	5 5	
3	حلان	5	1- إذا كتب حلّ المتراجحة $]-\infty,2[$ يخسر5 درجات
4	حلول المتراجحة	10	2- إذا كتب حلّ المتراجحة $]-\infty,2]$ يخسر10درجات
	المجموع	**40**	

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$. **المطلوب:**

1− احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.

2− إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC، عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق العلاقة:

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\right\| .$$

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
	ايجاد $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$	3+3	إذا اخطأ الطالب في أي مركبة بالأشعة يخسر درجة واحدة **طريقة ثانيه لحساب** $\cos(\widehat{BAC})$	
	قانون الجداء السلمي + التعويض و الناتج	3+4	حساب AB,AC,BC	4+2+4
	حساب $\\|\overrightarrow{AC}\\|$, $\\|\overrightarrow{AB}\\|$	4+4	بفرض N منتصف $[BC]$	
	قانون $\cos(\widehat{BAC})$ +تعويض+ نتيجة	2+3+4	حساب $\sin(\widehat{NBA})$ او $\cos(\widehat{NBA})$	2
	اختزال الأشعة	4		
2	M ترسم كرة – مركزها G-نصف قطرها $\frac{1}{6}AB$	2+2+2	$\cos(\widehat{BAC})=2\cos^2(\widehat{BAN})-1$ او $\cos(\widehat{BAC})=1-2\sin^2(\widehat{BAN})$	3
			تعويض + النتيجة	2
	المجموع	**40**	طريقه ثالثه	

علاقة الكاشي	4
حساب AB,AC,BC	2+2+2
التعويض بعلاقة كاشي	4
الوصول الى $\cos\widehat{A}=\frac{4}{5}$	3

السؤال الثالث: صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثمّ نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثمّ نسحب مجدداً كرة من الصندوق.

الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.

المطلوب: $1-$ أعط تمثيلاً شجريّاً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.

$2-$ إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
التمثيل الشجري ستة فروع حساب احتمال حدث سحب الكرة الثانية حمراء النتيجة	4×6 3+3 2	1- لكلّ احتمال 4 درجات
-2 قانون الاحتمال الشرطي التعويض + النتيجة	3 2+3	2- إذا عكس الطالب الاحتمالات يخسر درجة واحدة لكلٍّ منها.
مجموع	**40**	

السؤال الرابع: ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $]0\,,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+1+\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$.

المطلوب: أثبت أنّ المستقيم الذي معادلته $d: y=x+1$ مقارب مائل للخطّ البياني للتابع f عند $+\infty$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
$\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-y_d)=0$	5	إذا كتب الطالب $0\le\sin x\le 1$ أو $-1\le\sin x\le 0$ يخسر 5 درجات
حساب $f(x)-y_d$	5	
حصر $\sin x$	5	
الوصول إلى حصر الفرق	5+5	
حساب النهاية لطرفي المتراجحة	5+5	
الوصول إلى النتيجة بحسب مبرهنة الإحاطة	5	
مجموع	**40**	

السؤال الخامس: نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الستة الآتية بأحد العددين 1+ أو 1- . **المطلوب:**

$1-$ بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة.

$2-$ بفرض X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم X .

$3-$ بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
$2^6=64$	15	1- إذا كتب الطالب 2^6 او 64 ينال 15 درجة 2- طريقة ثانية لعدد الطرائق
$X(\Omega)=\{-6,-4,-2,0,2,4,6\}$	7X2	
التوافيق + تعويض +نتيجة	3+4+4	برنولي + الناتج 4+4
مجموع	**40**	معرفة $n(\Omega)=64$ استنتاج عدد الطرق 20 3

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق: $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}$ **والمطلوب:**

عيّن العددين a و b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0)=4$.

الإجابة	الدّرجة	الملاحظات
التعويض بالنقطة	5	
ايجاد b	5	
إيجاد المشتق (كثير حدود + الكسر) + النتيجة	5+5+5	
حساب $f'(0)$	5	
الوصول الى علاقة بين a و b	5	
حساب قيمة a	5	
مجموع	**40**	

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأوّل والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

السؤال السابع – التمرين الأول : نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وفق: $u_0 = \frac{5}{2}$, $u_{n+1} = u_n^2 - 4u_n + 6$ **المطلوب:**

1– أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أنّ $2 \leq u_n \leq 3$ أيّاً كان العدد الطبيعي n .

2– أثبت أنّ $u_{n+1} - u_n = (u_n - 3)(u_n - 2)$. 3– استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

4– بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x - \ln x} & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$$

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	ترميز القضية $E(n)$، إثبات $E(0)$	للإثبات 5	طريقة ثانية لبرهان $E(n+1)$
	نفترض صحة $E(n)$ ونثبت صحة $E(n+1)$	5	
	افتراض التابع + مشتق	5+5	
	إثبات الاطراد على $]2,+\infty[$ او $[2,3]$	2+3	
	إيجاد صورة أطراف المتراجحة الصحيحة	5	
	الوصول الى صحة $E(n+1)$	5	
	$E(n+1)$ محققة ومنه $E(n)$ صحيحة	5	
2	الوصول إلى تحليل $u_{n+1} - u_n$	5	
3	معرفة إشارة جداء القوسين + إشارة الفرق	5+5	
4	استنتاج تقارب المتتالية حل المعادلة $f(x) = x$ ناتج النهاية	5 5 5	إذا كتب الطالب نهايتان للمتتالية يخسر 5 درجات
	المجموع	**70**	

طريقة ثانية لبرهان $E(n+1)$

الإتمام الى مربع كامل	5
إضافة 2- للمتراجحة	5
التربيع	5
إضافة 2	5
الوصل الي $E(n+1)$	5
$E(n+1)$ محقّقة ومنه $E(n)$ صحيحة	5

طريقة ثانيه لبرهان الاطراد

الوصول $u_1 < u_0$	5
$u_{n+1} < u_n$	3
f متزايد $f(u_{n+1}) < f(u_n)$	3
$u_{n+2} < u_{n+1}$	4

إذا كتب الطالب نهايتان للمتتالية يخسر 5 درجات

السؤال الثامن – التمرين الثاني: ليكن f تابعاً معرفاً على $[0, +\infty[$ وفق: المطلوب:

1– أثبت أنّ f مستمر عند الصفر.

2– ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسّر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.

3– بيّن أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته.

4– اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

السؤال	رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
الثامن	1	القانون نهاية التابع عند الصفر $\lim\limits_{x\to 0} \ln x = -\infty$	5 5 5	
	2	$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ التعويض إثبات أن النهاية عدد حقيقي اشتقاقي عند الصفر يقبل مماس أفقي عند الصفر	5 5 5 2 3	- إذا عبّر عن التفسير الهندسي بالرسم ينال الدرجة المخصصة -إذا كتب ميل المماس للمنحني معدوم ينال الدرجات المخصصة
	3	إخراج x من المقام الاختزال النهايه + المقارب الافقي	5 5 5	
	4	$f(1)$, $f'(x)$, $f'(1)$ معادلة المماس دستور التقريب التآلفي النتيجة والتعويض	3+5+2 5 3 2	إذا عوّض مباشرة في معادلة المماس ينال الدرجات المخصصة للتقريب
		مجموع	**70**	

السؤال التاسع – التمرين الثالث: جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega = -3+4i$ ، ثمّ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2+2(1+i)z+i+\frac{3}{4}=0$$

<table>
<tr><th>السؤال</th><th>رقم الخطوة</th><th>الإجابة</th><th>الدرجة</th><th>الملاحظات</th></tr>
<tr><td rowspan="7">التاسع</td><td>1</td><td>تشكيل المعادلات الثلاث</td><td>5+5+5</td><td rowspan="8">طريقة ثانية
<table>
<tr><td>$z^2+2(1+i)z+(1+i)^2+i+\frac{3}{4}=(1+i)^2$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>$(z+1+i)^2-\frac{1}{4}(-3+4i)=0$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>$(z+1+i)^2-[\frac{1}{2}(1+2i)]^2=0$</td><td>5</td></tr>
<tr><td>الوصول الى z_1 , z_2</td><td>5+5</td></tr>
</table>
إذا حلّ الطالب المعادلة وتوصّل الى Δ ثمّ أوجد جذره وتابع في حلّ المعادلة ينال درجة الطلب الأوّل كاملة</td></tr>
<tr><td>2</td><td>إيجاد x_1 , y_1</td><td>3+2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>إيجاد x_2 , y_2</td><td>3+2</td></tr>
<tr><td>4</td><td>ايجاد الجذرين</td><td>5+5</td></tr>
<tr><td></td><td>قانون Δ ، التعويض ، نتيجة</td><td>5+5+5</td></tr>
<tr><td></td><td>حساب z_1 : تعويض + نتيجة</td><td>2+3</td></tr>
<tr><td></td><td>حساب z_2 : تعويض + نتيجة</td><td>2+3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>مجموع</td><td>60</td></tr>
</table>

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P وQ : $P : x-y+2z-1=0$ ، $Q : 2x+y+z+1=0$ **المطلوب:**

1- أثبت أنّ المستويين P وQ متقاطعان بفصل مشترك d.

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d.

3- اكتب معادلة للمستوي R المار من A ويعامد كلاً من المستويين P وQ.

4- جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q .

السؤال	رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
العاشر	1	إيجاد $\vec{n}_P$, $\vec{n}_Q$	5+5	يمكن كتابة المعادلة بأحد الأسلوبين $a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$ $ax+by+cz+d=0$
		عدم تناسب المركبات	3	
		P , Q متقاطعان	2	
	2	حلّ المعادلتين الوصول إلى متحوّل بدلالة الآخر فرض أحد المتحولات وسيط ما	5	
		استنتاج المتحولين الآخرين	5+5	
		كتابة المعادلات الوسيطية للمستقيم	5	
	3	معرفة $\vec{n}_R$	5	
		معادلة المستوي بدلالة d	5	
		حساب d	3	
		كتابة معادلة المستوي	2	
	4	تعويض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي	6	
		إيجاد الوسيط	3	
		إيجاد النقطة $B(x_B,y_B,z_B)$	2+2+2	
	5	حساب $\overrightarrow{AA'}$ وسيطياً	3	طريقة 2: حساب AB + النتيجة طريقة 3: حساب المسافة عن طريق وسيط وكتابة تابع ثم دراسة اطراده و استنتاج البعد 5+15
		تطبيق الجداء السلمي $\overrightarrow{AA'}\cdot\vec{u}=0$	3+3	
		حساب الوسيط + التعويض +إيجاد المسقط	3+3+2	
		حساب نظيم $\overrightarrow{AA'}$	3	
	6	معرفة R ، قانون البعد ، حساب البعد	3+3+3	
		قانون الكرة ، التعويض في معادلة الكرة	3+3	
		المجموع	100	

طريقة ثانية : معادلة للمستوي

إذا كتب الطالب عبارة خطية $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{n_p}+\beta\overrightarrow{n_R}$	3 درجات
تعويض	3 درجات
الوصول إلى ثلاث معادلات بدلالة $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{n_p}+\beta\overrightarrow{n_R}$	3 درجات
حل المعادلات	3 درجات
الوصول لمعادلة للمستوي	3 درجات

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=e^{-2x}+2x-2$. **المطلوب** :

1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- بيّن أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C و Δ .

3- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها، ثمّ بيّن أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $[-1,0]$.

4- ارسم Δ و C ، ثمّ احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x=1$.

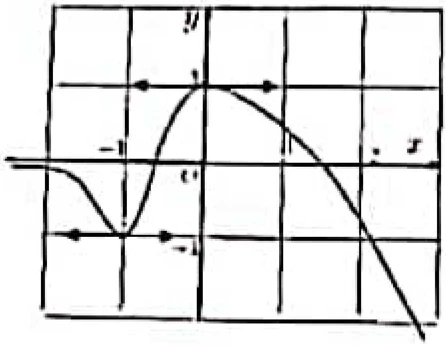
5- استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g:x\mapsto -e^{2x}+2x+2$.

السؤال	رقم الخطوة	الإجابة	الدّرجة	الملاحظات
الحادي عشر	1	حساب النهاية $+\infty$	5	
		إزالة عدم التعيين عند $-\infty$ وإيجاد النهاية	5+5	
	2	تابع الفرق + حساب النهاية $f(x)-y_{\Delta}$ (قانون + ناتج)	3+3	
		دراسة الإشارة $f(x)-y_{\Delta}$ ، C فوق Δ	3+3	
	3	إيجاد المشتق	5	
		قيمة x التي تعدم المشتق + الصورة	3+3	
		الجدول إشارة+ إشارة+ سهم +سهم	4 X4	
		استمرار وتناقص التابع على مجال I	2	
		انتماء الصفر الى صورة المجال I	2	
		استنتاج وجود جذر	2	
		استمرار وتزايد التابع على مجال J	2	
		انتماء الصفر الى صورة المجال J	2	
		استنتاج وجود جذر	2	
		$f(-1)$, $f(0)$	2+2	
		الوصول $f(-1).f(0)<0$	2	
	4	رسم C + رسم Δ	5+5	
		قانون التكامل + حدا التكامل	2+3	
		إيجاد التابع الأصلي	3	
		تعويض + نتيجة	2+2	
	5	معرفة $g(x)=-f(-x)$ او تناظر بالنسبة الى مبدأ الاحداثيات او بطريقة الرسم	3 3	
		المجموع	100	

- انتهى السُّلّم -

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



تأمل جانباً C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$.

المطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f .

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عيّن القيم الحدّية للتابع f مبيناً نوع كلّ منها.

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$. المطلوب:

أعط معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA = MB$ وما طبيعة المجموعة S.

السؤال الثالث: ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = \ln(2+\sin x)$. المطلوب:

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim_{x\to0}\dfrac{\ln(2+\sin x)-\ln(2)}{x}$.

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases}\ln(x)+\ln(y)=\ln(6)\\ \ln(x+y)=\ln(5)\end{cases}$$

السؤال الخامس: ليكن $I=\int_0^1\dfrac{x^3}{1+x^4}\,dx$ و $J=\int_0^1\dfrac{x^7}{1+x^4}\,dx$ والمطلوب:

احسب I ثم $I+J$ واستنتج J .

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها O ، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\{A_1,A_2,\ldots,A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار. **والمطلوب:**

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S ؟

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$:

$$u_n=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\ldots+\frac{1}{5^n} \quad \text{و} \quad v_n=u_n+\frac{1}{2^n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أنّ $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\geq1}$ متتالية متناقصة .

2- استنتج أنّ المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان.

3- أثبت أنّ $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$ واستنتج $\lim_{n\to+\infty}v_n$.

يتبع في الصفحة التالية

التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي z يحقق $z^3 = 1$ ، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $\omega = \frac{\beta + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i\beta}$.

a) أثبت أن $|\omega| = 1$.

b) من أجل $\beta = 1$ ، أثبت أن: $\omega^{12} = 1$.

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أن $|z - 2 + i| = 5$.

التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و (1) ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. والمطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X , Y)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$. والمطلوب:

1- تحقق أن النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أن: $y + z - 1 = 0$ هي معادلة للمستوي (BCD) .

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x) = e^x + \ln(1-x)$ وليكن g التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = (1-x)e^x - 1$. والمطلوب:

1- ادرس اطراد التابع g واستنتج أن $g(x) \le 0$ مهما تكن $x \in \mathbb{R}$.

2- تحقق أن $f'(x) = \frac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$ ، ثم ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم T ، ثم ارسم C الخط البياني للتابع f .

الجمهوريّة العربيّة السورية

وزارة التربية

سُلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة ثانية عام ٢٠٢٢م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة الرسوم البيانية
٢	السؤال الثاني	معادلة المستوي المحوري
٣	السؤال الثالث	إيجاد نهاية باستعمال تعريف العدد المشتق
٤	السؤال الرابع	حل جملة معادلتين
٥	السؤال الخامس	تكامل
٦	السؤال السادس	تحليل توافقي
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	عقدية
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	احتمالات
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة الهندسة
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التحليل

٢- في الأسئلة الاختياريّة في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحّح أوّل خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

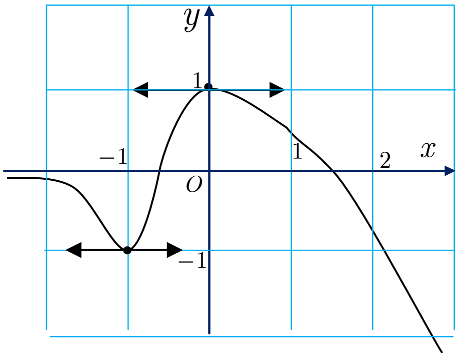
مثال ذلك :	الآحاد	العشرات	المئات
	2	1	1

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة /الفرع العلميّ/ عام ٢٠٢٢م

سُلّم درجات مادة: الرياضيات **(الدورة الثانية)** **الدّرجة: ستمئة**

السؤال الأول:

نتأمل جانباً C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$.



المطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f .

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عيّن القيم الحديّة للتابع f مبيّناً نوع كلّ منها.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	5+5	يخسر درجة واحدة إذا كتب المجال مغلق
2	معادلة المقارب $y=0$	5	
3	$]-1,0[$	5	
4	$f(0)=1$ قيمة كبرى محلياً $f(-1)=-1$ قيمة صغرى محلياً	5+5 5+5	
	المجموع	**40**	

السؤال الثاني: في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$. **المطلوب:**

أعط معادلةً للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA=MB$ وما طبيعة المجموعة S.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	قانون + تعويض	5+10	تحديد نقطة المنتصف للقطعة $[AB]$ 5 حساب مركبات ناظم على المستوي 10 قانون المستوي+تعويض+نتيجة 5+5+5 المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ 10
2	نشر الطرفين +اختزال	5+5+5	
3	المستوي المحوري للقطعة $[AB]$	10	
	المجموع	**40**	

السؤال الثالث: ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x)=\ln(2+\sin x)$. **المطلوب:**

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(2+\sin x)-\ln(2)}{x}$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	إيجاد $g'(x)$ حساب $g'(0)$ حساب $g(0)$	10+5 5+5	
2	كتابة النهاية المطلوبة بالشكل $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)-g(0)}{x-0}=g'(0)$ معرفة النهاية	5+5 5	
	المجموع	**40**	

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases}\ln(x)+\ln(y)=\ln(6)\\ \ln(x+y)=\ln(5)\end{cases}$$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
شرطي الحل $x>0$, $y>0$	3+3	
قانون $\ln(x\times y)=\ln(6)$ $x\times y=6$	5 5	
$x+y=5$	10	
معرفة الحلين: $x=2$, $y=3$ $x=3$, $y=2$	5+5 2+2	عدم كتابة الحل الثاني يخسر 4 درجات
المجموع	**40**	عند كتابة شرط الحل مع الحلين مباشرة ينال الدرجة كاملة

السؤال الخامس: ليكن $I=\int_0^1\dfrac{x^3}{1+x^4}dx$ و $J=\int_0^1\dfrac{x^7}{1+x^4}dx$ **والمطلوب:**

احسب I ثمّ $I+J$ واستنتج J .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
اصلاح + التابع الأصلي + التعويض + الناتج	5x4	
حساب واختزال $(I+J)$ + التابع الأصلي+الناتج	5x3	
استنتاج التكامل J	5	
المجموع	**40**	

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها O ، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\left\{A_1,A_2,\dots,A_{12}\right\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار. **والمطلوب:**

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S ؟

رقم الخطوة	الإجابة	الدّرجة	الملاحظات
1	التوافيق التعويض + الناتج	10 2+2	
2	التوافيق التعويض + الناتج	10 1+2	
3	التوافيق تعويض + الناتج	10 1+2	
	المجموع	**40**	

ثانياً: <u>حل التمارين الثلاثة الآتية:</u> (70 درجة لكل من التمرينين الأوّل والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

السؤال السابع: التمرين الأول : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$:

$$u_n=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\dots+\frac{1}{5^n} \quad \text{و} \quad v_n=u_n+\frac{1}{2^n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أنّ $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\geq1}$ متتالية متناقصة .

2- استنتج أنّ المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان.

3- أثبت أنّ $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$u_{n+1}-u_n$ + الناتج	5 + 3	
	استنتاج إشارة $u_{n+1}-u_n$	5	
	استنتاج أن المتتالية متزايدة	2	
	$v_{n+1}-v_n$ التعويض	5 5	
	استنتاج إشارة $v_{n+1}-v_n$	5	
	استنتاج أن المتتالية متناقصة	2	
	حساب الفرق + النهاية $\lim\limits_{n\to\infty}(v_n-u_n)=0$	3+5	
2	استنتاج أن المتتاليتين متجاورتين	2	
3	u_n مجموع حدود متوالية من متتالية هندسية + قانون المجموع الوصول إلى $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$	5+5 5	
	حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$	8 5	

	المجموع	**70**	

السؤال الثامن: التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي j يحقق $j^3 = 1$ ، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $\omega = \dfrac{\beta + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i\beta}$

a) أثبت أنّ $|\omega| = 1$.

b) من أجل $\beta = 1$ ، أثبت أنّ: $\omega^{12} = 1$.

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أنّ $|z - 2 + i| = 5$.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
1	$j = re^{i\theta}$ $j^3 = r^3 e^{3i\theta} = 1$	2	طريقة ثانية: $J^3 = 1$ $J^3 - 1 = 0$	
	$r^3 = 1 \Rightarrow r = 1$ $3\theta = 2\pi k \quad : k \in \mathbb{Z}$ $\theta = \dfrac{2\pi}{3}k$	2	$(J-1)\left(J^2 + J + 1\right) = 0$ إما $J = 1$ أو $J^2 + J + 1 = 0$	3 5
	معرفة $j_1 = 1$ $j_2 = e^{\frac{2\pi}{3}i}$ + الشكل الجبري $j_3 = e^{\frac{4\pi}{3}i}$ الشكل الجبري+	5 1+2 1+2	حساب Δ $J_1 = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ $J_2 = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$	3 2 2
2 a)	$\lvert\omega\rvert = \dfrac{\lvert\beta + i\sqrt{3}\rvert}{\lvert\sqrt{3} - i\beta\rvert}$ $\lvert\beta - i\sqrt{3}\rvert = \lvert\beta + i\sqrt{3}\rvert = \sqrt{\beta^2 + 3}$ ومنه استنتاج $\lvert\omega\rvert = 1$	5 5+5 5		
2 b)	$\omega = \dfrac{2(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)}{2(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)}$ $\omega = \dfrac{e^{\frac{i\pi}{3}}}{e^{\frac{-i\pi}{6}}} = e^{\frac{i\pi}{2}}$ $\omega = i$ $\omega^{12} = 1$	2 للبسط + 2 للمقام 2 للبسط + 2 للمقام +2 2 3		
3	$\lvert z - (2 - i)\rvert = 5$ دائرة مركزها + نصف قطرها	5 5 5+5		
	المجموع	**70**		

– الطلب الثاني a):

طريقة ثانية

$\omega=\frac{i\left(\sqrt{3}-\beta i\right)}{\sqrt{3}-\beta i}=i$	10+5	
$\lvert\omega\rvert=\lvert i\rvert=1$	5	

طريقة ثالثة

$\overline{\omega}=\frac{\beta-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}$	5	
$\frac{1}{\omega}=\frac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}}$	5	
$\frac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}}=\frac{\beta-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}$ $\beta^2+3=3+\beta^2$	5	
$\overline{\omega}=\frac{1}{\omega}$	3	
$\lvert\omega\rvert=1$	2	

طريقة رابعة

$\omega\cdot\overline{\omega}=\frac{\left(\beta+i\sqrt{3}\right)\left(\beta-i\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{3}-i\beta\right)\left(\sqrt{3}+i\beta\right)}$ $=\frac{\beta^2+3}{3+\beta^2}=1$ $\lvert\omega\rvert=1$	5+5 5 5	

السؤال التاسع: التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و (1) ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. **والمطلوب:**

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X ، Y)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

<table>
<tr><th>رقم الخطوة</th><th>الإجابة</th><th>الدرجة</th><th>الملاحظات</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>$X=\{1,2\}$</td><td>2+2</td><td rowspan="7">إذا كتب قيم X و Y في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X ، Y) ينال درجة X و Y
إذا استعمل الطالب التوافيق بشكل صحيح ينال الدرجة كاملة
إذا استعمل الطالب السحب مع الإعادة يخسر 20 درجة</td></tr>
<tr><td>$p(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{2}{3}$</td><td>3+(3تباديل)
2</td></tr>
<tr><td>$p(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+3
2</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td>$Y=\{1,2,3\}$</td><td>2+2+2</td></tr>
<tr><td>$p(Y=1)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+(3تباديل)
2</td></tr>
<tr><td>$p(Y=2)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+(3تباديل)
2</td></tr>
<tr><td>$p(Y=3)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+(3تباديل)
2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>
<table>
<tr><th>قانون Y</th><th>2</th><th>1</th><th>X
Y</th></tr>
<tr><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{3}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{3}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>قانون X</td></tr>
</table>
</td><td>6X1</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>غير مستقلين احتمالياً
$\left\{\begin{array}{l} p\left((X=1)\cap(Y=1)\right)=0 \\ p(X=1)\cdot p(Y=1)=\frac{1}{9}\neq 0 \end{array}\right.$</td><td>2
2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>المجموع</td><td>60</td><td></td></tr>
</table>

<u>ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:</u> (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$. **والمطلوب:**

1- تحقّق أنّ النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أنّ: $y+z-1=0$ هي معادلة للمستوي (BCD) .

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

رقم الخطوة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
1	إيجاد المركبات $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BC}$	2×6		
	عدم تناسب المركبات الاستنتاج	6 4		
2	تعويض النقاط في معادلة المستوي	3×7	طريقة ثانية: $\vec{n}(a,b,c)$ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0$ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ إيجاد a,b,c كتابة معادلة المستوي	3 3 3+3+3 3+3 قانون + تعويض
3	$\vec{u}=\vec{n}$	8		
	إيجاد التمثيل الوسيطي قانون + تعويض	3×3+5		
4	تعويض التمثيل الوسيطي في معادلة المستوي الوصول لـقيمة t نقطة التقاطع	10 5 5		
5	إيجاد مركز الكرة منتصف $[AD]$	5		
	حساب (القطر +نصف القطر)	2+3	عند حساب نصف القطر مباشرة ينال 5	
	تعويض في معادلة الكرة	5		
	المجموع	100		

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x)=e^{x}+\ln(1-x)$ وليكن g التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x)=(1-x)e^{x}-1$. **والمطلوب:**

1- ادرس اطراد التابع g واستنتج أنّ $g(x)\le 0$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$.

2- تحقق أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$ ، ثمّ ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0$.

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم T ، ثمّ ارسم C الخط البياني للتابع f.

رقم الخطوة	الإجابة	الدّرجة	الملاحظات
1	حساب $g'(x)$ إيجاد حل المعادلة $g'(x)=0$	5+5 5	
	إيجاد $g(0)$ جدول الاطراد (إشارات + أسهم) $g(x)\le 0$	5 2+2+3+3 5	
2	إثبات $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$ أيجاد النهايات	5×3 5+5	
	جدول التغيرات	5+5	
3	معادلة المماس + حساب الميل $f(0)=1$ + كتابة معادلة المماس	5+5 5+5	
	رسم المماس + رسم الخط البياني	5+5	
	المجموع	100	

– انتهى السُّلّم –

الجمهورية العربية السورية النموذج الثاني

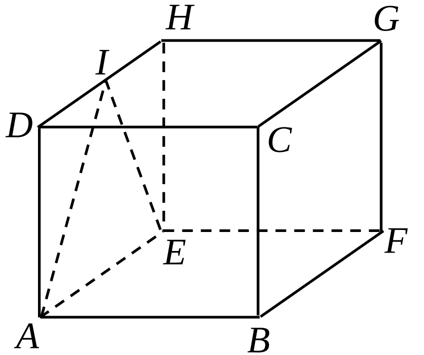
وزارة التربية الدرجة العظمى : ستمئة
المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية المدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد جانباً مكعباً طول ضلعه 1 . مزوداً بمعلم متجانس $\left(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD}\right)$

حيث I هي منتصف $[DH]$:



1) أعط إحداثيات النقاط I و E و A .

2) جد إحداثيات O مركز ثقل المثلث AEI .

3) أين تقع النقطة M التي تحقق $3\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EO}$ ؟

4) احسب $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IE}$

السؤال الثاني : ليكن f التابع المعرف على $D=R\setminus\{-1\}$ وفق : $f(x)=\dfrac{x^2-5x+1}{x+1}$

1) جد الأعداد a و b و c التي تحقق $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$ أياً يكن x من D .

2) احسب $I=\int_0^2 f(x)\,dx$.

السؤال الثالث : ليكن z عدداً عقدياً ما , وليكن w عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد .

أثبت أن $\dfrac{w\bar{z}-z}{iw-i}$ تخيلي بحت .

السؤال الرابع : احسب مشتق التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=e^{1-\sin x}$

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x)=\dfrac{x^2+|x|}{x^2+1}$

1) ما نهاية التابع f عند $-\infty$ ؟

2) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين , ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني C_f في النقطة $A(0,0)$.

التمرين الثاني : لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقة $x_0=5\ ,\ x_{n+1}=\dfrac{6}{5}x_n+\dfrac{4}{5}$

1) احسب x_1,x_2,x_3 ثم ادرس اطراد المتتالية .

2) نعرف $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n=x_n+4$. أثبت أن $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية .

3) اكتب y_n بدلالة n . ثم احسب $y_2+y_3+\ldots\ldots+y_{10}$ بدلالة قوة للعدد $\dfrac{6}{5}$.

تابع في الصفحة الثانية

التمرين الثالث : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, لدينا نقطتين $A(2,-1,0)$ و $B(-1,3,5)$

والمستوي P الذي يقبل معادلة $2x-3y+z-5=0$

1) أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي P في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها .

2) اكتب معادلة للمستوي Q العمودي على P ويمر بالنقطتين A و B .

التمرين الرابع : يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء , وثلاث كرات خضراء , وواحدة بيضاء

نسحب عشوائياً معاً ثلاث كرات من الصندوق .

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المختلفة بين الكرات المسحوبة

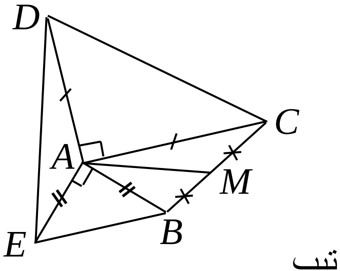
1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟

2) احسب كلاً من $P(X=1)$ و $P(X=3)$ ثم استنتج قيمة $P(X=2)$.

3) احسب توقع X وانحرافه المعياري .

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً .



لتكن M منتصف $[BC]$, وليكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A

ومتساويي الساقين مباشرين . نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة A .

ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B و C

1) احسب بدلالة b و c الأعداد العقدية e و d و m الممثلة للنقاط E و D و M بالترتيب .

2) احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأن $ED=2AM$

3) نفترض أن A هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D,2)$ و $(E,3)$ و $(C,1)$ و $(B,1)$.

احسب $\frac{c}{b}$, ثم احسب قياس الزاوية BAC .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-2[\cup]0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=\ln\frac{x+2}{x}$

1) احسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f .

2) أوجد $f'(x)$ وادرس إشارته ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع f .

3) ارسم الخط C في معلمٍ متجانس .

4) لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية معرفة على N^* وفق $u_n=f(n)$. نضع $S_n=u_1+u_2+\dots\dots+u_n$.

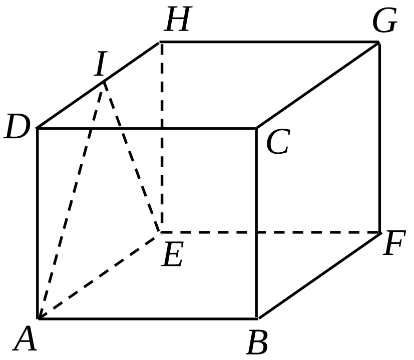
أثبت أن $S_n=\ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$.

انتهت الأسئلة

حلول النموذج الثاني ①

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد جانباً مكعباً طول ضلعه 1 . مزوداً بمعلم متجانس $(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$



حيث I هي منتصف $[DH]$:

1) أعط إحداثيات النقاط I و E و A .

2) جد إحداثيات O مركز ثقل المثلث AEI .

3) أين تقع النقطة M التي تحقق $3\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EO}$ ؟

4) احسب $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IE}$

1) $I\left(0,\frac{1}{2},1\right)$ و $E\,(0,1,0)$ و $A\,(0,0,0)$

2) $O\left(\frac{0}{3},\frac{\frac{1}{2}+1}{3},\frac{1}{3}\right)=\left(0,\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$

3) $3\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{FO}$ ومنه : $\overrightarrow{FM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{FO}$

(أي : $3\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{FM}+\overrightarrow{MO}\Rightarrow 2\overrightarrow{FM}+\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{0}$)

إذن M مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(F,2)$ و $(O,1)$ فهي تقع على $[FO]$

(تقسم القطعة المستقيمة $[FO]$ بنسبة $2:1$ من جهة F)

4) لدينا : $\overrightarrow{IA}\left(0,-\frac{1}{2},-1\right)$ و $\overrightarrow{IE}\left(0,\frac{1}{2},-1\right)$

وبالتالي : $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IE}=(0)(0)+\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)+(-1)(-1)$

ومنه : $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IE}=\frac{3}{4}$

حلول النموذج الثاني ②

<u>السؤال الثاني</u> : ليكن f التابع المعرف على $D = R \setminus \{-1\}$ وفق : $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 1}{x + 1}$

1) جد الأعداد a و b و c التي تحقق $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$ أياً يكن x من D .

2) احسب $I = \int_0^2 f(x)\,dx$.

1) <u>طريقة أولى</u> : بالقسمة الإقليدية

$$\begin{array}{r|l} & x - 6 \\ \hline x + 1 & x^2 - 5x + 1 \\ & \underline{\mp x^2 \mp x} \\ & -6x + 1 \\ & \underline{\pm 6x \pm 6} \\ & 7 \end{array}$$

إذن : $f(x) = x - 6 + \dfrac{7}{x+1}$

<u>طريقة ثانية</u>: تحليل البسط إلى مجاميع فئات

$$f(x) = \frac{x(x+1) - 6(x+1) + 7}{x+1} = x - 6 + \frac{7}{x+1}$$

<u>طريقة ثالثة</u> : فرض المقام , بفرض $x + 1 = u$ ومنه $x = u - 1$ نجد :

$$\frac{x^2 - 5x + 1}{x+1} = \frac{u^2 - 2u + 1 - 5u + 5 + 1}{u} = u - 7 + \frac{7}{u}$$

إذن : $f(x) = x - 6 + \dfrac{7}{x+1}$

<u>طريقة رابعة</u> : نوحد مقامات التابع المطلوب ونطابق مع التابع المعطى (نتركها للقارئ)

إذن : $c = 7 \ , b = -6 \ , a = 1$

2) التكامل : $I = \int_0^2 \left(x - 6 + 7 \cdot \dfrac{1}{x+1} \right) dx$

حيث $x + 1 > 0$ على المجال $[0, 2]$

$$I = \left[\frac{1}{2} x^2 - 6x + 7 \ln(x+1) \right]_0^2$$

$$I = [-10 + 7\ln 3] - [0] = -10 + 7\ln 3$$

السؤال الثالث : ليكن z عدداً عقدياً ما , وليكن w عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد . أثبت أن $\frac{w\,\overline{z}-z}{i\,w-i}$ تخيلي بحت .

نضع : $u=\frac{w\,\overline{z}-z}{i\,w-i}$

يكون u تخيلي بحت إذا كان $\overline{u}=-u$ حيث $|w|=1$ ومنه $\overline{w}\cdot w=1$

$$\overline{u}=\overline{\left(\frac{w\,\overline{z}-z}{i\,w-i}\right)}=\frac{\overline{w\,\overline{z}-z}}{\overline{i\,w-i}}$$

$$=\frac{\overline{w}\,z-\overline{z}}{-i\,\overline{w}+i}=\frac{\left(w\,\overline{w}\right)z-w\,\overline{z}}{-i\left(w\,\overline{w}\right)+i\,w}$$

$$\overline{u}=\frac{z-w\,\overline{z}}{-i+i\,w}=-\frac{w\,\overline{z}-z}{i\,w-i}$$

إذن : $\overline{u}=-u$ ومنه u تخيلي بحت .

السؤال الرابع : احسب مشتق التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=e^{1-\sin x}$

$$f'(x)=-\cos x\cdot e^{1-\sin x}$$

ثانياً – <u>حل التمارين الأربعة الآتية</u> : (60° لكل تمرين)

<u>التمرين الأول</u> : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \dfrac{x^2 + |x|}{x^2+1}$

1) ما نهاية التابع f عند $-\infty$ ؟

2) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين , ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني C_f في النقطة $A(0,0)$.

1) في حالة $x < 0$ يكون : $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x^2+1}$ وبالتالي : $\lim\limits_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = 1$

2) في حالة $x \geq 0$ يكون : $f(x) = \dfrac{x^2 + x}{x^2+1}$

$$x \neq 0 : \; g(x) = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{1}{x}\left(\frac{x^2+x}{x^2+1}\right) = \frac{x+1}{x^2+1}$$

وبالتالي : $\lim\limits_{x \longrightarrow 0^+} g(x) = 1 \in R$

فالتابع f يقبل الاشتقاق عند الصفر من اليمين . حيث $f'(0^+) = 1$

معادلة نصف المماس من اليمين : $y = f(0) + f'(0^+)(x-0) \Rightarrow y = x$

<u>التمرين الثاني</u> : لتكن $(x_n)_{n \geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقة $x_0 = 5$, $x_{n+1} = \dfrac{6}{5}x_n + \dfrac{4}{5}$

1) احسب x_1, x_2, x_3 ثم ادرس اطراد المتتالية .

2) نعرف $(y_n)_{n \geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n + 4$. أثبت أن $(y_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية .

3) اكتب y_n بدلالة n . ثم احسب $y_2 + y_3 + \dots\dots + y_{10}$ بدلالة قوة للعدد $\dfrac{6}{5}$.

1) $x_1 = 6 + \dfrac{4}{5} = \dfrac{34}{5}$, $x_2 = \dfrac{6}{5} \times \dfrac{34}{5} + \dfrac{4}{5} = \dfrac{224}{25}$, $x_3 = \dfrac{6}{5} \times \dfrac{224}{25} + \dfrac{4}{5} = \dfrac{1444}{125}$

$$x_0 = \frac{625}{125} \;,\; x_1 = \frac{850}{125} \;,\; x_2 = \frac{1120}{125} \;,\; x_3 = \frac{1444}{125}$$

حلول النموذج الثاني ⑤

نلاحظ أن $x_3 > x_2 > x_1 > x_0$

نضع الخاصة $E(n)$ هي « $x_{n+1} - x_n > 0$ »

(1) الخاصة $E(0)$ صحيحة لأن : $x_1 - x_0 = \frac{9}{5} > 0$

(2) نفترض أن $E(n)$ صحيحة أي : $x_{n+1} - x_n > 0$

لنبرهن صحة $E(n+1)$ أي لنبرهن أن : $x_{n+2} - x_{n+1} > 0$

$$x_{n+2} - x_{n+1} = \left(\frac{6}{5}x_{n+1} + \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}\right)$$

$$= \frac{6}{5}\left(x_{n+1} - x_n\right)$$

وبما أن : $x_{n+1} - x_n > 0$

فإن : $x_{n+2} - x_{n+1} > 0$

إذن $E(n+1)$ صحيحة

مما سبق نستنتج أن $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي n .

أي المتتالية $(x_n)_{n \geq 0}$ متزايدة تماماً بدءاً من الحد ذي الدليل $n_0 = 0$.

(2 لدينا : $y_n = x_n + 4$

$$y_{n+1} = x_{n+1} + 4 = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5} + 4$$

$$y_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{24}{5} = \frac{6}{5}\left(x_n + 4\right)$$

ومنه : $y_{n+1} = \frac{6}{5}y_n$

فالمتتالية $(y_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها $q = \frac{6}{5}$.

3) لدينا : $y_0 = x_0 + 4 = 9$

وبالتالي : $y_n = y_0 (q)^n = 9\left(\frac{6}{5}\right)^n$

عدد حدود المجموع $S = y_2 + y_3 + ... + y_{10}$ يساوي : $n = 10 - 2 + 1 = 9$

والمجموع : $S = a \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$

حيث : $a = y_2 = 9\left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{324}{25}$

وبالتالي : $S = \frac{324}{25} \cdot \frac{1 - \left(\frac{6}{5}\right)^9}{1 - \frac{6}{5}}$, إذن : $S = \frac{324}{5}\left[\left(\frac{6}{5}\right)^9 - 1\right]$

التمرين الثالث : في معلم متجانس $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, لدينا نقطتين $A(2,-1,0)$ و $B(-1,3,5)$

والمستوي P الذي يقبل معادلة $2x - 3y + z - 5 = 0$

1) أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي P في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها .

2) اكتب معادلة للمستوي Q العمودي على P ويمر بالنقطتين A و B .

1) لدينا : $\overrightarrow{AB}(-3,4,5)$ شعاع توجيه للمستقيم (AB) .

ولدينا : $\vec{n}_P(2,-3,1)$ شعاع ناظم على المستوي P .

وبالتالي : $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = -6 - 12 + 5 = -13 \neq 0$

إذن المستقيم (AB) لا يوازي المستوي P فهو قاطع له بنقطة ولتكن C .

بفرض (a,b,c) إحداثيات النقطة C

وبالتالي النقاط A و B و C على استقامة واحدة

أي يوجد $k \in R$ بحيث : $\overrightarrow{AC} = k\,\overrightarrow{AB}$

وبالتالي : $(a-2, b+1, c) = k(-3,4,5)$

ومنه : $\begin{cases} a=-3k+2 \\ b=4k-1 \\ c=5k \end{cases}$, وبما أن C نقطة من المستوي P فهي تحقق معادلته .

أي : $2(-3k+2)-3(4k-1)+(5k)-5=0$

ومنه : $-6k+4-12k+3+5k-5=0 \Rightarrow k=\frac{2}{13}$

وبالتالي : $a=-\frac{6}{13}+2=\frac{20}{13}$ و $b=\frac{8}{13}-1=-\frac{5}{13}$ و $c=\frac{10}{13}$

إذن : $C\left(\frac{20}{13},-\frac{5}{13},\frac{10}{13}\right)$

2) بفرض $\overrightarrow{n_Q}(a,b,c)$ شعاع ناظم على المستوي Q

بما أن Q عمودي على P فإن : $\overrightarrow{n_P}\cdot\overrightarrow{n_Q}=0$

ومنه : $2a-3b+c=0 \quad ...(1)$

لدينا المستقيم (AB) محتوى في Q فالشعاع $\overrightarrow{AB}(-3,4,5)$ عمودي على $\overrightarrow{n_Q}$

أي : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{n_Q}=0$

ومنه : $-3a+4b+5c=0 \quad ...(2)$

بتعويض $c=1$ في المعادلتين نجد $\begin{cases} 2a-3b+1=0 \\ -3a+4b+5=0 \end{cases}$

بالجمع نجد $-a+b+6=0$ ومنه : $b=a-6$

نعوض في (1) فنجد : $2a-3a+18+1=0$

ومنه $a=19$ وبالتالي $b=13$

إذن : $\overrightarrow{n_Q}(19,13,1)$

وبما أن Q يمر بالنقطتين A و B يمكن أخذ إحداهما ولتكن A فنكتب :

$$19(x-2)+13(y+1)+1(z-0)=0$$

إذن : $Q: 19x+13y+z-25=0$

حلـــول النمـــوذج الثـــاني ⑧

<u>التمرين الرابع</u> : يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء , وثلاث كرات خضراء , وواحدة بيضاء نسحب عشوائياً معاً <u>ثلاث كرات</u> من الصندوق

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المختلفة بين الكرات المسحوبة

1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟

2) احسب كلاً من $P(X=1)$ و $P(X=3)$ ثم استنتج قيمة $P(X=2)$.

3) احسب توقع X وانحرافه المعياري .

1) $X(\Omega)=\{1,2,3\}$

2) (توضيح : $X=1$ عند ظهور كرات من نفس اللون أي 3 زرقاء أو 3 خضراء)

$$P(X=1)=\frac{\binom{4}{3}+\binom{3}{3}}{\binom{8}{3}}=\frac{4+1}{56}=\frac{5}{56}$$

(توضيح : $X=3$ عند ظهور كرة من كل لون أي 1 زرقاء و 1 خضراء و 1 بيضاء)

$$P(X=3)=\frac{\binom{4}{1}\times\binom{3}{1}\times\binom{1}{1}}{\binom{8}{3}}=\frac{4\times3\times1}{56}=\frac{12}{56}$$

$$P(X=2)=1-[P(X=1)+P(X=3)]$$

$$P(X=2)=1-\frac{17}{56}=\frac{39}{56}$$

3) التوقع :

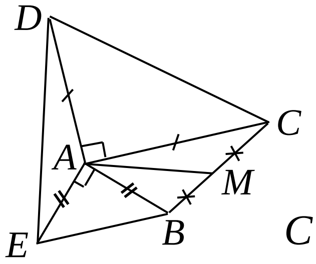
$$E(X)=\frac{1}{56}(1\times5+2\times39+3\times12)\Rightarrow E(X)=\frac{119}{56}=\frac{17}{8}$$

$$E\left(X^2\right)=\frac{1}{56}(1\times5+4\times39+9\times12)\Rightarrow E\left(X^2\right)=\frac{269}{56}$$

$$V(X)=E\left(X^2\right)-(E(X))^2=\frac{269}{56}-\frac{289}{64}=\frac{129}{448}$$

الانحراف المعياري :

$$\sigma(X)=\frac{129}{448}=\frac{129}{64\times7}=\frac{1}{8}\sqrt{\frac{129}{7}}$$



المسألة الأولى : نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً .

لتكن M منتصف $[BC]$, وليكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين . نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة A .

ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B و C

1) احسب بدلالة b و c الأعداد العقدية e و d و m الممثلة للنقاط E و D و M بالترتيب .

2) احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأن $ED=2AM$

3) نفترض أن A هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D,2)$ و $(E,3)$ و $(C,1)$ و $(B,1)$. احسب $\frac{c}{b}$, ثم احسب قياس الزاوية BAC .

1) E صورة B وفق الدوران ربع دورة بالاتجاه السالب حول A وبالتالي : $e=e^{-i\frac{\pi}{2}}b=-ib$

D صورة C وفق الدوران ربع دورة بالاتجاه الموجب حول A وبالتالي : $d=e^{i\frac{\pi}{2}}c=ic$

M منتصف $[BC]$ أي : $m=\frac{b+c}{2}$

2) $d-e=i(b+c)\Rightarrow d-e=2im\Rightarrow\frac{d-e}{m-a}=2i$

وبالتالي : $(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{ED})=arg\frac{d-e}{m-a}=arg(2i)=\frac{\pi}{2}$

إذن : (AM) هو ارتفاع في المثلث AED .

أيضاً : $|d-e|=2|m-a|$, إذن : $ED=2AM$

3) $z_A=\frac{b+c+3e+2d}{1+1+3+2}=0\Rightarrow b+c-3ib+2ic=0\Rightarrow c(1+2i)=b(-1+3i)$

$$\frac{c}{b}=\frac{-1+3i}{1+2i}=\frac{(-1+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{-1+2i+3i+6}{1+4}$$

$$\frac{c}{b}=1+i=\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=arg\frac{c-a}{b-a}=arg\frac{c}{b}=arg\left(\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}\right)\Rightarrow\widehat{BAC}=\frac{\pi}{4}$$

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D_f=]-\infty,-2[\cup]0,+\infty[$

بالعلاقة $f(x)=ln\dfrac{x+2}{x}$

1) احسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f .

2) أوجد $(x)'f$ وادرس إشارته ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع f .

3) ارسم الخط C في معلمٍ متجانس .

4) لتكن $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية معرفة على N^* وفق $u_n=f(n)$

نضع $S_n=u_1+u_2+......+u_n$. أثبت أن $S_n=ln\dfrac{(n+2)(n+1)}{2}$.

1) النهايات : $\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty}f(x)=ln1=0$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}f(x)=ln1=0$

$\lim\limits_{x\longrightarrow(-2)^-}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow0^+}f(x)=+\infty$

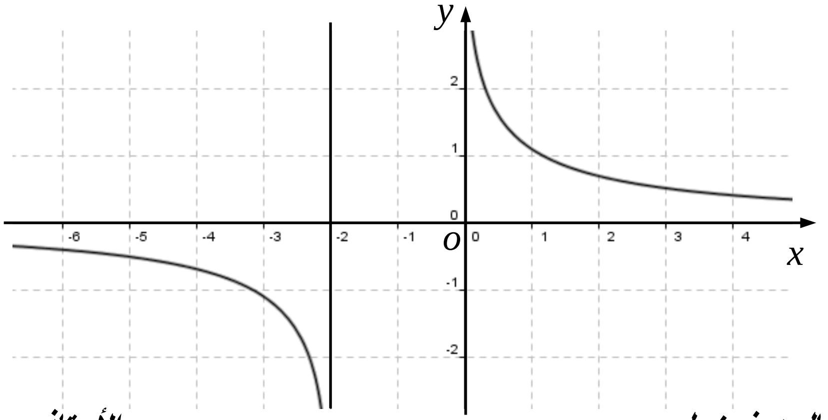
2) f اشتقاقي على كل من المجالين $]-\infty,-2[$ و $]0,+\infty[$:

$$f'(x)=\left(\frac{x+2}{x}\right)'\cdot\left(\frac{x}{x+2}\right)=\frac{x-x-2}{x^2}\cdot\frac{x}{x+2}=\frac{-2}{x^2+2x}$$

أياً يكن x من D_f فإن $x^2+2x>0$ وبالتالي $f'(x)<0$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		▨		$-$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$	▨	$+\infty$	↘	0

3) الرسم :



4) لدينا : $u_n = ln\frac{n+2}{n}$ و $S_1 = u_1 = ln3$

الخاصة $E(n)$ هي « $S_n = ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$ »

(1) الخاصة $E(1)$ صحيحة لأن : $S_1 = ln\frac{3\times 2}{2} = ln3$

(2) نفترض صحة الخاصة $E(n)$ أي أن : $S_n = ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$

لنبرهن صحة $E(n+1)$ أي أن : $S_{n+1} = ln\frac{(n+3)(n+2)}{2}$

$$S_{n+1} = S_n + u_{n+1}$$

$$= ln\frac{(n+2)(n+1)}{2} + ln\frac{n+3}{n+1}$$

$$= ln\left[\frac{(n+2)(n+1)}{2}\times\frac{n+3}{n+1}\right]$$

$$S_{n+1} = ln\frac{(n+3)(n+2)}{2}$$

فالخاصة $E(n+1)$ صحيحة

مما سبق نستنتج أن $E(n)$ صحيحة أياً تكن $n \geq 1$

أي أن : $S_n = ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$

(انتهت حلول النموذج الثاني ونسألكم الدعاء)

الأستاذ : محمــد خالــد غــزول **الأستاذ : عبــد الحميــد السيــد**

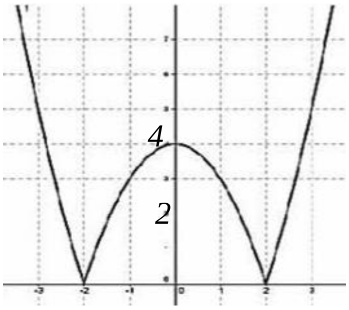
الجمهورية العربية السورية النموذج الثالث

وزارة التربية الدرجة العظمى : ستمئة
المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية المدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً – <u>أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية</u> : (40° لكل سؤال)

<u>السؤال الأول</u> : تجد جانباً الخط البياني للتابع f المعرف على R . والمطلوب :



1) كم حلاً للمعادلة $f(x)=2$.

2) احسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر .

3) عين صورة المجال $I=[-2,2]$ وفق f .

4) كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f .

<u>السؤال الثاني</u> : حل في R المعادلة الآتية : $-ln(x+1)+ln\,x=ln(x-1)$

<u>السؤال الثالث</u> : اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

حيث $A(2,-1,3)$ و $B(4,3,-1)$

<u>السؤال الرابع</u> : ما هي أمثال الحد x^2y في منشور $\left(\frac{y^2}{x}+\frac{x}{y}\right)^8$

ثانياً – <u>حل التمارين الأربعة الآتية</u> : (60° لكل تمرين)

<u>التمرين الأول</u> : إذا كان $f(x)=\frac{cos\,x-1}{x^2}+\frac{1}{2}$ أياً يكن x من R^*

أوجد نهاية التابع f عند الصفر

<u>التمرين الثاني</u> : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $u_0=\frac{1}{2}$, $u_{n+1}=\frac{u_n}{2-u_n}$

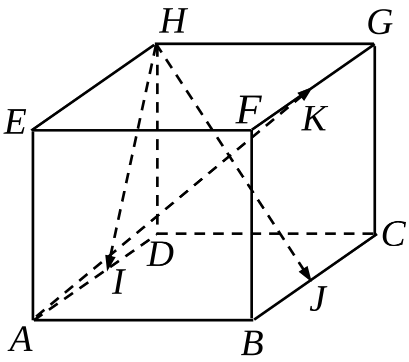
1) أثبت أن $0<u_n<1$ أياً كانت n من N .

2) نعرف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n=\frac{1}{u_n}-1$.أثبت أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n

3) اكتب u_n بدلالة n , واحسب $\lim\limits_{n\longrightarrow+\infty} u_n$

تابع في الصفحة الثانية

التمرين الثالث : $ABCDEFGH$ مكعب . I و J و K هي بالترتيب منتصفات $[AD]$ و $[BC]$ و $[FG]$



1 . باختيار معلم متجانس $(D\ ;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$ احسب مركبات كل من الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$

2 . أوجد عددين حقيقيين a و b يحققان المساواة :

$$\overrightarrow{AK} = a\,\overrightarrow{HI} + b\,\overrightarrow{HJ}$$

ثم استنتج أن الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطياً .

التمرين الرابع : عين العددين z_1 و z_2 حيث : $\begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \\ 2\overline{z_1} + \overline{z_2} = -3 + 2\sqrt{3}\,i \end{cases}$

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (90° للأولى و 110° للثانية)

المسألة الأولى : صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء .

نسحب من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً وليكن الحدث A الحصول على كرة حمراء على الأقل والحدث B الحصول على كرتين سوداوين على الأقل .

1) احسب احتمالات الأحداث التالية : A , B , $A \backslash B$.

2) إذا كان X متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

اكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه وتباينه .

المسألة الثانية : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = 2e^{-x} + x - 2$ خطه البياني C

1) أوجد معادلة المقارب المائل للخط C وادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى هذا المقارب .

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها . وبين أنه يبلغ قيمة حدية محلية عينها وبين نوعها .

3) استنتج أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرمزه بالرمز α .

أثبت أن $1 < \alpha < 2$.

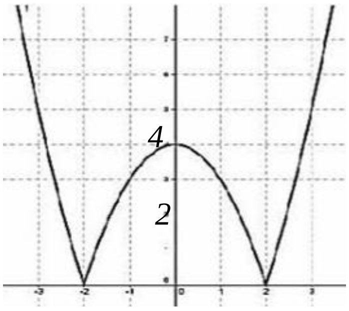
4) ارسم المقارب المائل ثم ارسم C , واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات التي معادلاتها $y = x - 2$ و $x = ln\,2$ و $x = ln3$.

انتهت الأسئلة

حلـــول النمـــوذج الثـــالث ①

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد جانباً الخط البياني للتابع f المعرف على R . والمطلوب :



1) كم حلاً للمعادلة $f(x)=2$.

2) احسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر .

3) عين صورة المجال $I=[-2,2]$ وفق f .

4) كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f .

1) أربعة حلول . (توضيح : المستقيم الذي معادلته $y=2$ يقطع الخط البياني بأربعة نقاط)

2) $f'(0)=0$. (توضيح : الخط البياني يقبل مماساً أفقياً عند $x=0$)

3) $f(I)=[0,4]$.

4) قيمتان صغريان محلياً وقيمة كبرى محلية .

السؤال الثاني : حل في R المعادلة الآتية : $-ln(x+1)+ln x=ln(x-1)$

المعادلة معرفة عندما : $x>-1$ و $x>0$ و $x>1$

إذن المعادلة معرفة عندما : $x>1$

$$ln x=ln(x-1)+ln(x+1)\Rightarrow ln x=ln\left(x^2-1\right)$$

$$x^2-x-1=0\Rightarrow\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-1=0$$

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}<1\\ x=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}>1\end{cases}$$

إذن $x=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$ حل وحيد للمعادلة المفروضة .

حلــول النمــوذج الثــالث ②

السؤال الثالث : اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

حيث $A(2,-1,3)$ و $B(4,3,-1)$

بفرض N منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ أي : $N(3,1,1)$

ولدينا $\overrightarrow{AB}(2,4,-4)$ شعاعاً ناظماً على المستوي المحوري

فإن : $2(x-3)+4(y-1)-4(z-1)=0$

إذن معادلة المستوي المطلوبة : $x+2y-2z-3=0$

طريقة ثانية :

تنتمي $M(x,y,z)$ إلى المستوي المحوري

إذا وفقط إذا كان $AM=BM \Leftrightarrow AM^2=BM^2$

$$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=(x-4)^2+(y-3)^2+(z+1)^2$$

ومنه : $-4x+2y-6z+14=-8x-6y+2z+26$

إذن معادلة المستوي المطلوبة : $x+2y-2z-3=0$

السؤال الرابع : ما هي أمثال الحد x^2y في منشور $\left(\frac{y^2}{x}+\frac{x}{y}\right)^8$

$$T_r=\binom{8}{r}\left(\frac{y^2}{x}\right)^{8-r}\left(\frac{x}{y}\right)^r$$

$$T_r=\binom{8}{r}\left(\frac{y^{16-2r}}{x^{8-r}}\right)\left(\frac{x^r}{y^r}\right)$$

$$T_r=\binom{8}{r}x^{2r-8}\cdot y^{16-3r}$$

($2r-8=2$ و $16-3r=1$) ومنه $r=5$

أمثال الحد x^2y تساوي : $\binom{8}{5}=\binom{8}{3}=\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$

حلــول النمــوذج الثـــالث ③

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين)

التمرين الأول : إذا كان $f(x)=\frac{\cos x-1}{x^2}+\frac{1}{2}$ أياً يكن x من R^*

أوجد نهاية التابع f عند الصفر

$$f(x)=\frac{-2\sin^2\frac{x}{2}}{4\frac{x^2}{4}}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}\left(\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\right)^2+\frac{1}{2}$$

بما أن $\lim_{x\longrightarrow 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}=\lim_{\theta\longrightarrow 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=1$

فإن : $\lim_{x\longrightarrow 0}f(x)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $u_0=\frac{1}{2}$, $u_{n+1}=\frac{u_n}{2-u_n}$

1) أثبت أن $0<u_n<1$ أياً كانت n من N .

2) نعرف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n=\frac{1}{u_n}-1$.أثبت أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n

3) اكتب u_n بدلالة n , واحسب $\lim_{n\longrightarrow +\infty}u_n$

1) نفترض $E(n)$ هي الخاصة : « $0<u_n<1$ »

(1) الخاصة $E(0)$ صحيحة لأن : $0<u_0=\frac{1}{2}<1$.

(2) نفترض أن $E(n)$ صحيحة أي : $0<u_n<1$

ولنبرهن أن $E(n+1)$ صحيحة أي لنبرهن أن $0<u_{n+1}<1$

لدينا : $u_{n+1}=-\frac{2-u_n-2}{2-u_n}=-1+\frac{2}{2-u_n}$

$$0<u_n<1\Rightarrow 0>-u_n>-1\Rightarrow 2>2-u_n>1$$

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{2-u_n} < 1 \Rightarrow 1 < \frac{2}{2-u_n} < 2$$

$$0 < -1 + \frac{2}{2-u_n} < 1 \Rightarrow 0 < u_{n+1} < 1$$

فالخاصة $E(n+1)$ صحيحة

مما سبق نستنتج أن $0 < u_n < 1$ أياً كان العدد الطبيعي n

<u>طريقة ثانية</u> : لإثبات صحة $E(n+1)$

نأخذ التابع f المعرف وفق $f(x) = \frac{x}{2-x}$

وهو اشتقاقي على كل من المجالين $]-\infty,2[$ و $]2,+\infty[$

$$f'(x) = \frac{2-x+x}{(2-x)^2} = \frac{2}{(2-x)^2} > 0$$

فالتابع f متزايد تماماً على كل من المجالين $]-\infty,2[$ و $]2,+\infty[$

بالاستفادة من تزايد التابع f على المجال $]-\infty,2[$

نستنتج أن : $f(0) < f(u_n) < f(1)$

وبما أن : $f(0) = 0$ و $f(1) = 1$

فإن $0 < u_{n+1} < 1$ وبالتالي $E(n+1)$ صحيحة

2) لدينا : $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} - 1 = \frac{2-u_n}{u_n} - 1 = \frac{2}{u_n} - 1 - 1 = 2\left(\frac{1}{u_n} - 1\right) = 2v_n$

إذن : $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$ و $v_0 = \frac{1}{u_0} - 1 = 1$

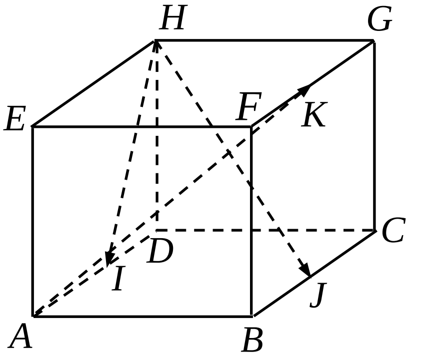
وبالتالي : $v_n = v_0 (q)^n = 2^n$

3) لدينا : $v_n + 1 = \frac{1}{u_n}$ ومنه : $u_n = \frac{1}{v_n + 1}$

إذن : $u_n = \frac{1}{2^n + 1}$

بما أن $q = 2 > 1$ فإن : $\lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} 2^n = +\infty$ ومنه $\lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} u_n = 0$

التمرين الثالث : $ABCDEFGH$ مكعب . I و J و K هي بالترتيب منتصفات $[AD]$ و $[BC]$ و $[FG]$



1 . باختيار معلم متجانس $(D\,;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$ احسب مركبات كل من الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$

2 . أوجد عددين حقيقيين a و b يحققان المساواة :

$$\overrightarrow{AK}=a\overrightarrow{HI}+b\overrightarrow{HJ}$$

ثم استنتج أن الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطياً .

1 . $H(0,0,1)$ و $I\left(\frac{1}{2},0,0\right)$ و $J\left(\frac{1}{2},1,0\right)$ و $K\left(\frac{1}{2},1,1\right)$ و $A(1,0,0)$

$\overrightarrow{AK}\left(-\frac{1}{2},1,1\right)$ و $\overrightarrow{HI}\left(\frac{1}{2},0,-1\right)$ و $\overrightarrow{HJ}\left(\frac{1}{2},1,-1\right)$

2 . $\left(-\frac{1}{2},1,1\right)=a\left(\frac{1}{2},0,-1\right)+b\left(\frac{1}{2},1,-1\right)$

$$a+b=-1 \quad \dots(1)$$

$$b=1 \quad \dots(2)$$

$$a+b=-1 \quad \dots(3)$$

ومنه : $(a,b)=(-2,1)$

بما أن : $\overrightarrow{AK}=-2\,\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{HJ}$

فإن الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطياً

التمرين الرابع : عين العددين z_1 و z_2 حيث :

$$\begin{cases} 2z_1-z_2=-3 \\ 2\overline{z_1}+\overline{z_2}=-3+2\sqrt{3}\,i \end{cases}$$

بأخذ مرافق طرفي الثانية نجد : $2z_1+z_2=-3-2\sqrt{3}\,i$

بطرح الأولى منها نجد : $2z_2=-2\sqrt{3}\,i$ ومنه $z_2=-\sqrt{3}\,i$

نعوض في الأولى : $2z_1+\sqrt{3}\,i=-3$ ومنه $z_1=-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (90° للأولى و 110° للثانية)

المسألة الأولى : صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء .

نسحب من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً وليكن الحدث A الحصول على كرة حمراء على الأقل والحدث B الحصول على كرتين سوداوين على الأقل .

1) احسب احتمالات الأحداث التالية : $A\backslash B \ , B \, , A$.

2) إذا كان X متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

اكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه وتباينه .

1) لدينا : $P(A)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$

$$P(A_1)=\frac{\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2}}{\binom{7}{3}}=\frac{18}{35}\ ,P(A_2)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{7}{3}}=\frac{12}{35}\ ,P(A_3)=\frac{\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}}=\frac{1}{35}$$

$$P(A)=\frac{18}{35}+\frac{12}{35}+\frac{1}{35}\Rightarrow P(A)=\frac{31}{35}$$

الحصول على ثلاث كرات سوداء هو المضاد لـ A : $P(A')=1-P(A)=1-\frac{31}{35}=\frac{4}{35}$

$$P(B)=P(A_1)+P(A')=\frac{18}{35}+\frac{4}{35}\Rightarrow P(B)=\frac{22}{35}$$

$$P(A\backslash B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A_1)}{P(B)}=\frac{18}{35}\times\frac{35}{22}\Rightarrow P(A\backslash B)=\frac{9}{11}$$

2) لدينا $X\ (\Omega)=\{0,1,2,3\}$ وبالتالي :

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

$$E(X)=\frac{1}{35}(0\times4+1\times18+2\times12+3\times1)\Rightarrow E(X)=\frac{45}{35}=\frac{9}{7}$$

$$E\left(X^2\right)=\frac{1}{35}(0\times4+1\times18+4\times12+9\times1)\Rightarrow E\left(X^2\right)=\frac{75}{35}=\frac{15}{7}$$

$$V(X)=E\left(X^2\right)-(E(X))^2=\frac{15}{7}-\frac{81}{49}=\frac{105-81}{49}\Rightarrow V(X)=\frac{24}{49}$$

<u>المسألة الثانية</u> : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=2e^{-x}+x-2$ خطه البياني C

1) أوجد معادلة المقارب المائل للخط C وادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى هذا المقارب

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها . وبين أنه يبلغ قيمة حدية محلية عينها وبين نوعها .

3) استنتج أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرمزه بالرمز α .

أثبت أن $1<\alpha<2$.

4) ارسم المقارب المائل ثم ارسم C , واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات

التي معادلاتها $y=x-2$ و $x=\ln 2$ و $x=\ln 3$.

1) نضع : $g(x)=f(x)-(x-2)=2e^{-x}$ وبما أن : $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} g(x)=0$

فإن المستقيم d الذي معادلته $y=x-2$ مستقيم مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

بما أن $g(x)=2e^{-x}>0$ أياً كانت x من R فإن الخط C يقع دوماً فوق مقاربه d .

2) f مستمر واشتقاقي على R : $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)=+\infty$

في جوار $-\infty$ لدينا حالة عدم تعيين $+\infty-\infty$ لذا نكتب : $f(x)=e^{-x}\left(2+x\cdot e^{x}\right)-2$

وبما أن $\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty} x\cdot e^{x}=0$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty} e^{-x}=+\infty$ فإن $\lim\limits_{x\longrightarrow-\infty} f(x)=+\infty$

$$f'(x)=-2e^{-x}+1=e^{-x}\left(e^{x}-2\right)$$

إشارة المشتق تماثل إشارة $e^{x}-2$ الذي ينعدم عند $x=\ln 2$ ومنه $f(\ln 2)=-1+\ln 2$

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-1+\ln 2$	↗	$+\infty$

من الجدول نستنتج أن للتابع قيمة صغرى محلياً تساوي $-1+\ln 2$ يبلغها التابع عند $x=\ln 2$

3) f مستمر ومتناقص تماماً على $]-\infty,\ln 2[$
و $0\in f(]-\infty,\ln 2[)=]-1+\ln 2,+\infty[$
عندئذٍ
للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد
في المجال $]-\infty,\ln 2[$

f مستمر ومتزايد تماماً على $]\ln 2,+\infty[$ و $0\in f(]\ln 2,+\infty[)=]-1+\ln 2,+\infty[$ عندئذٍ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد α في المجال $]\ln 2,+\infty[$

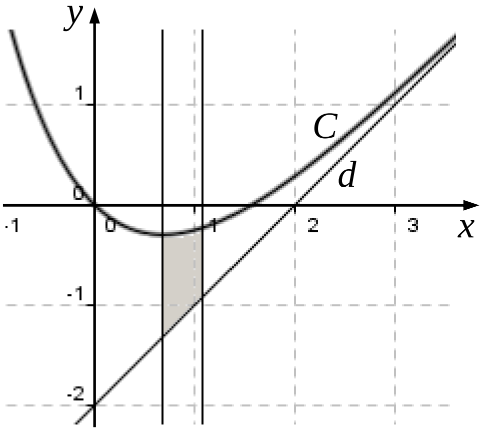
إذن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين أحدهما يساوي الصفر لأن $f(0)=2-0-2=0$

والآخر α من المجال $]\ln 2,+\infty[$

وبما أن $f(1)=\frac{2}{e}-1<0$ و $f(2)=\frac{2}{e^2}>0$ ومنه $f(1)\times f(2)<0$

فإن : $1<\alpha<2$

4) الرسم والمساحة :



$$A=\int_{\ln 2}^{\ln 3}[f(x)-(x-2)]dx=\int_{\ln 2}^{\ln 3}\left(2e^{-x}\right)dx$$

$$A=\left[-2e^{-x}\right]_{\ln 2}^{\ln 3}=\left(-\frac{2}{3}\right)-(-1)\Rightarrow A=\frac{1}{3}$$

(انتهت حلول النموذج الثالث ونسألكم الدعاء)

الأستاذ : محمــد خالــد غــزول **الأستاذ : عبــد الحميــد السيــد**

الجمهورية العربية السورية النموذج الرابع

وزارة التربية الدرجة العظمى : ستمئة
المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية المدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	1	↘	0

1) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

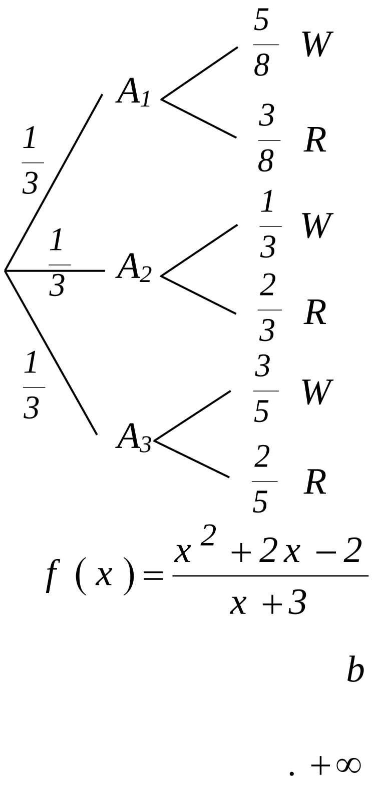
2) ما عدد القيم الحدية محلياً .

3) اكتب معادلة مماس منحن التابع عند نقطة فاصلتها $x=1$.

السؤال الثاني : حل في C المعادلة $z^2=1+2\sqrt{2}\,i$

السؤال الثالث : ليكن التابع f المعرف على $]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$

أوجد $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$ ثم عين $x > A$ ليكون $f(x)$ من المجال $]1.95 , 2.05[$.



السؤال الرابع : في المخطط الشجري المرسوم جانباً .

الرموز A_1 , A_2 , A_3 تدل على ثلاثة صناديق .

الرمز W يدل على الكرات البيضاء والرمز R يدل على الكرات الحمراء

يتم اختيار عشوائياً صندوق ثم يتم سحب عشوائياً كرة واحدة منه .

1) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .

2) إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول A_1 .

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f التابع المعرف على $R\setminus\{-3\}$ وفق : $f(x)=\dfrac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب $f(x)$ بالشكل : $f(x)=ax+b+\dfrac{1}{x+3}$ وعين قيمة كلاً من a و b

ثم أثبت أن المستقيم الذي معادلته $y=ax+b$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

2) احسب $\int_0^2 f(x)\,dx$.

تابع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$, $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $u_0 = e^3$

v_n متتالية معرفة بالشكل $v_n = ln(u_n) - 2$ والمطلوب :

1) أثبت أن v_n هندسية وعين q , v_0 . 2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

3) أثبت أن : $\lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} u_n = e^2$.

التمرين الثالث : $ABCDEFGH$ مكعب حيث K من CD تحقق : $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$

والنقطة $J \in BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ والمطلوب :

1) جد احداثيات النقط H, E, J, K, G في المعلم $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$

2) أثبت أن الشعاعين $\overrightarrow{EJ}$, $\overrightarrow{EG}$ غير مرتبطين خطياً .

3) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{EJ}$, $\overrightarrow{EG}$, $\overrightarrow{HK}$ مرتبطة خطياً .

4) أثبت أن المستقيم (HK) يوازي المستوي (EGJ) .

التمرين الرابع : أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : أولاً: ليكن التابع g المعرف على R وفق : $g(x) = e^x + 2 - x$

ادرس اطراد التابع g واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x) > 0$

ثانياً: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x) = x + \frac{x-1}{e^x}$

1) أثبت أن $f'(x) = \frac{1}{e^x} g(x)$

2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $0 < \alpha < 0.5$.

3) أثبت أن المستقيم $\Delta : y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي .

4) ارسم Δ وارسم C , واحسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ والمستقيمين $x = 0$ و $x = 1$.

المسألة الثانية : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, لدينا النقاط :

$A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$ والمطلوب :

1) أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته .

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي ABC واستنتج معادلة المستوي (ABC)

3) احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه (D, ABC)

انتهت الأسئلة

حلـول النمـوذج الرابـع ①

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

1) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

2) ما عدد القيم الحدية محلياً .

3) اكتب معادلة مماس منحني التابع عند نقطة فاصلتها $x=1$.

1) حل واحد فقط .

2) قيمة كبرى محلياً واحدة .

3) $f(1)=1$ و $f'(1)=0$ معادلة المماس : $y=1$.

السؤال الثاني : حل في C المعادلة $z^2=1+2\sqrt{2}\,i$

بفرض $u=1+2\sqrt{2}\,i$ و $z=x+y\,i$

لدينا : $|u|=\sqrt{(1)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{1+8}=3$

$$x^2+y^2=3 \quad \ldots(1)$$

$$x^2-y^2=1 \quad \ldots(2)$$

$$x\,y=\sqrt{2} \quad \ldots(3)$$

بجمع (1) و (2) : $2x^2=4$ أي $x^2=2$

ومنه : $x_1=\sqrt{2}$ نعوض في (3) : $y_1=1$

وبالتالي : $z_1=\sqrt{2}+i$ ومنه $z_2=-\sqrt{2}-i$

طريقة ثانية :

$$z^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+(i)^2+2\left(\sqrt{2}\right)(i)$$

$$z^2=\left(\sqrt{2}+i\right)^2 \Rightarrow \begin{cases} z_1=\sqrt{2}+i \\ z_2=-\sqrt{2}-i \end{cases}$$

حلـــول النمـــوذج الرابـــع ②

السؤال الثالث : ليكن التابع f المعرف على $]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

أوجد $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$ ثم عين A ليكون $x>A$ ليكون $f(x)$ من المجال $]1.95,2.05[$

إن : $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty} f(x)=2$

ينتمي $f(x)$ إلى المجال $]1.95,2.05[$ الذي مركزه 2 ونصف قطره 0.05

إذا وفقط إذا تحققت المتراجحة : $|f(x)-2|<0.05$ ... (1)

حيث : $f(x)-2=\frac{2x+1}{x-1}-2=\frac{3}{x-1}$

المتراجحة (1) تكافئ $\frac{3}{|x-1|}<\frac{1}{20}$ ومنه : $|x-1|>60$

ولما كانت $x>1$ فإن $|x-1|=x-1$ وبالتالي $x-1>60$ ومنه : $x>61$.

السؤال الرابع : في المخطط الشجري المرسوم جانباً .

الرموز A_1 , A_2 , A_3 تدل على ثلاثة صناديق .

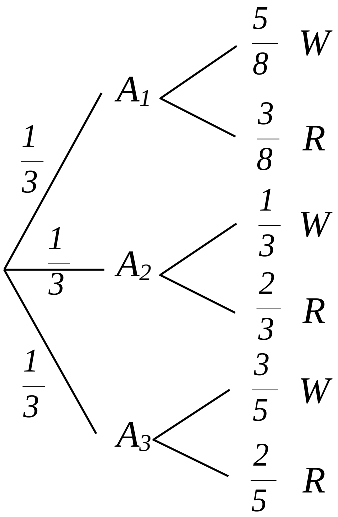
الرمز W يدل على الكرات البيضاء

والرمز R يدل على الكرات الحمراء

يتم اختيار عشوائياً صندوق ثم يتم سحب عشوائياً كرة واحدة منه .

1) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .

2) إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول A_1 .



(1

$$P(R)=P(A_1\cap R)+P(A_2\cap R)+P(A_3\cap R)$$

$$P(R)=P(A_1)\cdot P(R\backslash A_1)+P(A_2)\cdot P(R\backslash A_2)+P(A_3)\cdot P(R\backslash A_3)$$

$$P(R)=\frac{1}{3}\left(\frac{3}{8}+\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{3}\cdot\frac{45+80+48}{120}\Rightarrow P(R)=\frac{173}{360}$$

(2 $$P(A_1\backslash R)=\frac{P(A_1\cap R)}{P(R)}=\frac{P(A_1)\cdot P(R\backslash A_1)}{P(R)}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}\times\frac{360}{173}=\frac{45}{173}$$

حلـــول النمـــوذج الرابـــع ③

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f التابع المعرف على $R\setminus\{-3\}$ وفق :

$$f(x)=\frac{x^2+2x-2}{x+3}$$

1) اكتب $f(x)$ بالشكل : $f(x)=ax+b+\frac{1}{x+3}$ وعين قيمة كلاً من a و b

ثم أثبت أن المستقيم الذي معادلته $y=ax+b$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

2) احسب $\int_0^2 f(x)\,dx$.

1) طريقة أولى : بالقسمة الإقليدية نجد أن : $f(x)=x-1+\frac{1}{x+3}$

طريقة ثانية : تحليل البسط إلى مجاميع فئات

$$f(x)=\frac{x(x+3)-(x+3)+1}{x+3}=x-1+\frac{1}{x+3}$$

طريقة ثالثة : فرض المقام , بفرض $x+3=t$ ومنه $x=t-3$ نجد :

$$\frac{x^2+2x-2}{x+3}=\frac{t^2-6t+9+2t-6-2}{t}=t-4+\frac{1}{t}$$

إذن : $f(x)=x-1+\frac{1}{x+3}$

طريقة رابعة : نوحد مقامات التابع المطلوب ونطابق مع التابع المعطى . إذن : $a=1\ ,\ b=-1$

لدينا : $y=x-1$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}[f(x)-(x-1)]=\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}\frac{1}{x+3}=0$

إذن : المستقيم الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

2) التكامل : $J=\int_0^2 f(x)\,dx=\int_0^2\left(x-1+\frac{1}{x+3}\right)dx$

حيث $x+3>0$ على المجال $[0,2]$

$$J=\left[\frac{1}{2}x^2-x+ln(x+3)\right]_0^2=[ln5]-[ln3]=ln\frac{5}{3}$$

حلــول النمــوذج الرابــع ④

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$, $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $u_0 = e^3$

v_n متتالية معرفة بالشكل $v_n = ln(u_n) - 2$ والمطلوب :

1) أثبت أن v_n هندسية وعين q, v_0 .

2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

3) أثبت أن : $\lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} u_n = e^2$.

(1

$$v_{n+1} = ln(u_{n+1}) - 2 = ln\left(e\sqrt{u_n}\right) - 2$$

$$v_{n+1} = lne + \frac{1}{2}ln(u_n) - 2 = \frac{1}{2}ln(u_n) - 1$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}[ln(u_n) - 2] = \frac{1}{2}v_n$$

إذن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{2}$

وحدها الأول : $v_0 = ln(u_0) - 2 = 3 - 2 = 1$

(2 $v_n = v_0 q^n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

لدينا : $ln(u_n) = v_n + 2$ ومنه $ln(u_n) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n + 2$

إذن : $u_n = e^2 e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

3) بما أن $-1 < \dfrac{1}{2} < 1$ فإن $\lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$

إذن $\lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} u_n = e^2 e^0 = e^2$

حلــول النمــوذج الرابــع ⑤

التمرين الثالث : $ABCDEFGH$ مكعب حيث K من CD تحقق : $\overrightarrow{DK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$

والنقطة $J\in BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ والمطلوب :

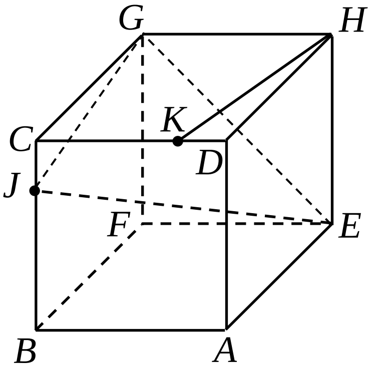
1) جد احداثيات النقط H ,E , J ,K ,G في المعلم $(A ;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$

2) أثبت أن الشعاعين $\overrightarrow{EJ} , \overrightarrow{EG}$ غير مرتبطين خطياً .

3) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{EJ} , \overrightarrow{EG} , \overrightarrow{HK}$ مرتبطة خطياً .

4) أثبت أن المستقيم (HK) يوازي المستوي (EGJ) .

1) $G(1,1,1)$ و $H(0,1,1)$ و $E(0,1,0)$



لدينا $4\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{DC}$ حيث $D(0,0,1)$ و $C(1,0,1)$

وبالتالي : $4(x,y,z-1)=(1,0,0)$ ومنه $K\left(\frac{1}{4},0,1\right)$

ولدينا $4\overrightarrow{BJ}=3\overrightarrow{BC}$ حيث $B(1,0,0)$ و $C(1,0,1)$

وبالتالي : $4(x-1,y,z)=3(0,0,1)$ ومنه $J\left(1,0,\frac{3}{4}\right)$

* ملاحظة : يمكن إيجاد احداثيات K و J من الرسم .

2) الشعاعين $\overrightarrow{EG}(1,0,1)$ و $\overrightarrow{EJ}\left(1,-1,\frac{3}{4}\right)$ غير مرتبطين خطياً لعدم تناسب مركباتهما

3) لدينا : $\overrightarrow{HK}\left(\frac{1}{4},-1,0\right)$

نلاحظ أن : $\overrightarrow{HK}-\overrightarrow{EJ}=\left(-\frac{3}{4},0,-\frac{3}{4}\right)=-\frac{3}{4}(1,0,1)=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}$

ومنه : $\overrightarrow{HK}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}$

إذن الأشعة $\overrightarrow{HK}$ و $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EJ}$ مرتبطة خطياً .

(يمكن البحث عن a و b يحققان : $\overrightarrow{HK}=a\overrightarrow{EG}+b\overrightarrow{EJ}$)

4) إن $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EJ}$ غير مرتبطين خطياً (شعاعا توجيه للمستوي (EGJ))

والأشعة $\overrightarrow{HK}$ و $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EJ}$ مرتبطة خطياً فالمستقيم (HK) يوازي المستوي (EGJ) .

حلــول النمــوذج الرابــع ⑥

<u>التمرين الرابع</u> : أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x+\frac{1}{x}\right)^8$

$$T_r=\binom{8}{r}(x)^{8-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r=\binom{8}{r}x^{8-2r}$$

$r=4$ ومنه $8-2r=0$

إذن الحد المستقل عن x هو :

$$T_4=\binom{8}{4}=\frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}=70$$

ثالثاً – <u>حل المسألتين الآتيتين</u> : (100° لكل مسألة)

<u>المسألة الأولى</u> :

أولاً : ليكن التابع g المعرف على R وفق : $g(x)=e^x+2-x$

ادرس اطراد التابع g واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x)>0$

ثانياً : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x)=x+\frac{x-1}{e^x}$

1) أثبت أن $f'(x)=\frac{1}{e^x}g(x)$

2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً $0<\alpha<\frac{1}{2}$.

3) أثبت أن المستقيم $\Delta : y=x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي .

4) ارسم Δ وارسم C , واحسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ والمستقيمين $x=0$ و $x=1$

أولاً : g اشتقاقي على R ومشتقه : $g'(x)=e^x-1$ ينعدم عند $x=0$ حيث $g(0)=3$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘	3	↗	

من الجدول نستنتج أن $g(x)\geq3>0$ أياً كانت x من R

ثانياً : لدينا $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$

1) نشتق : $f'(x)=1+e^{-x}-e^{-x}(x-1)=1+2e^{-x}-xe^{-x}=e^{-x}\left(e^x+2-x\right)$

إذن : $f'(x)=\frac{1}{e^x}\left(e^x+2-x\right)=\frac{1}{e^x}g(x)$

2) إشارة $f'(x)$ تماثل إشارة $g(x)$ وبما أن $g(x)>0$ فإن $f'(x)>0$ أياً كانت x من R

فالتابع f مستمر ومتزايد تماماً على المجال $\left[0,\frac{1}{2}\right]$

حيث $f(0)=-1<0$ و $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{e}}>0$ ومنه : $f(0)\times f\left(\frac{1}{2}\right)<0$

إذن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد $0<\alpha<\frac{1}{2}$

3) نضع : $h(x)=f(x)-(x)=\frac{x-1}{e^x}=\frac{x}{e^x}-e^{-x}$

وبما أن : $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}\frac{x}{e^x}=0$ و $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}e^{-x}=0$ فإن : $\lim\limits_{x\longrightarrow+\infty}h(x)=0$

إذن المستقيم $\Delta: y=x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

إشارة تابع الفرق h تماثل إشارة المقدار $x-1$ الذي ينعدم عند $x=1$ وبالتالي :

عندما $x\in]-\infty,1[$ يكون $h(x)<0$ فيكون C تحت Δ .

عندما $x\in]1,+\infty[$ يكون $h(x)>0$ فيكون C فوق Δ .

ويشترك C و Δ بالنقطة $(1,1)$

4) الرسم والمساحة :

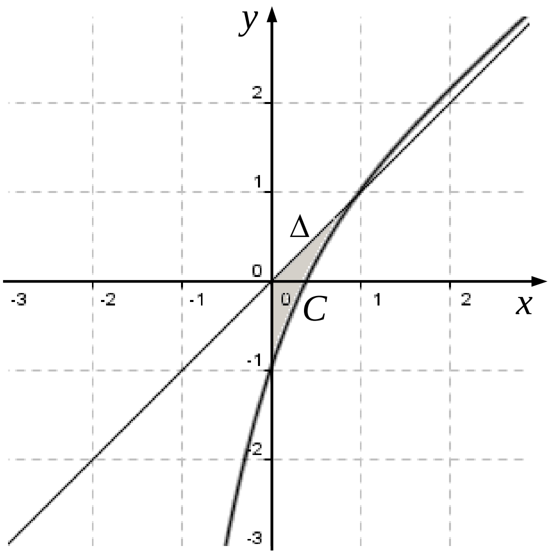
$$A=\int_0^1\left[(x)-f(x)\right]dx$$

$$A=\int_0^1-(x-1)e^{-x}\,dx$$

$v'(x)=-e^{-x}$	$u(x)=x-1$
$v(x)=e^{-x}$	$u'(x)=1$

$$A=\left[(x-1)e^{-x}\right]_0^1-\int_0^1 e^{-x}\,dx$$

$$A=1+\left[e^{-x}\right]_0^1\Rightarrow A=1+e^{-1}-1=\frac{1}{e}$$



المسألة الثانية : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, لدينا النقاط :

$A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$ والمطلوب :

1) أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته .

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي ABC واستنتج معادلة المستوي (ABC)

3) احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه (D,ABC)

1) لدينا : $\overrightarrow{AB}(1,2,4): AB^2=(1)^2+(2)^2+(4)^2=21$

$$\overrightarrow{AC}(2,1,-1): AC^2=(2)^2+(1)^2+(-1)^2=6$$

$$\overrightarrow{BC}(1,-1,-5): BC^2=(1)^2+(-1)^2+(-5)^2=27$$

نلاحظ أن : $AB^2+AC^2=BC^2$ وبالتالي المثلث ABC قائم في A .

مساحته : $S=\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{1}{2}\sqrt{21}\times\sqrt{6}\Rightarrow S=\frac{3\sqrt{14}}{2}$

2) لدينا : $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=(2)(1)+(-3)(2)+(1)(4)=2-6+4=0$ ومنه : $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}$

أيضاً : $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=(2)(2)+(-3)(1)+(1)(-1)=4-3-1=0$ ومنه : $\vec{n}\perp\overrightarrow{AC}$

إذن : الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي ABC .

معادلة المستوي ABC :

$2(x-1)-3(y-0)+1(z+1)=0$ ومنه : $2x-3y+z-1=0$

3) $h=dist(D,(ABC))=\frac{|(2)(-4)+(-3)(2)+(1)(1)-1|}{\sqrt{(2)^2+(-3)^2+(1)^2}}$

ومنه : $h=\frac{14}{\sqrt{14}}=\sqrt{14}$ ويمثل ارتفاع رباعي الوجوه (D,ABC)

حجم رباعي الوجوه : $V=\frac{1}{3}S\cdot h$

ومنه : $V=\frac{1}{3}\times\frac{3\sqrt{14}}{2}\times\sqrt{14}=7$

(انتهت حلول النموذج الرابع ونسألكم الدعاء)

الأستاذ : محمـد خالـد غـزول **الأستاذ : عبـد الحميـد السيـد**

الجمهورية العربية السورية النموذج الخامس

وزارة التربية الدرجة العظمى : ستمئة
المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية المـدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً – <u>أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية</u> : (40° لكل سؤال)

<u>السؤال الأول</u> : لتكن $u_n = 4n + 1$ أثبت أن المتتالية حسابية وعين أساسها

واحسب $u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_{10}$

<u>السؤال الثاني</u> : اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي : $z = \frac{1 - \sqrt{3}\, i}{1 + i}$

<u>السؤال الثالث</u> : رف يحوي 7 كتب لمؤلفين , ثلاثة للمؤلف A وأربعة للمؤلف B :

1) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B .

2) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية .

<u>السؤال الرابع</u> : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} e^{x} - \frac{1}{e} e^{y} = 1 \\ 2e^{x} + e^{y} = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً – <u>حل التمارين الأربعة الآتية</u> : (60° لكل تمرين)

<u>التمرين الأول</u> : ليكن $g(x) = \tan x$ والمطلوب :

1) احسب $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $g'(x)$, $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x \longrightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$

2) احسب مشتق التابع $f(x) = x\, e^{\frac{1}{x}}$ على $R \backslash \{0\}$.

<u>التمرين الثاني</u> : لتكن المتتاليتين $(x_n)_{n \geq 0}$, $(y_n)_{n \geq 0}$ المعرفتين وفق :

$x_n = \frac{4n+5}{n+1}$ و $y_n = \frac{4n+1}{n+2}$. أثبت أن المتتاليتين $(x_n)_{n \geq 0}$, $(y_n)_{n \geq 0}$ متجاورتان .

<u>التمرين الثالث</u> : ليكن كثير الحدود $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$

1) عين عددين a و b يحققان $P(z) = \left(z^2 + az + a\right)\left(z^2 + bz + a\right)$

2) حل في C المعادلة $P(z) = 0$.

التمرين الرابع : يشتري محل للأدوات الكهربائية 400 مصباح من المصنع A و 200 مصباح من المصنع B . نعلم أن نسبة المصابيح المعطوبة في انتاج المصنع A هي $40\ \%$ وفي انتاج المصنع B هي $10\ \%$. نسحب عشوائياً مصباحاً :

1) ما احتمال أن يكون المصباح معطوباً .

2) إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من المصنع B .

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع $f\ (x) = \dfrac{x+2}{(x+1)^2}$ المعرف على $R \setminus \{-1\}$

1) ادرس نهايات التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبين إذا كانت له نهاية حقيقية عند $x=-1$

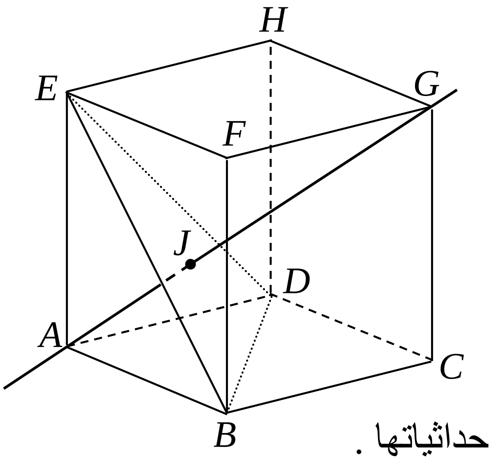
2) أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C وادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C .

3) احسب $f'(x)$ ونظم جدولاً بتغيرات f وعين ما له من قيم حدية محلية .

4) أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها $x=-2$.

5) ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم $x=3$

المسألة الثانية :



$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 3

1) عين إحداثيات النقاط $D\ ,B\ ,E\ ,G$ في المعلم $\left(A\,;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$

2) أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) .

3) أثبت أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (EDB)

4) المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عين إحداثياتها .

5) أثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

6) احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$.

انتهت الأسئلة

حلول النموذج الخامس ①

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : لتكن $u_n = 4n + 1$ أثبت أن المتتالية حسابية وعين أساسها

واحسب $u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_{10}$

$$u_{n+1} - u_n = (4n + 4 + 1) - (4n + 1) = 4$$

ولأن الفرق $u_{n+1} - u_n$ ثابت فالمتتالية حسابية أساسها $r = 4$

عدد حدود المجموع : $n = 10 - 0 + 1 = 11$

الحد الأول : $a = u_0 = 1$ والحد الأخير : $\ell = u_{10} = 41$

المجموع : $S = \frac{n}{2}(a + \ell)$ ومنه $S = 11 \times 21 = 231$

السؤال الثاني : اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي : $z = \frac{1 - \sqrt{3}\, i}{1 + i}$

البسط : $z_1 = 2\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

المقام : $z_2 = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i\right) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right)$

$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$ و $$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = -\frac{7\pi}{12}$$

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right)$$

السؤال الثالث : رف يحوي 7 كتب لمؤلفين , ثلاثة للمؤلف A وأربعة للمؤلف B :

1) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B .

2) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية .

1) يتم ترتيب 3 كتب أولى للمؤلف B بعدد طرائق يساوي : $P_4^3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$

يبقى 4 كتب للمؤلفين ويتم ترتيبها بعدد طرائق يساوي : $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

حسب المبدأ الأساسي في العد يكون عدد الطرائق الكلية مساوياً : $24 \times 24 = 576$

الأستاذ : محمد خالد غزول **الأستاذ : عبد الحميد السيد**

2) ترتيب كتاب معين للمؤلف B في البداية يتم بطريقة واحدة

يبقى 6 كتب للمؤلفين يتم ترتيبهم بعدد طرائق يساوي : $6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

حسب المبدأ الأساسي في العد يكون عدد الطرائق الكلية مساوياً : $1\times720=720$

السؤال الرابع : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} e^{x}-\frac{1}{e}e^{y}=1 \\ 2e^{x}+e^{y}=4+e \end{cases}$$

نضرب طرفي الأولى بـ e فنجد : $e\cdot e^{x}-e^{y}=e$

نجمعها مع الثانية فنجد : $(e+2)e^{x}=4+2e=2(e+2)$

ومنه : $e^{x}=2$, إذن $x=\ln 2$

نعوض في الثانية : $4+e^{y}=4+e$

ومنه $e^{y}=e$, إذن $y=1$

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (°60 لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن $g(x)=\tan x$ والمطلوب :

1) احسب $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $g'(x)$, $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\longrightarrow\frac{\pi}{4}}\dfrac{\tan x-1}{x-\frac{\pi}{4}}$

2) احسب مشتق التابع $f(x)=x\,e^{\frac{1}{x}}$ على $R\setminus\{0\}$.

1) $g\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ و $g'(x)=1+\tan^{2}x$ و $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)=2$

$$\lim_{x\longrightarrow\frac{\pi}{4}}\frac{\tan x-1}{x-\frac{\pi}{4}}=\lim_{x\longrightarrow\frac{\pi}{4}}\frac{g(x)-g\left(\frac{\pi}{4}\right)}{x-\frac{\pi}{4}}=g'\left(\frac{\pi}{4}\right)=2$$

2) $f'(x)=e^{\frac{1}{x}}-\frac{1}{x^{2}}e^{\frac{1}{x}}\times x=\left(1-\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$

<u>التمرين الثاني</u> : لتكن المتتاليتين $(y_n)_{n\geq 0}$, $(x_n)_{n\geq 0}$ المعرفتين وفق :

$x_n=\frac{4n+5}{n+1}$ و $y_n=\frac{4n+1}{n+2}$. أثبت أن المتتاليتين $(y_n)_{n\geq 0}$, $(x_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان .

$$x_{n+1}-x_n=\frac{4n+9}{n+2}-\frac{4n+5}{n+1}=\frac{4n^2+13n+9-4n^2-13n-10}{(n+2)(n+1)}=\frac{-1}{(n+2)(n+1)}<0$$

إذن المتتالية $(x_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً

$$y_{n+1}-y_n=\frac{4n+5}{n+3}-\frac{4n+1}{n+2}=\frac{4n^2+13n+10-4n^2-13n-3}{(n+3)(n+2)}=\frac{7}{(n+3)(n+2)}>0$$

إذن المتتالية $(y_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً

$$x_n-y_n=\frac{4n+5}{n+1}-\frac{4n+1}{n+2}:\ \lim_{n\longrightarrow+\infty}(x_n-y_n)=4-4=0$$

مما سبق نستنتج أن المتتاليتين $(y_n)_{n\geq 0}$, $(x_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان .

<u>التمرين الثالث</u> : ليكن كثير الحدود $P(z)=z^4+5z^3+10z^2+10z+4$

1) عين عددين a و b يحققان $P(z)=\left(z^2+az+a\right)\left(z^2+bz+a\right)$

2) حل في C المعادلة $P(z)=0$.

1)
$$P(z)=z^4+bz^3+az^2+az^3+abz^2+a^2z+az^2+abz+a^2$$

$$P(z)=z^4+(a+b)z^3+(2a+ab)z^2+\left(a^2+ab\right)z+a^2$$

بالمطابقة نجد :

$$\begin{aligned}&a+b=5 \quad \ldots(1)\\&a(2+b)=10 \quad \ldots(2)\\&a(a+b)=10 \quad \ldots(3)\\&a^2=4 \quad \ldots(4)\end{aligned}$$

نعوض (1) في (3) فنجد : $5a=10\Rightarrow a=2$

إذن $(a,b)=(2,3)$ حل مشترك لجملة المعادلتين (1) و (3) .

نعوض في (2) : $2(2+3)=10$ فهو حل للمعادلة (2)

نعوض في (4) : $4=(2)^2$ فهو حل للمعادلة (4)

إذن : $(a,b)=(2,3)$

2) أصبح كثير الحدود : $P(z)=\left(z^2+2z+2\right)\left(z^2+3z+2\right)$

حل المعادلة $P(z)=0$ يكافئ حل المعادلتين الآتيتين :

$$1)\,z^2+2z+2 \Rightarrow z^2+2z+1-1+2=0$$

$$(z+1)^2=-1=i^2 \Rightarrow \begin{cases} z_1=-1-i \\ z_2=-1+i \end{cases}$$

$$2)\,z^2+3z+2=0 \Rightarrow z^2+3z+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}+2=0$$

$$\left(z+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} z_3=-2 \\ z_4=-1 \end{cases}$$

التمرين الرابع : يشتري محل للأدوات الكهربائية 400 مصباح من المصنع A و 200 مصباح من المصنع B . نعلم أن نسبة المصابيح المعطوبة في انتاج المصنع A هي 40 % وفي انتاج المصنع B هي 10 % . نسحب عشوائياً مصباحاً :

1) ما احتمال أن يكون المصباح معطوباً .

2) إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من المصنع B .

1) نسبة المصابيح المصنعة في المصنع A : $\frac{400}{400+200}=\frac{2}{3}$, وفي المصنع B : $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

نرمز بالرمز D لحدث أن يكون المصباح معطوباً عندئذ :

$$P(D)=P(D\cap A)+P(D\cap B)$$

$$P(D)=P(A)\cdot P(D\setminus A)+P(B)\cdot P(D\setminus B)$$

$$P(D)=\frac{2}{3}\times\frac{4}{10}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{10} \Rightarrow P(D)=\frac{3}{10}=0.3$$

2) الاحتمال المطلوب : $P(B\setminus D)=\frac{P(D\cap B)}{P(D)}=\frac{1}{30}\times\frac{10}{3} \Rightarrow P(B\setminus D)=\frac{1}{9}$

حلــول النمــوذج الخــامس ⑤

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{x+2}{(x+1)^2}$ المعرف على $R\setminus\{-1\}$

1) ادرس نهايات التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبين إذا كانت له نهاية حقيقية عند $x=-1$

2) أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C وادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C .

3) احسب $f'(x)$ ونظم جدولاً بتغيرات f وعين ما له من قيم حدية محلية .

4) أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها $x=-2$.

5) ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم $x=3$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty$ ومنه $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=+\infty$

ليس للتابع نهاية حقيقية عند $x=-1$.

(للخط البياني C مقارب شاقولي معادلته $x=-1$)

2) المستقيم d الذي معادلته $y=0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $-\infty$ وفي جوار $+\infty$.

تابع الفرق : $f(x)-y=\frac{x+2}{(x+1)^2}$ إشارته تماثل إشارة $x+2$ الذي ينعدم عند $x=-2$

عندما $x\in]-\infty,-2[$ يكون $f(x)-y<0$ فيكون C تحت المقارب d .

عندما $x\in]-2,+\infty[\setminus\{-1\}$ يكون $f(x)-y>0$ فيكون C فوق المقارب d .

يشترك C و d بالنقطة $A(-2,0)$.

3) f اشتقاقي على كل من المجالين $]-\infty,-1[$ و $]-1,+\infty[$ ومشتقه :

$$f'(x)=\frac{(x+1)^2-2(x+1)(x+2)}{(x+1)^4}$$

$$=\frac{(x+1)(-x-3)}{(x+1)^4}$$

$$f'(x)=\frac{-x^2-4x-3}{(x+1)^4}$$

إشارة المشتق تماثل إشارة المقدار $-x^2-4x-3$

الذي ينعدم عند $x=-1 \notin D_f$ أو عند $x=-3 \in D_f$ حيث $f(-3)=-0.25$

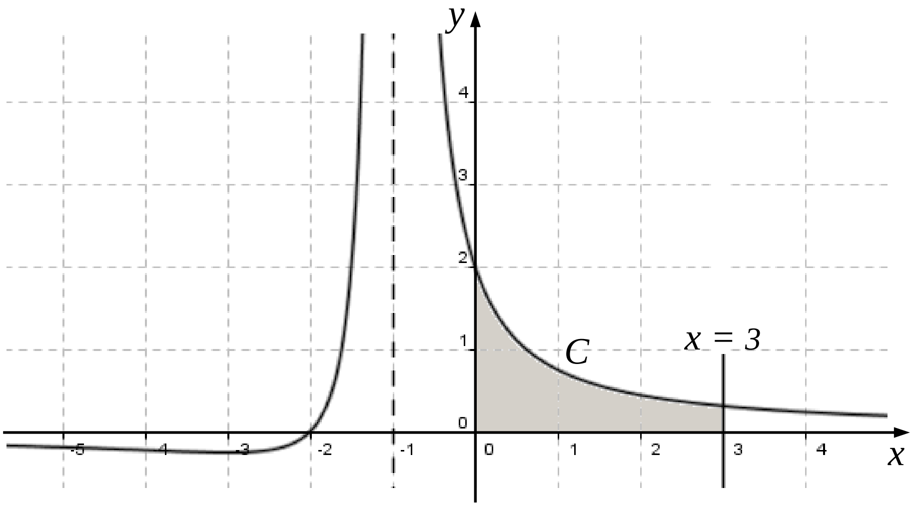
x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	
$f(x)$	0	↘	-0.25	↗	$+\infty \Vert +\infty$	↘	0

للتابع قيمة صغرى محلياً تساوي -0.25 يبلغها التابع عند $x=-3$

4) نقطة التماس $A(-2,0)$ و $f'(-2)=1$

معادلة المماس من الشكل : $y=f(-2)+f'(-2)(x+2)$ ومنه $y=x+2$

5) الرسم والمساحة : نقطة مساعدة $(0,2)\in C$



الخط C يقع فوق محور الفواصل على المجال $[0,3]$:

$$f(x)=\frac{x+1+1}{(x+1)^2}=\frac{1}{x+1}+(x+1)^{-2}$$

$$A=\int_0^3 f(x)\,dx=\int_0^3\left[\frac{1}{x+1}+(x+1)^{-2}\right]dx$$

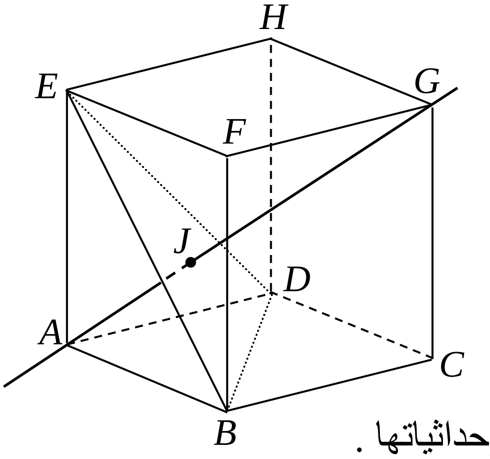
$$x\in[0,3]\Rightarrow x+1>0$$

$$A=\left[\ln(x+1)-\frac{1}{x+1}\right]_0^3$$

$$A=\left(\ln 4-\frac{1}{4}\right)-(0-1)\Rightarrow A=\frac{3}{4}+\ln 4$$

المسألة الثانية :

$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 3



1) عين إحداثيات النقاط D , B , E , G

في المعلم $\left(A ; \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} , \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} , \frac{1}{3}\overrightarrow{AE} \right)$

2) أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) .

3) أثبت أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (EDB)

4) المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عين إحداثياتها .

5) أثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

6) احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$.

1) $B(3,0,0) , D(0,3,0) , E(0,0,3) , G(3,3,3)$

2) لدينا $\overrightarrow{AG}(3,3,3)$ شعاع موجه للمستقيم (AG)

وبالتالي نجد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) :

$$(AG)\begin{cases} x = 3t \\ y = 3t \\ z = 3t \end{cases} : t \in R$$

2) لدينا $\overrightarrow{EB}(3,0,-3)$ و $\overrightarrow{ED}(0,3,-3)$ شعاعا توجيه للمستوي (EDB)

وهما غير مرتبطين خطياً لعدم تناسب مركبتاهما .

$$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{ED} = 0+9-9 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AG} \perp \overrightarrow{ED}$$

$$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{EB} = 9+0-9 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AG} \perp \overrightarrow{EB}$$

إذن : المستقيم (AG) عمودي على المستوي (EDB)

4) لدينا : $\overrightarrow{AG}(3,3,3)$ شعاع ناظم على المستوي (EDB) الذي معادلته من الشكل :

$ax+by+cz+d=0$ ومنه $3x+3y+3z+d=0$

$$E \in (EDB) : 0+0+9+d = 0 \Rightarrow d = -9$$

إذن معادلة المستوي (EDB) هي : $x+y+z-3=0$

نعوض معادلات (AG) في معادلة (EDB) : $3t+3t+3t-3=0$

ومنه : $t=\frac{1}{3}$ وبالتالي $J(1,1,1)$

5) المثلث EDB متساوي الأضلاع لأن أضلاعه هي أقطار مربعات طبوقة .

وبالتالي ارتفاعاته هي متوسطات .

بفرض I نقطة تلاقي متوسطات المثلث EDB فهي مركز ثقله وإحداثياتها :

$$I\left(\frac{0+0+3}{3},\frac{0+3+0}{3},\frac{3+0+0}{3}\right)\Rightarrow I(1,1,1)$$

ومنه $I=J$, إذن J نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله أيضاً

- طريقة ثانية لإثبات J نقطة تلاقي الارتفاعات نثبت أن :

$$\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{ED}=0\ ,\overrightarrow{DJ}\cdot\overrightarrow{EB}=0\ ,\overrightarrow{EJ}\cdot\overrightarrow{DB}=0$$

6) حجم رباعي الوجوه : $V=\frac{1}{3}S(ABD)\cdot AE$ حيث : $AE=3$

ومساحة المثلث ABD القائم في A هي : $S(ABD)=\frac{1}{2}AB\cdot AD=\frac{9}{2}$

وبالتالي : $V=\frac{1}{3}\times\frac{9}{2}\times3$, إذن : $V=\frac{9}{2}$

- طريقة ثانية لحساب حجم رباعي الوجوه من $V=\frac{1}{3}S(EDB)\cdot AJ$

(انتهت حلول النموذج الوزاري الخامس)

الأستاذ : محمد خالد غزول **الأستاذ : عبد الحميد السيد**

الجمهورية العربية السورية النموذج السادس

وزارة التربية الدرجة العظمى : ستمئة

المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية المـدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C والمطلوب :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	3	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3

1) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C .

2) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C ؟

3) هل يوجد للخط C مماسات أفقية ؟

4) أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$.

السؤال الثاني : اكتب العدد العقدي $z=\left(1-\sqrt{2}\right)\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ بالشكل الأسي

السؤال الثالث : $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC

جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\|=\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}\|$$

السؤال الرابع : ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x)=e^{x}$

احسب $f(\ln 2)$ و $f'(\ln 2)$, ثم استنتج $\lim\limits_{x\longrightarrow \ln 2}\frac{e^{x}-2}{x-\ln 2}$

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يأتي : $u_0=0$, $u_{n+1}=\frac{2u_n+1}{u_n+2}$

1) أثبت أن $0\leq u_n\leq 1$.

2) أثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة .

3) علل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها .

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : صندوق يحوي خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء .

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً .

نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء ويأخذ القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة صفر في غير ذلك عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه وتباينه .

التمرين الثالث : أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^6$

التمرين الرابع : عين مجموعة تعريف التابع $f(x)=\frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$ واحسب نهايته عند الصفر

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$

1) أوجد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة التعريف .

2) ادرس اطراد التابع f ونظم جدولاً بها .

3) بين القيم الحدية المحلية للتابع f . وارسم خطه البياني C .

4) استنتج عدد حلول المعادلة $x^2e^{-x}=1$.

5) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيم $x=1$.

المسألة الثانية : نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظماً , وليكن المستوي Q الذي معادلته $x-y+2z+4=0$. وأخيراً لتكن S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB .

1) أثبت أن $2x+y-z-8=0$ هي معادلة المستوي P .

2) جد معادلة الكرة S . 3) أثبت أن المستوي Q مستوي مماس للكرة S .

4) أثبت أن النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q .

5) ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً

$$d:\begin{cases} x=t \\ y=12-5t\ ,\ t\in R \\ z=4-3t \end{cases}$$

(a) أثبت أن المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q .

(b) أثبت أن المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

انتهت الأسئلة

حلــول النمــوذج الســادس ①

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C والمطلوب :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	3	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3

1) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C .

2) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C ؟

3) هل يوجد للخط C مماسات أفقية ؟

4) أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$.

1) المستقيم الذي معادلته $x=-1$ مقارب شاقولي للخط C .

المستقيم الذي معادلته $x=1$ مقارب شاقولي للخط C .

المستقيم الذي معادلته $y=3$ مقارب أفقي للخط C .

2) لا يوجد .

3) لا يوجد .

4) التابع f مستمر ومتناقص تماماً على المجال $]-1,1[$ و $0\in f(]-1,1[)=R$

إذن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$.

السؤال الثاني : اكتب العدد العقدي $z=\left(1-\sqrt{2}\right)\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\ \sin\frac{\pi}{3}\right)$ بالشكل الأسي

$$z=-\left(\sqrt{2}-1\right)e^{i\frac{\pi}{3}}=\left(\sqrt{2}-1\right)e^{i\pi}\times e^{i\frac{\pi}{3}}=\left(\sqrt{2}-1\right)e^{i\frac{4\pi}{3}}$$

السؤال الثالث : $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC

جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق

$$\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

لدينا G مركز ثقل المثلث BCD

وبالتالي أياً كانت النقطة M من الفراغ فإن : $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

ولدينا : $\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\|=\|3\overrightarrow{MA}-(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC})\|$

وبالتالي : $\|3\overrightarrow{MG}\|=\|3\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MG}\|$

ومنه : $\|\overrightarrow{MG}\|=\|\overrightarrow{GA}\|$ حيث G و A نقطتين ثابتتين .

أي أن M تبعد عن G بعداً ثابتاً يساوي $\|\overrightarrow{GA}\|$

إذن : مجموعة نقاط الفراغ M هي كرة مركزها G وطول نصف قطرها $\|\overrightarrow{GA}\|$

السؤال الرابع : ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x)=e^{x}$

احسب $f(ln 2)$ و $f'(ln 2)$, ثم استنتج $\lim\limits_{x\longrightarrow ln 2}\frac{e^{x}-2}{x-ln 2}$

$f(ln 2)=e^{ln 2}=2$ ولأن $f'(x)=e^{x}$ فإن $f'(ln 2)=2$

$$\lim_{x\longrightarrow ln 2}\frac{e^{x}-2}{x-ln 2}=\lim_{x\longrightarrow ln 2}\frac{f(x)-f(ln 2)}{x-ln 2}=f'(ln 2)=2$$

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (°60 لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يأتي : $u_0=0$, $u_{n+1}=\frac{2u_n+1}{u_n+2}$

1) أثبت أن $0\leq u_n\leq 1$.

2) أثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة .

3) علل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها .

1) نفترض $E(n)$ هي الخاصة : « $0\leq u_n\leq 1$ »

(1) الخاصة $E(0)$ صحيحة لأن : $0\leq u_0=0\leq 1$.

(2) نفترض أن $E(n)$ صحيحة أي : $0\leq u_n\leq 1$

ولنبرهن أن $E(n+1)$ صحيحة أي لنبرهن أن $0\leq u_{n+1}\leq 1$

لدينا : $u_{n+1}=\frac{2u_n+4-3}{u_n+2}=2-\frac{3}{u_n+2}$

$$0 \le u_n \le 1 \Rightarrow 2 \le u_n + 2 \le 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \ge \frac{1}{u_n + 2} \ge \frac{1}{3}$$

$$\frac{-3}{2} \le \frac{-3}{u_n + 2} \le -1 \Rightarrow \frac{1}{2} \le 2 - \frac{3}{u_n + 2} \le 1$$

ومنه $0 \le u_{n+1} \le 1$ فالخاصة $E(n+1)$ صحيحة

مما سبق نستنتج أن $0 \le u_n \le 1$ أياً كان العدد الطبيعي n

<u>طريقة ثانية</u> : لإثبات صحة $E(n+1)$

ليكن التابع f المعرف وفق $f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$

وهو اشتقاقي على كل من المجالين $]-\infty,-2[$ و $]-2,+\infty[$ ومشتقه :

$$f'(x)=\frac{2x+4-2x-1}{(x+2)^2}=\frac{3}{(x+2)^2}>0$$

فالتابع f متزايد تماماً على كل من المجالين $]-\infty,-2[$ و $]-2,+\infty[$

لدينا : $0 \le u_n \le 1$

وبالاستفادة من تزايد التابع f على المجال $]-2,+\infty[$

نستنتج أن : $f(0) \le f(u_n) \le f(1)$

وبما أن : $f(0)=\frac{1}{2}$ و $f(1)=1$

فإن : $\frac{1}{2} \le u_{n+1} \le 1$ ومنه $0 \le u_{n+1} \le 1$ وبالتالي $E(n+1)$ صحيحة

2) الاطراد : $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} - u_n = \frac{1 - u_n^2}{u_n + 2}$

بما أن $0 \le u_n \le 1$ فإن : $1 - u_n^2 \ge 0$ و $u_n + 2 > 0$

ومنه : $u_{n+1} - u_n \ge 0$

إذن المتتالية $(u_n)_{n \ge 0}$ متزايدة

3) المتتالية محدودة من الأعلى بالعدد 1 ومتزايدة فهي متقاربة من عدد حقيقي ℓ .

لما كان $u_0 = 0$ والمتتالية متزايدة فإن حدودها موجبة ومنه $\ell \geq 0$

نأخذ التابع f المعرف وفق $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$

وهو تابع مستمر على $]-2,+\infty[$ وبالتالي مستمر عند ℓ .

إذن ℓ هو حل موجب للمعادلة $f(x)=x$

$\dfrac{2x+1}{x+2}=x \Rightarrow x^2=1$ والحل المقبول $x=1$

إذن نهاية المتتالية هي : $\ell=1$

التمرين الثاني : صندوق يحوي خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء .

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً .

نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء ويأخذ القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة صفر في غير ذلك عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه وتباينه .

$$P(X=3)=\frac{\binom{5}{2}\times\binom{5}{1}}{\binom{10}{3}}=\frac{10\times 5}{120}=\frac{5}{12} \quad \text{و} \quad P(X=5)=\frac{\binom{5}{3}}{\binom{10}{3}}=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$$

$$P(X=0)=1-[P(X=3)+P(X=5)]=1-\frac{6}{12}=\frac{6}{12}$$

x	0	3	5
$P(X=x)$	$\frac{6}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

التوقع : $E(X)=\dfrac{1}{12}(0\times 6+3\times 5+5\times 1)\Rightarrow E(X)=\dfrac{20}{12}=\dfrac{5}{3}$

$$E\left(X^2\right)=\frac{1}{12}(0\times 6+9\times 5+25\times 1)\Rightarrow E\left(X^2\right)=\frac{70}{12}=\frac{35}{6}$$

التباين : $V(X)=E\left(X^2\right)-(E(X))^2=\dfrac{35}{6}-\dfrac{25}{9}\Rightarrow V(X)=\dfrac{55}{18}$

__التمرين الثالث__ : أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^6$

$$T_r=\binom{6}{r}\left(x^2\right)^{6-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r$$

$$T_r=\binom{6}{r}x^{12-2r}\cdot x^{-r}=\binom{6}{r}x^{12-3r}$$

$12-3r=0$ ومنه $r=4$

إذن الحد المستقل عن x هو :

$$T_4=\binom{6}{4}=\binom{6}{2}=\frac{6\times 5}{2}=15$$

__التمرين الرابع__ : عين مجموعة تعريف التابع $f(x)=\frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$ واحسب نهايته عند الصفر

$(1+x\geq 0$ و $1+x\neq 1)$

ومنه $(x\geq -1$ و $x\neq 0)$

$$D_f=[-1,0[\cup]0,+\infty[$$

$$f(x)=\frac{\left(\sqrt{1+x}+1\right)\sin x}{1+x-1}=\left(\sqrt{1+x}+1\right)\frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x\longrightarrow 0}f(x)=(2)(1)=2$$

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$

1) أوجد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة التعريف .

2) ادرس اطراد التابع f ونظم جدولاً بها .

3) بين القيم الحدية المحلية للتابع f . وارسم خطه البياني C .

4) استنتج عدد حلول المعادلة $x^2e^{-x}=1$.

5) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيم $x=1$.

1) لدينا : $f(x)=\frac{x^2}{e^x}=x^2e^{-x}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{e^x}=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x^2e^{-x}=0$

2) المشتق : $f'(x)=2xe^{-x}-e^{-x}x^2=\left(2x-x^2\right)e^{-x}$ إشارته تماثل إشارة $2x-x^2$

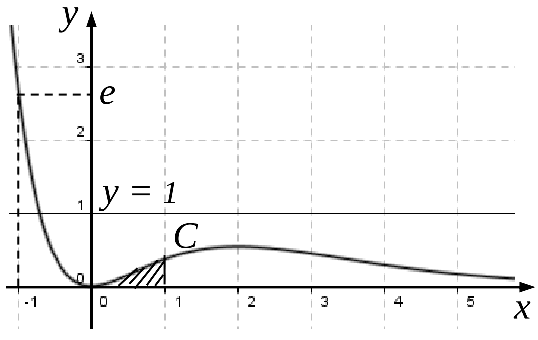
$$f'(x)=0\Rightarrow x(2-x)=0$$

$$x=0\ ,f(0)=0\ ,x=2\ ,f(2)=\frac{4}{e^2}$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$\frac{4}{e^2}$	↘	0

3) $f(0)=0$ قيمة صغرى محلياً و $f(2)=\frac{4}{e^2}$ قيمة كبرى محلياً .

نقطة مساعدة للرسم : $f(-1)=e$



4) بيانياً نلاحظ أن المستقيم الذي معادلته $y=1$

يقطع الخط البياني C بنقطة واحدة .

للمعادلة $f(x)=x^2e^{-x}=1$ حل وحيد في R .

(يمكن الإثبات حسب مبرهنة)

5) $f(x) \geq 0$ على المجال $[0,1]$

فالمساحة المطلوبة : $A = \int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 x^2 e^{-x}\,dx$

التكامل بالتجزئة :

$u(x)=x^2$	$v'(x)=e^{-x}$
$u'(x)=2x$	$v(x)=-e^{-x}$

$$A=\left[-x^2e^{-x}\right]_0^1+\int_0^1 2x\,e^{-x}\,dx$$

$$I=\int_0^1 2x\,e^{-x}\,dx$$

$u_1(x)=2x$	$v_1'(x)=e^{-x}$
$u_1'(x)=2$	$v_1(x)=-e^{-x}$

$$I=\left[-2x\,e^{-x}\right]_0^1+\int_0^1 2e^{-x}\,dx$$

$$I=\left[-2x\,e^{-x}\right]_0^1+\left[-2e^{-x}\right]_0^1$$

$$A=\left[-\left(x^2+2x+2\right)e^{-x}\right]_0^1$$

$$A=\left[-(1+2+2)e^{-1}\right]-\left[-(0+0+2)e^{0}\right]$$

$$A=2-\frac{5}{e}$$

المسألة الثانية : نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظماً , وليكن المستوي Q الذي معادلته $x-y+2z+4=0$. وأخيراً لتكن S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB .

1) أثبت أن $2x+y-z-8=0$ هي معادلة المستوي P .

2) جد معادلة الكرة S .

3) أثبت أن المستوي Q مستوي مماس للكرة S .

4) أثبت أن النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q .

5) ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً

$$d:\begin{cases} x=t \\ y=12-5t \ ,t\in R \\ z=4-3t \end{cases}$$

(a) أثبت أن المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q .

(b) أثبت أن المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

1) لدينا $\vec{n}_P=\overrightarrow{AB}(2,1,-1)$ شعاعاً ناظماً للمستوي P .

طريقة أولى : معادلة P من الشكل : $a(x-x_B)+b(y-y_B)+c(z-z_B)=0$

نعوض : $2(x-3)+1(y-2)-1(z-0)=0$

إذن معادلة P هي : $2x+y-z-8=0$

طريقة ثانية : معادلة P من الشكل : $ax+by+cz+d=0$

ومنه $2x+y-z+d=0$

نعوض إحداثيات B : $6+2-0+d=0\Rightarrow d=-8$

إذن معادلة P هي : $2x+y-z-8=0$

2) معادلة الكرة من الشكل : $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2+(z-z_A)^2=r^2$

طول نصف قطرها : $r=AB=\sqrt{(2)^2+(1)^2+(-1)^2}=\sqrt{6}$

إذن معادلة S هي : $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=6$

3) نحسب بعد A عن Q : $dist(A,Q)=\frac{|(1)(1)+(1)(-1)+(1)(2)+4|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(2)^2}}=\frac{6}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}$

بما أن : $dist(A,Q)=r$ فإن المستوي Q مماس للكرة S .

4) المستوي Q يمس الكرة S بنقطة وحيدة .

طريقة أولى : تكون C مسقط A على Q إذا تحقق : $C\in Q$ و $AC=r$

نتحقق من وقوع C في المستوي Q : $(0)-(2)+2(-1)+4=0$ محقق ومنه $C\in Q$

من جهة أخرى : $AC=\sqrt{(-1)^2+(1)^2+(-2)^2}=\sqrt{6}=r$

إذن : C مسقط A على Q .

طريقة ثانية : نبرهن أن : $C\in Q$ و $C\in S$

طريقة ثالثة : نبرهن أن : $C\in Q$ و الشعاعان $\vec{n}_Q$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطين خطياً .

5) (a) الشعاعان $\vec{n}_P(2,1,-1)$ و $\vec{n}_Q(1,-1,2)$ غير مرتبطين خطياً لعدم تناسب مركباتهما

إذن المستويان P و Q متقاطعان بمستقيم فصل مشترك .

نعوض معادلات d في P : $2(t)+(12-5t)-(4-3t)-8=8-8=0$ ومنه $d\subset P$

نعوض معادلات d في Q : $(t)-(12-5t)+2(4-3t)+4=-4+4=0$ ومنه $d\subset Q$

إذن : المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q .

طريقة ثانية : نحل جملة معادلتي المستويين حلاً مشتركاً فنجد تمثيل وسيطي للفصل المشترك يطابق d

(b) تنتمي $M(x,y,z)$ إلى المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$ إذا وفقط إذا كان :

$$BM=CM \Leftrightarrow BM^2=CM^2$$

$$(x-3)^2+(y-2)^2+(z-0)^2=(x-0)^2+(y-2)^2+(z+1)^2$$

ومنه : $-6x+13=2z+5$

إذن معادلة المستوي المحوري : $3x+z-4=0$

طريقة ثانية : نحسب إحداثيات منتصف $[BC]$ والشعاع $\overrightarrow{BC}$ الناظم على المستوي ثم نكتب معادلته .

نعوض معادلات d بمعادلة المستوي المحوري : $3(t)+(4-3t)-4=4-4=0$ محققة

إذن : المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

الأستاذ : محمد خالد غزول (انتهت حلول النموذج الوزاري السادس) **الأستاذ : عبد الحميد السيد**