بسم الله الرحمن الرحيم

www.skaau.com
Qasim Mudawi- 0502180703

STAT – 110

ملخص إحصاء 110
لطلاب السنة التحضيرية ـ كلية العلوم

CH.6

شرح مبسط باللغة العربية

إعـــــداد

أستاذ/ قاسم مضوي

CHAPTER 6: NOMRAL DISTRIBUTION الباب السادس: التوزيع الطبيعي

www.skaau.com
Casim Mubarki 0502180703

ملاحظات هامة:

- مستخدم في هذا الفصل جدول التوزيع الطبيعي ذو المساحة الكبيرة (مجموع المساحة يساوي 1)

- جدول التوزيع الطبيعي مرفق في نهاية هذا الملخص.

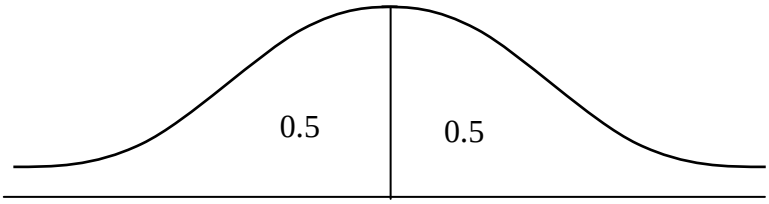
- كما تم استخدام الجدول الموجب فقط ولم يتم استخدام الجدول السالب مطلقا.

Properties: خصائصه

- **Bell shaped distribution.**
- **Distribution is symmetrical. Mean = median = mode**
- **Distribution is continuous.**
- **The normal distribution curve is unimodal (single peak).**
- **The curve never touch the x-axis.**
- **The total area under the normal curve equal 1.**

خصائص التوزيع الطبيعي:

- **شكله جرسي.**
- **التوزيع متماثل (المتوسط = الوسيط = المنوال).**
- **التوزيع متصل.**
- **التوزيع وحيد المنوال (له منوال واحد) وله قمة واحدة (single peak).**
- **المنحنى لا يمس محور السينات أبدا.**
- **المساحة تحت المنحنى تساوي 1 ، مقسمة بالتساوي 0.5 بالجانب الأيمن و0.5 بالجانب الأيسر.**



The area under normal curve that lies within one standard deviation of the mean is approximately 0.68 or 68%

المساحة تحت المنحنى الطبيعي والتي تقع في المدى بين (1) انحراف معياري من المتوسط تساوي تقريبا 68%

$$U \pm 1\sigma = 68\% \text{ or } 0.68$$

The area under normal curve that lies within two standard deviation of the mean is approximately 0.95 or 95%

$$U \pm 2\sigma = 95\% \text{ or } 0.95$$

المساحة تحت المنحنى الطبيعي والتي تقع في المدى بين (2) انحراف معياري من المتوسط تساوي تقريبا 95%

The area under normal curve that lies within three standard deviation of the mean is approximately 0.997 or 99.7%

$$U \pm 3\sigma = 99\% \text{ or } 0.99$$

المساحة تحت المنحنى الطبيعي والتي تقع في المدى بين (3) انحراف معياري من المتوسط تساوي تقريبا 99.7%

STATNDARD NOMRAL DISTRIBUTION: **التوزيع الطبيعي القياسي**

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

U = POPULATION MEAN
σ = POPULATION STANDARD DEVIATION

www.skaau.com
Qasim Mudawi- 0502180703

PROPERTIES: **الخصائص**

MEAN = 0 **المتوسط يساوي 0**
STANDARD DEVIATION = 1 **الانحراف المعياري يساوي 1**

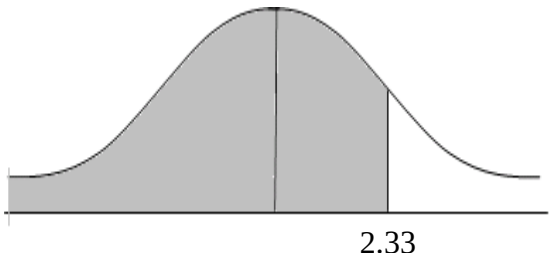
EXAMPLE #1#:

In a medical study, the mean systolic blood pressure is 120 and the standard deviation is 3.

Find the probability that the a systolic pressure:

1- Less than 127:

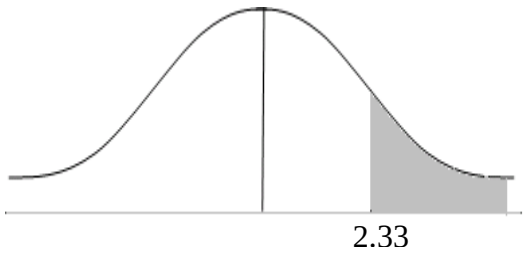
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{127 - 120}{3} = 2.33$$



= 0.9901

2- Greater than 127:

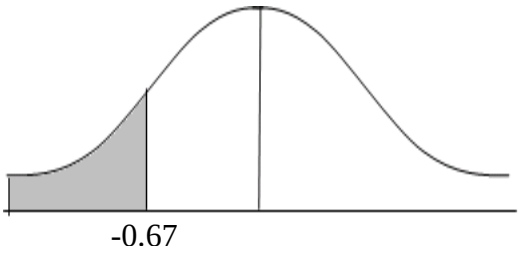
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{127 - 120}{3} = 2.33$$



= 1 – 0.9901 = 0.0099

3- Less than 118:

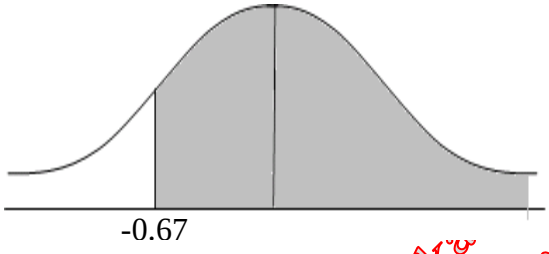
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{118 - 120}{3} = -0.67$$



= 1 – 0.7486 = 0.2514

4- More than 118:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{118-120}{3} = -0.67$$

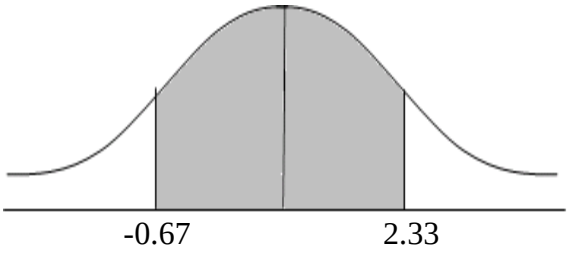


= 0.7486

5- Between 118 and 127:

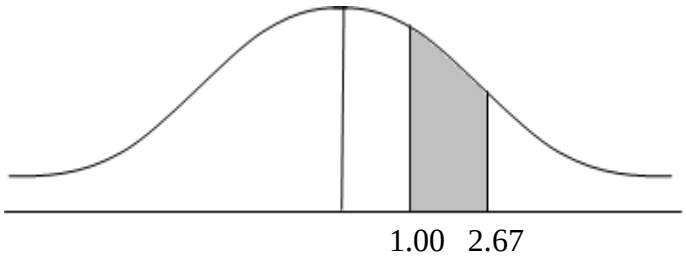
$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{118-120}{3} = -0.67 \qquad Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{127-120}{3} = 2.33$$

= (0.7486 + 0.9901) -1 = 0.7387



6- Between 123 and 127:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{123-120}{3} = 1.00 \qquad Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{127-120}{3} = 2.33$$



= 0.9962 - 0.8413 = 0.1549

ملاحظات:

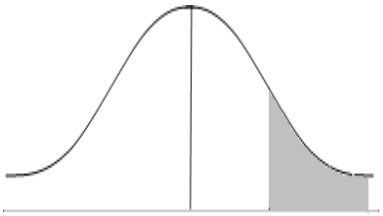
More than = greater than = above= right **كلها بمعنى واحد وتعني أكبر**
التظليل يكون يمين قيمة z في هذه الحالة.

Less than = below = left. **كلها بمعنى واحد وتعني أصغر أو أقل**
التظليل يكون يسار z في هذه الحالة.

Between **التظليل يكون بين قيمتي z**

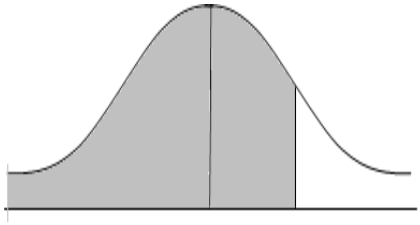
www.skaau.com
Qasim Mudawi- 0502180703

ملاحظات مهمة لايجاد قيمة الاحتمال:

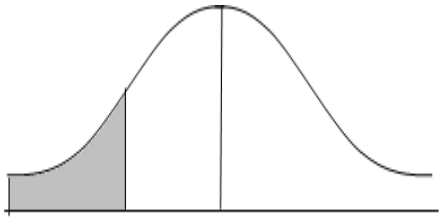


عندما تكون z رقم موجب والتظليل كان يمين:
نطرح من 1 قيمة z المستخرجة من الجدول.

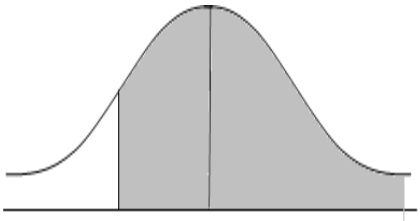
www.s... ...m Mudawi- 050...703



عندما تكون z رقم موجب والتظليل كان يسار:
نأخذ القيمة مباشرة من الجدول.

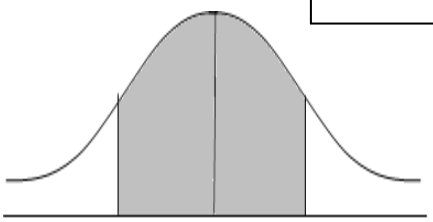


عندما تكون z رقم سالب والتظليل كان يمين:
نطرح من 1 قيمة z المستخرجة من الجدول.

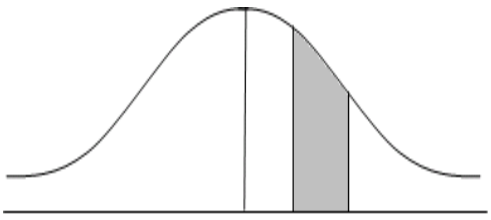


عندما تكون z رقم سالب والتظليل كان يسار:
نأخذ القيمة مباشرة من الجدول.

عندما تكون هناك قيمتان ل z وكانت واحدة بالموجب والأخرى بالسالب:
(نجمع قيمتا zالمستخرجة من الجدول ونطرح من الناتج 1).



عندما تكون هناك قيمتان ل z وكانت القيمتان موجبتان أو سالبتان:
(فإننا نطرح قيمتا z المستخرجة من الجدول (القيمة الكبرى – القيمة الصغرى).



Calculating the value of X: **حساب قيمة س ، س تكون مفقودة**

في بعض المسائل يكون معطى قيمة الاحتمال والمتوسط والانحراف وتكون قيمة X مفقودة.

وقيمة الاحتمال تُعطي بهدف استخراج قيمة Z ومن ثم التعويض في القانون التالي بعد استخراج قيمة Z من الجدول:

www.skaau.com
Qasim Madini 0502180703

EXAMPLE #2#:
To quality of police academy candidate must score in the **top 10%** on the general abilities test. The test has a mean of 200 and standard deviation of 20. find the lowest possible score to quality.

Solution:

$$Z = \frac{X - 200}{20}$$

في هذا المثال معطى قيمة الاحتمال (10%) ومطلوب إيجاد قيمة x وعن طريق الاحتمال نستطيع استخراج قيمة z وعن طريق z نستطيع ايجاد x كما يلي:

أولا يتم طرح 10% من 1 ونبحث عن قيمة Z المقابلة لها في الجدول بالكشف العكسي كما يلي:
1.0 - 0.10 = 0.90

جدول Z

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	.08	0.09
0.8										
0.9										
1.0										
1.1										
1.2									0.8997	0.9014
1.3										
1.4										
1.5										

نلاحظ أنه لا توجد قيمة 0.90 بالضبط فنقوم بأخذ القيمة الصغرى في هذه الحالة وهي 0.8997 وهي بالتقريب 0.90 ونأخذ قيمة Z المقابلة لها وهي 1.28 – أي أننا أخذنا 1.2 من العمود و 0.08 من الصف فتصبح القيمة المطلوبة هي 1.28 بعد إيجاد قيمة Z نعوض في القانون التالي لإيجاد قيمة X كما يلي:
ملاحظة: (لم نأخذ القيمة الأخرى 0.9014 لأنها أكبر من 0.90)

$$1.28 = \frac{X - 200}{20}$$

$$X - 200 = 20 * 1.28 = 25.6$$

$$X = 25.6 + 200 = 225.6$$

أي أن قيمة X تساوي 225.6، وهذا هو المطلوب إيجاده.

DISTRIBUTION OF SAMPLE MEAN: توزيعات المعاينة

MEAN OF SAMPLE MEAN = $U_X = U$

STANDARD DEVIATION OF SAMPLE MEAN = $\sigma_{\bar{x}}$

لا تختلف المسائل هنا عن المسائل السابقة إلا في حجم العينة فقط ، هنا يكون معطى حجم العينة وبالتالي فإن القانون يختلف اختلافا طفيفا كما يلي:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$ **هذه القيمة تسمى الخطأ المعياري standard error**

www.skaau.com
Qasim Mudawi-0530180703

EXAMPLE #3#:

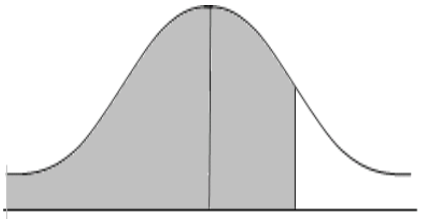
The average number of pounds of meat that a person consumes a year is 218.4 pounds. Assumes that the standard deviation is 25 pounds.

أذا كان متوسط عدد الأرطال التي يستهلكها الشخص في السنة هو 218.4 رطل. افتراض أن الانحراف المعياري يساوي 25 رطل أوجد ما يلي:

Find the probability that a person selected at random consumes less than 224 pounds per year. أوجد احتمال شخص تم اختياره يستهلك أقل من 224 رطل في السنة

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} = \frac{224 - 218.4}{25} = 0.224$$

نأخذ القيمة مباشرة من الجدول – لأن المطلوب هو المساحة الكبيرة = 0.5871



If a sample of 40 individuals is selected. Find the probability that the mean of sample will be less than 224 pounds per year.

إذا تم اختيار عينة من 40 شخص. أوجد احتمال أن متوسط العينة يكون أقل من 224 رطل في السنة.

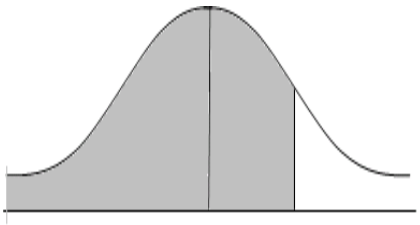
ملاحظة هامة جدا:

عندما يذكر تم اختيار عينة فإننا نستخدم توزيعات المعاينة - القانون اللي فيه الانحراف المعياري مقسوم على جذر حجم العينة n=40.

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{224 - 218.4}{25/\sqrt{40}} = 1.4167 \approx 1.42$$

نأخذ القيمة مباشرة من الجدول

= 0.9222



EXAMPLE #4#:

The monthly income, x, of a family in a given city is normally distributed with man $3000 and standard deviation $500.

إذا كان الدخل الشهري للأسرة يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 3000 دولا وانحراف معياري 500 دولا.

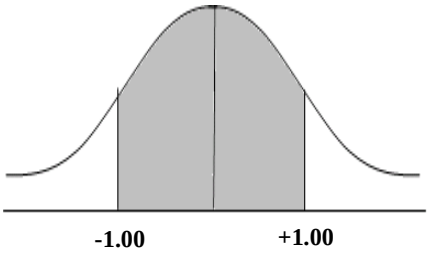
Find the probability that a person selected at random earns a monthly income between $2500 and $ 3500.

إذا تم اختيار شخص ما احتمال أن دخله يتراوح بين 2500 إلى 3500 دولا ؟

www.skaau.com
Gasim Mudawi-0502180703

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{2500-3000}{500} = -1.00$$

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{3500-3000}{500} = 1.00$$



= (0.8413 + 0.8413) - 1 = 0.6826

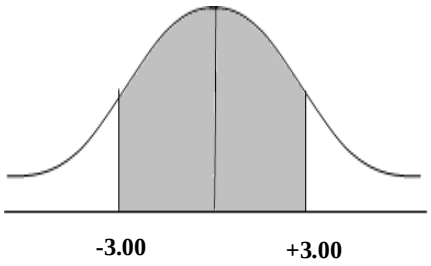
If a random sample of size 9 is selected at random, find the probability that the mean income of the sample is between $2500 and $3500

إذا تم اختيار عينة من 9 أشخاص ما احتمال أن يكون متوسط دخلهم الشهري يتراوح بين 2500 و 3500 دولار.

في هذه الحالة سيتم استخدام توزيعات المعاينة (القانون اللي فيه الانحراف المعياري مقسوم على جذر n).

$$Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{2500-3000}{500/\sqrt{9}} = -3.00$$

$$Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{3500-3000}{500/\sqrt{9}} = +3.00$$



= (0.9987 + 0.9987) -1 = 0.9974

Find the standard error: اوجد الخطأ المعياري

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{500}{\sqrt{9}} = 166.67$$

EXAMPLE #5#:

Find the value of z such that the shaded tail areas equals 0.009

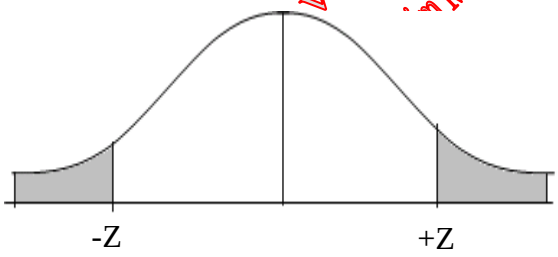
في هذا المثال معطى قيمة المنطقتين المظللتين والمطلوب قيمةz.

في هذه الحالة نقسم قيمة الاحتمال على 2 ونطرحها من 1 ثم نبحث عن قيمة الاحتمال داخل الجدول ونستخرج قيمة z المقابلة لهما : 0.0045 = 2/0.009

www.skaau.com
Mudawi-0501180703

0.009/2= 0.0045

1.00- 0.0045 = 0.9955



نجد أن قيمة z المقابلة لهذه القيمة هي 2.61 وهي القيمة المطلوبة.

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	.08	0.09
2.6		0.9955								

ملاحظة مهمة:

توجد طرق حل أخرى للمسائل باستخدام جدول التوزيع الطبيعي الموجب أحيانا وجدول التوزيع الطبيعي السالب أحيانا أخرى ، كما أنه توجد مسائل تلزم استخدامهما معا ، وفي النهاية تعطي نفس النتيجة التي تم الحل بها في هذا الملخص ، حيث لم يتم استخدام جدول التوزيع الطبيعي السالب مطلقا في هذا الملخص وهذا لا يؤثر في النتيجة ، و بمعنى آخر:

all roads leads to Jeddah :)

EXERCISE: تمارين

The time T_1 to travel from A to B through city center (road R_1) is normally distributed with mean 20 minutes and standard deviation 5 minutes. The time T_2 to travel from A to B through a new ring road (road R_2) is normally distributed with mean 15 minutes and standard deviation 8 minutes. You have 17 minutes to travel from A to B on an important appointment. Using this information, solve the following three questions

www.skaau.com
Qasim Mudawi- 0502180703

31. P ($T_2 > 17$):

A) 0.4013 **B)** 0.5987 **C)** 0.9013 **D)** 0.0987

32. P ($T_1 > 17$):

A) 0.2257 **B)** 0.2743 **C)** 0.7743 **D)** 0.7257

33. Your correct decision is

A) Both R_1 and R_2 are the same **C)** R_1 is better than R_2

B) R_2 is better than R_1 **D)** Insufficient information to make a decision

---

The monthly income, X, of a family in a given city is normally distributed with mean $3000 and standard deviation $500. Use this information to find:

34. The probability that a person selected at random earns a monthly income between $2500 and $ 3500.

A) 0.9974 **B)** 0.4987 **C)** 0.5601 **D)** 0.0013

35. The probability that a person selected at random earns a monthly income between $2500 and $3500:

A) 0.3174 **B)** 0.3413 **C)** 0.6826 **D)** 0.1587

Let *X* be a normally distributed random variable with mean 100 and a standard deviation 10. Use this information to find the value of *a* in the following two questions such that:

36. $P(95 < X < a) = 0.6309$

A) 101.5 **B)** 15.5 **C)** 115.5 **D)** 84.5

37. $P(X > a) = 0.0427$

A) 82.8 **B)** 117.2 **C)** 101.72 **D)** 17.2

38. Approximately what percentage of normally distributed data values will fall within 1 standard deviation above or below the mean:

A) 99.7% **B)** 68% **C)** 13.5% **D)** 95%

39. Find the value of z such that the shaded tail areas equals 0.10

A) -1.96 **B)** 1.64 **C)** 0.25 **D)** 1.28

40. A survey found that the microwave ovens have an average life of 3 years with a standard deviation of 0.5 year. Assume the variable is normally distributed. What percent of microwave ovens would be replaced if a warranty of 18 months were given?

a) 0.13% b) 99.38% c) 0.62% d) 99.87%

www.skaau.com Gasim Mudawi 02180703

41 "A distribution using the means computed from all possible random samples of a specific size taken form a population." The previous statement is the definition of

A) empirical distribution **C)** central limit theorem

B) sampling error **D)** sampling distribution

42. The mean of a normal probability distribution is 734 and the standard deviation is 9. about 95 percent of the observations lie between what two values?

a) 725 & 743 b) 716 & 752 c) 707 & 761 d) 698 & 770

The End …..

Prepared by: Gasim Mudawi

JEDDAH – K.S.A