التكامل

$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

تكامل محدود

خواص

1) $\int_a^a f(x) = 0$

2) $\int_a^b \lambda f(x) = \lambda \int_a^b f(x)$

3) $\int_a^b f = -\int_b^a f(x)$

4) $\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$

5) $\int_a^b (f_1 \mp f_2) = \int_a^b f_1 \mp \int_a^b f_2$

حالات

تكامل القيمة المطلقة

$$\int_0^2 |x-1|\,dx = \int_0^1 |x-1| + \int_1^2 |x-1|$$
$$= \int_0^1 (-x+1) + \int_1^2 (x-1)$$

$$\int_{-2}^2 |x^2-4x| = \int_{-2}^0 |x^2-4x| + \int_0^2 |x^2-4x|$$
$$= \int_{-2}^0 (x^2-4x) + \int_0^2 (-x^2+4x)$$

$$\int_0^{\pi} |\cos x| = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos x = [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} - [\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 1 + 1 = 2$$

التكامل بالتجزئة

$$\int_a^b u\,v' = [u\,v]_a^b - \int_a^b v\,u'$$

$u =$ صح ; sin, cos, e

$v' =$ cos, sin, e

ln : صح ; $u = \ln x$; $v' =$ صح

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x$$

$u = x$; $u' = 1$

$v' = \sin x$; $v = -\cos x$

$$I = [u\,v]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} v\,u'$$
$$= [x \cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\cos x$$
$$= [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

تكامل الكسور الجزئية

نستخدم القسمة الاعتيادية لتبسيط الكسر

$$f = \frac{x+1}{x-1}$$

$$f = 1 + \frac{2}{x-1}$$
$$= 1 + 2\frac{1}{x-1}$$
$$F = x + 2\ln|x-1|$$

$$\frac{x-1}{x^2-5x+6}$$

$$\frac{x-1}{(x-2)(x-3)}$$

$$\frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$$

$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
$\cot x$	$\frac{-1}{\sin^2 x} = -(1+\cot^2 x)$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$\frac{1}{a} e^{ax+b}$
$e^{g(x)}$	$g' e^{g}$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$
$\frac{g'}{g}$	$\ln\lvert g(x)\rvert$
$g' \cdot g^r$	$\frac{g^{r+1}}{r+1}$

$\sin^2 x = 2 \sin x \cos x$

$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$

$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$

f	F
0	C
a	ax
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
sin	−cos
cos	sin

$\sin(ax+b)$	$\frac{-1}{a}\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$\frac{1}{a}\sin(ax+b)$
$\sin(g(x))$	$g' \cos(g(x))$
$\cos(g(x))$	$-g' \sin(g(x))$

تكامل غير محدود

$$\int f(x)\,dx = F(x)$$

$$F'(x) = f(x)$$

$f(x) = 3x^2 - 4x + 5$

$F(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 6$

$$F'(x) = 3x^2 - 4x + 5 = f(x)$$

التكامل

$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

تكامل محدود

حالات

تكامل القيمة المطلقة

نجزئ التكامل عند القيمة التي تعدم داخل القيمة المطلقة ... ضمن حدود التكامل [illegible]

$$\int_0^2 |x-1|\,dx = \int_0^1 |x-1| + \int_1^2 |x-1|$$
$$= \int_0^1 (-x+1) + \int_1^2 (x-1)$$

$$\int_{-2}^{2} |x^2-4x| = \int_{-2}^{0} |x^2-4x| + \int_0^2 |x^2-4x|$$
$$= \int_{-2}^{0} (x^2-4x) + \int_0^2 (-x^2+4x)$$

$$\int_0^{\pi} |\cos x| = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos x = [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} - [\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 1 + 1 = 2$$

خواص

1) $\int_a^a f(x) = 0$

2) $\int_a^b \lambda f(x) = \lambda \int_a^b f(x)$

3) $\int_a^b f = -\int_b^a f(x)$

4) $\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$ شال

5) $\int_a^b (f_1 \mp f_2) = \int_a^b f_1 \mp \int_a^b f_2$

قواعد

$$\tan x \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x \quad \xleftarrow{\text{تكامل}}$$

$$\cot x \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{-1}{\sin^2 x} = -(1+\cot^2 x) \quad \xleftarrow{\text{تكامل}}$$

e^x	e^x
e^{ax+b}	$\frac{1}{a}e^{ax+b}$

$$e^{g(x)} \xrightarrow{\text{مشتق}} g' e^{g} \quad \xleftarrow{\text{تكامل}}$$

$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$
$\frac{g'}{g}$	$\ln\lvert g(x)\rvert$
$g' \cdot g^r$	$\frac{g^{r+1}}{r+1}$

$$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$$
$$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$
$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

f	F
0	C
a	ax
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\sin$	$-\cos$
$\cos$	$\sin$

مسألة مكنسة

$\sin(ax+b)$	$\frac{-1}{a}\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$\frac{1}{a}\sin(ax+b)$

$$\sin(g(x)) \xrightarrow{\text{مشتق}} g' \cos(g(x)) \quad \xleftarrow{\text{تكامل}}$$

$$\cos(g(x)) \xrightarrow{\text{مشتق}} -g' \sin(g(x)) \quad \xleftarrow{\text{تكامل}}$$

تكامل غير محدد

[illegible] التابع الأصلي [illegible]

$$\int f(x)\,dx = F(x)$$

f مشتقة التابع F'

F التابع الأصلي

$$F'(x) = f(x)$$

مثال:

$$f(x) = 3x^2 - 4x + 5$$

استنتج F تابع أصلي لـ f

نجد

$$F(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 6$$

نشتق F

$$F'(x) = 3x^2 - 4x + 5 = f(x)$$

F تابع أصلي لـ f

التكامل

$\tan x \xrightarrow{\text{مشتقة}} \frac{1}{\cos^2 x} = 1+\tan^2 x$ ← تكامل

$\cot x \xrightarrow{\text{مشتقة}} \frac{-1}{\sin^2 x} = -(1+\cot^2 x)$ ← تكامل

e^x	e^x
e^{ax+b}	$\frac{1}{a}e^{ax+b}$
$e^{g(x)}$ ⇄ (مشتقة / تكامل)	$g' \cdot e^{g}$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$
$\frac{g'}{g}$	$\ln\lvert g(x)\rvert$
$g' \cdot g^r$	$\frac{g^{r+1}}{r+1}$

$\sin 2x = 2\sin x \cos x$

$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$

$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$

$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

تكامل محدد

خواص

1) $\int_a^a f(x) = 0$

2) $\int_a^b \lambda f(x) = \lambda \int_a^b f(x)$

3) $\int_a^b f = -\int_b^a f(x)$

4) $\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$ مثال

5) $\int_a^b (f_1 \mp f_2) = \int_a^b f_1 \mp \int_a^b f_2$

حالات

تكامل القيمة المطلقة

نجزئ التكامل عند القيمة التي تعدم ما داخل القيمة المطلقة وكل ما وجدت ضمن حدود التكامل

$$\int_0^2 |x-1|\,dx = \int_0^1 |x-1| + \int_1^2 |x-1| = \int_0^1 (-x+1) + \int_1^2 (x-1)$$

$$\int_{-2}^2 |x^2-4x| = \int_{-2}^0 |x^2-4x| + \int_0^2 |x^2-4x| = \int_{-2}^0 (x^2-4x) + \int_0^2 (-x^2+4x)$$

$$\int_0^\pi |\cos x| = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos x = [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} - [\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 1+1 = 2$$

التكامل بالتجزئة

نستخدم إذا كان التكامل جداء تابعين من نوعين مختلفين

$$\int_a^b u \cdot v' = [u\,v]_a^b - \int_a^b v\,u'$$

صحيح . (sin / cos / e): $u =$ صحيح ، $v' =$ cos / sin / e

ln . صحيح: $u = \ln x$ ، $v' =$ صحيح

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x$

$u = x$ ، $u' = 1$

$v' = \sin x$ ، $v = -\cos x$

$$I = [u\,v]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} v\,u'$$

$$= [-x\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\cos x$$

$$= [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

تكامل الكسور الجزئية

درجة البسط أكبر أو تساوي من درجة المقام: نستخدم القسمة الإقليدية لتبسيط الكسر

$f = \frac{x+1}{x-1}$

$x+1 \div (x-1) = 1$، الباقي 2

$f = 1 + \frac{2}{x-1} = 1 + 2\frac{1}{x-1}$

$F = x + 2\ln|x-1|$

درجة البسط أصغر من درجة المقام: نستخدم تفريق الكسر إلى كسور جزئية

$$\frac{x-1}{x^2-5x+6} = \frac{x-1}{(x-2)(x-3)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$$

المساحة والحجم

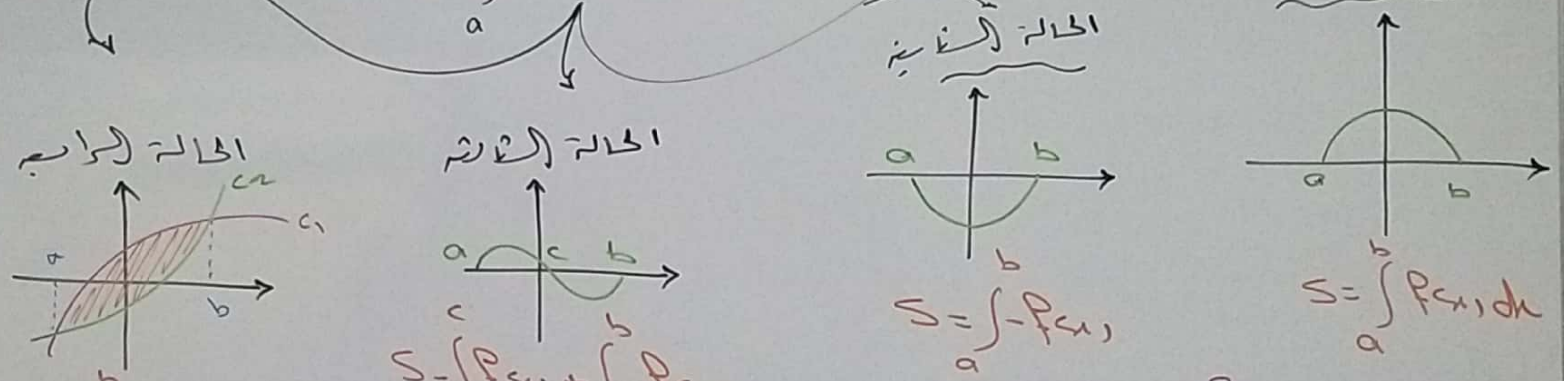
$$S = \int_a^b |f(x)|\, dx$$

الحالة الأولى

الحالة الثانية

الحالة الثالثة

الحالة الرابعة



الحالة الأولى: $S = \int_a^b f(x)\, dx$

الحالة الثانية: $S = \int_a^b -f(x)$

الحالة الثالثة: $S = \int_a^c f(x) + \int_c^b -f(x)$

الحالة الرابعة: $S = \int_a^b (f_1 - f_2)\, dx$

لإيجاد حدود التكامل:

1) في حالات الثلاث الأولى: من خلال حل المعادلة $f(x)=0$

2) في حالة الرابعة: من خلال حل المعادلة $f_1 = f_2$

طريقة وضعية السطح:

نعوض قيمة تجريبية من ضمن حدود التكامل:

الناتج موجب: فوق محور x

الناتج سالب: تحت محور x

* في حالة الرابعة:

نعوض القيمة التجريبية في التابعين

التابع الأكبر هو الأعلى

ت.٢٢) c_1 ، c_2 بحيث

$f_1(x) = x^2$ $\quad c_1$

$f_2(x) = \sqrt{x}$ $\quad c_2$

لإيجاد حدود التكامل نحل المعادلة

$f_1 = f_2 \iff x^2 = \sqrt{x}$

$x^4 = x \Rightarrow x^4 - x = 0$

$x(x^3-1) = 0 \quad \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$

$\left.\begin{array}{l} f_1\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} \\ f_2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \end{array}\right\} f_2 > f_1$

$S = \int_0^1 (f_2 - f_1) = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)$

$= \int_0^1 (x^{\frac{1}{2}} - x^2) = \left[\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1$

$= \left[\frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

واحدة مربعة

ت.٢٢ } c ومحور x بحيث

$f(x) = x^2 - 2x$

لإيجاد حدود التكامل نحل المعادلة $f(x) = 0$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

لمعرفة وضعية السطح:

$f(1) = 1 - 2 = -1 < 0$

$S = \int_0^2 -f(x)\,dx$

$= \int_0^2 (-x^2 + 2x)\,dx$

$= \left[-\frac{x^3}{3} + x^2\right]_0^2$

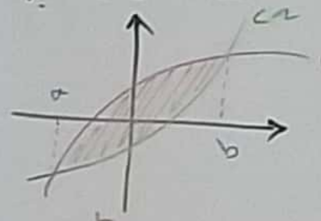
$= -\frac{8}{3} + 4 - 0 = \frac{4}{3}$

واحدة مربعة.

والحجم

$S = \int_a^b |f$

الحالة الرابعة



$S = \int_a^b (f_1 - f_2)\,dx$

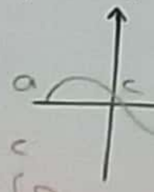
* في الحالة الرابعة

نرسم المنحنيات التقريبية

للتابعين

الناتج لا يكون سالب

الثالثة



$S = \int_a^c f(x) +$

وضعية السطح:

ممكن

طل

احسب مساحة السطح المحصور بين
محور x ومنحنيها بيانيا

$$f(x)=x^3-x$$

لإيجاد حدود التكامل نحل المعادلة

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-x=0$$

$$x(x^2-1)=0 \rightarrow x=0,\; x=1,\; x=-1$$

$$f\left(\tfrac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}-\frac{1}{2}<0$$

$$f\left(-\tfrac{1}{2}\right)=-\frac{1}{8}+\frac{1}{2}>0$$

$$S=\int_{-1}^{0} f(x)+\int_{0}^{1} -f(x)$$

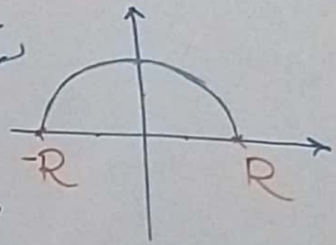
$$=\int_{-1}^{0}(x^3-x)+\int_{0}^{1}(-x^3+x)$$

الحجم

$$v=\pi\int_a^b (f(x))^2\,dx$$

مثال 2022: اثبت أن حجم الكرة التي مركزها (0) ونصف قطرها R يعطى بالعلاقة: $v=\frac{4}{3}\pi R^3$

نعلم أن الكرة ناتجة عن دوران نصف دائرة حول قطرها دورة كاملة



ونعلم أن معادلة الدائرة التي مركزها (0) ونصف قطرها (R) هي:

$$x^2+y^2=R^2 \Rightarrow y^2=R^2-x^2$$

$$v=\pi\int_a^b y^2\,dx$$

$$=\pi\int_{-R}^{+R}(R^2-x^2)$$

$$=\pi\left[R^2x-\frac{x^3}{3}\right]_{-R}^{+R}$$

$$v=\pi\left[R^3-\frac{R^3}{3}-\left(-R^3+\frac{R^3}{3}\right)\right]$$

$$=\pi\left[R^3-\frac{R^3}{3}+R^3-\frac{R^3}{3}\right]$$

$$=\pi\left[2R^3-\frac{2R^3}{3}\right]$$

$$=\pi\frac{4R^3}{3}$$

$$=\frac{4}{3}\pi R^3$$

ـ احسنه طعمة

$f(x) = a e^{-2x} + b e^{-x}$ $a, b \in \mathbb{R}$

أولاً: عين a و b إذا علمت أنه

إذا علمت أن f تقبل قيمة حدية صغرى (-1) عند $x=0$

ثانياً: نعتبر $a=1$ ، $b=-2$

1) ادرس تغيرات f

2) استنتج عدد حلول المعادلة $e^{-2x} - 2e^{-x} = -1$

3) ادرس بيانياً عدد حلول $f = m$

4) $f_1 = \frac{1}{e^{2x}}(1-2e^{x})$ ادرس واستنتج

5) احسب مساحة السطح المحصور بوحدات

6) احسب حجم المجسم الناتج عن دوران السطح السابق دورة كاملة حول $x'x$

$-1 = a + b \quad \text{---} \quad (1)$

$* \; f'(0) = 0$

$f'(x) = 2a e^{-2x} + b e^{-x}$

$0 = 2a + b \quad \text{---} \quad (2)$

من (2): $\boxed{b = -2a}$ --- (3)

نعوض (3) في (1): $-1 = a - 2a \Rightarrow \boxed{a = 1}$

نعوض في (3): $\boxed{b = -2}$

$f(x) = e^{-2x} - 2e^{-x}$

1) f معرفة ومستمرة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

$y = 0$ مقارب أفقي

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \infty - \infty$

$\lim_{x \to +\infty} e^{x}(e^{x}-2) = +\infty$

$f' = 2e^{-2x} - 2e^{-x}$ $f' = 0$

$2e^{-2x} - 2e^{-x} = 0$

$2e^{x}(e^{x}-1) = 0 \Rightarrow$

$e^{x} = 1 \Rightarrow x = 0$

$f(0) = -1$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

2) $e^{-2x} - 2e^{-x} = -1 \Leftrightarrow f(x) = -1$

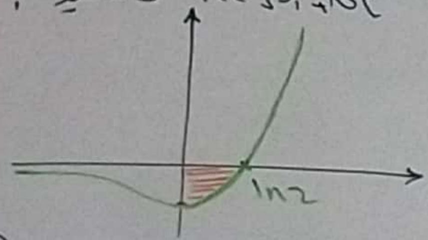
للمعادلة حل وحيد.

$m = -1$ حل وحيد

$m \in]-1, 0[$ حلين

$m = 0$ حل وحيد

$m \in]0, +\infty[$ حل وحيد



$f = 0 \Leftrightarrow$ تقاطع مع $x'x$

$e^{-2x} - 2e^{-x} = 0$

$e^{-x}(e^{-x} - 2) = 0 \Rightarrow$

$e^{x} = 2 \Rightarrow x = \ln 2$

$f_1(x) = \frac{1}{e^{2x}}(1 - 2e^{x})$

$= e^{-2x}(1 - 2e^{x})$

$= e^{-2x} - 2e^{-x}$

$= f(-x)$

$-1 = a + b \quad --- (1)$

$* \; f'(0) = 0$

$f'(x) = 2a e^{2x} + b e^{x}$

$0 = 2a + b \quad -- (2)$

من (2) $\boxed{b = -2a} \quad -- (3)$

نعوض (3) في (1)

$-1 = a - 2a \Rightarrow \boxed{a = 1}$

نعوض في (3) $\boxed{b = -2}$

$f(x) = e^{2x} - 2e^{x}$

أ) f معرفة، مستمرة، قابلة للاشتقاق $\forall x \in \mathbb{R}$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

$y = 0$ مقارب أفقي

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \infty - \infty$

$\lim_{x \to +\infty} e^{x}(e^{x} - 2) = +\infty$

$f' = 2e^{2x} - 2e^{x} \qquad f' = 0$

$2e^{2x} - 2e^{x} = 0$

$2e^{x}(e^{x} - 1) = 0 \Rightarrow$

$e^{x} = 1 \Rightarrow x = 0$

$f(0) = -1$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

ج) $e^{2x} - 2e^{x} = -1 \Leftrightarrow f(x) = -1$

للمعادلة حل وحيد.

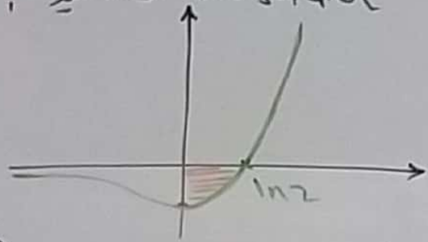
$m \in]-\infty, -1[$ ليس لها حل

$m = -1$ حل وحيد

$m \in]-1, 0[$ حلين

$m = 0$ حل وحيد

$m \in]0, +\infty[$ حل وحيد



$f = 0 \Leftrightarrow$ تقاطع مع $x'x$

$e^{2x} - 2e^{x} = 0$

$e^{x}(e^{x} - 2) = 0 \Rightarrow$

$e^{x} = 2 \Rightarrow x = \ln 2$

$f_1(x) = \frac{1}{e^{2x}}(1 - 2e^{x})$

$= e^{-2x}(1 - 2e^{x})$

$= e^{-2x} - 2e^{-x}$

$= f(-x)$

ب) $S = \int_0^{\ln 2} -f(x)$

$= \int_0^{\ln 2} (-e^{2x} + 2e^{x})$

$= \left[-\frac{1}{2}e^{2x} + 2e^{x}\right]_0^{\ln 2}$

$= \left[-\frac{1}{2}e^{2\ln 2} + 2e^{\ln 2} - \left(-\frac{1}{2} + 2\right)\right]$

$= \left[-\frac{1}{2}e^{\ln 4} + 2(2) - \frac{3}{2}\right]$

$= \left[-\frac{1}{2}(4) + 4 - \frac{3}{2}\right]$

$= \left[-2 + 4 - \frac{3}{2}\right] = \frac{1}{2}$ وحدة مربعة

ج) $V = \pi \int_0^{\ln 2} (f(x))^2 \, dx$

$= \pi \int_0^{\ln 2} (e^{2x} - 2e^{x})^2 \, dx$

$= \pi \int_0^{\ln 2} (e^{4x} - 4e^{3x} + 4e^{2x})$

$= \pi \left[\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{4}{3}e^{3x} + 2e^{2x}\right]_0^{\ln 2}$

$= \pi \left[\frac{1}{4}e^{4\ln 2} - \frac{4}{3}e^{3\ln 2} + 2e^{2\ln 2} - \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{3} + 2\right)\right]$

$= \pi \left[\frac{1}{4}(16) - \frac{4}{3}(8) + 2(4) - \frac{1}{4} + \frac{4}{3} - 2\right]$

$= \pi \left[4 - \frac{32}{3} + 8 - \frac{1}{4} + \frac{4}{3} - 2\right]$

$= \pi \left[10 - \frac{28}{3} - \frac{1}{4}\right]$ وحدة مكعبة

$f(x) = a e^{2x} + b e^{x}$ $a,b \in \mathbb{R}$

أ) جد قيمة a و b إذا علمت أنه

إذا علمت أن f له قيمة صغرى محلية (-1) عند $x=0$

بيّن أن $a=1$ و $b=-2$

ب) ادرس تغيرات f

ج) استنتج عدد حلول المعادلة $e^{x} - 2 = -e^{-x}$

د) ادرس حسب m عدد حلول $f = m$

هـ) ارسم $f_1 = \frac{1}{e^{2x}}(1-2e^{x})$ واستنتج

احسب مساحة السطح المحصور بين ... ومحوري الاحداثيات

احسب حجم السطح الناتج عن دوران السطح السابق دورة كاملة حول $x'x$

$-1 = a + b$ --- (1)

$* \; f'(0) = 0$

$f'(x) = 2ae^{2x} + be^{x}$

$0 = 2a + b$ -- (2)

من (2) $\boxed{b = -2a}$ -- (3)

نعوض (3) في (1)

$-1 = a - 2a \Rightarrow \boxed{a = 1}$

نعوض في (3) $\boxed{b = -2}$

$f(x) = e^{2x} - 2e^{x}$

ب) f معرفة ومستمرة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

$y=0$ مقارب أفقي

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty - \infty$

$\lim_{x\to+\infty} e^{x}(e^{x}-2) = +\infty$

$f' = 2e^{2x} - 2e^{x}$ $\quad f'=0$

$2e^{2x} - 2e^{x} = 0$

$2e^{x}(e^{x}-1) = 0 \Rightarrow$

$e^{x} = 1 \Rightarrow x = 0$

$f(0) = -1$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	0	↘	-1	↗	$+\infty$

ج) $e^{2x} - 2e^{x} = -1 \Leftrightarrow f(x) = -1$

للمعادلة حل وحيد.

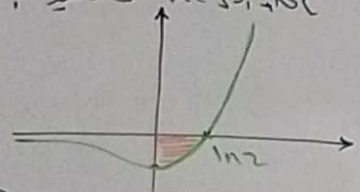
$m \in]-\infty,-1[$ ليس لها حل

$m = -1$ حل وحيد

$m \in]-1,0[$ حلين

$m = 0$ حل وحيد

$m \in]0,+\infty[$ حل وحيد



هـ) $f = 0 \Leftrightarrow$ تقاطع مع $x'x$

$e^{2x} - 2e^{x} = 0$

$e^{x}(e^{x}-2) = 0 \Rightarrow$

$e^{x} = 2 \Rightarrow x = \ln 2$

$f_1(x) = \frac{1}{e^{2x}}(1-2e^{x})$

$= e^{-2x}(1-2e^{x})$

$= e^{-2x} - 2e^{-x}$

$= f(-x)$

و) [illegible]

$S = \int_0^{\ln 2} -f(x)$

$= \int_0^{\ln 2} (-e^{2x} + 2e^{x})$

$= \left[-\frac12 e^{2x} + 2e^{x}\right]_0^{\ln 2}$

$= \left[-\frac12 e^{2\ln 2} + 2e^{\ln 2} - (-\frac12 + 2)\right]$

$= \left[-\frac12 e^{\ln 4} + 2(2) - \frac32\right]$

$= \left[-\frac12(4) + 4 - \frac32\right]$

$= \left[-2 + 4 - \frac32\right] = \frac12$ وحدة مربعة

ز) $V = \pi \int_0^{\ln 2} (f(x))^2 dx$

$= \pi \int_0^{\ln 2} (e^{2x} - 2e^{x})^2 dx$

$= \pi \int_0^{\ln 2} (e^{4x} - 4e^{3x} + 4e^{2x})$

$= \pi \left[\frac14 e^{4x} - \frac43 e^{3x} + 2e^{2x}\right]$

$= \pi \left[\frac14 e^{4\ln 2} - \frac43 e^{3\ln 2} + 2e^{2\ln 2} - (\frac14 - \frac43 + 2)\right]$

$= \pi \left[\frac14(16) - \frac43(8) + 2(4) - \frac14 + \frac43 - 2\right]$

$= \pi \left[4 - \frac{32}{3} + 8 - \frac14 + \frac43 - 2\right]$

$= \pi \left[10 - \frac{28}{3} - \frac14\right]$ وحدة مكعبة