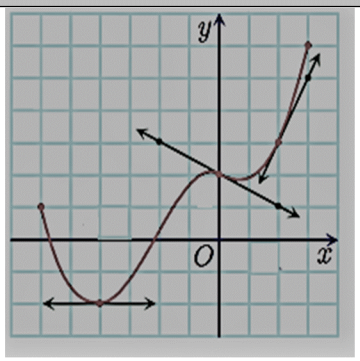
اسم الطالب/ة : .....
مدة الاختبار : ساعتان

◊مركز أونلاين التعليمي◊
اختبار النهايات والاستمرار و الإشتقاق
بكالوريا 2019

Online center
مركز أونلاين التعليمي

أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الأول : ليكن الخط البياني للتابع f والمطلوب :



1. أوجد مجموعة التعريف
2. أوجد المستقر الفعلي
3. أوجد $f(0), f(-4), f(2)$
4. أوجد $f'(0), f'(-4), f'(2)$
5. اكتب معادلة المماس للخط البياني للتابع في النقطة $(2, 3)$
6. ماحلول المعادلة $f(x) = 1$

السؤال الثاني : احسب نهاية التابع $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$ عند الصفر .

السؤال الثالث : أوجد $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x + \sin x}{x - 2}$

السؤال الرابع : ليكن التابع f المعرف على $]\frac{1}{2}, +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

أوجد $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم عين $A > x$ ليكون $f(x)$ من المجال $]1.95, 2.05[$.

السؤال الخامس : ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $R \setminus \{-3\}$ وفق $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x+3}$

- اكتب $f(x)$ بالشكل : $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$ وعين قيمة كلاً من a و b
- أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط (c) في جوار $+\infty$.

السؤال السادس : ليكن التابع f المعرف على $D = R \setminus \{-1\}$ وفق $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x+1}$

- جد الأعداد a و b و c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ أياً كان x من D .
- أوجد النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .

السؤال السابع : ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x^3 + 4 - 4\cos x}{x^2}$

- أوجد $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$.
- أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب للخط (c) .

السؤال الثامن : ليكن التابع f المعرف بالصيغة $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - |x|$. احسب النهايتين :

* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ * $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

السؤال التاسع : أوجد $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{x \sin x}$

السؤال العاشر : أوجد قيمة c التي تجعل f مستمرة على R .

$$f(x) = \begin{cases} cx + 1 & : x = 3 \\ cx^2 - 1 & : x \neq 3 \end{cases}$$

أ.فارس جقل .. دورات (ر ف ك)... اللاذقية 0955186517

Created by demo-version of Universal Document Converter. Full version doesn't add this stamp.
WWW.PRINT-DRIVER.COM

سلم تصحيح اختبار في الدراسات والاستمرار

السؤال الأول:

1. $D = [-6, 3]$

2. $[-2, 6]$

3. * $f(2) = 3$
   * $f(-4) = -2$
   * $f(0) = 2$

4. * $f'(2) = \frac{5-3}{3-2} = \frac{2}{1} = 2$

   $(2,3)$
   $(3,5)$

   وهو ميل المماس في النقطة التي فاصلتها 2

   * $f'(-4) = 0$

   لان المماس افقي

   * $f'(0) = \frac{3-2}{-2-0} = -\frac{1}{2}$

   $(0,2)$
   $(-2,3)$

5. $(2,3)$: x_1 ، y_1

   $y - y_1 = m(x - x_1)$

   $f'(2)$

   $y - 3 = 2(x-2)$

   $y - 3 = 2x - 4 \Rightarrow y = 2x - 1$

6. نرسم المستقيم الأفقي $y = 1$ ونوجد نقاط تقاطعه مع الخط البياني للتابع ونسقطها على $x'x$

   يوجد حلان هما: $x_1 = -1.5$

   $x_2 = -6$

السؤال الثاني:

$$f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2} = \frac{1-1}{0} + \frac{1}{2} = \frac{0}{0} + \frac{1}{2}$$

عدم تعيين

$$\lim_{x \to 0} \frac{-2\sin^2 \frac{x}{2} + 1 - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \to 0} -2 \left(\sin \frac{x}{2}\right)\left(\sin \frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}$$

$$\frac{-2(1)(1)}{4} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin t}{t} = 1$ ok

cos

المجهول 0 ⇓ قانون خول الـ cos الى sin

المجهول ∞ اهاطة

$\cos \star = -2\sin^2 \frac{\star}{2} + 1$

السؤال الثالث:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x + \sin x}{x - 2}$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$+2x$ $\quad -1 + 2x \leq 2x + \sin x \leq 2x + 1$

تقسم على $(x-2)$ $\quad \frac{-1+2x}{x-2} \leq \frac{2x+\sin x}{x-2} \leq \frac{2x+1}{x-2}$

Scanned by CamScanner

$61 < x$

A

السؤال الخامس:

$$f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3} \quad *$$

$$\begin{array}{r|l} x+3 & x-1 \\ \hline x^2+2x-2 & \\ -x^2-3x & \\ \hline -x-2 & \\ +x+3 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

$$f(x) = x-1+\frac{1}{x+3}$$

$a=1 \qquad b=-1$

$$f(x)-y_\Delta = ax+b+\frac{1}{x+3}-(ax+b) \quad *$$

$$= \frac{1}{x+3}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-y_\Delta = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x+3} = 0$$

$\Leftarrow$ مقارب مائل $y=ax+b$

السؤال السادس:

$$f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1}$$

$$\begin{array}{r|l} x+1 & x-6 \\ \hline x^2-5x+1 & \\ -x^2-x & \\ \hline -6x+1 & \\ +6x+6 & \\ \hline 7 & \end{array}$$

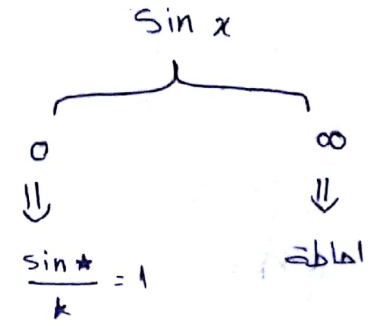
$$f(x) = x-6+\frac{7}{x-6}$$

$a=1 \qquad b=-6 \qquad c=7$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{-1+2x}{x-2} = 2$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x+1}{x-2} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \frac{2x+\sin x}{x-2} = 2$$



السؤال الرابع:

$|f(x) - \text{المركز}| < \text{نصف القطر}$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{2}{1} = 2$$

نوفمبر 2019

$$\varepsilon = 2{,}05 - 2 = 0.05$$

لنوجد:

$$\left|\frac{2x+1}{x-1} - \frac{2}{(x-1)}\right| < 0.05$$

$$\left|\frac{2x+1-2x+2}{x-1}\right| < \frac{5}{100}$$

$$\left|\frac{3}{x-1}\right| < \frac{5}{100}$$

$$\frac{3}{x-1} < \frac{5}{100}$$

لأن المطلوب $x > A$

$$300 < 5x-5$$

$$305 < 5x$$

Scanned by CamScanner

$$\frac{x^3+4(1-\cos x)}{x^2}$$ Δ_2 *

$$= \frac{x^3+4\left(1-\left[-2\sin^2\frac{x}{2}+1\right]\right)}{x^2}$$

$$= \frac{x^3+4\left(\cancel{1}+2\sin^2\frac{x}{2}\cancel{-1}\right)}{x^2}$$

$$= x+\frac{8\sin^2\frac{x}{2}}{x^2}$$

$$= x+\frac{8\sin\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2}}{2\frac{x}{2}\cdot\frac{x}{2}\cdot 2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0} x+\frac{8(1)(1)}{4} = 0+2(1)(1)$$

$$=2$$

$$f(x)-y_\Delta = \frac{x^3+4-4\cos x}{x^2} - \frac{x}{1(x^2)}$$ *

$$= \frac{\cancel{x^3}+4-4\cos x\cancel{-x^3}}{x^2} = \frac{4-4\cos x}{x^2}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-y_\Delta = \lim_{x\to+\infty} \frac{4-4\cos x}{x^2}$$

$$-1\le\cos x\le 1$$

نضرب $\times -4$: $\quad 4\ge -4\cos x\ge -4$

نضيف 4: $\quad 8\ge 4-4\cos x\ge 0$

نقسم على x^2: $\quad \frac{8}{x^2}\ge\frac{4-4\cos x}{x^2}\ge 0$

$$f(x)=x-6+\frac{7}{x+1}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty+0=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty+0=+\infty$$

$$\lim_{x\to-1^-} f(x) = -7+\frac{7}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to-1^+} f(x) = -7+\frac{7}{0^+}=+\infty$$

السؤال السابع:

$$f(x)=\frac{x^3+4-4\cos x}{x^2}$$ *

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \frac{0+4-4(1)}{0}=\frac{0}{0}$$ عديم تعيين

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x^3+4-4\cos x}{x^2} =$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x^3+4-4\left[-2\sin^2\frac{x}{2}+1\right]}{x^2}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x^3}{x^2}+\frac{4}{x^2}-\frac{4\left[-2\sin^2\frac{x}{2}+1\right]}{x^2}$$

$$\lim_{x\to 0^+} x+\frac{4}{x^2}-\frac{4\left[-2\sin\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2}+1\right]}{x\cdot x}$$

$$\lim_{x\to 0^+}\left[x+\frac{4}{x^2}+\frac{8\sin\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2}}{2\frac{x}{2}\cdot\frac{x}{2}\cdot 2}+\frac{-4}{x^2}\right]$$ *

$$=0+2(1)(1)=2$$

ok

$$\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$$

Scanned by CamScanner

$$* \lim_{x \to -\infty} \frac{(\sqrt{x^2+2x+3}+x)(\sqrt{x^2+2x+3}-x)}{\sqrt{x^2+2x+3}-x}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2+2x+3-x^2}{\sqrt{x^2+2x+3}-x}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x+3}{-x\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}-x}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x(2+\frac{3}{x})}{x(-\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}-1)}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2+\frac{3}{x}}{-\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}-1}$$

$$= \frac{2+0}{-\sqrt{1+0+0}-1} = \frac{2}{-2} = -1$$

السؤال التاسع:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x \sin x}$$

نضرب بالمرافق:

$$\lim_{x \to 0} \frac{(\sqrt{x^2+1}-1)(\sqrt{x^2+1}+1)}{x \sin x (\sqrt{x^2+1}+1)}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2+1-1}{x \sin x(\sqrt{x^2+1}+1)}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \cdot x}{x(\sin x)(\sqrt{x^2+1}+1)}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+1} = \frac{1}{\sqrt{0+1}+1}$$

$$= \frac{1}{2}$$

السؤال الثامن:

$|x|$

- $x \to +\infty$ عند $+x$
- $x \to -\infty$ عند $-x$

$\lim f(x)$

- $x \to -\infty$
- $x \to +\infty$

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2+2x+3} - (-x)$$

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+2x+3} - (+x)$$

$$* \lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+2x+3} - x = +\infty - \infty = \text{عدم تعيين}$$

نضرب بالمرافق:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+2x+3}-x)(\sqrt{x^2+2x+3}+x)}{(\sqrt{x^2+2x+3}+x)}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2+2x+3-x^2}{\sqrt{x^2+2x+3}+x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+2x+3}+x}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2})}+x}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x(2+\frac{3}{x})}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}+x}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x(2+\frac{3}{x})}{x(\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}+1)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2+\frac{3}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}+1}$$

$$= \frac{2+0}{\sqrt{1+0+0}+1} = \frac{2}{2} = 1$$

Scanned by CamScanner

التمرين العاشر:

$$f(x) = \begin{cases} cx+1 & : x = 3 \\ cx^2-1 & : x \neq 3 \end{cases}$$

$f(a)$ ← a ← $x=3$

$f(x)$ ← نأخذ النهاية

شرط الاستمرار:

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

نعوض بالشرط:

$$\lim_{x \to 3} (cx^2 - 1) = f(3)$$

$$9c - 1 = 3c + 1$$

$$9c - 3c = 1 + 1$$

$$6c = 2$$

$$c = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Scanned by CamScanner