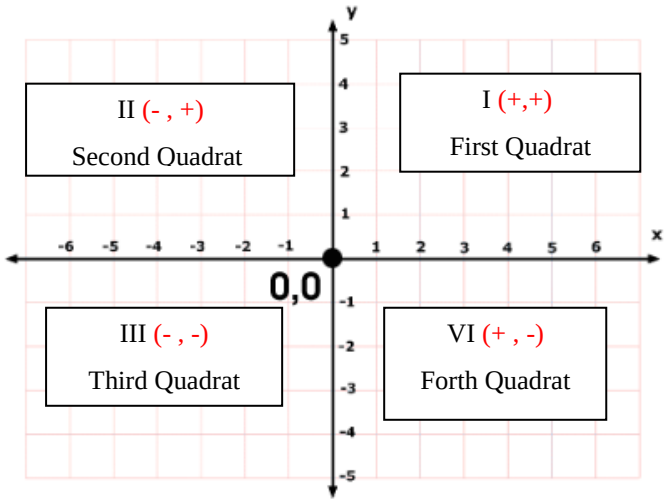
Fundamental of Math

Week 3

Telegram : @azizhelp

Introduction to Graphing مقدمه في الرسم :



طريقة فهم سياسة الرسم

الخط الأفقي خاص بالـ x

من اليمين الأعداد الموجبه

للمعامل x

ومن اليسار الأعداد السالبه

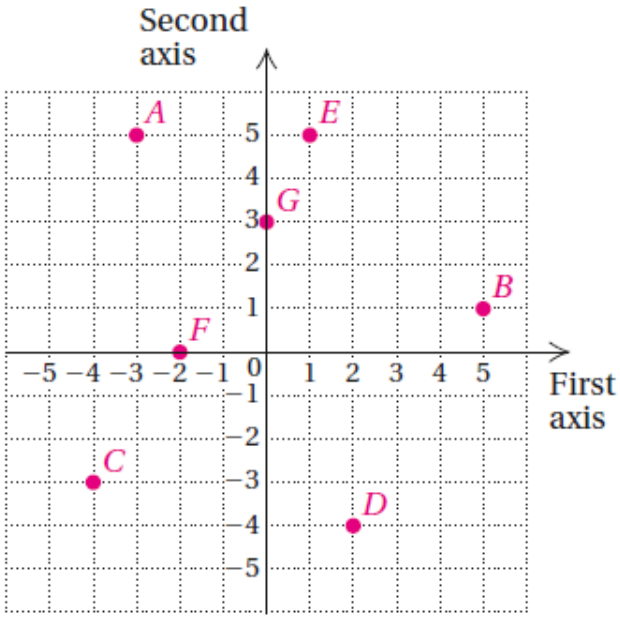
للمعامل x

الخط العمودي خاص بـ Y

فوق الأعداد الموجبه .

تحت الأعداد السالبه

*في أغلب الرسم يكون الـ x هو خط الأعداد الأفقي والـ y هو خط الأعداد العمودي ، ولكن في بعضها قد يتغير الرمز أي قد يكون a,b لذا في هذه الحاله يكون a هو خط الأعداد الأفقي و b هو خط الأعداد العمودي (بما أن a قبل b) و (x تسبق y)



مثال على ذلك:

Find the coordinates of a point on a Graph

المطلوب في السؤال إيجاد إحداثيات النقاط الموجوده في الرسم البياني (x,y) :

a = (-3,5)

وذلك لأننا نبدأ بـ x ثم الـ y

b= (5,1)

c= (-4,-3) وهكذا .

إذا قمنا بتصنيف النقاط على حسب أماكنها (in which Quadrat)

ف سوف نلاحظ بأن (E, B) in the First Quadrat I

و (A) in the Second Quadrat II

(C) in the third Quadrat III

(D) in the fourth Quadrat VI

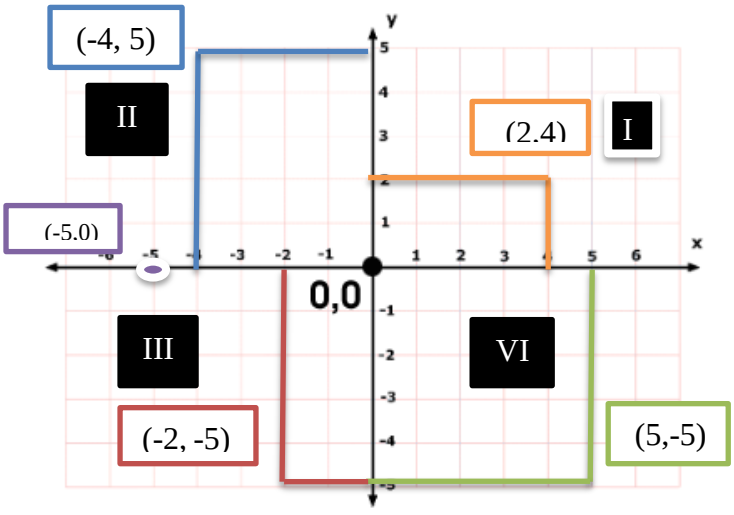
بالنسبه للـ (F,G) يطلق عليهم *Not* in any Quadrant

مثال آخر:

In which quadrant, if any are the points:

(-4,5) , (5,-5) , (2,4) , (-2,-5) and (-5,0) located?

لمعرفة الجواب نقوم بالرسم البياني وتمثيل كل رقم بداخله :



من خلال الرسم البياني تم الإستنتاج :

(2,4) in the First Q

(-4, 5) in the 2nd Q

(-2, -5) in the 3rd Q

(5,-5) in the 4th Q

And (-5,0) not in any Q

كيفية حل معادلات (ذو المجهولين) في الرسم : the Solution of an order pair of Equation

مما يعني كيف يخدم الرسم البياني في حل أي معادله ذات متغيرين (أو مجهولين)

مثال على ذلك :

Determine whether each of the following pairs is a solution of

4q-3p=22; (2,7) and (-1,6)

في هذه المعادله يوجد مجهولين (q, p) ولكن يوجد تعويض لهما (2,7) (-1,6)

إذن فإن المطلوب التعويض لمعرفة ما إذا كانت الأعداد المتوافره صحيحه ،

ملاحظه مهمه : P جاء في الأحرف الهجائيه قبل q إذن فإن الترتيب الصحيح للمعادله هو (p,q)

نقوم بالتعويض:

$$4q-3p=22$$

$$4(7) - 3(2) = 22$$

$$28-6=22$$

إذن فإن زوج العددين الأول صحيح.

نعوض بإستخدام الزوجين الآخرين (-1,6):

$$4q-3p=22$$

$$4(6) - 3(-1) =22$$

$$24+3 \neq 22$$

إذن فإن (2,7) هو حل المعادله

(2,7) is the solution of the equation

رسم المعادلات الخــطيه Graph linear equations :

هناك نوعان من المعادلات الخطيه البيانيه وهما:

Slop intercepts form معادله الميل

مثال:

$$y = -3x + 1$$

أو Standard form معادله الخط المستقيم

وهي المعادله التي يكون المتغير أو (المجهول) في طرف واحد والمعلوم في الطرف الآخر.

مثال:

$$4x+5y= 20$$

لحل المعادلات ذو المتغيرين ورسمها بيانياً نتبع الخطوات كما في المثال التالي:

Graph: $y = -3x + 1$

أولا : Choose x نفترض معامل للـ x

ثانيا: نقوم بحل المعادله وإيجاد قيمة Y

ثالثا: نقوم بوضع الزوجين بين قوسين (x,y)

رابعا: نرسم الأزواج بيانياً .

نفترض بداية لـ x ثلاث فرضيات (0, 2, -1)

#ملاحظه: نقوم بإختيار الصفر كأحد الفرضيات وعدد سالب وعدد موجب ، ولتسهيل المعادله نقوم بإختيار عدد صغير كما ذكر.

الأن نقوم بحل المعادله وإيجاد قيمة y بالتعويض عن x

الفرضيه الأولى x= 0

$$y = -3x + 1$$

$$y= -3(0) +1$$

$$y= 1$$

الفرضيه الثانيه $x = 2$

$$y = -3x + 1$$

$$y= -3(2) +1$$

$$y= -6 +1$$

$$y= -5$$

الفرضيه الثالثه $x= -1$

$$y = -3x + 1$$

$$y= -3(-1) +1$$

$$y= 3+1$$

$$y= 4$$

نقوم الآن بتطبيق الخطوه الثالثه وهي وضع الزوجين بين قوسين:

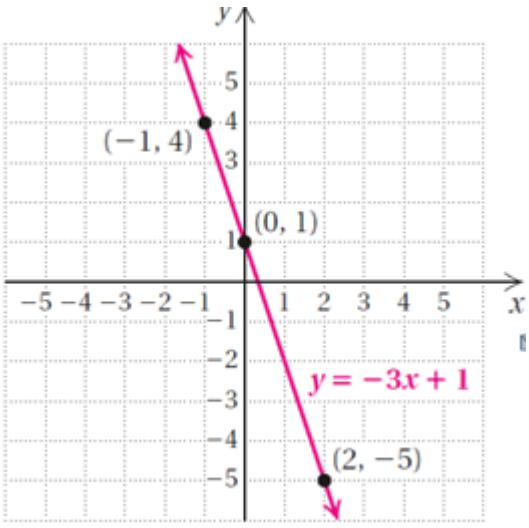
(x,y)

في المعادله أوجدنا ثلاث حلول لـ x وثلاثه لـ y على الصيغه التاليه :

x	y $y = -3x + 1$	(x, y)
2	-5	$(2, -5)$
0	1	$(0, 1)$
-1	4	$(-1, 4)$

(1) Choose x.
(2) Compute y.
(3) Form the pair (x, y).

الخطوه الأخيره وهي الرسم البياني:



Y intercept:

إذا طَلب في معادله (Y intercept) نقوم باتباع الخطوات كما في المثال السابق وذلك بافتراض قيم ل x

مثال على ذلك:

Graph y= $\frac{2}{5}x + 4$

نختار ثلاث فرضيات للـ x ألا وهي (0, 5, -5)

#قمنا بإختيار 5, -5 لتسهيل عملية ضربها بالكسر $\frac{2}{5}$

والآن نعوض عن الـ x لإيجاد قيمة الـ Y

$$y= \frac{2}{5}x + 4$$

$$y= \frac{2}{5}(0) + 4$$

$$y= 4$$

إذن فالنقطه الأولى هي (0,4)

$$y=\frac{2}{5}x+4$$

$$y=\frac{2}{5}(5)+4$$

$$y=\frac{10}{5}+4$$

$$y=2+4$$

$$y=6$$

إذن فإن النقطة الثانيه هي (5,6)

$$y=\frac{2}{5}x+4$$

$$y=\frac{2}{5}(-5)+4$$

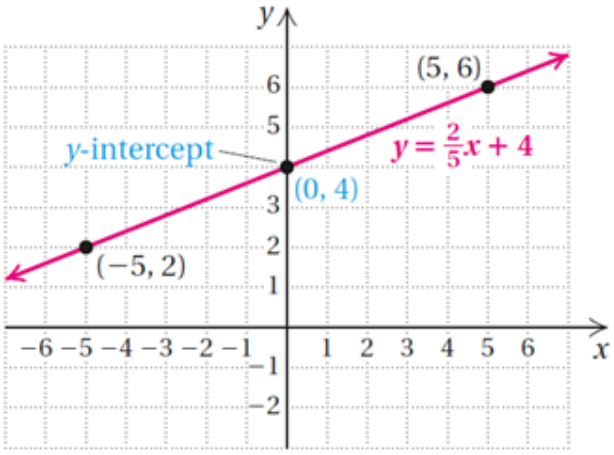
$$y=\frac{-10}{5}+4$$

$$y=-2+4$$

$$y=2$$

إذن فإن النقطه الثالثه هي (-5,2)

الآن نقوم بالرسم البياني(مروراً بالنقاط الثلاث):



مثال آخر:

Graph 3y+ 5x= 0 and identify the y-intercept

المطلوب في هذه المعادله y intercept

لذا يجب في البدايه ترتيب المعادله بجعل الـ y في طرف وبقية المعادله في الطرف الآخر

3y= 0-5x

3y=5x

نتخلص من معامل الـ y (3) بقسمته على الطرفين

$$Y=\frac{5}{3}X$$

أصبحت معادله واضحة ويمكن اتباع خطوات المعادله (للرسم البياني في حلها) :

الخطوات هي :

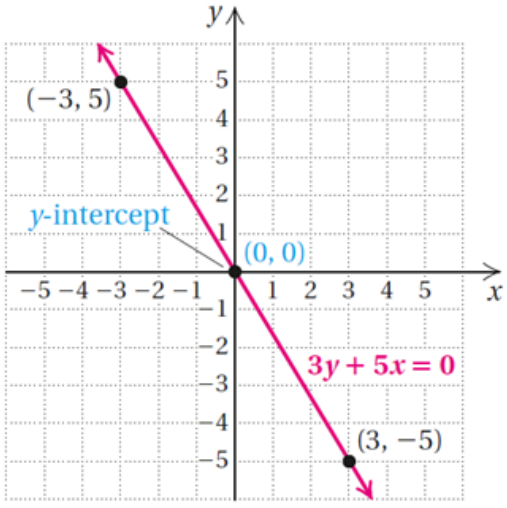
أولا : Choose x نختر معامل للـ x

ثانيا: نقوم بحل المعادله وإيجاد قيمة Y

ثالثا: نقوم بوضع الزوجين بين قوسين (x,y)

رابعا: نرسم الأزواج بيانياً .

بالتعويض النهائي (قومي بحل هذه المسأله ورسم البياني لها) : يجب أن تكون الرسم البياني للمعادله بعد اتباع الخطوات هو:



مثال لمسأله كلاميه (دائماً تجي في البراكتس) :

The world population, in billions, is estimated and projected by:

$$y = 0.072x + 4.593$$

Where x is the number of years since 1980.

a-Determine the world population in 1980, in 2005, and in 2030 , then Graph.

لو لاحظنا فإنه على الرغم من طول المسأله إلا أن المعطيات واضحه ، والمعادله جاهزه :

$$y = 0.072x + 4.593$$

مع توضيح أن الـ x هي عدد السنوات منذ 1980.

مما يعني أن بداية العد كانت في سنة 1980.

المطلوب في السؤال:

الكثافه السكانيه في عام 1980, 2005, 2039

كيف نقوم بالتعويض عن x إذا كان بداية حسابهم للسكان في عام 1980

1980 = 0

2005 -1980 = 25

2030 -1980 = 50

الرقم المظلل بالأصفر يمثل عدد السنوات مما يعني أننا

يجب أن نعوض عن x في عام 1980 بـ 0

ومره أخرى في عام 2005 نعوض عن الـ x = 25

ومره أخيره في عام 2030

x=50

الأن يتم التعويض عن x في المعادله : $y = 0.072x + 4.593$

$$y = 0.072(0) + 4.593 = 0 + 4.593 = 4.593;$$
$$y = 0.072(25) + 4.593 = 1.8 + 4.593 = 6.393;$$
$$y = 0.072(50) + 4.593 = 3.6 + 4.593 = 8.193.$$

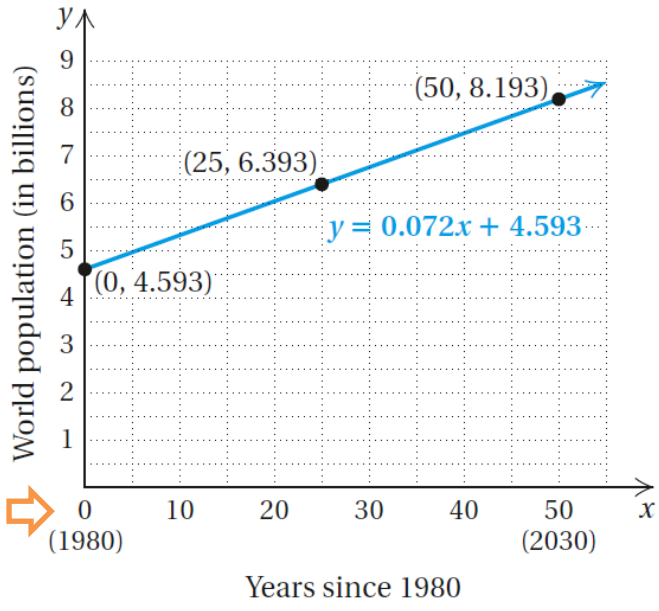
أي أن الكثافه السكانيه في عام

1980 = 4.593

in 2005= 6.393

in 2030= 8.193

Graph:



لو لاحظنا بالرسم البياني فإننا قمنا برسم 1st Q فقط لأنه يتضمن الأعداد الموجبه وحل المسأله كان بالأعداد الموجبه .

خط الأعداد x تضمن عدد السنوات

وخط الأعداد y تضمن عدد السكان.

الأرقام في عدد السكان (y) بدأت بـ .....1,2,3 وتعني ١ بليون ٢ بليون ...الخ .

في سنة 1980 بدأنا من الـ 0 صعوداً إلى عدد السكان في تلك السنه والذي كان 4593 وهكذا مع السنوات الأخرى يتزايد العدد أي أن السهم يجب أن يكون إلى الأعلى.

Intercepts:

Y intercept is (0,b)

X intercept is (b,0)

دائما ، مما يعني إذا كان المطلوب هو الـ y intercept نقوم بالتعويض عن x=0

وإذا كان المطلوب هوالـ x intercept نعوض عن y=0

مثال على ذلك:

Find the intercepts of a linear equation and graph using the intercept: 4x + 3y = 12.

المطلوب في السؤال:

إيجاد كلا الـ intercept ثم الرسم بإستخدامهم.

إذن : نقوم بالتعويض عن x = 0 لإيجاد قيمة الـ y

و y= 0 لإيجاد قيمة الـ x

لإيجاد النقطه الثانيه نقوم بالتعويض عن y=

0

4x + 3y= 12

4x+ 3(0) = 12

4x= 12

x= 3

إذن النقطه الثانيه هي (3,0)

4x + 3y= 12

4(0)+ 3y= 12

3y= 12

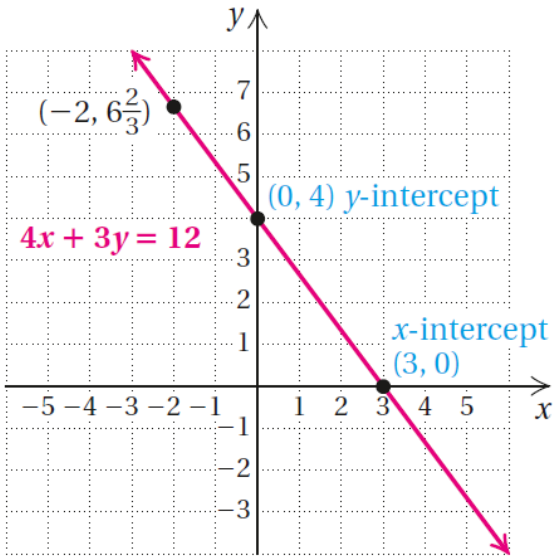
نقسم الطرفين على 3 للتخلص من معامل الـ y

Y= 4.

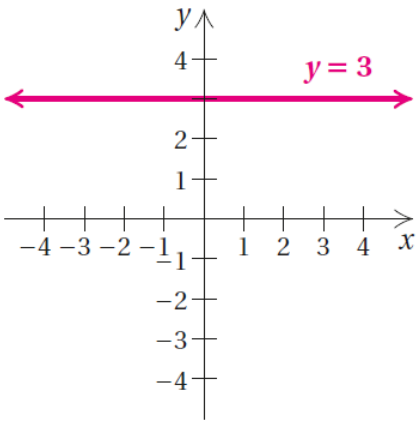
إذن فإن النقطه الأولى هي (0,4)

ملاحظه مهمه : يجب أن نركز بأن ترتيب النقاط هو (x, y) وليس العكس.

Graph:



النقطه الثالثه وُجِدت للتأكد وذلك بعد التعويض عن x= -2



كيف نقوم برسم المعادله إذا كانت ذا نقطه واحده ، مما يعني أن y= b

Y = 3 , then x=0

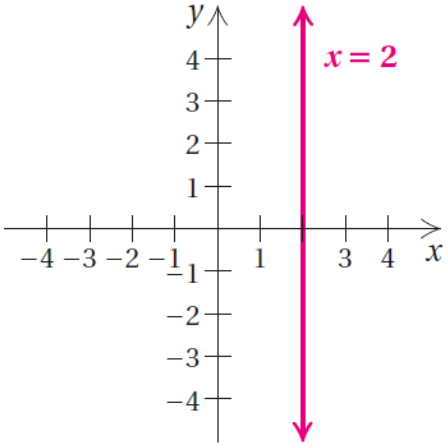
(0, b)

إذا كانت x= 0

Y= b

ترسم بشكل أفقي موازي لمحور x (Horizontal line)

أما إذا كانت y= 0 , x = b فإن المعادله تُرسم بالشكل العمودي موازي لمحور y (Vertical line:)



How to find the slop? كيفية إيجاد الميــل ؟

$$\text{Slop} = \frac{change\ in\ y}{change\ in\ x} = \frac{y2-y1}{x2-x1}$$

قانون يجب حفظه أنه لإيجاد الميل نقوم بإيجاد فرق الصادات y على فرق السينات x

فمثلاً لو أخذنا حل لمعادله سابقه لإيجاد قيمة الميل ***slop***

$$4x + 3y = 12$$

كانت النقطه الأولى: (0,4)

النقطه الثانيه : (3,0)

الآن نقوم بالتعويض بالقانون لإيجاد قيمة الميل:

$$\frac{change\ in\ y}{change\ in\ x} = \frac{y2 - y1}{x2 - x1} = \frac{0 - 4}{3 - 0} = \frac{-4}{3}$$

$$\text{Slop} = \frac{-4}{3}$$

ويطلق على قانون الـ slop أيضاً :

$$slop = \frac{Rise}{Run}$$

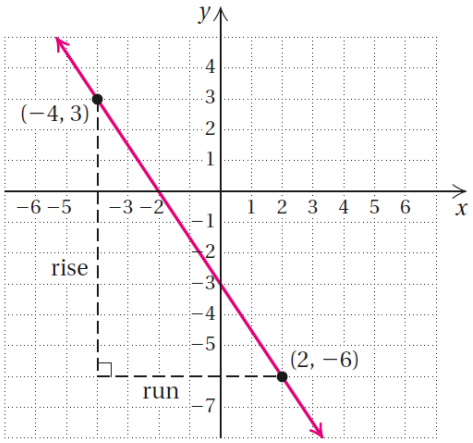
ملاحظه : أسأله الـ slop لآ تخلو من أي أمتحاان .

وتأتي على شكل صيغتين : find the rate of the change ? --- OR find the slop?

مثال آخر للميل slop :

Graph the line containing the points (-4,3) and (2,-6) and find the slop?

الرسم البياني مع الممارسه يصبح سهل جِداا :



$$\frac{change\ in\ y}{change\ in\ x} = \frac{y2 - y1}{x2 - x1} =$$

$$\frac{-6 - 3}{2 - (-4)} =$$

$$-\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

مع تبسيط الكسر :

$$\text{Slop} = -\frac{3}{2}$$

Exponent and base : الأسس الرقميه

3^2

في هذا العدد الرقم 3 يطلق عليه *base* والرقم 2 هو Exponent

دائما إذا كانت قوى العدد *1* فإن الناتج هو العدد نفسه ، وإذا كانت قوى العدد *0* فإن الناتج هو *1* ، مثال على ذلك :

$$3^1 = 3$$

$$3^0 = 1$$

Negative integers as exponent:

الأسس السالبه:

$$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$$

نحول القوى السالبه إلى قوى موجبه بوضعها في كسر بسطه : *1*

قاعدات هامه للتعامل مع الأسس:

- **في عملية الضرب نقوم بجمع الأسس للأرقام المتشابهه .**
- **في عملية القسمه نقوم بطرح الأسس للأرقام المتشابهه .**

مثال على ذلك :

$$4^2 * 3^2 * 4^4 = ?$$

بما أن العمليه الموجوده بينهم هي الضرب فإننا نقوم بجمع الأسس للأرقام المتشابهه فقط:

$$4^2 * 3^2 * 4^4 = 4^{2+4} * 3^2$$

أما مثال القسمه :

$$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2}$$

لفك الأقواس مع وجود الأسس :

For any real number a and any integers m and n,

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

(To raise a power to a power, multiply the exponents.)

مثال على ذلك :

$$(3^2)^4 = 3^{2*4}$$

مثال آخر:

$$(3*4)^2 = 3^2 * 4^2$$

مثال آخر:

$$(\frac{4}{3})^{-2} = (\frac{3}{4})^2 = \frac{3^2}{4^2}$$

مما يعني أذا كان الكسر ذو أس بالاشاره السالبه فإنه لحل هذا الكسر نقوم بقلبه مع تحويل الإشاره إلى الموجب.

 # ثم نقوم بحل المسأله بتوزيع الأس على كل من البسط والمقام .

Convert to Scientific notation: تحويل العدد الى صيغه علميه :

بالقانون التالي : $1 < m < 10$

مثال على ذلك : ***48 000 000 000***

أولاً يجب أن نلاحظ أنه لتحويل العدد إلى صيغه علميه يجب أن يكون العدد في البدايه أكثر من ١ وأقل من ١٠ :

$$4.8 * 10^{10}$$

كانت قوى (أس ، *exponent*) الـ *10* هي الـ *10* لأننا حين حولنا العدد الأول إلى عدد أقل من ١٠ وأكبر من واحد أصبح *4.8* ثم أحتجنا إلى تحريك الفاصله عشر مرات لإيجاد القيمه الصحيحه للعدد .

مثال آخر:

. 0000057

نلاحظ أن العدد صغير جِدا (أقل من ١) إذن فإن الأس سيكون بالسالب :

نتبع القانون :

$$1 < m < 10$$

أكثر من ١ وأقل من ١٠ للرقم الموجود هو :

$$5.7 * 10^{-6}$$

لأننا أحتجنا إلى تحريك الفاصله ٦ خانات .

من أسألة الإمتحان للـ Quiz

Solve and Check the following equation for x :

5x – 4 = 6

Solve:

5x = 6+4

5x= 10

نتخلص من معامل x بقسمة الطرفين على 5

X = 2

Check:

نعوض عن الـ x

5x – 4=6

5(2)-4 =6

10 – 4 = 6

Find the intercepts and slope of the following equation:

4x + 2y = 20

بما أنه طُلب كلا الـ intercepts

نعوض عن الـ x = 0

ونحل المعادله لإيجاد النقطه الأولى .،

ثم نعوض عن الـ y= 0

ونحل المعادله لإيجاد قيمة الـ x

4(0)+ 2y = 20

2y= 20

y=10

(0, 10)

4x + 2(0) = 20

4x = 20

x= 5

(5,0)

To find the slope: (0,10) , (5,0)

Slop = $\frac{0-10}{5-0} = -\frac{10}{5}$ = -2

abdulaziz

Telegram : @azizhelp