

## التابع المركب

بفرض

$$f(x) = h(g(x))$$

إذا كانت

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = b$$

لكن

$$t = g(x)$$

عندئذ

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{t \rightarrow b} h(t)$$

مثال للفهم:

أوجد نهاية التوابع الآتية عند  $a$

$$f(x) = \sqrt{\frac{4x + 3}{x - 2}} \quad a = +\infty$$

$$D = ]2, +\infty[ \text{ و}$$

الحل:

$$t = g(x) = \frac{4x + 3}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 4$$

$$h(t) = \sqrt{t}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{t \rightarrow 4} \sqrt{t} = 2$$

شرح الحل:

نلاحظ أن التابع عبارة عن كسر وجذر نفرض الكسر هو  $g(x)$  والجذر  $h(x)$  ونطبق القاعدة المكتوبة أعلاه

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi x + 3}{x + 1}\right) \quad a = +\infty$$

$$D = ] - 1, +\infty [$$

الحل:

$$t = g(x) = \frac{\pi x + 3}{x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \pi$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{t \rightarrow \pi} \cos(t) = -1$$

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x + x^2 - 4\right) \quad a = 2$$

$$D = R \text{ و}$$

الحل

$$t = g(x) = \frac{\pi}{2}x + x^2 - 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \pi$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{t \rightarrow \pi} \sin(t) = 0$$

فكرة تغيير متحول هالامة:

ليكن التابع  $f(x) = x \cdot \sin \frac{1}{x}$  احسب نهاية  $f$  عند  $+\infty$

الحل:

لدينا حالة عدم تعيين من الشكل  $0 \cdot \infty$ .

نلعب لعبة الغسالة 😊😊😊

$$f(x) = \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}}$$

$$t = g(x) = \frac{1}{x} \text{ نفرض}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$$

ومنہ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{\sin t}{t} \right) = 1$$

إعداد الأנסة

مریم القاری

مریم القاری