المحاضرة الأولى

دالة كثيرة الحدود: $f(x) = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \dots .. a_1 X + a$		
الدرجـة	**مسمى الدالة**	**مثـال**
الدرجة الصفرية	الدالة الثابتة	$f(x) = 5$
الدرجة الأولى	الدالة الخطية	$f(x) = 4x + 7$
الدرجة الثانية	الدالة التربيعية	$f(x) = 8x^2 + 5x + 7$
الدرجة الثالثة	الدالة التكعيبية	$f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x - 1$
الدرجة الرابعة		$f(x) = 7x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 9x - 2$

ميـل الخـط المـستقيم الواصـل بـين النقطـتين $A(x_1, y_1)$ و $B(x_1, y_1)$	يرمز له بالرمز m	
	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	
	$m = 0$	المستقيم يوازي محور السينات
	$m = \infty$	المستقيم يوازي محور الصادات
ميل الخط المستقيم الذي معادلته على الصورة العامة $ax + by + c = 0$	حيث a,b,c ثوابت و a,b لايساويان الصفر	هـو: $m = \frac{-a}{b}$
	المستقيمات المتوازية	$m1 = m2$
	المستقيمات المتعامدة	$m1 \times m2 = -1$

معادلة الخط المستقيم الذي ميله m ويمر بالنقطة A (x , y) هي :

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

النهايات	$\lim_{x \to a} f(x)$	وتقرأ نهاية الدالة f(x) عندما تقترب x من القيمة a.

المحاضرة الثانية

تفاضل القيمة الثابتة	$\frac{dy}{dx} = 0$	
تفاضل x^n	تفاضل التغير x المرفوعة إلى أس (نضرب الأس بثابت المتغير ونطرح من الأس واحد)	مثال : $y = 15\,x^4$ $\frac{dy}{dx} = 60\,x^3$
مشتقة حاصل ضرب دالتين	الدالة الأولى كما هي x مشتقة الدالة الثانية + الدالة الثانية كما هي x مشتقة الدالة الأولى	
مشتقة حاصل قسمة دالتين	$\frac{\text{المقام} \times \text{البسط مشتقة} - \text{البسط} \times \text{المقام مشتقة}}{(\text{المقام})^2}$	
مشتقة القوس المرفوع لأس	تفاضل القوس x تفاضل ما بداخله	$y = (15x2 + 20)^3$ $\frac{dy}{dx} = 3\,(15x^2 + 20)^2\,(30x)$

حالات المرونة السعرية

القيمة المطلقة للمرونة	= صفر	(طلب عديم المرونة)
القيمة المطلقة للمرونة	< 1	(طلب قليل المرونة أو غير مرن)
القيمة المطلقة للمرونة	= 1	(طلب متكافئ المرونة)
القيمة المطلقة للمرونة	> 1	(طلب مرن)
القيمة المطلقة للمرونة	= ∞	(طلب لا نهائي المرونة)
مرونة الطلب باستخدام التفاضل		م = المشتقة الاولى لدالة الطلب × $\frac{\text{السعر}}{\text{الكمية المطلوبة}}$
المشتقة الأولى لدالة الطلب		= معدل تغير الكمية المطلوبة بالنسبة للسعر
خطوات الحل لدالة الطلب على سلعة (D)		١ – نوجد المشتقة الأولى لدالة الطلب D\` ٢ – التعويض في قانون مرونة الطلب
الميل الحدي للاستهلاك K		= المشتقة الأولى لدالة الاستهلاك **K** حيث الاستهلاك دالة في الدخل (قيمة الميل الحدي للاستهلاك تكون موجبة ولكنها أقل من الواحد الصحيح)
الميل الحدي للادخار S		= المشتقة الأولى لدالة الادخار **S** حيث الادخار دالة في الدخل (قيمة الميل الحدي للادخار تكون موجبة ولكنها أقل من الواحد الصحيح)
الميل الحدي للاستهلاك + الميل الحدي للادخار = ١		

خطوات إيجاد النهايات العظمى والصغرى	١ – يتم إيجاد المشتقة الأولى للدالة ٢– يتم إيجاد المشتقة الثانية ٣ – تحديد نوع النهاية (عظمى – صغرى)
إشارة المشتقة الثانية سالبة	وجود نهاية عظمى
إشارة المشتقة الثانية موجبة	وجود نهاية صغرى

الإيراد الكلي	= عدد الوحدات المباعة X سعر بيع الوحدة
الربح الكلي	= الإيراد الكلي – التكلفة الكلية
الإيراد الحدي	= المشتقة الأولى لدالة الإيراد الكلي
التكلفة الحدية	= المشتقة الأولى لدالة التكلفة الكلية
الربح الحدي	= المشتقة الأولى لدالة الربح الكلي
الربح الحدي	= الإيراد الحدي – التكلفة الحدية

المحاضرة الثالثة (التكامل)

رمز التكامل $\int$	ثابت التكامل C
قـــواعد التـكامــل	
- تكامل x المرفوعة للأس n	اجمع على الأس واحد و اقسم على الأس الجديد $\int X^n .dx = \frac{1}{n+1} X^{n+1} + C$ $\int x^7 dx = \frac{x^{7+1}}{7+1} + C = \frac{x^8}{8} + C$
- تكامل أي عدد ثابت يساوي العدد الثابت مع الأكس	$\int K .dx = kx + c$ $\int 5dx = 5x + C$
- تكامل عدد ثابت لمتغير مرفوع لأس	$4\int x^6 dx = 4 \cdot \frac{x^{6+1}}{6+1} + C = \frac{4}{7} x^7 + C$ نعمل تكامل للمتغير المرفوع لأس باستخدام القاعدة الأولى وثم نضرب في ثابت المتغير
- تكامل e^x	$\int e^x .dx = e^x + c$ $\int 6e^x dx = 6\int e^x dx = 6e^x + C$
- تكامل $\frac{1}{x}$	$\int \frac{1}{x} .dx = \ln x + c$ $\int \frac{5}{x} dx = 5\int \frac{1}{x} dx = 5\ln\|x\| + C$

التطبيقات التجارية للتكامل	
١ – الإيراد الكلي	= تكامل دالة الإيراد الحدي
٢ – التكاليف الكلية	= تكامل دالة التكاليف الحدية
٣ – الربح الكلي	= تكامل دالة الربح الحدي
٤- الربح الكلي	= الإيراد الكلي – التكاليف الكلية

المحاضرة الرابعة والخامسة والسادسة (الاحتمالات)

احتمال تحقق حدث =	$\frac{\text{عدد حالات تحقق الحدث } A}{\text{عدد الحالات الكلية}}$
احتمال تحقق حدث واحد من حادثتين A و B أو تحقق الحادثين معاً ويسمى **بالاتحاد**	$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$ $P(A)$ هو إحتمال تحقق الحدث A . $P(B)$ هو إحتمال تحقق الحدث B . $P(A\cap B)$: **التقاطع** و يشير إلى إحتمال تحقق الحدثين معاً (الحدث الأول و الحدث الثاني). $P(A\cup B)$: **الاتحاد** ويشير إلى إحتمال تحقق أحد الحدثين على الاقل (الحدث الاول أو الثاني)

أنواع الأحداث		
أحداث متنافية (متعارضة)	هي أحداث لا يمكن أن تحدث معا أي أن حدوث أحدهما يمنع حدوث الآخر	$P(A\cap B) = 0$
أحداث مستقلة	أي أن حدوثهما لا يؤثر على حدوث الآخر	$P(A\cap B) = P(A) \times P(B)$
أحداث غير مستقلة	هي الأحداث التي يؤثر تحقق أحدهما على تحقق الآخر	$P(A\cap B) \neq P(A) \times P(B)$
الاحتمال الشرطي	هو احتمال تحقق حدث معين وليكن A ولكن بشرط تحقق حدوث الحدث B	$P(A \mid B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$
حالات الاحتمال الشرطي	* في حالة الحوادث المتعارضة أو المتنافية	$P(A \mid B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$
	* في حالة الحوادث المستقلة	$P(A \mid B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)\times P(B)}{P(B)} = P(A)$
	* في حالة الحوادث الغير مستقلة	$P(A \mid B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$
التوقع الرياضي (الوسط الحسابي) أو (القيمة المتوقعة)	التوقع = حاصل جمع كل قيمة من قيم المتغير العشوائي مضروبة في احتمالها	$\mu = E(x) = \sum(x \times P(x))$
التباين للمتغير العشوائي x الذي له قيمة متوقعة تساوي E(x) هو:		$Var(x) = \sigma^2 = \sum E(x^2) - (E(x))^2$
الانحراف المعياري يمثل الجذر التربيعي للتباين		$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

التوزيع الاحتمالي لمتغير ذات الحدين X عند إجراء التجربة n فإن :	$p(X=x) = b(x;n,p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$ حيث أن p احتمال النجاح و $q = 1 - p$ x= 0,1,2,3........n
التوقع الرياضي لمتغير ذات الحدين n,p	$E(x) = \mu = np$
التباين لمتغير ذات الحدين n,p	$\sigma^2 = npq$

المحاضرة السابعة والثامنة والتاسعة

العينة العشوائية الطبقية	= حجم العينة x (حجم الطبقة / حجم المجتمع)
الوسط الحسابي (المتوسط) للبيانات الغير مبوبة	$\bar{X} = \frac{\sum x}{N} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots x_N}{N}$ (الوسط الحسابي) = مجموع القيم / عددها
المتوسط (البيانات المبوبة)	$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$ مجموع التكرار x الفئة / مجموع التكرار
طول الفئة	= الحد الأعلى للفئة – الحد الأدنى للفئة الأولى
مركز الفئة الأولى X_1 =	الحد الأدنى + الحد الأعلى للفئة الأولى / ٢
الوسيط من البيانات غير المبوبة	* ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا * ترتيب الوسيط $\frac{n+1}{2}$ * إيجاد موقع الوسيط * إذا كان n عدد فردي فإن الناتج يكون عدد صحيح وبالتالي الوسيط هو $\frac{n+1}{2}$ * إذا كان n عدد زوجي فإن الناتج يكون عدد غير صحيح وبالتالي الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين يقع بينهما العنصر $\frac{n+1}{2}$

الوسيط من البيانات المبوبة	* تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد * ترتيب الوسيط = مجموع التكرارات / ٢ = $\frac{\sum f}{2}$ * الوسيط = الحد الأدنى للفئة الوسيطية + $\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{السابق الترتيب}}{\text{اللاحق الترتيب} - \text{السابق الترتيب}}$ × طول الفئة الوسيطية
المدى من البيانات غير المبوبة	هو الفرق بين أكبر مفردة و أقل مفردة ، مثال : 1150 , 968 , 1300 , 675 , 500 , 1100 المدى = ١٣٠٠ – ٥٠٠ = ٨٠٠
المدى من البيانات المبوبة	المدى = الحد الأعلى للفئة الأخير – الحد الأدنى للفئة الأولى
التباين والانحراف المعياري من البيانات الغير مبوبة	$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - (\frac{\sum x}{n})^2$ $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
التباين والانحراف المعياري من البيانات المبوبة	$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - (\frac{\sum fx}{\sum f})^2$ $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
معامل الاختلاف المعياري	C.V= $\frac{\sigma}{\bar{x}}$ 100
معامل الالتواء المعياري	$\frac{\text{3(الوسط الحسابي – الوسط)}}{\text{الانحراف المعياري}}$
المحاضرة ١٠ ، ١١ ، ١٢	
معامل الارتباط	مقياس رقمي يقيس قوة ونوع الارتباط بين متغيرين ويرمز له بالرمز r
قيمة معامل الارتباط	المعنى
+1	ارتباط طردي تام
من ٠,٧٠ إلى ٠,٩٩	ارتباط طردي قوي

من ٠,٥٠ إلى ٠,٦٩	ارتباط طردي متوسط
من ٠,٠١ إلى ٠,٤٩	ارتباط طردي ضعيف
صفر	لا يوجد ارتباط
الارتباط العكسي بنفس الطريقة مع العاملات السالبة	
معامل بيرسون العزومي للارتباط الخطي r_p	$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$
معامل سبيرمان لارتباط الرتب r_s	$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$
معامل فاي للاقتران	$r_\phi = \frac{(ad)-(bc)}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$
معادلة الانحدار	$\hat{y} = a + bx$
لإيجاد قيمة b في معادلة الانحدار	$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$
لإيجاد قيمة a في معادلة الانحدار	$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$
معدل التضخم السنوي	$i_{2010} = \frac{CPI_{2010} - CPI_{2009}}{CPI_{2009}}(100)$
منسوب السعر لسلعة واحدة	$P_r = \frac{P_1}{P0}(100)$

GOOD LUCK ☺