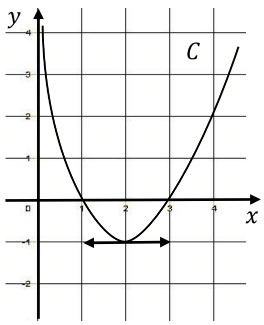
اختبار : التابع اللوغاريتمي 2024

الدرجة العظمى : 300   المدّة : ساعة ونصف

السؤال الأول: **(40 درجة)**



في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$. **المطلوب:**

1) عين مجموعة تعريف كل من التوابع الآتية:

$$g(x)=\ln\big(f(x)\big)\qquad h(x)=\ln(-(f(x))\qquad k(x)=\ln\big(f'(x)\big)$$

2) احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to 2}\ln\big(f'(x)\big)\qquad\qquad \lim_{x\to 1}\ln\big(f(x)\big)$$

السؤال الثاني: **(40 درجة)**

حل المعادلة الآتية: $2\ln x=\ln(x+4)+\ln(2x)$.

السؤال الثالث: **(40 درجة)**

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(\sin x+1)}{x}+3m & ;x\neq 0\\ m+1 & ;x=0\end{cases}$ **والمطلوب:**

عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر.

السؤال الرابع: **(40 درجة)**

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\ln\left(\frac{1}{x}\right)$. **المطلوب:**

احسب $f'(x)$ و $f''(x)$، ثمّ أثبت مستعملاً الإثبات بالتدريج أياً كانت $n\geq 1$ صحة العلاقة: $f^{(n)}(x)=\frac{(-1)^n(n-1)!}{x^n}$.

السؤال الخامس: **(40 درجة)**

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-1+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$. **المطلوب:**

أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل للخط C. ثمّ ادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

مسألة :   **(100 درجة)**

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}_*^+$ وفق: $f(x)=(2x^2-ax)\ln x-x^2+ax-6$. **المطلوب:**

1) عيّن قيمة العدد a إذا علمت أنّ الخط البياني C يقبل مماساً موازياً محور الفواصل عند $x=2$.

2) من أجل $a=8$، جد نهايات التابع عند أطراف مجموعة تعريفه.

3) أثبت أنّ $f'(x)=4(x-2)\ln x$.

4) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

5) أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً ينتمي للمجال $]0,1[$.

6) احسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x=1.1$.

7) ناقش بحسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$ حيث $m\in\mathbb{R}$.

8) في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .

انتهت الأسئلة

أ. وائل عنيزان (0958969360)   رحمك اللّه أستاذ رامز عنيزان