الاشتقاق ((Derivation))

١ - التابع الثابت : ((مشتق أي عدد ثابت هو الصفر ، مجال اشتقاق هو R))

$f(x) = m \ : m \neq 0 ===\gg \ f'(x) = 0$ اشتقاقي على R

مثلاً : $f(x) = 5 \ ===\gg \ f'(x) = 0$ اشتقاقي على R

٢ - مشتق التابع من درجة أولى : ((هو أمثال متغير x ، مجال اشتقاق هو R))

$f(x) = ax + b \ : a \neq 0 \ ===\gg \ f'(x) = a$ اشتقاقي على R

مثلاً : $f(x) = 5x + 4 \ ===\gg \ f'(x) = 5$ اشتقاقي على R

٣ - مشتق كثير الحدود من الدرجة n : ((نضرب أس بأمثال المتغير ثم نخفض درجة المتغير درجة واحدة))

$f(x) = x^n \ : n \neq 0 \ ===\gg \ f'(x) = nx^{n-1}$ اشتقاقي على R

مثلاً :

$$f(x) = x^5 + x^3 + 3$$
$$f'(x) = x^{5-1} + x^{3-1} + 0$$
$$f'(x) = x^4 + x^2$$

٤ - مشتق النسب المثلثية :

$(\sin x)' = \cos x$ اشتقاقي على R

$(\cos x)' = -\sin x$ اشتقاقي على R

$(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ اشتقاقي على $R \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi k\right\}$

$(\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$ اشتقاقي على $R \setminus \{\pi k\}$

٥ - مشتق جداء تابعين : ((مشتق أول في ثاني + مشتق ثاني في أول))

مجال اشتقاق هو : $D = D_f \cap D_g$ $\quad (f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$

مثلاً : التابع f معرف على R وليكن $f(x) = x\sin x$ أوجد المشتق ؟

الحل : اشتقاقي على R $\quad f'(x) = (1)\sin x + (\cos x)(x)$

$$f'(x) = \sin x + x\cos x$$

٦ - مشتق تابع كسري : (($\frac{\text{المشتق البسط في المقام − مشتق المقام في البسط}}{\text{مربع المقام}}$))

مجال الاشتقاق $D_f \cap D_g \setminus [g(x) = 0]$: $\quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$

مثلاً : ليكن لدينا التابع المعرف على $R \setminus [1]$ المعطى : $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ أوجد مشتق ؟

الحل : التابع اشتقاقي على $R \setminus [1]$ ومنه فإن : $f'(x) = \frac{(1)(x-1)-(1)(x-2)}{(x-1)^2} = \frac{x-1-x-2}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2}$

٧ - مشتق التابع الجذري : ((مشتق ما تحت الجذر على ضعفي الجذر))

مجال الاشتقاق هو $f > 0$: $\quad (\sqrt{f})' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}$

إعداد : أ . زيد عصفور

Tel : 0954709202

مثلاً : ليكن لدينا التابع f المعرف على $D_f =]-\infty, 3]$ وفق $f(x) = \sqrt{3-x}$ أوجد مشتق ؟

الحل : التابع اشتقاقي عندما $3 - x > 0$ ومنه فإن $x < 3$ وبالتالي اشتقاقي على $]-\infty, 3[$

$$f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{3-x}} \qquad : \qquad]-\infty, 3[$$

٨ - مشتق التابع المركب :

$$[f(x)^r]' = r \cdot f(x)^{r-1} \cdot f'(x)$$

مثلاً : أوجد مشتق كلاً مما يلي : $(sin^4 x)'$, $[(5x+1)^3]'$

الحل :

$$[(5x+1)^3]' = 3(5x+1)^{3-1}(5x+1)'$$

$$= 3(5x+1)^2(5) = 15(5x+1)^2$$

$$(sin^4 x)' = 4sin^3 x(sinx)' = 4sin^3 x.cosx$$

ملاحظات ونتائج : 1- إنّ مشتق نسب المثلثية التي تحوي على تابع نطبق عليها القاعدة التالية

$[\sin f(x)]' = f'(x) \cdot \cos f(x)$ ((مشتق الزاوية في مشتق النسبة))

$[\cos f(x)]' = -f'(x) \cdot \sin f(x)$

وهكذا بالنسبة لبقية النسب ....

مثلاً : أوجد مشتق النسبة التالية : $[\tan\left(7x + \frac{\pi}{3}\right)]'$, $[\cos(2x+3)]'$

الحل :

$$[\cos(2x+3)]' = -2\sin(2x+3)$$

$$[\tan\left(7x + \frac{\pi}{3}\right)]' = 7\left(1 + tan^2\left(7x + \frac{\pi}{3}\right)\right)$$

2- التابع من الشكل اشتقاقي على $R\backslash\{0\}$ $\qquad \left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}} \; : n \neq -1$

مثلاً : ليكن لدينا التابع f المعرف على $R\backslash\{0\}$ وفق $f(x) = \frac{1}{x^4}$ أوجد مشتق ؟

الحل : التابع اشتقاقي على مجموعة التعريف $f'(x) = -\frac{4}{x^{4+1}} = -\frac{4}{x^5}$

مع التمنيات بالنجاح والتوفيق