ثانوية القدس

أوراق عمل لمادة الرياضيات 1-3
للصـــف الأول الثانــــوي 1446 هـ

الأسم : ....

الشعبة : ....

الرابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

6-1 المضلعات المتشابهة
Similar Polygons

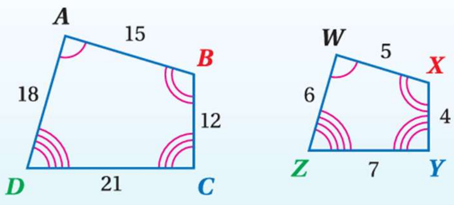
تحديد المضلعات المتشابهة: **المضلعات المتشابهة** لها الشكل نفسه، ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها القياسات نفسها.

مفهوم أساسي — المضلعات المتشابهة

أضف إلى مطويتك

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

مثال: في الشكل أدناه، $ABCD$ يشابه $WXYZ$.



الزوايا المتطابقة:

$\angle A \cong \angle W,\ \angle B \cong \angle X,\ \angle C \cong \angle Y,\ \angle D \cong \angle Z$

التناسب:

$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$

الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

قراءة الرياضيات

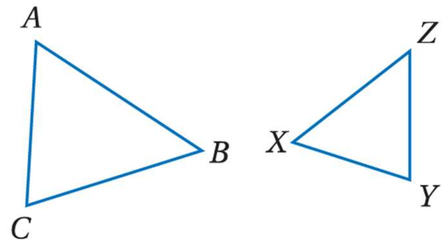
الرمزان $\nsim$ و $\sim$:
يُقرأ الرمز $\sim$ يشابه، ويقرأ الرمز $\nsim$ لايشابه، أو ليس مشابهًا لِـ.

وكما هو الحال في عبارة التطابق، فإن ترتيب الرؤوس في عبارة التشابه مثل $ABCD \sim WXYZ$ مهمٌّ جدًّا؛ لأنّه يحدّد الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة.

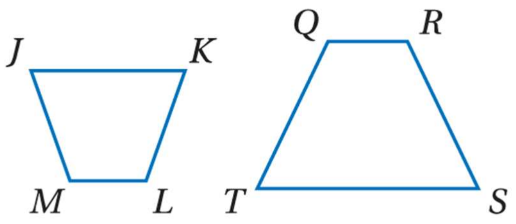
تحقق من فهمك

اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

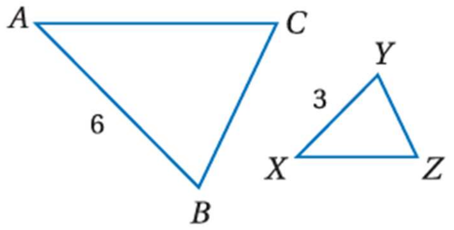
(1 $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$



(2 $JKLM \sim TSRQ$



6-1 المضلعات المتشابهة
Similar Polygons



النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين تُسمىّ **معامل التشابه** أو (عامل المقياس). ويعتمد معامل التشابه على ترتيب المقارنة.

ففي الشكل المجاور $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

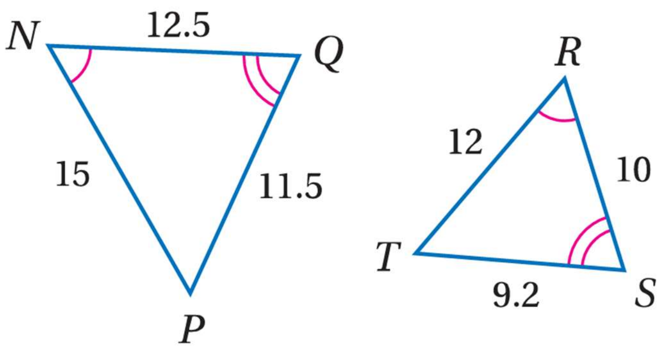
ومعامل تشابه $\triangle ABC$ إلى $\triangle XYZ$ يساوي $\frac{6}{3}$ أو 2

بينما معامل تشابه $\triangle XYZ$ إلى $\triangle ABC$ يساوي $\frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$

معامل التشابه بين مضلَّعَين متشابهين يسمى **نسبة التشابه** أحيانًا

تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضّح إجابتك.



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

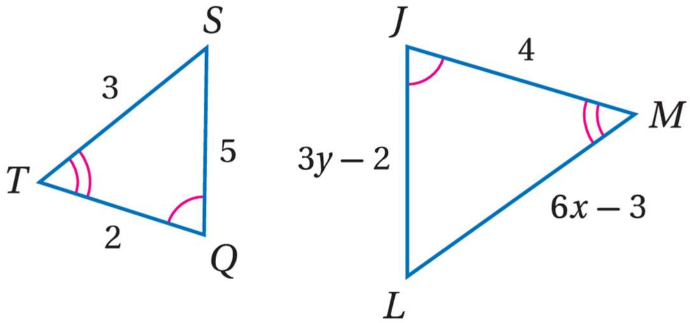
6-1 المضلعات المتشابهة
Similar Polygons

تحقق من فهمك

إذا كان $\triangle JLM \sim \triangle QST$، فأوجد قيمة المتغير في كلٍّ مما يأتي:

3A) x

3B) y

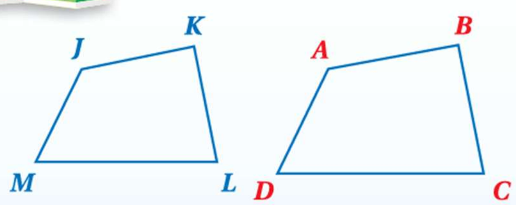


النسبة بين أيِّ طولين متناظرين في المضلعين المتشابهين تساوي معامل التشابه بينهما. ويؤدي هذا إلى النظرية الآتية حول محيطي المضلعين المتشابهين.

نظرية 2.1 محيطا المضلعين المتشابهين

أضف إلى مطويتك

إذا تشابه مضلعان، فإنّ النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما.



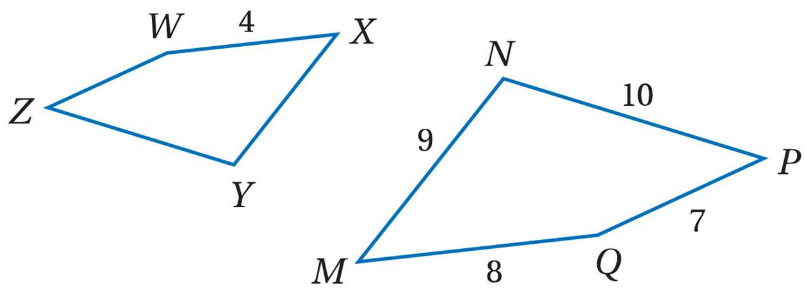
مثال: إذا كان $ABCD \sim JKLM$ ، فإنّ:

$$\frac{AB}{JK}=\frac{BC}{KL}=\frac{CD}{LM}=\frac{DA}{MJ}=\frac{AB+BC+CD+DA}{JK+KL+LM+MJ}$$

6-1 المضلعات المتشابهة
Similar Polygons

تحقق من فهمك

إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.



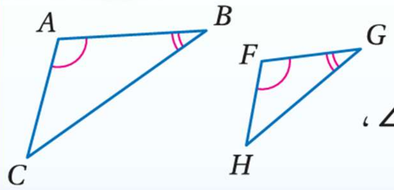
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

6-2 المثلثات المتشابهة
Similar Triangles

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

مسلمة 2.1 التشابه بزاويتين (AA)

أضف إلى مطويتك



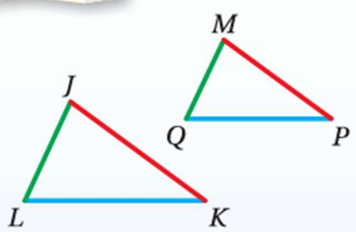
إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.

مثال: في المثلثين ABC , FGH ، إذا كانت: $\angle A \cong \angle F$, $\angle B \cong \angle G$ ، فإن: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

نظريتان

أضف إلى مطويتك

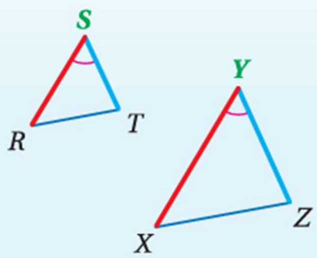
2.2 التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)



إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كان: $\frac{JK}{MP} = \frac{KL}{PQ} = \frac{LJ}{QM}$ ، فإن $\triangle JKL \sim \triangle MPQ$.

2.3 التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)



إذا كان طولا ضلعين في مثلث ما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإنّ المثلثين متشابهان.

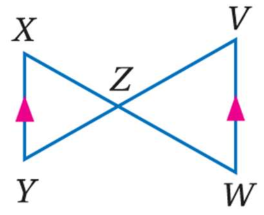
مثال: إذا كان $\angle S \cong \angle Y$, $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}$ ، فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.

6-2 المثلثات المتشابهة
Similar Triangles

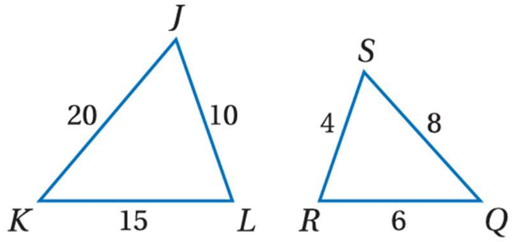
تحقق من فهمك

في كلٍّ ممّا يأتي حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

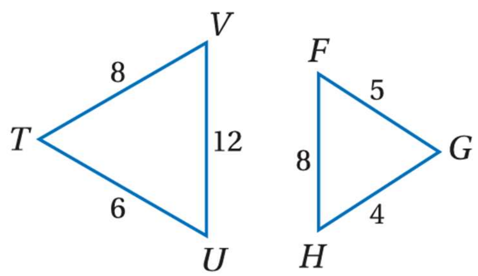
1)



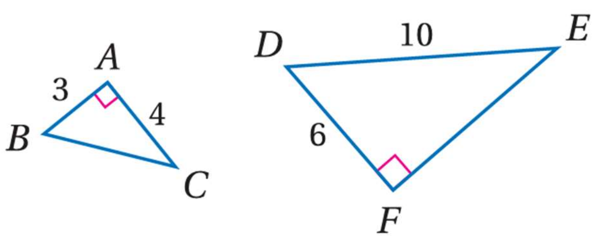
2)



3)



4)



6-3 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة
Parallel Lines and Proportional Parts

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

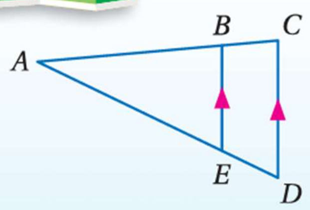
الأجزاء المتناسبة في المثلث: عند رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث، فإنّه يمكن إثبات أن المثلثين الناتجين متشابهان، وذلك باستعمال مسلمة التشابه AA، وبما أن المثلثين متشابهان، فإنّ أطوال أضلاعهما متناسبة.

نظريّة 2.5 نظريّة التناسب في المثلث

أضف إلى مطويتك

إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنّه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة.

مثال: إذا كان $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

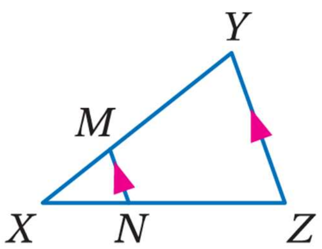


تحقق من فهمك

في $\triangle XYZ$ ، إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{YZ}$، فأجب عن السؤالين الآتيين:

1) إذا كان: $NZ = 9$, $XN = 6$, $XM = 4$ ، فأوجد XY .

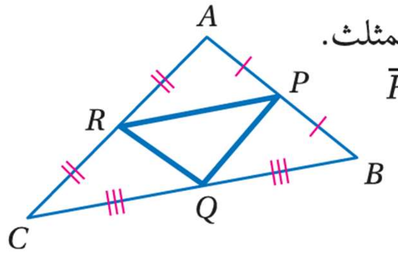
2) إذا كان: $XY = 10$, $XM = 2$, $XN = 6$ ، فأوجد NZ .



إرشادات للدراسة

التوازي:
إذا كان المستقيمان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازيين، فإن القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}, \overline{CD}$ متوازيتان؛ لأنهما جزء من المستقيمين $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ على الترتيب.
أي أنه إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

6-3 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة
Parallel Lines and Proportional Parts



القطعة المنصّفة في المثلث هي قطعة مستقيمة طرفاها نقطتا منتصف ضلعين في المثلث. وفي كل مثلث ثلاث قطع منصّفة. فالقطع المنصّفة في $\triangle ABC$ هي $\overline{RP}, \overline{PQ}, \overline{RQ}$

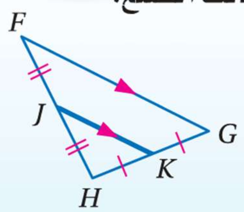
ونظرية القطعة المنصّفة في المثلث هي حالة خاصّة من عكس نظرية التناسب في المثلث.

نظرية 2.7 نظريّة القطعة المنصّفة في المثلث

أضف إلى مطويتك

القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.

مثال: إذا كانت J, K نقطتَي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$ على الترتيب، فإن: $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK = \frac{1}{2} FG$.



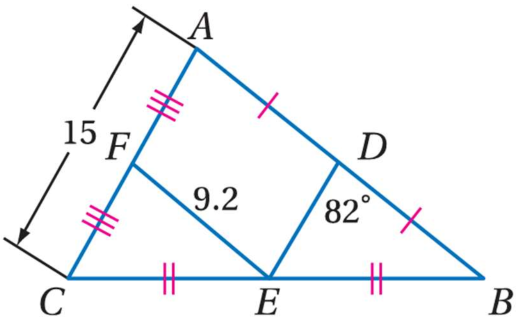
تحقق من فهمك

أوجد كل قياس مما يأتي معتمدًا على الشكل المجاور.

3A) DE

3B) DB

3C) $m\angle FED$



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

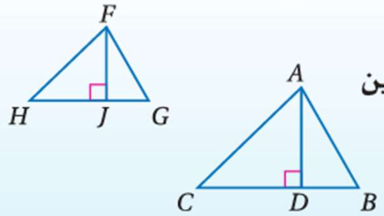
6-4 عناصر المثلثات المتشابهة
Parts of Similar Triangles

نظريات — قطع مستقيمة خاصّة في المثلثين المتشابهين

أضف إلى مطويتك

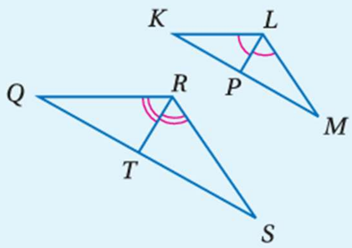
2.8 إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين طولَي كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين طولَي كلٍّ ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$ ، $\overline{AD}, \overline{FJ}$ ارتفاعين فإنّ $\frac{AB}{FG} = \frac{AD}{FJ}$.



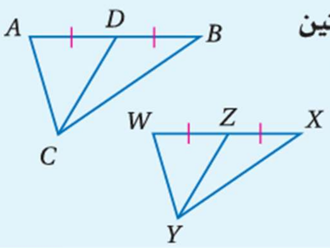
2.9 إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولَي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$ ، $\overline{LP}, \overline{RT}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LM}{RS} = \frac{LP}{RT}$.



2.10 إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين طولَي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

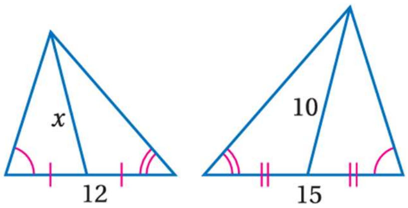
مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$ ، $\overline{CD}, \overline{YZ}$ قطعتين متوسطتين فإنّ $\frac{AB}{WX} = \frac{CD}{YZ}$.



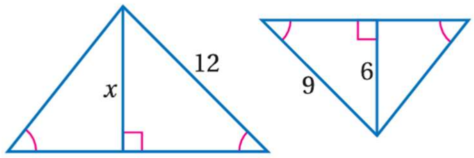
تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(1



(2



6-4 عناصر المثلثات المتشابهة
Parts of Similar Triangles

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

نظريّة منصّف زاوية في مثلث: تعلمت أن منصّف زاوية هو نصف مستقيم يقسمها إلى زاويتين متجاورتين متطابقتين، وإضافة لذلك يقسم منصف الزاوية في مثلث الضلع المقابل وفق تناسبٍ مع الضلعين الآخرين.

نظرية 2.11 منصّف زاوية في مثلث

أضف إلى مطويتك

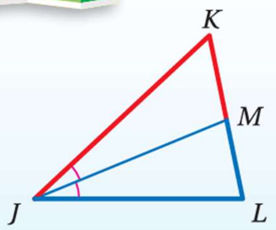
منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طولَيهِمَا تساوي النسبة بين طولَي الضلعين الآخرين.

مثال: إذا كانت $\overline{JM}$ منصّف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

فإنّ $\frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ}$

القطعتان المشتركتان بالرأس K ←

القطعتان المشتركتان بالرأس L ←



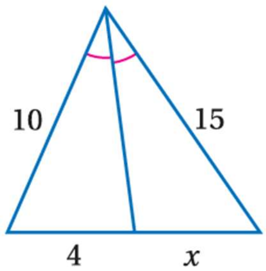
إرشادات للدراسة

التناسب: يمكن كتابة تناسبٍ آخر باستعمال نظريةِ منصّف زاوية في مثلث هو $\frac{KM}{KJ} = \frac{LM}{LJ}$

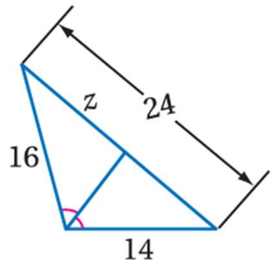
تحقق من فهمك

أوجد قيمة المتغيّر في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

4)



5)



الفصل 7

التحويلات الهندسية والتماثل

Transformations and Symmetry

7-1 الانعكاس
Reflection

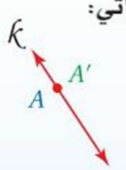
رسم الانعكاسات: تعلّمت أن **الانعكاس** هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيم يسمى **محور الانعكاس**، بحيث يكون بُعد النقطة وبُعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين.

مفهوم أساسي — أضف إلى مطويتك

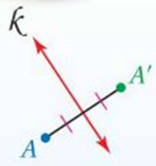
الانعكاس حول مستقيم

الانعكاس حول مستقيم ينقل النقطة إلى صورتها كما يأتي:

- إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها.



A تقع على المستقيم k



A لا تقع على المستقيم k

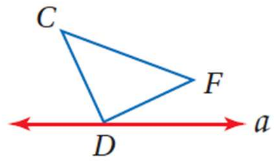
الرموز A''', A'', A' تمثل أسماء للنقاط الناتجة عن تحويل هندسي أو أكثر للنقطة A

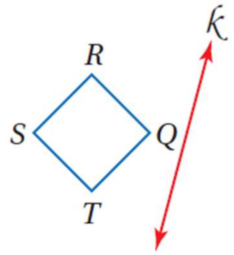
إرشادات للدراسة

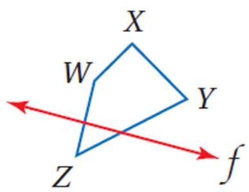
تحويل التطابق: هو تحويل تكون فيه الصورة مطابقةً للشكل الأصلي.

تحقق من فهمك

ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:

1) 

2) 

3) 

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

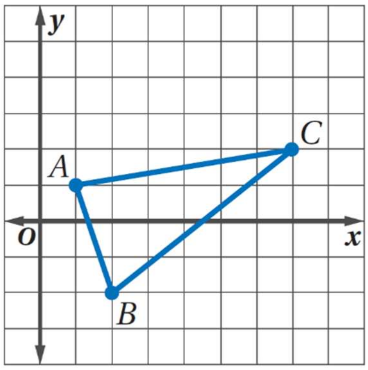
7-1 الانعكاس
Reflection

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

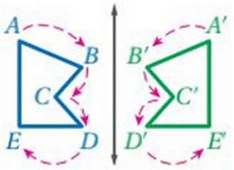
تحقق من فهمك

مثِّل بيانيًّا صورة $\triangle ABC$ المبيّن جانبًا بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كلٍّ من السؤالين 6، 5.

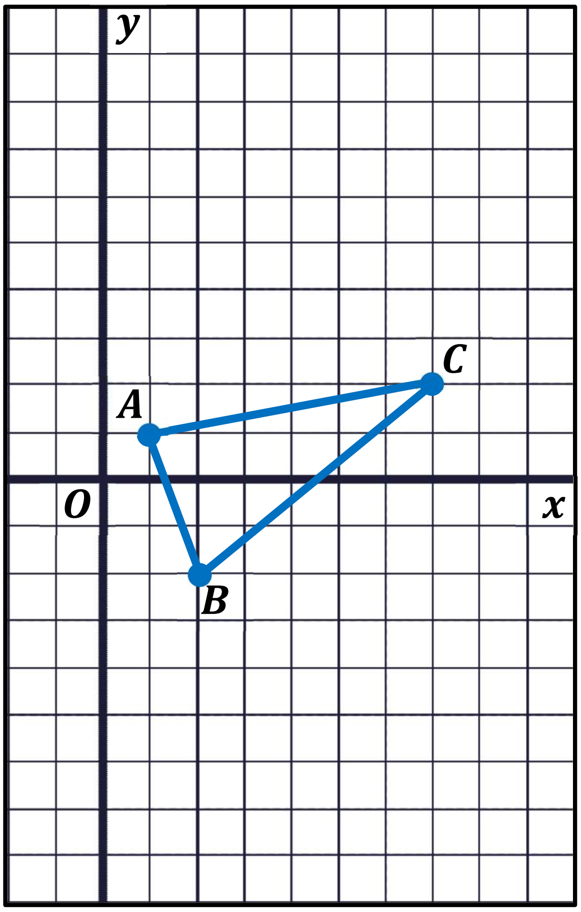


إرشادات للدراسة

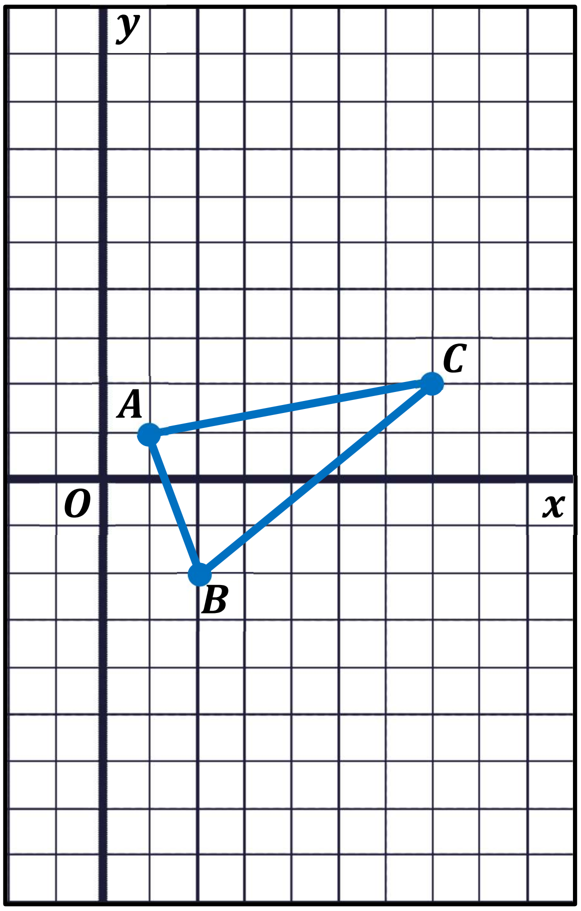
خصائص الانعكاس: يحافظ الانعكاس على الأبعاد وقياسات الزوايا والاستقامة وترتيب مواقع النقاط، ولكن يعكس الاتجاه.



5) $y = -2$



6) $x = 3$

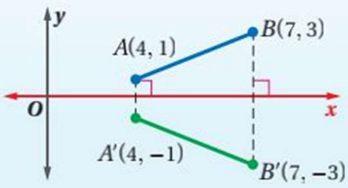
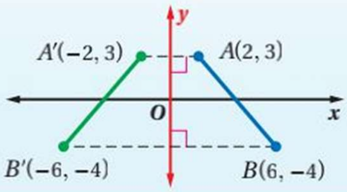


7-1 الانعكاس
Reflection

يمكنك استعمال القاعدة الآتية، عندما يكون محور الانعكاس هو المحور x أو المحور y .

مفهوم أساسي — الانعكاس حول المحور x أو المحور y

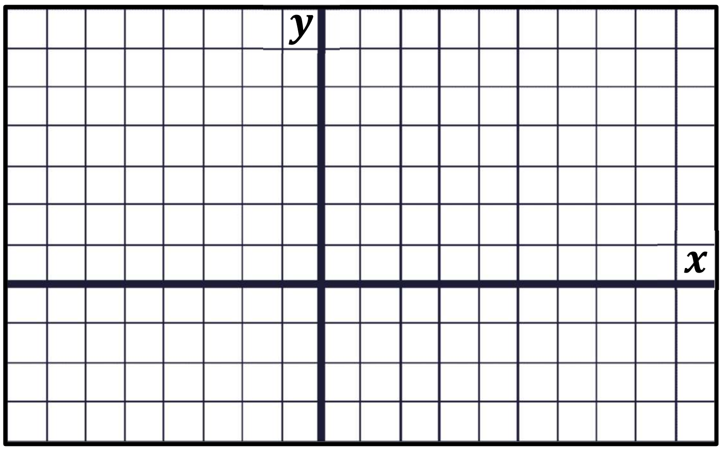
أضف إلى مطويتك

الانعكاس حول المحور x	الانعكاس حول المحور y
التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور x ، اضرب إحداثي y لها في -1	**التعبير اللفظي:** لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور y ، اضرب إحداثي x لها في -1
الرموز: $(x, y) \rightarrow (x, -y)$	**الرموز:** $(x, y) \rightarrow (-x, y)$
مثال: 	**مثال:** 

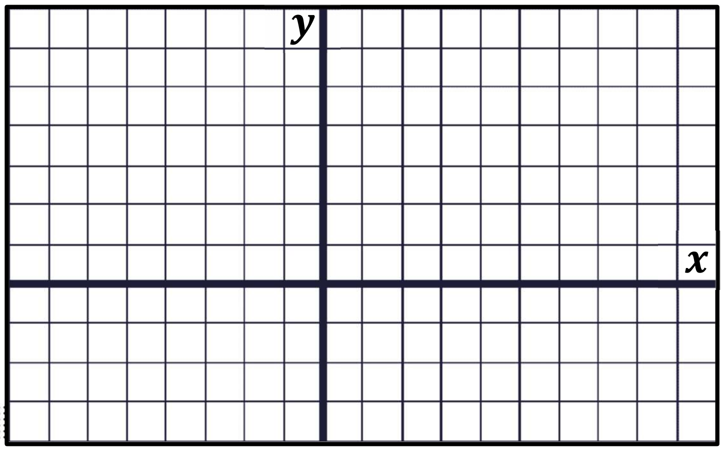
تحقق من فهمك

مثِّل كل شكل مما يأتي بيانيًّا، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

7) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $X(0, 4), Y(-3, 4), Z(-4, -1)$ بالانعكاس حول المحور y .



8) $\square QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-1, 4), R(4, 4), S(3, 1), T(-2, 1)$ بالانعكاس حول المحور x .



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

7-1 الانعكاس
Reflection

مراجعة المفردات

المستقيمات المتعامدة: يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين، إذا وفقط إذا كان ناتج ضرب ميليهما يساوي -1
مثال: المستقيمات الأفقية والرأسية تكون متعامدة دائمًا.

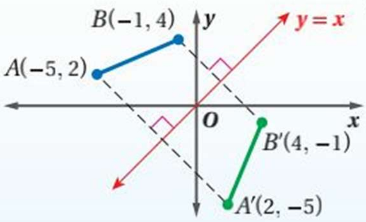
مفهوم أساسي — الانعكاس حول المستقيم $y = x$

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ ، بدّل موضعَي الإحداثيين x و y.

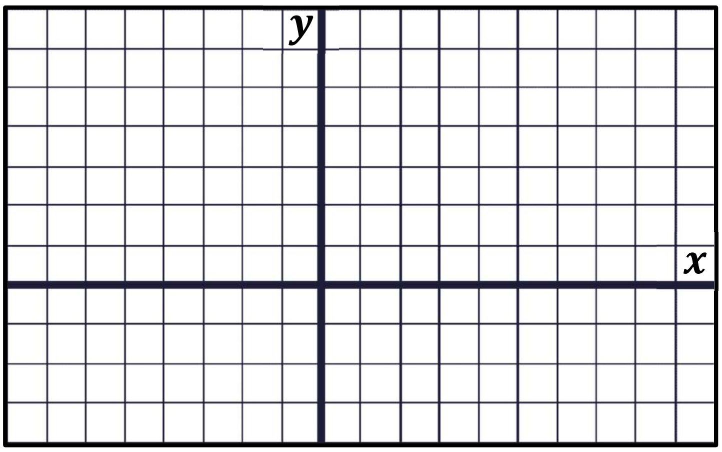
الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, x)$

مثال:



تحقق من فهمك

9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه: $J(-3, 1), K(-1, 3), L(1, 3), M(-3, -1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

7-2 الإزاحة (الانسحاب)
Translation

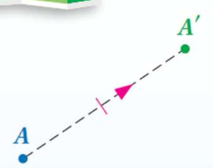
رسم الإزاحة (الانسحاب): تعلمت سابقًا أن **الانسحاب** هو تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره. حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الإتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) لكل نقطة من الشكل بقطعة مستقيمة طولها يساوي $\overline{AA'}$ حيث إن A' هي صورة النقطة A الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب).

مفهوم أساسي — الإزاحة (الانسحاب)

أضف إلى مطويتك

تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافةً محدّدةً وفي اتجاه محدّد (اتجاه الإزاحة). فالإزاحة التي تنقل النقطة A إلى صورتها A'، تنقل نقاط الشكل جميعها أيضًا بحيث إن:

- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي طول $\overline{AA'}$.
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطةٍ بصورتها توازي $\overline{AA'}$.

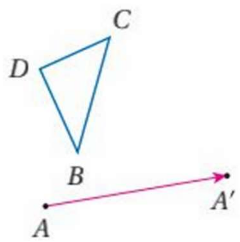


النقطة A' هي صورة النقطة A بالإزاحة.

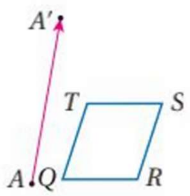
تحقق من فهمك

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كلٍّ ممَّا يأتي:

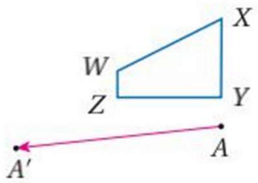
(1



(2



(3



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

7-2 الإزاحة (الانسحاب) Translation

رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي: يمكن رسم الإزاحات في المستوى الإحداثي، إذا علمنا مقدار الإزاحة واتجاهها أفقيًا أو رأسيًا، فإذا رمزنا للمسافة الأفقية من النقطة الأصلية إلى صورتها بالرمز a، وللمسافة الرأسية من النقطة الأصلية إلى صورتها بالرمز b، فإنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ ، ويمكن استعمال هذه القاعدة لإجراء إزاحةٍ للشكل في المستوى الإحداثي.

إرشادات للدراسة

الإشارة السالبة: إشارة a السالبة تعني أن الإزاحة إلى اليسار، وإشارة b السالبة تعني أن الإزاحة إلى أسفل.

قراءة الرياضيات

الإزاحة الأفقية والإزاحة الرأسية: عندما يكون $b = 0$، تكون الإزاحة أفقيةً فقط. وعندما يكون $a = 0$، تكون الإزاحة رأسية فقط.

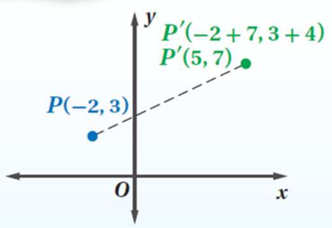
مفهوم أساسي: الإزاحة في المستوى الإحداثي

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإزاحة نقطة ما مسافة a وحدةً أفقيًا، و b وحدةً رأسيًا، اجمع a إلى الإحداثي x ، و b إلى الإحداثي y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$

مثال: إذا كانت: $a = 7 , b = 4$ ، فإن صورة النقطة $P(-2, 3)$ الناتجة عن هذه الإزاحة هي $P'(5, 7)$.

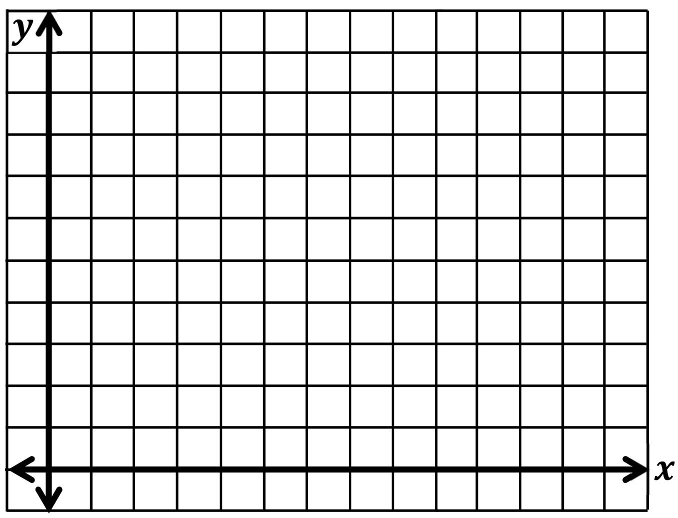


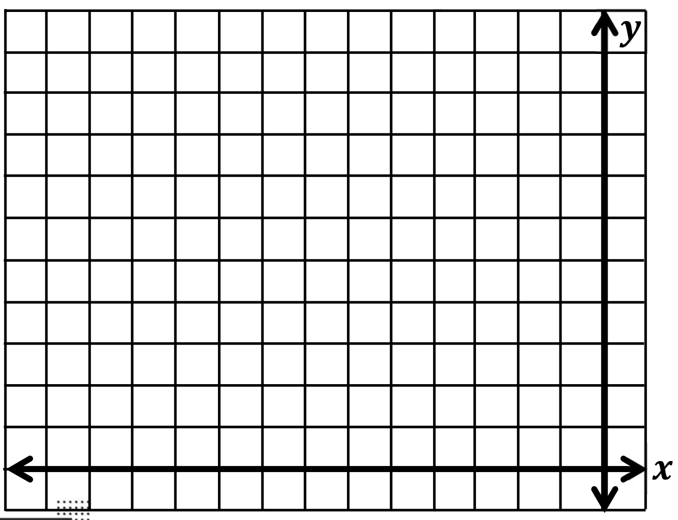
تحقق من فهمك

مثِّل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍّ مما يأتي بيانيًا:

4) شبه المنحرف $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(2, 4), K(1, 1), L(5, 1), M(4, 4)$، أُزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + 7, y + 1)$

5) $\triangle DFG$ الذي إحداثيات رؤوسه: $D(-8, 8), F(-10, 4), G(-7, 6)$، أُزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + 5, y - 2)$





رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

7-3 الدوران
Rotations

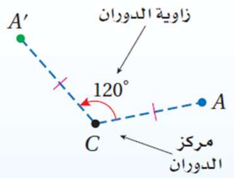
رسم الأشكال الناتجة عن الدوران: تعلمت أن الدوران يحرك كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة.

مفهوم أساسي — الدوران

أضف إلى مطويتك

الدوران حول نقطة ثابتة (تسمى **مركز الدوران**) بزاوية معينة قياسها $x°$ واتجاهٍ معينٍ، يحول النقطة إلى صورتها بحيث:

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعُدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكّلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تُسمى **زاوية الدوران** وقياسها يساوي $x°$.



A' هي صورة A الناتجة عن دوران بزاوية $120°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة C.

إرشادات للدراسة

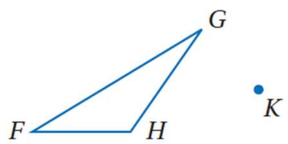
تحويلات التطابق: الدوران هو تحويل تطابق أيضًا، فهو يحافظ على الأبعاد وقياسات الزوايا وترتيب مواقع النقاط والاستقامة، حيث تكون فيه الصورة مطابقة للشكل الأصلي.

يمكن أن يكون اتجاه الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة أو عكس اتجاه حركة عقارب الساعة. ومن الآن فصاعدًا سيكون كل دوران عكس اتجاه حركة عقارب الساعة إلا إذا ورد خلاف ذلك.

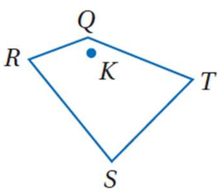
تحقق من فهمك

استعمل منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

1) $45°$



2) $240°$



7-3 الدوران Rotations

رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي: يمكنك استعمال القواعد الآتية لتحديد صورة نقطةٍ ما، عندما يتم تدويرها بزاوية $90°$ أو $180°$ أو $270°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

مفهوم أساسي — الدوران في المستوى الإحداثي

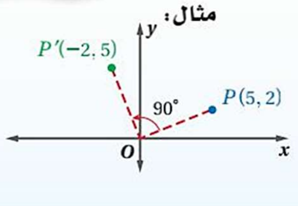
أضف إلى مطويتك

الدوران بزاوية $90°$

عند تدوير نقطة بزاوية $90°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي y في -1 ، ثم بدّل موقِعَي الإحداثيَّين x, y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

مثال:

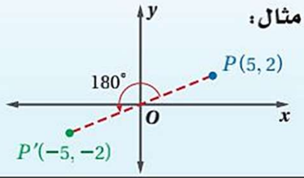


الدوران بزاوية $180°$

عند تدوير نقطة بزاوية $180°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب كلًا من الإحداثيَّين x, y في -1

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

مثال:

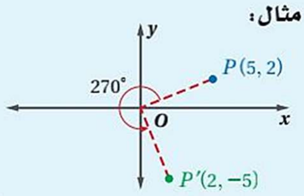


الدوران بزاوية $270°$

عند تدوير نقطة بزاوية $270°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي x في -1 ثم بدّل موقِعَي الإحداثيَّين x, y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$

مثال:



إرشادات للدراسة

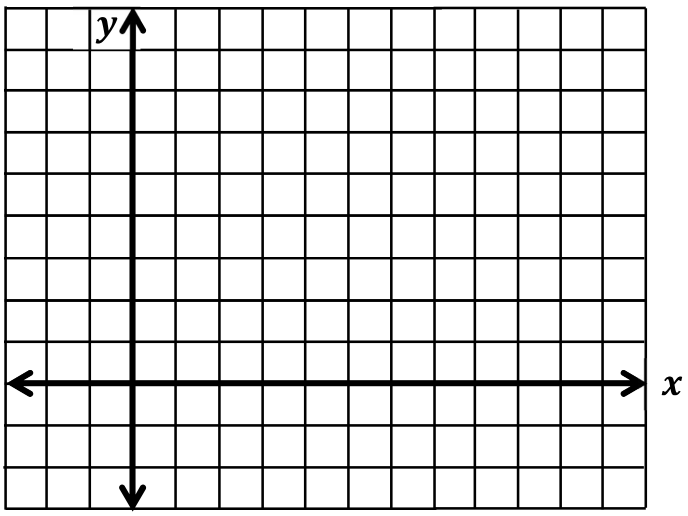
الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة: يُشير قياس زاوية الدوران السالب إلى أن الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة. فالدوران بزاوية $-90°$ حول نقطة الأصل هو دوران بزاوية $90°$ في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

إرشادات للدراسة

الدوران بزاوية $360°$: الدوران بزاوية $360°$ حول نقطةٍ ما يُعيد الشكل إلى وضعه الأصلي؛ أي أن الصورة الناتجة عن دوران بزاوية $360°$ هي الشكل الأصلي نفسه.

تحقق من فهمك

3) إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي: $D(-2, 6)$, $F(2, 8)$, $G(2, 3)$ ، مثّل بيانيًّا $\triangle DFG$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية $270°$ حول نقطة الأصل .



7-4 تركيب التحويلات الهندسية
Composition of Transformations

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

يوضح نمط آثار الأقدام على رمال الشاطئ في الصورة المجاورة إجراء تحويلين هندسيين مختلفين هما الإزاحة والانعكاس.

عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين، ويُسمى **تحويلًا هندسيًّا مركبًا**. وأحد أنواع التحويلات الهندسية المركبة هو التحويل الهندسي الناتج عن تركيب إزاحة وانعكاس.

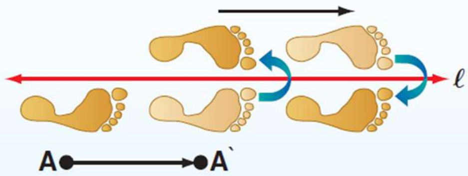
مفهوم أساسي — تركيب إزاحة انعكاس

أضف إلى مطويتك

تركيب إزاحة انعكاس هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيمٍ موازٍ لخط اتجاه الإزاحة.

مثالٌ:

تركيب إزاحة انعكاس المجاور هو تحويل هندسي مركب ينقل الشكل في اتجاه الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A′ مع انعكاسٍ حول المستقيم l.



تحقق من فهمك

إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي: $C(-5, -1), D(-2, -5), E(-1, -1)$، مثِّل بيانيًّا $\triangle CDE$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركّب المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

1) إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى اليمين، ثم انعكاس حول المحور x

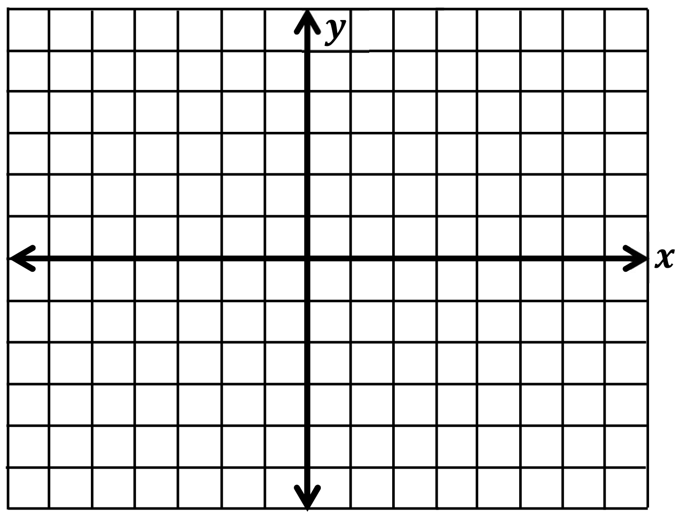
....

....

....

....

....



2) إزاحة مقدارها 6 وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور y

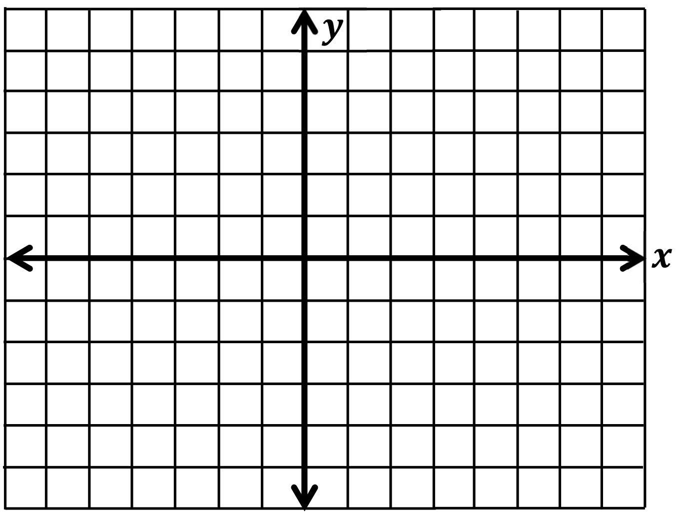
....

....

....

....

....



7-4 تركيب التحويلات الهندسية
Composition of Transformations

نظرية 7.1 **تركيب تحويلات التطابق**

أضف إلى مطويتك

تركيب تحويلَي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.

لذا فإن الصورة الناتجة عن تركيب أي تحويلين هندسيين من تحويلات التطابق كالإزاحة أو الانعكاس أو الدوران تكون مطابقةً للشكل الأصلي.

إرشادات للدراسة

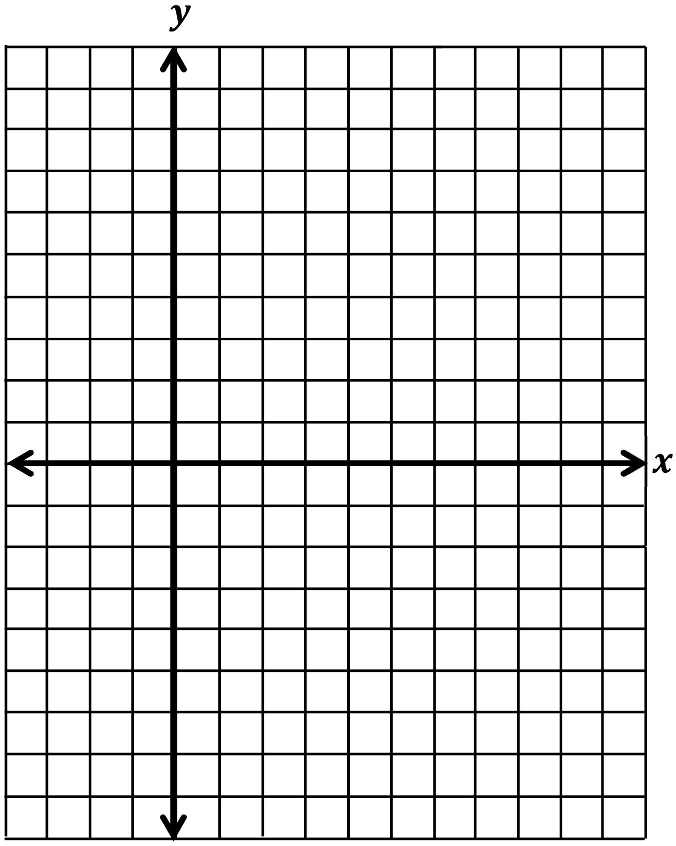
تحويلات التطابق: إنَّ الانعكاس والإزاحة والدوران والتحويلات المركبة منها، هي تحويلات تطابقٍ أيضًا.

قراءة الرياضيات

الشرطتان: تستعمل الشرطتان للدلالة على أن هذا الرأس صورة ناتجة من تحويل هندسي ثان.

تحقق من فهمك

3) إحداثيات طرفَي $\overline{JK}$ هما $J(2, 5), K(6, 5)$، مثِّل بيانيًّا $\overline{JK}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x، ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل.



4 - 7 تركيب التحويلات الهندسية
Composition of Transformations

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

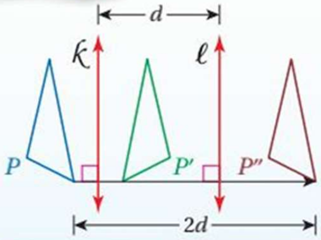
تركيب انعكاسين: إن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين يكافئ إزاحة.

نظرية 7.2 **تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين**

أضف إلى مطويتك

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- اتجاهها عموديًا على كلٍّ من المستقيمين.
- مقدارها يساوي ضعف المسافة بين المستقيمين المتوازيين.



تنبيه !

ترتيب التركيب: احرص على تركيب التحويلين الهندسيين بالترتيب المحدّد في المسألة.

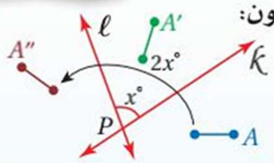
إن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين يكافئ دورانًا .

نظرية 7.3 **تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين**

أضف إلى مطويتك

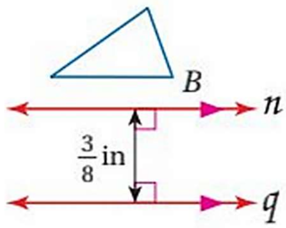
يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

- مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين.
- قياس زاويته يساوي ضعف قياس الزاوية التي يشكّلها تقاطع هذين المستقيمين.

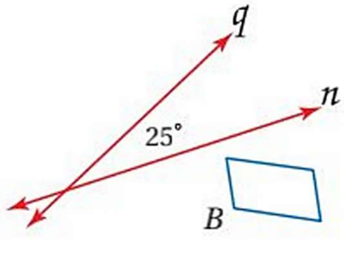


تحقق من فهمك

3A)



3B)



ملخص المفهوم **تركيب التحويلات الهندسية**

أضف إلى مطويتك

الإزاحة	الدوران
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين .	تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين .

7-5 التماثل
Symmetry

التماثل في الأشكال الثنائية الأبعاد: يكون الشكل **متماثلا**، إذا وُجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة وانعكاس ينتج عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه. أحد أنواع التماثل هو التماثل حول محور.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

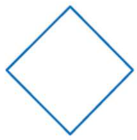
التماثل حول محور

يكون الشكل الثنائي الأبعاد **متماثلًا حول محور**، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم **محور تماثل**.

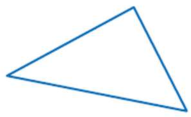
تحقق من فهمك

بيِّن ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها في كلٍّ مما يأتي:

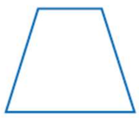
(1



(2



(3



تحقق من فهمك

بيِّن ما إذا كان للعلم محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها في كلٍّ مما يأتي:

(4

(5

(6

7-5 التماثل
Symmetry

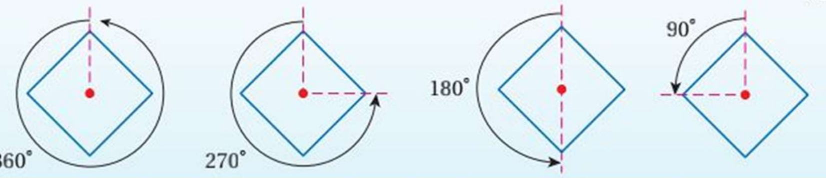
وهناك نوع آخر من التماثل هو التماثل الدوراني .

مفهوم أساسي — أضف إلى مطويتك

التماثل الدوراني

يكون للشكل الثنائي الأبعاد تماثل دوراني (أو تماثل نصف قطري) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين $0°$ و $360°$ حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمَّى مركز الدوران في هذه الحالة مركز التماثل (أو نقطة التماثل).

أمثلة: المربع الآتي له تماثل دوراني؛ لأن الدوران بكلٍّ من الزوايا $0°$، $90°$، $180°$، $270°$، $360°$ ينتج عنه الشكل نفسه.



يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من $0°$ إلى $360°$ اسم **رتبة التماثل**، أما **مقدار التماثل** (أو زاوية الدوران) فهو قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، ويرتبط مقدار التماثل ورُتبته بالعلاقة:

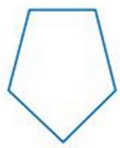
مقدار التماثل يساوي ناتج قسمة $360°$ على رُتبة التماثل.

ففي الشكل أعلاه، رُتبة التماثل الدوراني 4، ومقدار التماثل $90°$

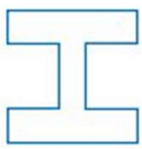
تحقق من فهمك

بيِّن ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيِّن مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كلٍّ مما يأتي:

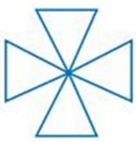
(4



(5



(6



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

7-5 التماثل
Symmetry

التماثل في الأشكال الثلاثية الأبعاد: يمكن أن تكون الأشكال الثلاثية الأبعاد أيضًا متماثلة .

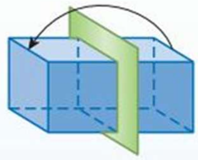
مفاهيم أساسية

أضف إلى مطويتك

التماثلات في الأشكال الثلاثية الأبعاد

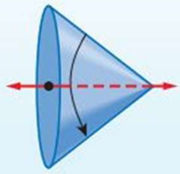
التماثل حول مستوى

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متماثلًا حول مستوى**، إذا أمكن تقسيمه بهذا المستوى إلى شكلين متطابقين، وفي هذه الحالة يسمى هذا المستوى (مستوى التماثل).



التماثل حول محور

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متماثلًا حول محور**، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين $0°$ و $360°$ ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.

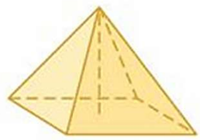


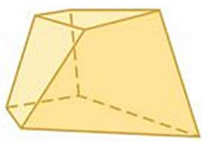
إرشادات للدراسة

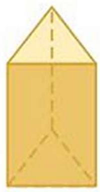
مستوى التماثل: هو المستوى الذي يقسم الشكل إلى نصفين متطابقين تمامًا، بحيث يكون كلٌ منهما صورة للآخر .

تحقق من فهمك

بيِّن ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كلٍّ ممَّا يأتي:

(20


(21


(22


عبوات: حدّد عدد مستويات التماثل الأفقية، ومستويات التماثل الرأسية لكلٍّ من العلب الآتية:

(23


(24


(25


رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

6-7 التمدد
Dilations

رسم التمدد: **التمدد** هو تحويل هندسي يكبّر الشكل أو يصغره بنسبة محدّدة هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي. وتسمى هذه النسبة **معامل مقياس التمدد**. ولأن الصورة الناتجة عن التمدّد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع **تحويلات التشابه**. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامله.

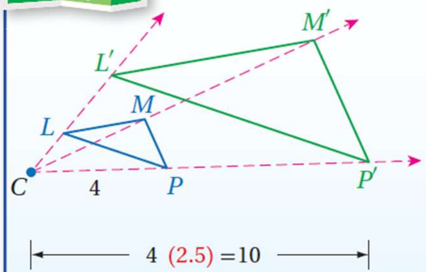
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

التمدد

التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k ، حيث $k \neq 1$ ، ينقل النقطة P في شكلٍ ما إلى صورتها P' ، بحيث:

- إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C ، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.
- إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C ، فإن صورتها P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ ، ويكون $CP' = k(CP)$.

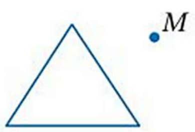


$\triangle L'M'P'$ هو صورة $\triangle LMP$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه C ومعامله 2.5

تحقق من فهمك

استعمل مسطرةً لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمددٍ مركزه النقطة M ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

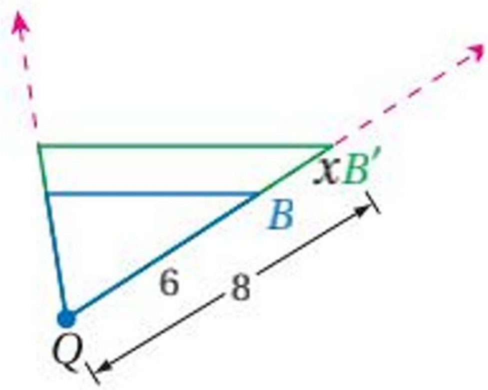
1) $k = \frac{1}{4}$



2) $k = 2$

تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل B' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

7-6 التمدد
Dilations

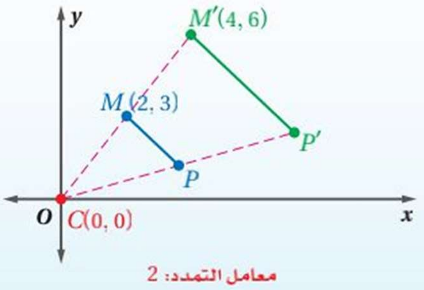
التمدد في المستوى الإحداثي: يمكن أن تستعمل القاعدة الآتية لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل.

مفهوم أساسي — التمدد في المستوى الإحداثي

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيَّين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k.

مثال:

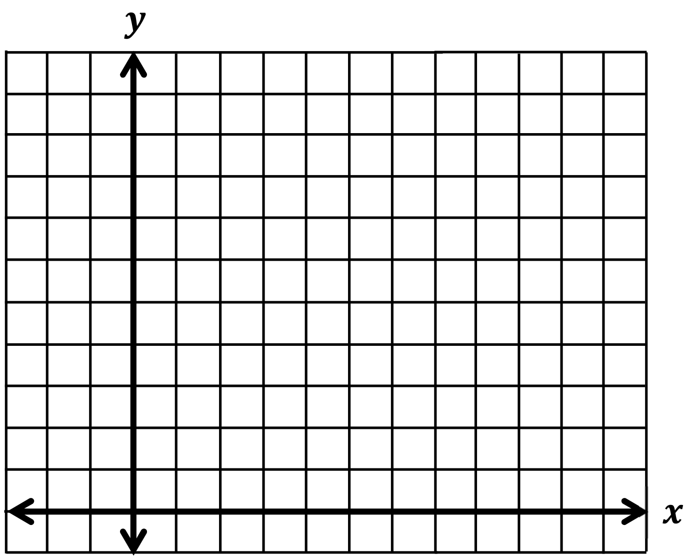


الرموز: $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

تحقق من فهمك

مثِّل بيانيًّا المضلع وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد

$W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0)$؛ $k = 1.5$



الفصل

8

الدائرة
Circle

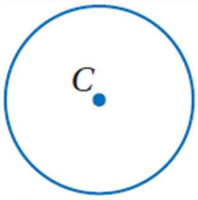
rابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

8-1 الدائرة ومحيطها
Circle and Circumference

القطع المستقيمة في الدائرة **الدائرة** هي المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى، والتي تبعد بُعدًا ثابتًا عن نقطةٍ معلومةٍ تُسمّى **مركز** الدائرة. وعادة ما تسمى الدائرة بمركزها، والشكل المجاور يبين الدائرة C التي يمكن أن يرمز لها بالرمز $\odot C$.

وللقطع المستقيمة التي تقطع الدائرة أسماء خاصة.



الدائرة C أو $\odot C$

مفهوم أساسي **قطع مستقيمة خاصة في الدائرة** أضف إلى مطويتك

نصف القطر هو قطعة مستقيمة يقع أحد طرفَيها على المركز والطرف الآخر على الدائرة.

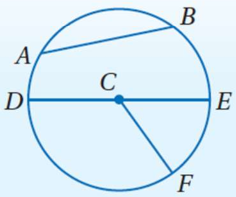
أمثلة: $\overline{CD}, \overline{CE}, \overline{CF}$ أنصاف أقطار في $\odot C$.

الوتر هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة.

أمثلة: $\overline{AB}, \overline{DE}$ وتران في $\odot C$.

القطر هو وتر يمر بمركز الدائرة، ويتكوّن من نصفَي قطرين يقعان على استقامة واحدة.

مثال: $\overline{DE}$ قطر في $\odot C$ ، ويتكون القطر $\overline{DE}$ من نصفَي القطرين $\overline{CD}, \overline{CE}$ الواقعين على استقامةٍ واحدةٍ.



ومن تعريف الدائرة، فإن المسافة بين مركز الدائرة وأيّ نقطة عليها ثابتة دائمًا؛ إذن أنصاف أقطار الدائرة جميعها متطابقة . وبما أن قطر الدائرة يتكوّن من نصفَي قطرين؛ فإن أقطار الدائرة جميعها متطابقة.

مفهوم أساسي **العلاقة بين القطر ونصف القطر** أضف إلى مطويتك

إذا كان نصف قطر الدائرة r وقطرها d فإن:

صيغة نصف القطر: $r = \frac{d}{2}$ أو $r = \frac{1}{2}d$ **صيغة القطر:** $d = 2r$

قراءة الرياضيات

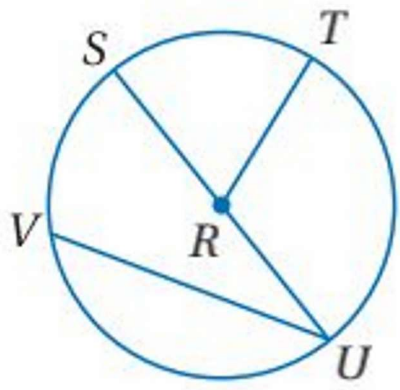
القطر ونصف القطر: تستعمل الكلمتان (القطر، ونصف القطر) للتعبير عن الطول وعن القطع المستقيمة. وبما أن للدائرة عدة أنصاف أقطار وعدة أقطار أيضًا، فإن قولنا نصف قطر أو قطر يعني القياس، وليس القطعة المستقيمة.

تنبيه!

القطر أو نصف القطر: في المسائل التي تتضمن الدوائر، انتبه جيدًا إلى ما إذا كانت المعطيات تتعلق بنصف قطر الدائرة أم بقطرها.

8-1 الدائرة ومحيطها
Circle and Circumference

تحقق من فهمك



عُد إلى $\odot R$ في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية.

1) ما مركز الدائرة؟

2) عيّن وترًا يكون قطرًا.

3) هل $\overline{VU}$ نصف قطر؟ برِّر إجابتك.

4) إذا كان $SU = 16.2\,\text{cm}$، فأوجد RT؟

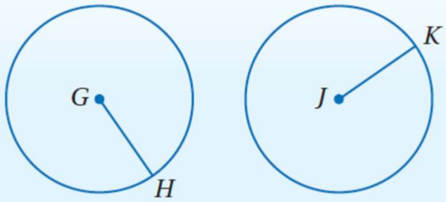
8-1 الدائرة ومحيطها
Circle and Circumference

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

كما هو الحال في الأشكال الأخرى، يمكن أن تكون أزواج الدوائر متطابقة، أو أن تربطهما بعض العلاقات الخاصة.

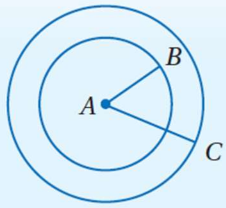
مفهوم أساسي — **أزواج الدوائر** — أضف إلى مطويتك

تكون **الدائرتان متطابقتين** إذا وفقط إذا كان نصفا قطريهما متطابقين.



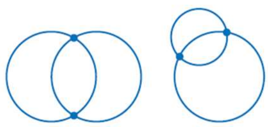
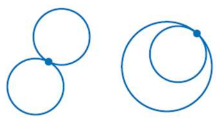
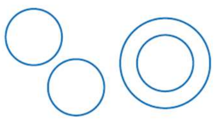
مثال: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$ ؛ إذن $\odot G \cong \odot J$

الدائرتان المتحدتان في المركز هما الدائرتان اللتان تقعان في المستوى نفسه، ولهما المركز نفسه.



مثال: $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AB}$ و $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AC}$ دائرتان متحدتان في المركز.

إذا تقاطعت دائرتان، فإنه يمكن أن تتقاطعا بطريقتين مختلفتين، والجدول التالي يوضح الأوضاع المختلفة بين دائرتين.

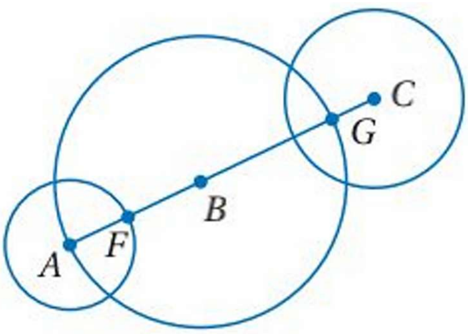
تقاطع في نقطتين	تقاطع في نقطة واحدة	لا يوجد تقاطع
		

تحقق من فهمك

قطر كلٍّ من $\odot A, \odot B, \odot C$ يساوي 8 cm , 18 cm , 11 cm على الترتيب.
أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:

5) FG

6) FB



8-1 الدائرة ومحيطها
Circle and Circumference

محيط الدائرة: **محيط الدائرة** هو طول المنحنى المغلق الذي يُمثّل الدائرة، ويُرمز له بالرمز C، وتُعرف النسبة $\frac{C}{d}$ بأنها عدد غير نسبي يُسمّى **باي (π)**، ويساوي 3.14 أو $\frac{22}{7}$ تقريبًا، ويمكن استنتاج صيغتين لحساب محيط الدائرة باستعمال هذا التعريف.

$\frac{C}{d} = \pi$	تعريف π باي
$C = \pi d$	بضرب كلا الطرفين في d
$C = \pi(2r)$	بالتعويض $d = 2r$
$C = 2\pi r$	بالتبسيط

مفهوم أساسي — محيط الدائرة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كان قطر الدائرة يساوي d، أو نصف قطرها يساوي r، فإن محيطها C يساوي حاصل ضرب القطر في π، أو مثلَي نصف القطر في π.

الرموز: $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$

تحقق من فهمك

7) أوجد نصف قطر قرص البيتزا ومحيطها في الشكل المجاور، مقرّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.

....

تحقق من فهمك

أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها إذا عُلِم محيطها في كلٍّ ممّا يأتي، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

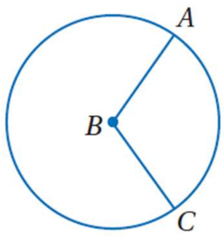
8) $C = 18$ in   9) $C = 124$ ft

....

8-2 قياس الزوايا والأقواس
Measuring Angles and Arcs

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa



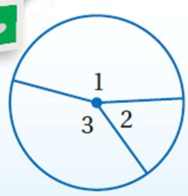
الزوايا والأقواس **الزاوية المركزية** في الدائرة هي زاوية يقع رأسها في المركز، وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة. في الشكل المجاور $\angle ABC$ هي زاوية مركزية في $\odot B$.

تذكّر أن مجموع قياسات الزوايا المتجمّعة حول نقطة يساوي $360°$ ؛ لذا فإن الدرجة الواحدة تساوي $\frac{1}{360}$ من الدورة الكاملة حول نقطة، ويؤدي هذا إلى المفهوم الآتي:

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا المركزية



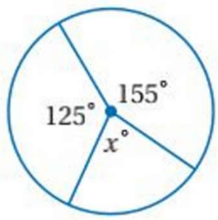
التعبير اللفظي: مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة، والتي لا تحوي نقاطًا داخلية مشتركة يساوي $360°$.

مثال: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360°$

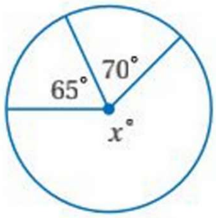
تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي:

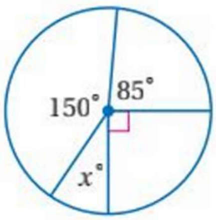
(1



(2



(3



....

....

....

....

....

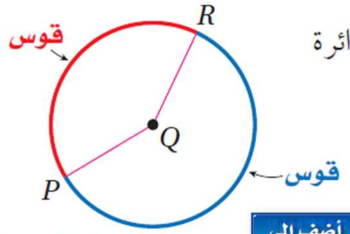
....

....

....

....

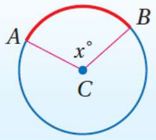
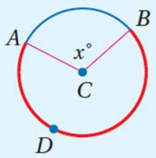
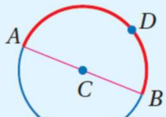
8-2 قياس الزوايا والأقواس
Measuring Angles and Arcs



القوس هو جزءٌ من دائرة يُحدَّد بنقطتَي طرفَيه، وعند رسم زاوية مركزية، تنقسم الدائرة إلى قوسين، يرتبط قياس كلٍّ منهما بقياس الزاوية المركزية المقابلة له.

مفاهيم أساسية — الأقواس وقياسها

أضف إلى مطويتك

القوس	قياسه	
القوس الأصغر هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يقل قياس القوس الأصغر عن $180°$ ، ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له. $m\widehat{AB} = m\angle ACB = x°$	
القوس الأكبر هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يزيد قياس القوس الأكبر على $180°$، ويساوي $360°$ مطروحًا منه قياس القوس الأصغر الذي يصل بين النقطتين نفسيهما. $m\widehat{ADB} = 360° - m\widehat{AB} = 360° - x°$	
نصف الدائرة هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة.	قياس نصف الدائرة يساوي $180°$ $m\widehat{ADB} = 180°$	

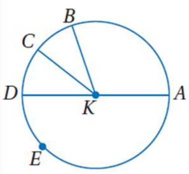
إرشادات للدراسة

تسمية الأقواس: يُسمَى القوس الأصغر بنقطتَي طرفيه ، أما القوس الأكبر ونصف الدائرة فيسميان بنقطتَي الطرفين بالإضافة إلى نقطة على القوس بينهما.

قراءة الرياضيات

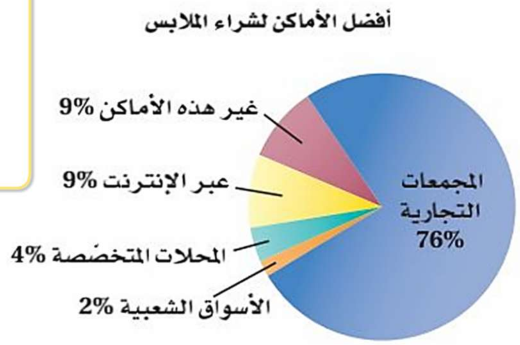
الرمز $\frown$

يقرأ الرمز $\frown$ القوس. في الدائرة أدناه $\widehat{AB}$ يقرأ القوس AB، أما $\widehat{AEC}$ فيقرأ القوس AEC، وكذلك $\widehat{AED}$ فيقرأ القوس AED.



تحقق من فهمك

4) **تسوّق:** يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاعٍ حول المكان المفضل لشراء الملابس، شمل مجموعة من الشباب.



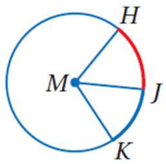
a) ما قياس القوس المقابل لفئة التسوق في كلٍّ من المجمعات التجارية والمحلات المتخصصة؟

b) صِفْ نوع القوس المقابل لفئة المجمعات التجارية وفئة الأسواق الشعبية.

c) هل توجد أقواس متطابقة في هذا الشكل؟ وضّح إجابتك.

8-2 قياس الزوايا والأقواس
Measuring Angles and Arcs

الأقواس المتجاورة هي أقواس في الدائرة تشترك مع بعضها في نقطة واحدة فقط.
$\overset{\frown}{JK}$, $\overset{\frown}{HJ}$ قوسان متجاوران في $\odot M$، وكما هي الحال في الزوايا المتجاورة، يمكنك جمع قياس الأقواس المتجاورة.

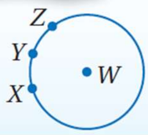


مسلّمة 8.1 مسلّمة جمع الأقواس

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: قياس القوس المتكوّن من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسَي هذين القوسين.

مثال: $m\overset{\frown}{XZ} = m\overset{\frown}{XY} + m\overset{\frown}{YZ}$



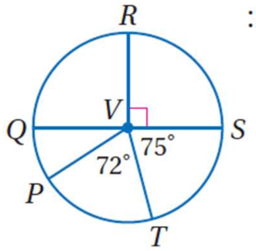
تحقق من فهمك

$\overline{QS}$ قطر في $\odot V$، أوجد كلًّا من القياسات الآتية:

5) $m\overset{\frown}{STP}$

6) $m\overset{\frown}{QRT}$

7) $m\overset{\frown}{PQR}$



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

8-2 قياس الزوايا والأقواس
Measuring Angles and Arcs

طول القوس: **طول القوس** هو المسافة على الدائرة بين نقطتَي طرفيه، ويُقاس بوحدات الطول، وبما أن القوس جزء من الدائرة، فإن طوله جزءٌ من محيطها.

تنبيه !

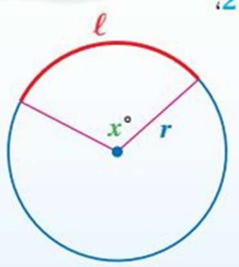
طول القوس: يُعطى طول القوس بوحدات الطول مثل السنتمترات، أما قياس القوس فيعطى بالدرجات.

مفهوم أساسي — **طول القوس** — أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كان طول القوس يساوي ℓ ومحيط الدائرة يساوي $2\pi r$، وقياس القوس بالدرجات يساوي x° فإن نسبة طول القوس إلى محيط الدائرة يساوي نسبة قياس القوس بالدرجات إلى 360°

الرموز: $\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x^\circ}{360^\circ}$

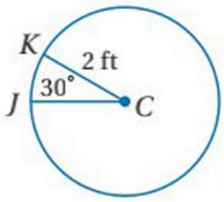
أي أن: $\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$



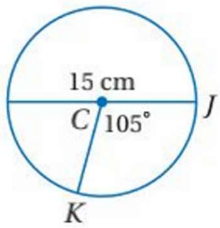
تحقق من فهمك

أوجد طول $\widehat{JK}$ مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

8)



9)



8-3 الأقواس والأوتار
Arcs and Chords

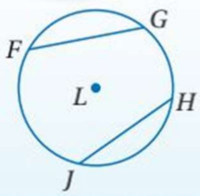
الأقواس والأوتار: لقد تعلمت في الدرس 1-8 أن الوتر هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة، وإذا لم يكن الوتر قطرًا للدائرة، فإن طرفَيه يقسمانها إلى قوسين؛ أحدهما قوس أكبر والآخر أصغر.

نظرية 8.2

أضف إلى مطويتك

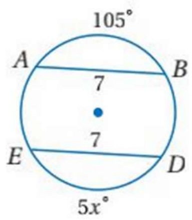
التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان الأصغران متطابقين، إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين.

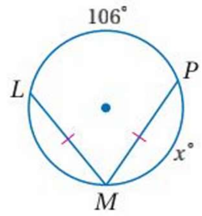
مثال: $\overline{FG} \cong \overline{HJ}$، إذا وفقط إذا كان $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$.

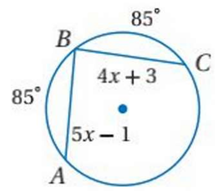


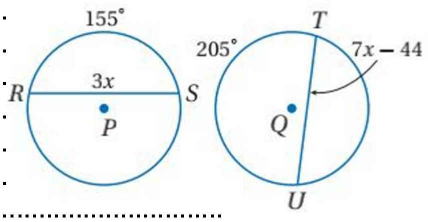
تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي:

1)


2)


3)


4) $\odot P \cong \odot Q$


رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

8-3 الأقواس والأوتار
Arcs and Chords

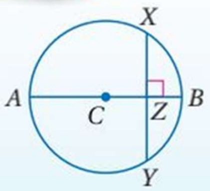
تنصيف الأقواس والأوتار: إذا قسم مستقيم أو قطعة مستقيمة أو نصف مستقيم قوسًا إلى قوسين متطابقين؛ فإنه يُنصّف القوس.

نظريات

أضف إلى مطويتك

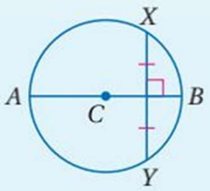
8.3 إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عموديًا على وتر فيها، فإنه يُنصّف ذلك الوتر، ويُنصّف قوسه.

مثال: إذا كان القطر $\overline{AB}$ عموديًا على $\overline{XY}$ في النقطة Z، فإن: $\overline{XZ} \cong \overline{ZY}, \widehat{XB} \cong \widehat{BY}$.



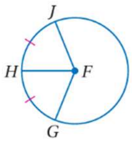
8.4 العمود المنصّف لوتر في الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.

مثال: إذا كان $\overline{AB}$ عمودًا منصّفًا للوتر $\overline{XY}$، فإن $\overline{AB}$ قطر في $\odot C$.



إرشادات للدراسة

منصّف القوس: في الشكل الآتي $\overline{FH}$ منصّف للقوس $\widehat{JHG}$.

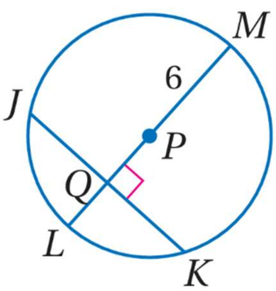


تحقق من فهمك

في $\odot P$، إذا كان: $JK = 10, m\widehat{JLK} = 134°$، فأوجد القياسات الآتية، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.

5) $m\widehat{JL}$

6) PQ



8-3 الأقواس والأوتار
Arcs and Chords

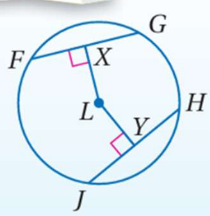
بالإضافة إلى النظرية 8.2، يمكنك استعمال النظرية الآتية؛ لتحديد ما إذا كان وتران في دائرة متطابقين.

نظرية 8.5

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بُعداهما عن مركز الدائرة متساويين.

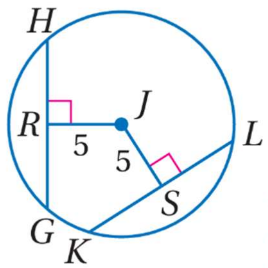
مثال: $\overline{FG} \cong \overline{JH}$ إذا وفقط إذا كان $LX = LY$.



تحقق من فهمك

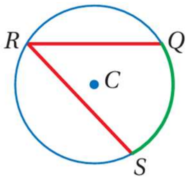
7) في $\odot J$، إذا كان: $GH = 9, KL = 4x + 1$،

فأوجد قيمة x.



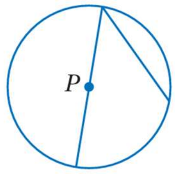
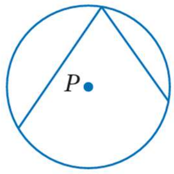
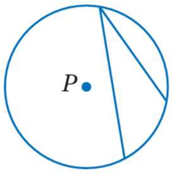
8-4 الزوايا المحيطية
Inscribed Angles

الزوايا المحيطية: **الزاوية المحيطية** هي زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويحتوي ضلعاها على وترين في الدائرة. فالزاوية QRS هي زاوية محيطية في $\odot C$



القوس المقابل للزاوية المحيطية هو قوس يقع داخل الزاوية المحيطية، ويقع طرفاه على ضِلْعَيها.
القوس الأصغر $\widehat{QS}$ في $\odot C$ هو القوس المقابل للزاوية QRS .

توجد ثلاث حالات للزاوية المحيطية في الدائرة.

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
		
يقع مركز الدائرة P على أحد ضلعَي الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P داخل الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P خارج الزاوية المحيطية.

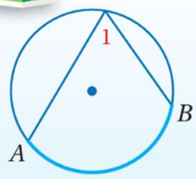
والنظرية الآتية صحيحة لهذه الحالات الثلاث جميعها.

نظرية 8.6 **نظرية الزاوية المحيطية**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

مثال: $m\angle 1 = \frac{1}{2} m\widehat{AB}$, $m\widehat{AB} = 2m\angle 1$

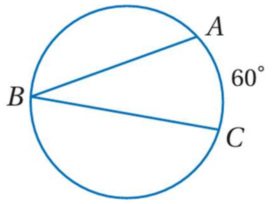


8-4 الزوايا المحيطية
Inscribed Angles

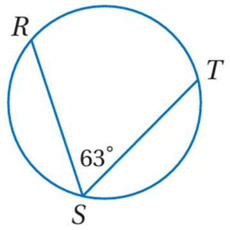
تحقق من فهمك

أوجد كل قياس ممّا يأتي:

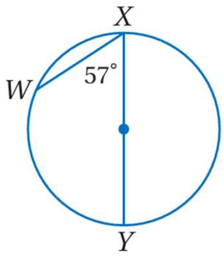
1) $m\angle B$



2) $m\widehat{RT}$



3) $m\widehat{WX}$



8-4 الزوايا المحيطية
Inscribed Angles

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

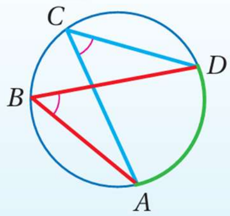
هناك علاقة بين الزاويتين المحيطيَّتين اللتين تقابلان القوس نفسه في دائرة.

نظرية 8.7

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا قابلت زاويتان محيطيَّتان في دائرة القوس نفسه أو قوسين متطابقين، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.

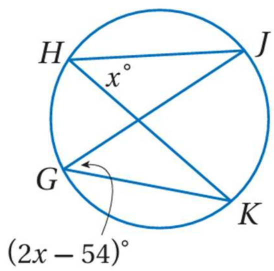
مثال: $\angle C$, $\angle B$ تقابلان $\widehat{AD}$ ، إذن $\angle B \cong \angle C$.



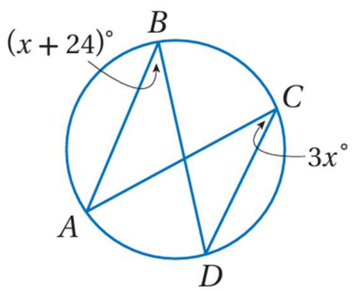
تحقق من فهمك

أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:

4) $m\angle H$



5) $m\angle B$



8-4 الزوايا المحيطية
Inscribed Angles

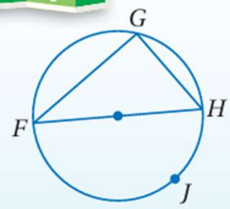
زوايا المضلعات المحاطة بدائرة: للمثلثات والأشكال الرباعية المحاطة بدائرة خصائص خاصة.

النظرية 8.8

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطرًا أو نصف دائرة، إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة.

مثال: إذا كانت $\widehat{FJH}$ نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90°$.
إذا كان $m\angle G = 90°$ ، فإن $\widehat{FJH}$ هي نصف دائرة، ويكون $\overline{FH}$ قطرًا فيها.



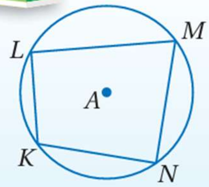
يمكنك إحاطة مختلف أنواع المثلثات، بما فيها المثلث القائم الزاوية بدائرة إلاّ أن أنواعًا معينة فقط من الأشكال الرباعية يمكنك إحاطتها بدائرة.

نظرية 8.9

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا كان الشكل الرباعي محاطًا بدائرة، فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

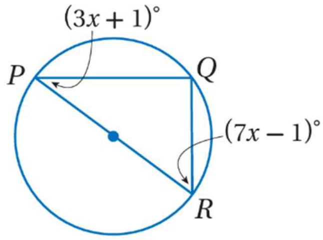
مثال: إذا كان الشكل الرباعي $KLMN$ محاطًا بـ $\odot A$ ، فإن $\angle L, \angle N$ متكاملتان و $\angle K, \angle M$ متكاملتان أيضًا.



تحقق من فهمك

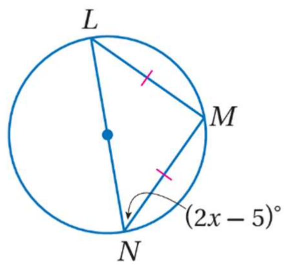
أوجد قيمة كلٍّ ممَّا يأتي:

6) $m\angle R$



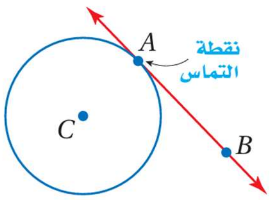
....
....
....
....
....
....
....
....
....

7) x



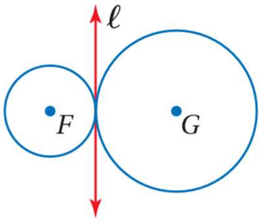
....
....
....
....
....
....
....
....
....

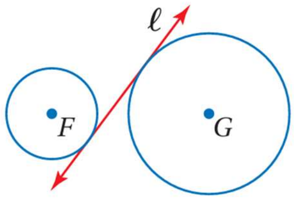
8-5 المماسات
Tangents



المماسات: **المماس** هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطةٍ واحدةٍ فقط، تُسمّى **نقطة التماس**. $\overleftrightarrow{AB}$ مماس لـ $\odot C$ عند النقطة A، ويُسمّى كلٌّ من $\overrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$ مماسًا للدائرة أيضًا.

المماس المشترك هو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس الدائرتين في المستوى نفسه، وفي الشكلين أدناه المستقيم ℓ مماس مشترك للدائرتين F , G .

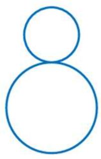




تحقق من فهمك

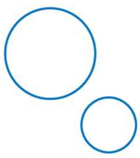
ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلٍّ ممّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

(1

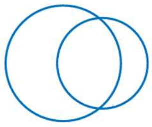


(2

(3



(4



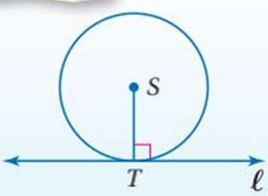
أقصر مسافة من المماس إلى مركز الدائرة هي نصف القطر المار بنقطة التماس.

النظرية 8.10

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: يكون المستقيم مماسًا لدائرة في المستوى نفسه، إذا وفقط إذا كان عموديًا على نصف القطر عند نقطة التماس.

مثال: يكون المستقيم ℓ مماسًا لـ $\odot S$، إذا وفقط إذا كان $\ell \perp \overline{ST}$.

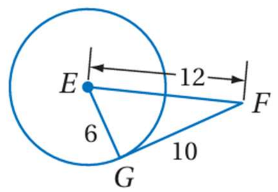


8-5 المماسات
Tangents

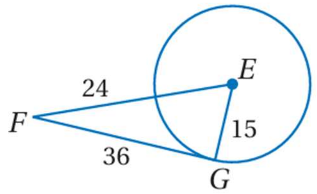
تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كانت $\overline{FG}$ في كلٍّ من الشكلين الآتيين مماسًّا للدائرة E أم لا، وبرّر إجابتك.

(5



(6



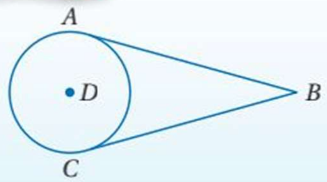
8-5 المماسات
Tangents

يمكنك أن ترسم مماسين للدائرة نفسها من نقطة واحدة خارجها.

نظرية 8.11 أضف إلى مطويتك

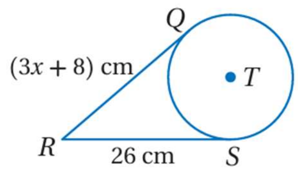
التعبير اللفظي: إذا رُسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان.

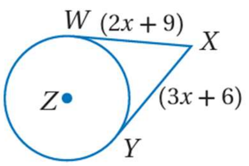
مثال: إذا كان $\overline{AB}$, $\overline{CB}$ مماسان لـ $\odot D$
فإن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.



تحقق من فهمك

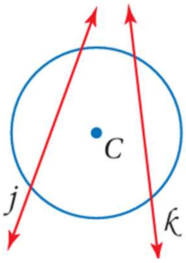
جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًّا للدائرة هي مماسٌّ فعلًا.

7)


8)


....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

8-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا
Secant, Tangent, and Angle Measures



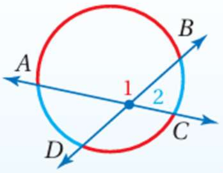
التقاطع على الدائرة أو داخلها: **القاطع** هو مستقيم يقطع الدائرة في نقطتين فقط، فالمستقيمان j, k هما قاطعان للدائرة C.

عندما يتقاطع قاطعان داخل دائرة؛ فإن الزوايا المتكوّنة ترتبط بالأقواس التي تقابلها.

أضف إلى مطويتك

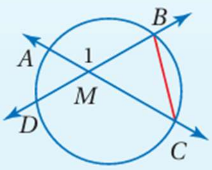
نظرية 8.12

التعبير اللفظي: **إذا تقاطع قاطعان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس الزاوية المتكوّنة من التقاطع يساوي نصف مجموع قياسَي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس.**



مثال: $m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\widehat{DA} + m\widehat{BC})$ و $m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + m\widehat{CD})$

برهان



المعطيات: $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{BD}$ قاطعان للدائرة ويتقاطعان داخلها في M.

المطلوب: $m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + m\widehat{CD})$

البرهان: تعلم أن $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{BD}$ قاطعان للدائرة، وأنهما يتقاطعان داخلها في M.

ارسم القطعة المستقيمة BC؛ لتحصل على المثلث MBC وهذا سيقودنا إلى ما يلي:

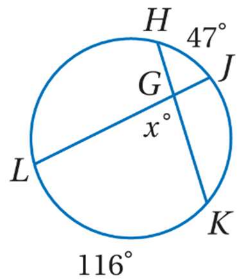
العبارات	المبررات
1) $m\angle 1 = m\angle MBC + m\angle MCB$	1) نظرية الزاوية الخارجية للمثلث
2) $m\angle MBC = \frac{1}{2} m\widehat{DC},\ m\angle MCB = \frac{1}{2} m\widehat{BA}$	2) قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.
3) $m\angle 1 = \frac{1}{2} m\widehat{DC} + \frac{1}{2} m\widehat{BA}$	4) بالتعويض
4) $m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{DC} + m\widehat{BA})$	4) خاصية التوزيع

8-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا
Secant, Tangent, and Angle Measures

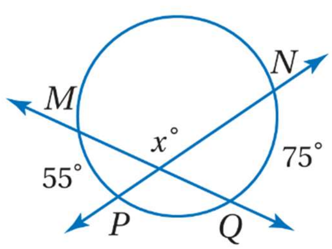
تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية :

(1A



(1B



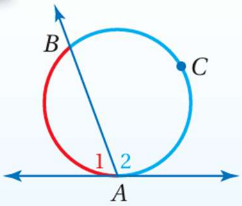
6-8 القاطع والمماس وقياسات الزوايا
Secant, Tangent, and Angle Measures

نظرية 8.13 نظرية الزاوية المماسية

أضف إلى مطويتك

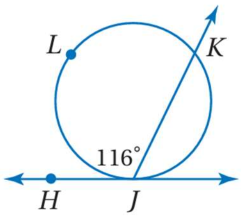
التعبير اللفظي: إذا تقاطع مماس وقاطع عند نقطة التماس، فإن قياس كل زاوية متكونة من التقاطع يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

مثال: $m\angle 1 = \frac{1}{2} m\widehat{AB}$ و $m\angle 2 = \frac{1}{2} m\widehat{ACB}$

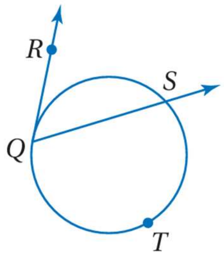


تحقق من فهمك

2A) أوجد $m\widehat{JLK}$.



2B) إذا كان: $m\widehat{QTS} = 238°$، فأوجد $m\angle RQS$.



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

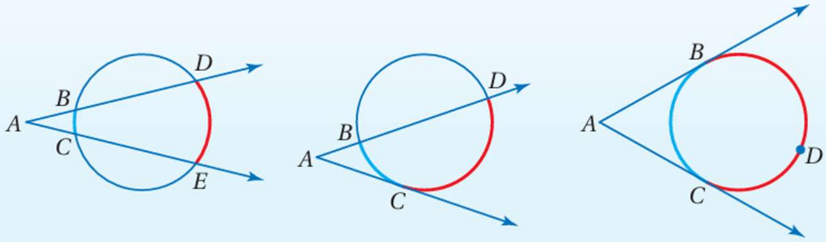
8-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا
Secant, Tangent, and Angle Measures

نظرية 8.14

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا تقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان في نقطة خارج دائرة، فإن قياس الزاوية المتكوّنة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلين لها.

أمثلة:

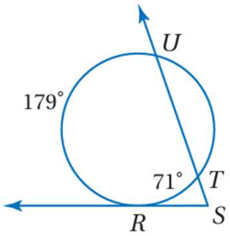


قاطعان	قاطع ومماس	مماسان
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$	$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$	$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$

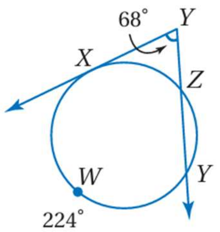
تحقق من فهمك

أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:

3A) $m\angle S$



3B) $m\widehat{XZ}$



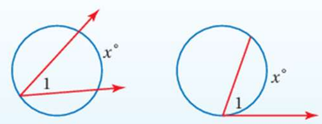
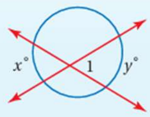
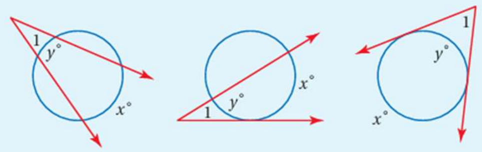
رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

8-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا
Secant, Tangent, and Angle Measures

ملخص المفهوم أضف إلى مطويتك

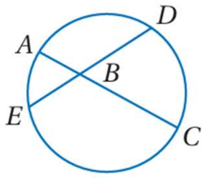
الدائرة وعلاقات الزوايا

موقع رأس الزاوية	نماذج	قياس الزاوية
على الدائرة		نصف قياس القوس المقابل $m\angle 1 = \frac{1}{2}x^\circ$
داخل الدائرة		نصف مجموع قياسَي القوس المقابل للزاوية، والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس. $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ + y^\circ)$
خارج الدائرة		نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلَين لها $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ - y^\circ)$

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة
Special Segments in a Circle



الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة: عندما يتقاطع وتران داخل دائرة، ينقسم كلٌّ منهما جزأين، ففي الشكل المجاور، انقسم الوتر $\overline{AC}$ إلى $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ ، وكذلك انقسم الوتر $\overline{ED}$ إلى $\overline{EB}$ و $\overline{BD}$.

تصف النظرية الآتية العلاقة بين القطع المستقيمة الأربع التي تكوّنت من تقاطع وترين داخل دائرة.

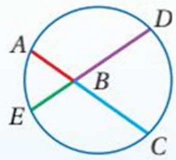
نظرية 8.15

أضف إلى مطويتك

نظرية قِطَع الوتر

التعبير اللفظي: **إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولَي جزأي الوتر الثاني.**

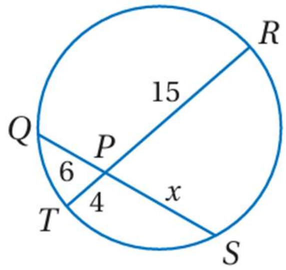
مثال: $AB \cdot BC = DB \cdot BE$



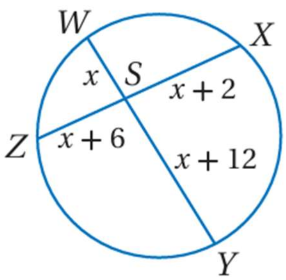
تحقق من فهمك

أوجد قيمة x فى كلٍّ من الشكلين الآتيين :

(1A



(1B



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة
Special Segments in a Circle

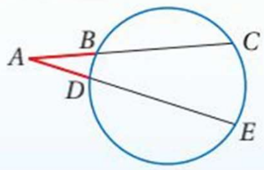
قطع مستقيمة تتقاطع خارج الدائرة: الأوتار غير المتوازية في الدائرة وغير المتقاطعة داخلها، يمكن أن تمتد لتشكّل قواطع تتقاطع خارج الدائرة.

نظرية 8.16
نظرية القاطع

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا رُسم قاطعان لدائرةٍ من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.

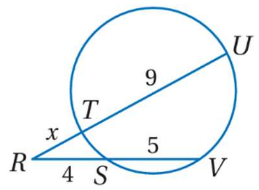
مثال: $AC \cdot AB = AE \cdot AD$



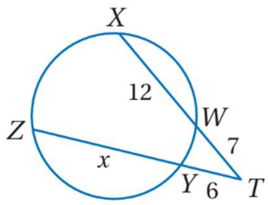
تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين :

3A)



3B)



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة
Special Segments in a Circle

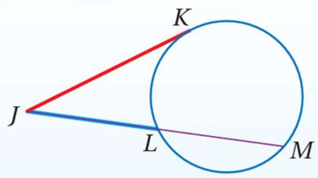
يمكنك استعمال معادلة مشابهة لمعادلة النظرية 4.16 عندما يتقاطع مماس وقاطع خارج الدائرة، وفي هذه الحالة المماس أو قطعة المماس التي يقع أحد طرفيها على الدائرة تُمثّل قطعة المماس الخارجية، وقطعة المماس الكلية في آنٍ معًا.

نظرية 8.17

أضف إلى مطويتك

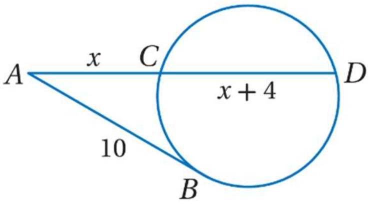
التعبير اللفظي: **إذا رُسم مماسٌ وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.**

مثال: $JK^2 = JL \cdot JM$



تحقق من فهمك

$\overline{AB}$ مماس للدائرة في الشكل المجاور، أوجد قيمة x مقربًا إجابتك إلى أقرب عُشرٍ.

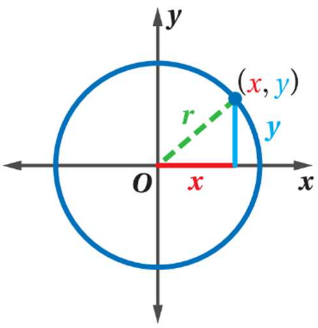


رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

8-8 معادلة الدائرة
Equation of Circle

معادلة الدائرة: بما أن نقاط الدائرة جميعها تبعد مسافات متساوية عن مركزها، فإنه يمكنك إيجاد معادلتها باستعمال صيغة المسافة بين نقطتين أو نظرية فيثاغورس.



إذا مثّل (x, y) نقطة على دائرة مركزها عند نقطة الأصل كما في الشكل المجاور، فإنه يمكنك أن تستعمل نظرية فيثاغورس؛ لتجد أن معادلة هذه الدائرة $x^2 + y^2 = r^2$.

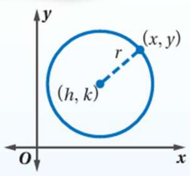
وإذا لم يقع مركز الدائرة عند نقطة الأصل، ولكن عند النقطة (h, k) كما في الشكل المبيّن في المفهوم الأساسي أدناه، فإنه يمكنك أن تستعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتحصل على معادلة الدائرة.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ صيغة المسافة بين نقطتين

$r = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$ $d = r, (x_1, y_1) = (h, k)$، $(x_2, y_2) = (x, y)$

$r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2$ بتربيع كلا الطرفين

مفهوم أساسي — **الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة** — أضف إلى مطويتك



الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ، وطول نصف قطرها r هي: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة تُسمَى أيضًا صيغة المركز ونصف القطر.

تحقق من فهمك

اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ ممّا يأتي:

1) مركزها $(9, 0)$، ونصف قطرها 5

2) مركزها $(3, 1)$، وقطرها 14

8-8 معادلة الدائرة
Equation of Circle

تحقق من فهمك

اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ ممّا يأتي:

3) مركزها نقطة الأصل، وتمر بالنقطة $(2, 2)$.

4) مركزها $(-5, 3)$ ، وتمر بالنقطة $(1, -4)$.

تمثيل الدوائر بيانيًا: يمكنك تحليل معادلة الدائرة؛ لتجد معلوماتٍ تساعدك على تمثيلها بيانيًّا في المستوى الإحداثي.

تحقق من فهمك

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كلٍّ مما يأتي، ثم مثّلها بيانيًّا:

3A) $x^2 + y^2 = 4$

3B) $(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 25$