

بكلوريات وجامعات سوريا



t.me/baca11111 : القناة الرئيسية

t.me/baca11bot : بوت ملفات العلمي

t.me/baca1bot : بوت ملفات الأدبي

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد	نموذج امتحان السبر	الرياضيات الثالث الثانوي العلمي
-------------------------------------	--------------------	------------------------------------

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

1- قيمة a التي تجعل النقاط $A(1,6)$ ، $B(3,4)$ ، $C(-2,a)$ على استقامة واحدة هي:

$a = -12$	D	$a = 9$	C	$a = 10$	B	$a = \frac{3}{2}$	A
-----------	-----	---------	-----	----------	-----	-------------------	-----

2- شعاع التوجيه للمستقيم $y = 2x + 3$ هو

$\vec{u}(1,-2)$	D	$\vec{u}(2,-1)$	C	$\vec{u}(1,2)$	B	$\vec{u}(2,1)$	A
-----------------	-----	-----------------	-----	----------------	-----	----------------	-----

3- إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(2,2)$ ، $B(-1,4)$

$I(1,6)$	D	$I(-3,2)$	C	$I\left(-\frac{3}{2},1\right)$	B	$I\left(\frac{1}{2},3\right)$	A
----------	-----	-----------	-----	--------------------------------	-----	-------------------------------	-----

4- إحداثيات مركز ثقل المثلث ABC حيث $A(0,1)$ ، $B(3,5)$ ، $C(6,-3)$

$G(1,2)$	D	$G\left(\frac{3}{2},2\right)$	C	$G(3,1)$	B	$G(3,3)$	A
----------	-----	-------------------------------	-----	----------	-----	----------	-----

5- ميل المماس للخط البياني للتابع $f(x) = x^2 + 3x$ في النقطة $A(0,0)$

$m = 3$	D	$m = -1$	C	$m = 5$	B	$m = 0$	A
---------	-----	----------	-----	---------	-----	---------	-----

6- يطلق راميان على هدف ، احتمال أن يصيب الأول $\frac{3}{5}$ ، واحتمال أن يصيب الثاني $\frac{3}{4}$ ،

فإن احتمال أن يصيب الراميان معاً يساوي

0.6	D	0.9	C	0.09	B	0.45	A
-----	-----	-----	-----	------	-----	------	-----

7- مجموعة تعريف التابع $f(x) = \frac{x}{x^2 + 9}$

\mathbb{R}	D	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	C	$\mathbb{R} \setminus \{9\}$	B	$\mathbb{R} \setminus \{-3,3\}$	A
--------------	-----	------------------------------	-----	------------------------------	-----	---------------------------------	-----

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

8- مجموعة تعريف التابع $f(x) = \sqrt{1-x}$

$]-\infty, 1[$	D	$]1, +\infty[$	C	$]-\infty, 1]$	B	$[1, +\infty[$	A
----------------	---	----------------	---	----------------	---	----------------	---

9- مشتق التابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

$f'(x) = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$	B	$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$	A
$f'(x) = \frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$	D	$f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$	C

10- مشتق التابع $f(x) = x(\tan x - x)$

$f'(x) = \tan^2 x - x$	B	$f'(x) = (x + 1)(\tan x - x)$	A
$f'(x) = \tan x - x$	D	$f'(x) = x \cdot \tan^2 x + \tan x - x$	C

11- قيمة المقدار $\sin(x + 11\pi)$

$-\cos x$	D	$-\sin x$	C	$\cos x$	B	$\sin x$	A
-----------	---	-----------	---	----------	---	----------	---

12- قيمة المقدار $\sin\left(\frac{33\pi}{2} - x\right)$

$-\cos x$	D	$-\sin x$	C	$\cos x$	B	$\sin x$	A
-----------	---	-----------	---	----------	---	----------	---

13- قيمة المقدار $\sin\left(\frac{11\pi}{2} - x\right)$

$-\cos x$	D	$-\sin x$	C	$\cos x$	B	$\sin x$	A
-----------	---	-----------	---	----------	---	----------	---

14- قيمة المقدار $\sin(8\pi + x)$

$-\cos x$	D	$-\sin x$	C	$\cos x$	B	$\sin x$	A
-----------	---	-----------	---	----------	---	----------	---

15- قيم m التي تجعل مجموعة حلول المتراجحة $x^2 + 2x + m > 0$ هي \mathbb{R}

$m \in \mathbb{R}$	D	$m \in]-\infty, 1[$	C	$m \in]1, +\infty[$	B	$m = 1$	A
--------------------	---	----------------------	---	----------------------	---	---------	---

16- قيمة m التي تجعل للمعادلة التالية حلاً وحيداً $x^2 + mx + m - 1 = 0$ هي

$m = 4$	D	$m = 0$	C	$m = 1$	B	$m = 2$	A
---------	---	---------	---	---------	---	---------	---

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

17- تابع متزايد على $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

$m = \sqrt{x}$	D	$f(x) = x^2$	C	$f(x) = \frac{1}{x}$	B	$f(x) = -\frac{1}{x}$	A
----------------	---	--------------	---	----------------------	---	-----------------------	---

18- مستقيم يعامد المستقيم $y = -\frac{1}{2}x + 1$

$y = 2x + 1$	B	$y = -2x + 1$	A
$y = -x$	D	$y = x + 1$	C

19- إذا كان $f(x) = \sqrt{x+1}$ ، $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ فإن $g \circ f(x)$

$\frac{1}{\sqrt{x}}$	D	$\frac{1}{x}$	C	\sqrt{x}	B	x	A
----------------------	---	---------------	---	------------	---	-----	---

19- حل المتراجحة $|x-3| \leq 5$

$[-8, -2]$	D	$[2, 8]$	C	$[-2, 8]$	B	$[-8, 2]$	A
------------	---	----------	---	-----------	---	-----------	---

20- حل المتراجحة $-1 \leq -5x + 4 \leq 14$

$[-2, 1]$	D	$[-2, -1]$	C	$[1, 2]$	B	$[-1, 2]$	A
-----------	---	------------	---	----------	---	-----------	---

21- إذا كان $0 \leq x \leq 2$ فإن قيمة $|x-2| + |x+1| + |x|$ تساوي

-1	D	$3x+3$	C	$x+3$	B	$-3x-3$	A
----	---	--------	---	-------	---	---------	---

22- قيمة المقدار $\frac{4!-3!}{2!}$ تساوي

6	D	$\frac{1}{2}$	C	15	B	9	A
---	---	---------------	---	----	---	---	---

23- إذا كان $\triangle ABC$ مثلثاً قائماً في A ، فيه $AB = \sqrt{8}$ ، $\tan B = \sqrt{2}$ فإن AC يساوي

$3\sqrt{2}$	D	$\frac{1}{2}$	C	2	B	4	A
-------------	---	---------------	---	---	---	---	---

24- معادلة المستقيم الذي شعاع توجيهه $\vec{u}(3,2)$ ويمر بالنقطة $A(3,2)$

$2x - 3y = 0$	B	$3x + 2y = 13$	A
$3x - 2y = 5$	D	$2x + 3y = 12$	C

25- إذا كان $a > 3$ فإن

$a^2 > 9$	D	$a^2 \leq a$	C	$a^2 < 9$	B	$\frac{1}{a} > \frac{1}{3}$	A
-----------	---	--------------	---	-----------	---	-----------------------------	---

26- مجموعة قيم التابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$

\mathbb{R}	D	$[3, +\infty[$	C	$[0, +\infty[$	B	$[9, +\infty[$	A
--------------	---	----------------	---	----------------	---	----------------	---

27- مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية التي أساسها $q = \sqrt{3}$ وحدها

الأول $u_0 = 1 - \sqrt{3}$ ، يساوي

-59047	D	242	C	$-\frac{242}{1 - \sqrt{3}}$	B	-242	A
--------	---	-----	---	-----------------------------	---	------	---

28- إذا كانت u_n متتالية حسابية فيها $u_0 = 4$ ، أساسها $r = 3$ فإن u_9 يساوي

$4 + 3n$	D	4×3^9	C	41	B	40	A
----------	---	----------------	---	----	---	----	---

29- إذا كانت u_n متتالية هندسية فيها $u_0 = 9$ ، $u_3 = 72$ فإن الأساس يساوي

2	D	8	C	9	B	21	A
---	---	---	---	---	---	----	---

30- قيمة المجموع $1 - 2 + 4 - 8 + 16 - \dots + 1024$

$\frac{2047}{1024}$	D	2047	C	$\frac{11275}{2}$	B	683	A
---------------------	---	------	---	-------------------	---	-----	---

31- نسحب كرتين معاً من صندوق يحوي 5 كرات بيضاء، و 3 كرات خضراء، وكرتين

زرقاوين، فإن احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين يساوي

$\frac{1}{4}$	D	$\frac{31}{45}$	C	$\frac{1}{3}$	B	$\frac{31}{90}$	A
---------------	---	-----------------	---	---------------	---	-----------------	---

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

32- نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة من صندوق يحوي تسع بطاقات مرقمة بالأرقام

1, 3, 3, 7, 8, 8, 9, 9, 9

فإن احتمال الحصول على بطاقتين مجموعهما عشرة ، يساوي

$\frac{5}{36}$	D	$\frac{3}{72}$	C	$\frac{2}{72}$	B	$\frac{5}{72}$	A
----------------	---	----------------	---	----------------	---	----------------	---

33- عدد الأعداد المكونة من ثلاث منازل ويمكن تشكيلها من الأرقام

3, 4, 6, 7, 8

120	D	10	C	60	B	125	A
-----	---	----	---	----	---	-----	---

34- عدد الأعداد المختلفة الأرقام المكونة من ثلاث منازل ويمكن تشكيلها من الأرقام

3, 4, 6, 7, 8

120	D	10	C	60	B	125	A
-----	---	----	---	----	---	-----	---

35- عدد الأعداد المختلفة الأرقام المكونة من خمس منازل يمكن تشكيلها من

3, 4, 6, 7, 8

120	D	10	C	60	B	125	A
-----	---	----	---	----	---	-----	---

36- عدد الإمكانيات عند اختيار ثلاث أرقام معاً من هذه الأرقام الخمسة

3, 4, 6, 7, 8

120	D	10	C	60	B	125	A
-----	---	----	---	----	---	-----	---

37- أحد التوابع متزايد تماماً على المجال $]0, +\infty[$

$f(x) = \frac{1}{x} + 2$	B	$f(x) = -2x^2$	A
$f(x) = x^2 + 3x + 1$	D	$f(x) = 2 - x$	C

38- نرمي ثلاث قطع نقدية معاً، احتمال الحصول على وجوه متماثلة في القطع الثلاثة

يساوي

$\frac{1}{6}$	D	$\frac{1}{8}$	C	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{1}{2}$	A
---------------	---	---------------	---	---------------	---	---------------	---

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

ثانياً: حل المسائل الآتية :

المسألة الأولى:

لتكن النقاط $C(3,3)$ ، $B(2,0)$ ، $A(0,2)$

1- أوجد مركبات الأشعة \overrightarrow{AB} ، \overrightarrow{AC} ، \overrightarrow{BC} .

2- استنتج أن النقاط السابقة تشكل رؤوس مثلث.

3- احسب نظيم كل من الأشعة السابقة واستنتج أن المثلث متساوي الساقين.

المسألة الثانية:

لتكن النقطة $A(3,-2)$ ، والشعاع $\vec{u}(2,5)$ ، والمستقيم $d: 2x + 5y = 7$

1- أوجد معادلة المستقيم ℓ الذي يمر بالنقطة A وشعاع توجيهه \vec{u} .

2- عين ميل كل من المستقيمين ℓ و d ثم استنتج أنهما متعامدان.

المسألة الثالثة:

ليكن التابع $f(x) = x^3 - 5x$ خطه البياني C

1- عين مجموعة تعريف التابع f .

2- أوجد $f'(x)$ ثم اكتب معادلة المماس للخط البياني C في نقطة فاصلتها $x = 3$

المسألة الرابعة:

ليكن التابعان $f(x) = x^2 + 1$ ، $g(x) = \frac{11x^2 - 9}{x^2 + 1}$

1- عين مجموعة تعريف التابع f و g .

2- عين مجموعة تعريف $f.g$ ثم أوجد $f.g(x)$.

3- أوجد حلول المعادلة $f(x) = g(x)$.

المسألة الخامسة:

ليكن التابعان $f(x) = x + \sin x$

1- عين $f(\pi)$ ، $f(2\pi)$ ، $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

2- عين $f'(x)$.

3- أثبت أن $f(-x) = -f(x)$.

المسألة السادسة:

ليكن التابعان $f(x) = x^2 + 7x - 8$

1- أوجد $f'(x)$.

2- حل المعادلة $f(x) = 0$.

3- حل المتراجحة $f(x) \leq 0$.

المسألة السابعة:

ليكن التابع $f(x) = |x| + |x - 1|$ ، عين قاعدة $f(x)$ بأبسط ما يمكن في كل من

الحالات الآتية :

1- إذا كان $x \in [0, 1]$.

2- إذا كان $x \in [1, +\infty[$.

3- إذا كان $x \in]-\infty, 0]$.

المسألة الثامنة:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{(x-1)^2} \text{ ليكن التابع}$$

1- أوجد $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المماس للخط البياني في نقطة فاصلتها $x = 0$

المسألة التاسعة:

$$u_n = 8n + 3 \text{ لتكن المتتالية}$$

1- أثبت أن u_n حسابية وعين أساسها.

$$s = u_7 + u_8 + \dots + u_{63} \text{ احسب المجموع}$$

المسألة العاشرة:

$$u_n \text{ لتكن متتالية هندسية ، } u_5 = 1 ، u_9 = 16$$

1- احسب الأساس.

2- احسب u_n بدلالة n .

$$s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1} \text{ احسب المجموع}$$

المسألة الحادية عشر:

نسحب كرتين معاً من صندوق يحوي 8 كرات خضراء، و 3 كرات بيضاء

1- احسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

2- استنتج احتمال الحصول على كرتين مختلفتين بالألوان.

3- أعد السؤالين السابقين في حال كان السحب على التتالي مع الإعادة.

$$\text{المسألة الثانية عشر: إذا كان } P(A) = \frac{1}{7} ، P(B) = \frac{3}{5} ، P(A \cap B) = \frac{1}{35}$$

$$1- \text{ احسب } P(A \cup B) \quad 2- \text{ احسب } P(A') ، P(A' \cap B')$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد	حل نموذج امتحان السبر	الرياضيات الثالث الثانوي العلمي
-------------------------------------	--------------------------	------------------------------------

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

1- قيمة a التي تجعل النقاط $A(1,6)$ ، $B(3,4)$ ، $C(-2,a)$ على استقامة واحدة هي:

$a = -12$	D	$a = 9$	C	$a = 10$	B	$a = \frac{3}{2}$	A
-----------	-----	---------	-----	----------	-----	-------------------	-----

تمهيد :

لإثبات أن النقاط A, B, C على استقامة واحدة نجد مركبات كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ وفق العلاقة $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$

ثم نثبت الارتباط الخطي بين الشعاعين $\overrightarrow{AC}(x', y')$ ، $\overrightarrow{AB}(x, y)$ عن طريق العلاقة

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'}$$

الحل :

$$\frac{\overrightarrow{AB}(2, -2)}{\overrightarrow{AC}(-5, a - 4)}$$

حتى تكون النقاط A, B, C على استقامة واحدة يجب أن يكون الشعاعان $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ مرتبطين خطياً أي أن

$$\frac{2}{-5} = \frac{-2}{a - 4}$$

$$2(a - 4) = 10$$

$$a - 4 = 5$$

$$a = 9$$

والخيار الصحيح هو C

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

2- شعاع التوجيه للمستقيم $y = 2x + 3$ هو

$\vec{u}(1, -2)$	D	$\vec{u}(2, -1)$	C	$\vec{u}(1, 2)$	B	$\vec{u}(2, 1)$	A
------------------	---	------------------	---	-----------------	---	-----------------	---

تمهيد :

شعاع التوجيه للمستقيم $ax + by = c$ هو $\vec{u}(b, -a)$

الحل :

المعادلة تكتب بالشكل $-2x + y = 3$ وبالتالي شعاع التوجيه $\vec{u}(1, 2)$ والخيار الصحيح هو

B

3- إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(2, 2)$ ، $B(-1, 4)$

$I(1, 6)$	D	$I(-3, 2)$	C	$I\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$	B	$I\left(\frac{1}{2}, 3\right)$	A
-----------	---	------------	---	---------------------------------	---	--------------------------------	---

تمهيد:

منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ يعطى بالعلاقة $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

الحل :

$$I\left(\frac{-1 + 2}{2}, \frac{2 + 4}{2}\right) = I\left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

والخيار الصحيح هو A

4- إحداثيات مركز ثقل المثلث ABC حيث $A(0, 1)$ ، $B(3, 5)$ ، $C(6, -3)$

$G(1, 2)$	D	$G\left(\frac{3}{2}, 2\right)$	C	$G(3, 1)$	B	$G(3, 3)$	A
-----------	---	--------------------------------	---	-----------	---	-----------	---

تمهيد :

مركز ثقل المثلث ABC يعطى بالعلاقة

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل :

$$G\left(\frac{0+3+6}{3}, \frac{1+5-3}{3}\right) = G\left(\frac{9}{3}, \frac{3}{3}\right) = G(3,1)$$

والخيار الصحيح هو B

5- ميل المماس للخط البياني للتابع $f(x) = x^2 + 3x$ في النقطة $A(0,0)$

$m = 3$	D	$m = -1$	C	$m = 5$	B	$m = 0$	A
---------	---	----------	---	---------	---	---------	---

تمهيد :

ميل المماس للخط البياني للتابع f في نقطة A فاصلتها x_A هو $m = f'(x_A)$

الحل :

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$m = f'(0) = 3$$

والخيار الصحيح هو D

6- يطلق راميان على هدف ، احتمال أن يصيب الأول $\frac{3}{5}$ ، واحتمال أن يصيب الثاني $\frac{3}{4}$ ، فإن احتمال أن يصيب الراميان معاً يساوي

0.6	D	0.9	C	0.09	B	0.45	A
-----	---	-----	---	------	---	------	---

تمهيد :

احتمال وقوع حدثين معاً $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ في حال كان الحدثان مستقلين (أي وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع الآخر).

الحل :

الاحتمال المطلوب يساوي

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 0.45$$

والخيار الصحيح هو A

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

$$-7 \text{ مجموعة تعريف التابع } f(x) = \frac{x}{x^2 + 9}$$

\mathbb{R}	D	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	C	$\mathbb{R} \setminus \{9\}$	B	$\mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$	A
--------------	-----	------------------------------	-----	------------------------------	-----	----------------------------------	-----

تمهيد:

مجموعة تعريف التابع الكسري الصحيح (الذي بسطه ومقامه تابعان صحيحان) هي \mathbb{R} باستثناء جذور المقام (القيم التي تعدم المقام).

الحل :

جذور المقام هي حلول المعادلة

$$x^2 + 9 = 0$$

وهذه المعادلة مستحيلة، ولذلك مجموعة التعريف هي \mathbb{R} والخيار الصحيح هو D

$$-8 \text{ مجموعة تعريف التابع } f(x) = \sqrt{1-x}$$

$]-\infty, 1[$	D	$]1, +\infty[$	C	$]-\infty, 1]$	B	$[1, +\infty[$	A
----------------	-----	----------------	-----	----------------	-----	----------------	-----

تمهيد:

مجموعة تعريف التابع الجذري (الذي بداخله تابع صحيح) هو القيم التي تجعل ما داخل الجذر أكبر أو يساوي الصفر.

الحل :

التابع معرف عندما

$$1 - x \geq 0$$

$$1 \geq x$$

$$x \leq 1$$

$$x \in]-\infty, 1]$$

والخيار الصحيح هو B

9- مشتق التابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

$f'(x) = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$	B	$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$	A
$f'(x) = \frac{2x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$	D	$f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$	C

تمهيد :

مشتق التابع الجذري يساوي مشتق ما داخل الجذر على ضعفي الجذر.

الحل :

$$f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

والخيار الصحيح هو A

10- مشتق التابع $f(x) = x \cdot (\tan x - x)$

$f'(x) = \tan^2 x - x$	B	$f'(x) = (x + 1)(\tan x - x)$	A
$f'(x) = \tan x - x$	D	$f'(x) = x \cdot \tan^2 x + \tan x - x$	C

تمهيد :

مشتق التابع $\tan x$ هو $(\tan x)' = \tan^2 x + 1$

مشتق ضرب تابعين هو $(uv)' = u'v + uv'$

الحل :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 \cdot (\tan x - x) + x \cdot (\tan^2 x + 1 - 1) \\ &= \tan x - x + x \cdot \tan^2 x \end{aligned}$$

والخيار الصحيح هو C

11- قيمة المقدار $\sin(x + 11\pi)$

$-\cos x$	D	$-\sin x$	C	$\cos x$	B	$\sin x$	A
-----------	-----	-----------	-----	----------	-----	----------	-----

تمهيد :

- يمكن حذف أو إضافة مضاعفات 2π من داخل النسبة المثلثية
- دساتير الإرجاع إلى الربع الأول:
تعتمد دساتير الإرجاع على ثلاث أمور:
أولاً : نحدد أين تقع الزاوية كما يلي:

١- في الربع الأول: $\frac{\pi}{2} - x$ ، $2\pi + x$

٢- في الربع الثاني: $\frac{\pi}{2} + x$ ، $\pi - x$

٣- في الربع الثالث: $\pi + x$ ، $\frac{3\pi}{2} - x$

٤- في الربع الرابع: $\frac{3\pi}{2} + x$ ، $2\pi - x$ (وهي تماثل $-x$)

ثانياً : تحديد إشارة النسبة كما يلي:

١. في الربع الأول: كل النسب موجبة
٢. في الربع الثاني: الـ \sin موجب لكن \cos, \tan سالبان
٣. في الربع الثالث: الـ \tan موجب لكن \cos, \sin سالبان
٤. في الربع الرابع: الـ \cos موجب لكن \sin, \tan سالبان

ثالثاً : تحديد هل تنقلب النسبة أم تبقى على حالها :

(١) $\frac{3\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ تقلبان النسبة من \sin إلى \cos وبالعكس، ومن \tan إلى \cot

وبالعكس.

(٢) 2π ، π تبقيان النسبة على حالها.

الحل :

$$\sin(x + 11\pi) = \sin(x + \pi) = -\sin x$$

والخيار الصحيح هو C

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حملة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

$$-12 \text{ - قيمة المقدار } \sin\left(\frac{33\pi}{2} - x\right)$$

$-\cos x$	D	$-\sin x$	C	$\cos x$	B	$\sin x$	A
-----------	-----	-----------	-----	----------	-----	----------	-----

الحل :

$$\sin\left(\frac{33\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

والخيار الصحيح هو B

$$-13 \text{ - قيمة المقدار } \sin\left(\frac{11\pi}{2} - x\right)$$

$-\cos x$	D	$-\sin x$	C	$\cos x$	B	$\sin x$	A
-----------	-----	-----------	-----	----------	-----	----------	-----

الحل :

$$\sin\left(\frac{11\pi}{2} - x\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x$$

والخيار الصحيح هو D

$$-14 \text{ - قيمة المقدار } \sin(8\pi + x)$$

$-\cos x$	D	$-\sin x$	C	$\cos x$	B	$\sin x$	A
-----------	-----	-----------	-----	----------	-----	----------	-----

الحل :

$$\sin(8\pi + x) = \sin x$$

والخيار الصحيح هو A

$$-15 \text{ - قيم } m \text{ التي تجعل مجموعة حلول المتراجحة } x^2 + 2x + m > 0 \text{ هي } \mathbb{R}$$

$m \in \mathbb{R}$	D	$m \in]-\infty, 1[$	C	$m \in]1, +\infty[$	B	$m = 1$	A
--------------------	-----	----------------------	-----	----------------------	-----	---------	-----

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

تمهيد :

دراسة إشارة كثير الحدود من الدرجة الثانية $ax^2 + bx + c$ حسب إشارة

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

■ عندما يكون $\Delta > 0$ يكون جدول الإشارة كما يلي (حيث x_1, x_2 هما الجذران المختلفان)

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	يوافق إشارة a	0	يخالف إشارة a	0 يوافق إشارة a

■ عندما يكون $\Delta = 0$ يكون جدول الإشارة كما يلي (حيث x_1 هو الجذر المضاعف)

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	يوافق إشارة a	0	يوافق إشارة a

■ عندما يكون $\Delta < 0$ يكون جدول الإشارة كما يلي

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	يوافق إشارة a	يوافق إشارة a

الحل :

تكون مجموعة حلول المتراجحة هي \mathbb{R} عندما يكون $\Delta < 0$ لأن إشارة كثير الحدود عندها ستكون موافقة لإشارة أمثال x^2 الموجبة

$$\Delta = 4 - 4m$$

$$4 - 4m < 0$$

$$4 < 4m$$

$$4m > 4$$

$$m > 1$$

$$m \in]1, +\infty[$$

والخيار الصحيح هو B

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حملة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

16- قيمة m التي تجعل للمعادلة التالية حلاً وحيداً $x^2 + mx + m - 1 = 0$ هي

$m = 4$	D	$m = 0$	C	$m = 1$	B	$m = 2$	A
---------	-----	---------	-----	---------	-----	---------	-----

تمهيد :

حل المعادلة من الدرجة الثانية $ax^2 + bx + c = 0$ حسب إشارة $\Delta = b^2 - 4ac$

■ عندما يكون $\Delta > 0$ يكون للمعادلة جذران مختلفان هما

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

■ عندما يكون $\Delta = 0$ يكون للمعادلة جذر مضاعف هو

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

■ عندما يكون $\Delta < 0$ تكون المعادلة مستحيلة (لا حلول لها)

الحل :

يكون للمعادلة حل وحيد عندما يكون $\Delta = 0$

$$\Delta = m^2 - 4(m - 1)$$

$$\Delta = m^2 - 4m + 4$$

$$\Delta = (m - 2)^2$$

$$(m - 2)^2 = 0$$

$$m - 2 = 0$$

$$m = 2$$

والخيار الصحيح هو A

17- تابع متزايد على $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

$m = \sqrt{x}$	D	$f(x) = x^2$	C	$f(x) = \frac{1}{x}$	B	$f(x) = -\frac{1}{x}$	A
----------------	-----	--------------	-----	----------------------	-----	-----------------------	-----

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

تمهيد:

دراسة إطراد التابع f حسب إشارة المشتق $f'(x)$

- إذا كان $f'(x) > 0$ عندما $x \in I$ فإن التابع f متزايد تماماً على I .
- إذا كان $f'(x) < 0$ عندما $x \in I$ فإن التابع f متناقص تماماً على I .

الحل :

$$\left(-\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2} > 0 : x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

والخيار الصحيح هو A

$$-18 \text{ مستقيم يعامد المستقيم } y = -\frac{1}{2}x + 1$$

$y = 2x + 1$	B	$y = -2x + 1$	A
$y = -x$	D	$y = x + 1$	C

تمهيد :

شروط تعامد المستقيمين أن يكون جداء ميليهما يساوي -1

$$m_1 \times m_2 = -1$$

الحل :

$$2 \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

والخيار الصحيح هو B

$$-19 \text{ إذا كان } f(x) = \sqrt{x+1} \text{ ، } g(x) = \frac{1}{x^2-1} \text{ فإن } g \circ f(x)$$

$\frac{1}{\sqrt{x}}$	D	$\frac{1}{x}$	C	\sqrt{x}	B	x	A
----------------------	-----	---------------	-----	------------	-----	-----	-----

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل :

$$g \circ f(x) = g[f(x)] = g(\sqrt{x+1}) = \frac{1}{(\sqrt{x+1})^2 - 1} = \frac{1}{x+1-1} = \frac{1}{x}$$

والخيار الصحيح هو C

$$-19 \text{ حل المتراجحة } |x-3| \leq 5$$

$[-8, -2]$	D	$[2, 8]$	C	$[-2, 8]$	B	$[-8, 2]$	A
------------	---	----------	---	-----------	---	-----------	---

تمهيد :

$$\text{حل المتراجحة } |x-c| \leq r \text{ هو المجال } [c-r, c+r]$$

الحل :

حل المتراجحة هو المجال

$$[c-r, c+r] = [3-5, 3+5] = [-2, 8]$$

والخيار الصحيح هو B

$$-20 \text{ حل المتراجحة } -1 \leq -5x + 4 \leq 14$$

$[-2, 1]$	D	$[-2, -1]$	C	$[1, 2]$	B	$[-1, 2]$	A
-----------	---	------------	---	----------	---	-----------	---

تمهيد :

أولاً : خواص المتراجحات:

- يمكن إضافة أو طرح أي عدد من أطراف المتراجحة.
- عند الضرب أو القسمة على عدد موجب تبقى إشارات المتراجحة على حالها.
- عند الضرب أو القسمة على عدد سالب تنقلب إشارات المتراجحة من \leq إلى \geq وبالعكس، ومن $<$ إلى $>$ وبالعكس.

ثانياً : حل المتراجحة $a \leq x \leq b$ هو المجال $[a, b]$.

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل :

نطرح من الأطراف 4

$$-5 \leq -5x \leq 10$$

$$\frac{-5}{-5} \geq x \geq \frac{10}{-5}$$

$$1 \geq x \geq -2$$

$$-2 \leq x \leq 1$$

والخيار الصحيح هو D

21- إذا كان $0 \leq x \leq 2$ فإن قيمة $|x| + |x+1| + |x-2|$ تساوي

-1	D	$3x+3$	C	$x+3$	B	$-3x-3$	A
----	---	--------	---	-------	---	---------	---

تمهيد :

القيمة المطلقة:

$$|y| = \begin{cases} y : y \geq 0 \\ -y : y \leq 0 \end{cases}$$

الحل :

نطرح من الأطراف 4

$$|x| + |x+1| + |x-2| = x + x + 1 - x + 2 = x + 3$$

والخيار الصحيح هو B

22- قيمة المقدار $\frac{4! - 3!}{2!}$ تساوي

6	D	$\frac{1}{2}$	C	15	B	9	A
---	---	---------------	---	----	---	---	---

تمهيد :

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots \times 2 \times 1$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل :

$$\frac{4! - 3!}{2!} = \frac{24 - 6}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

والخيار الصحيح هو A

23- إذا كان $\triangle ABC$ مثلثاً قائماً في A ، فيه $AB = \sqrt{8}$ ، $\tan B = \sqrt{2}$ فإن AC يساوي

$3\sqrt{2}$	D	$\frac{1}{2}$	C	2	B	4	A
-------------	---	---------------	---	---	---	---	---

الحل :

$$\begin{aligned}\tan B &= \frac{AC}{AB} \\ \sqrt{2} &= \frac{AC}{\sqrt{8}} \\ AC &= \sqrt{8} \times \sqrt{2} \\ AC &= \sqrt{16} = 4\end{aligned}$$

والخيار الصحيح هو A

24- معادلة المستقيم الذي شعاع توجيهه $\vec{u}(3,2)$ ويمر بالنقطة $A(3,2)$

$2x - 3y = 0$	B	$3x + 2y = 13$	A
$3x - 2y = 5$	D	$2x + 3y = 12$	C

الحل :

$$\begin{aligned}(-b, a) &= (3, 2) \\ a &= 2, b = -3\end{aligned}$$

معادلة المستقيم من الشكل

$$\begin{aligned}ax + by &= c \\ 2x - 3y &= c\end{aligned}$$

نعوض إحداثيات النقطة $A(3,2)$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

$$2 \times 3 - 3 \times 2 = c$$

$$c = 6 - 6 = 0$$

معادلة المستقيم

$$2x - 3y = 0$$

والخيار الصحيح هو B

25- إذا كان $a > 3$ فإن

$a^2 > 9$	D	$a^2 \leq a$	C	$a^2 < 9$	B	$\frac{1}{a} > \frac{1}{3}$	A
-----------	-----	--------------	-----	-----------	-----	-----------------------------	-----

تمهيد :

بعض خواص المتراجحات :

- إذا كانت الأطراف موجبة يمكن تربيع الأطراف أو جذر الأطراف.
- إذا كانت الأطراف سالبة وربعنا الأطراف تنقلب إشارة المتراجحة.
- إذا كانت الأطراف موجبة وأخذنا مقلوب الأطراف تنقلب إشارة المتراجحة.
- إذا كانت الأطراف سالبة وأخذنا مقلوب الأطراف تنقلب إشارة المتراجحة.
- كل عدد من المجال $[0, 1]$ أكبر أو يساوي مربعه.
- كل عدد من المجال $[1, +\infty[$ أصغر أو يساوي مربعه.

الحل :

$$a^2 > 9$$

والخيار الصحيح هو D

26- مجموعة قيم التابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$

\mathbb{R}	D	$[3, +\infty[$	C	$[0, +\infty[$	B	$[9, +\infty[$	A
--------------	-----	----------------	-----	----------------	-----	----------------	-----

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل :

$$\begin{aligned}x &\in \mathbb{R} \\x^2 &\geq 0 \\x^2 + 9 &\geq 9 \\\sqrt{x^2 + 9} &\geq 3 \\f(x) &\geq 3 \\f(x) &\in [3, +\infty[\end{aligned}$$

والخيار الصحيح هو C

27- مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية التي أساسها $q = \sqrt{3}$ وحدها الأول $u_0 = 1 - \sqrt{3}$ ، يساوي

-59047	D	242	C	$-\frac{242}{1 - \sqrt{3}}$	B	-242	A
--------	---	-----	---	-----------------------------	---	------	---

تمهيد :

مجموع الحدود الأولى التي عددها n من المتتالية الهندسية التي أساسها q وحدها الأول u_0

$$s_n = u_0 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

الحل :

$$\begin{aligned}s &= u_0 \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = (1 - \sqrt{3}) \frac{1 - (\sqrt{3})^{10}}{1 - \sqrt{3}} = \\&= 1 - \left[(\sqrt{3})^2 \right]^5 = 1 - 3^5 = 1 - 243 = -242 \end{aligned}$$

والخيار الصحيح هو A

28- إذا كانت u_n متتالية حسابية فيها $u_0 = 4$ ، أساسها $r = 3$ فإن u_9 يساوي

$4 + 3n$	D	4×3^9	C	41	B	40	A
----------	---	----------------	---	----	---	----	---

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

تمهيد :

$$u_m = u_p + (m - p)r$$

كل متتالية حسابية تحقق العلاقة

الحل :

$$u_9 = u_0 + 9r = 4 + 9 \times 3 = 4 + 27 = 31$$

والخيار الصحيح هو B

29- إذا كانت u_n متتالية هندسية فيها $u_0 = 9$ ، $u_3 = 72$ فإن الأساس يساوي

2	D	8	C	9	B	21	A
---	---	---	---	---	---	----	---

تمهيد :

$$u_m = u_p \times r^{m-p}$$

كل متتالية هندسية تحقق العلاقة

الحل :

$$u_3 = u_0 \times r^3 \Rightarrow 72 = 9 \times r^3 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

والخيار الصحيح هو D

30- قيمة المجموع $1 - 2 + 4 - 8 + 16 - \dots + 1024$

$\frac{2047}{1024}$	D	2047	C	$\frac{11275}{2}$	B	683	A
---------------------	---	------	---	-------------------	---	-----	---

الحل :

هذا مجموع متتالية هندسية أساسها -2 وحد الأول 1 وعددها 11 لأن

$$1024 = 2^{10}$$

$$s = \frac{1 - (-2)^{11}}{1 - (-2)} = \frac{1 - (-2048)}{3} = \frac{1 + 2048}{3} = \frac{2049}{3} = 683$$

والخيار الصحيح هو A

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

31- نسحب كرتين معاً من صندوق يحوي 5 كرات بيضاء، و 3 كرات خضراء، وكرتين زرقاوين، فإن احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين يساوي

$\frac{1}{4}$	D	$\frac{31}{45}$	C	$\frac{1}{3}$	B	$\frac{31}{90}$	A
---------------	---	-----------------	---	---------------	---	-----------------	---

الحل :

الكرتان المختلفتان بالألوان (إما بيضاء وخضراء، أو خضراء وزرقاء، أو بيضاء وزرقاء) وبما أن السحب معاً نستخدم التوافق (كلمة "أو" تقابل الجمع، وكلمة "و" تقابل الضرب)

$$P(A) = \frac{C(5,1)C(3,1) + C(5,1)C(2,1) + C(3,1)C(2,1)}{C(10,2)}$$

$$= \frac{5 \times 3 + 5 \times 2 + 3 \times 2}{\frac{10 \times 9}{2 \times 1}} = \frac{15 + 10 + 6}{45} = \frac{31}{45}$$

والخيار الصحيح هو C

32- نسحب بطاقتين على التوالي دون إعادة من صندوق يحوي تسع بطاقات مرقمة بالأرقام

1, 3, 3, 7, 8, 8, 9, 9, 9

فإن احتمال الحصول على بطاقتين مجموعهما عشرة ، يساوي

$\frac{5}{36}$	D	$\frac{3}{72}$	C	$\frac{2}{72}$	B	$\frac{5}{72}$	A
----------------	---	----------------	---	----------------	---	----------------	---

الحل :

بما أن السحب على التوالي دون إعادة نستخدم الترتيب

البطاقتان اللتان مجموعهما عشرة إما (3 و 7) أو (1 و 9)

$$P(A) = \frac{P(3,1)P(1,1) + P(2,1)P(1,1)}{P(9,2)} = \frac{3 + 2}{9 \times 8} = \frac{5}{72}$$

والخيار الصحيح هو A

33- عدد الأعداد المكونة من ثلاث منازل ويمكن تشكيلها من الأرقام

3, 4, 6, 7, 8

120	D	10	C	60	B	125	A
-----	---	----	---	----	---	-----	---

الحل :

بما أنه لم يذكر شرط أن الأرقام مختلفة فإننا نستخدم الأس

$$5^3 = 125$$

والخيار الصحيح هو A

34- عدد الأعداد المختلفة الأرقام المكونة من ثلاث منازل ويمكن تشكيلها من الأرقام

3, 4, 6, 7, 8

120	D	10	C	60	B	125	A
-----	---	----	---	----	---	-----	---

الحل :

بما أنه ذكر شرط أن الأرقام مختلفة فإننا نستخدم الترتيب

$$P(5, 3) = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

والخيار الصحيح هو B

35- عدد الأعداد المختلفة الأرقام المكونة من خمس منازل ويمكن تشكيلها من

الأرقام

3, 4, 6, 7, 8

120	D	10	C	60	B	125	A
-----	---	----	---	----	---	-----	---

الحل :

بما أنه ذكر شرط أن الأرقام مختلفة وأخذنا الأرقام كلها فإننا نستخدم التباديل

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

والخيار الصحيح هو D

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

36- عدد الإمكانيات عند اختيار ثلاث أرقام معاً من هذه الأرقام الخمسة

3, 4, 6, 7, 8

120	D	10	C	60	B	125	A
-----	---	----	---	----	---	-----	---

الحل :

بما أننا نأخذ الأرقام معاً دون ترتيب نستخدم التوافيق

$$C(5, 3) = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

والخيار الصحيح هو C

37- أحد التوابع متزايد تماماً على المجال $]0, +\infty[$

$f(x) = \frac{1}{x} + 2$	B	$f(x) = -2x^2$	A
$f(x) = x^2 + 3x + 1$	D	$f(x) = 2 - x$	C

الحل :

بما أن $x > 0$

$$(-2x^2)' = -4x < 0$$

$$\left(\frac{1}{x} + 2\right)' = -\frac{1}{x^2} < 0$$

$$(2 - x)' = -1 < 0$$

$$(x^2 + 3x + 1)' = 2x + 3 > 0$$

والخيار الصحيح هو D

38- نرمي ثلاث قطع نقدية معاً، احتمال الحصول على وجوه متماثلة في القطع الثلاثة

يساوي

$\frac{1}{6}$	D	$\frac{1}{8}$	C	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{1}{2}$	A
---------------	---	---------------	---	---------------	---	---------------	---

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل :

تكون الوجوه متماثلة إذا حصلنا على ثلاث كتابات أو ثلاثة شعارات

$$P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

والخيار الصحيح هو C

ثانياً: حل المسائل الآتية :

المسألة الأولى:

لتكن النقاط $C(3,3)$ ، $B(2,0)$ ، $A(0,2)$

1- أوجد مركبات الأشعة \overrightarrow{AB} ، \overrightarrow{AC} ، \overrightarrow{BC} .

2- استنتج أن النقاط السابقة تشكل رؤوس مثلث.

3- احسب نظيم كل من الأشعة السابقة واستنتج أن المثلث متساوي الساقين.

الحل :

-1

$$\overrightarrow{AB}(2 - 0, 0 - 2) = \overrightarrow{AB}(2, -2)$$

$$\overrightarrow{AC}(3 - 0, 3 - 2) = \overrightarrow{AC}(3, 1)$$

$$\overrightarrow{BC}(3 - 2, 3 - 0) = \overrightarrow{BC}(1, 3)$$

2- نلاحظ أن \overrightarrow{AC} ، \overrightarrow{AB} غير مرتبطين خطياً لأن $\frac{2}{3} \neq \frac{-2}{1}$ وبالتالي النقاط تشكل

رؤوس مثلث

-3

$$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$AC = \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

$$BC = \|\vec{BC}\| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

وبما أن $AC = BC$ فإن المثلث متساوي الساقين رأسه C

المسألة الثانية:

لتكن النقطة $A(3, -2)$ ، والشعاع $\vec{u}(2, 5)$ ، والمستقيم $d: 2x + 5y = 7$

1- أوجد معادلة المستقيم ℓ الذي يمر بالنقطة A وشعاع توجيهه \vec{u} .

2- عين ميل كل من المستقيمين ℓ و d ثم استنتج أنهما متعامدان.

الحل :

1- بما أن شعاع التوجيه $\vec{u}(-b, a) = (2, 5)$ فإن $a = 5, b = -2$

المعادلة من الشكل $5x - 2y = c$ وبما أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم فإن

$$5 \times 3 - 2(-2) = c$$

$$15 + 4 = c$$

$$c = 19$$

والمعادلة على الشكل

$$\ell : 5x - 2y = 19$$

2- معادلة d تكتب على الشكل

$$5y = -2x + 7$$

$$y = -\frac{2}{5}x + \frac{7}{5}$$

$$m_d = -\frac{2}{5} \text{ وميله}$$

معادلة ℓ تكتب على الشكل

$$5x - 2y = 19$$

$$2y = 5x - 19$$

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{19}{2}$$

$$m_\ell = \frac{5}{2} \text{ وميله}$$

وجداء المثلين

$$m_d \times m_\ell = -\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = -1$$

وبالتالي المستقيمان متعامدان.

المسألة الثالثة:

ليكن التابع $f(x) = x^3 - 5x$ خطه البياني C

1- عين مجموعة تعريف التابع f .

2- أوجد $f'(x)$ ثم اكتب معادلة المماس للخط البياني C في نقطة فاصلتها $x = 3$

الحل:

1- بما أن f تابع صحيح فإن مجموعة تعريفه \mathbb{R}

2-

$$f'(x) = 3x^2 - 5$$

ميل المماس

$$m = f'(3) = 3 \times 9 - 5 = 27 - 5 = 22$$

$$f(3) = 27 - 5 \times 3 = 27 - 15 = 12$$

معادلة المماس

$$y - 12 = 22(x - 3)$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

المسألة الرابعة:

$$g(x) = \frac{11x^2 - 9}{x^2 + 1}, \quad f(x) = x^2 + 1 \quad \text{ليكن التابعان}$$

1- عين مجموعة تعريف التابع f و g .

2- عين مجموعة تعريف $f.g$ ثم أوجد $f.g(x)$.

3- أوجد حلول المعادلة $f(x) = g(x)$.

الحل:

$$D_g = \mathbb{R}, \quad D_f = \mathbb{R} \quad (\text{لأن } x^2 + 1 \neq 0) \quad -1$$

$$D_{f.g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R} \quad -2$$

$$f.g(x) = (x^2 + 1) \times \frac{11x^2 - 9}{x^2 + 1} = 11x^2 - 9$$

-3

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 + 1 = \frac{11x^2 - 9}{x^2 + 1}$$

$$(x^2 + 1)(x^2 + 1) = 11x^2 - 9$$

$$x^4 + 2x^2 + 1 = 11x^2 - 9$$

$$x^4 - 9x^2 + 10 = 0$$

$$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = 0$$

$$(x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3) = 0$$

وحلول المعادلة هي

$$x \in \{-1, 1, -3, 3\}$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

المسألة الخامسة:

ليكن التابعان $f(x) = x + \sin x$

1- عين $f(\pi)$ ، $f(2\pi)$ ، $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

2- عين $f'(x)$.

3- أثبت أن $f(-x) = -f(x)$.

الحل:

1-

$$f(\pi) = \pi + \sin \pi = \pi$$

$$f(2\pi) = 2\pi + \sin 2\pi = 2\pi$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 1$$

2-

$$f'(x) = 1 + \cos x$$

3-

$$f(-x) = -x + \sin(-x) = -x - \sin x = -(x + \sin x) = -f(x)$$

المسألة السادسة:

ليكن التابعان $f(x) = x^2 + 7x - 8$

1- أوجد $f'(x)$.

2- حل المعادلة $f(x) = 0$.

3- حل المتراجحة $f(x) \leq 0$.

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حمارة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل:

-1

$$f'(x) = 2x + 7$$

-2

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ x^2 + 7x - 8 &= 0 \\ (x-1)(x+8) &= 0 \end{aligned}$$

إما $x + 8 = 0$ ومنه $x = -8$

أو $x - 1 = 0$ ومنه $x = 1$

-3

$$\begin{aligned} f(x) &\leq 0 \\ x^2 + 7x - 8 &\leq 0 \\ (x-1)(x+8) &\leq 0 \end{aligned}$$

وحل المتراجحة هو $x \in [-8, 1]$.

المسألة السابعة:

ليكن التابع $f(x) = |x| + |x - 1|$ ، عين قاعدة $f(x)$ بأبسط ما يمكن في كل من

الحالات الآتية :

1- إذا كان $x \in [0, 1]$.

2- إذا كان $x \in [1, +\infty[$.

3- إذا كان $x \in]-\infty, 0]$.

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل:

-1

$$f(x) = x - (x - 1) = 1$$

-2

$$f(x) = x + x - 1 = 2x - 1$$

-3

$$f(x) = -x - (x - 1) = -2x + 1$$

المسألة الثامنة:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{(x - 1)^2} \text{ ليكن التابع}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ أوجد} -1$$

-2 اكتب معادلة المماس للخط البياني في نقطة فاصلتها $x = 0$

الحل:

-1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 2x + 1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

$$f(0) = \frac{1}{1} = 1$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{4x(x-1)^2 - 2(x-1)(2x^2+1)}{(x-1)^4} \\ &= \frac{(x-1)[4x(x-1) - 2(2x^2+1)]}{(x-1)^4} \\ &= \frac{4x^2 - 4x - 4x^2 - 2}{(x-1)^3} = \frac{-4x - 2}{(x-1)^3} \end{aligned}$$

ميل المماس

$$m = f'(0) = \frac{-2}{-1} = 2$$

معادلة المماس

$$y - 1 = 2x$$

المسألة التاسعة:

$$u_n = 8n + 3 \text{ لتكن المتتالية}$$

1- أثبت أن u_n حسابية وعين أساسها.

$$2- \text{احسب المجموع } s = u_7 + u_8 + \dots + u_{63}$$

الحل:

-1

$$u_{n+1} = 8(n+1) + 3 = 8n + 8 + 3 = 8n + 11$$

$$u_{n+1} - u_n = 8n + 11 - (8n + 3) = 8$$

وبالتالي المتتالية حسابية أساسها $r = 8$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

$$s = \frac{u_7 + u_{63}}{2} \times 57$$

$$u_7 = 8 \times 7 + 3 = 56 + 3 = 59$$

$$u_{63} = 8 \times 63 + 3 = 504 + 3 = 507$$

$$s = \frac{59 + 507}{2} \times 57 = \frac{566}{2} \times 57 = 16131$$

المسألة العاشرة:

لتكن u_n متتالية هندسية ، $u_5 = 1$ ، $u_9 = 16$

1- احسب الأساس.

2- احسب u_n بدلالة n .

3- احسب المجموع $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

الحل:

-1

$$u_9 = u_5 \times q^{9-5}$$

$$16 = 1 \times q^4$$

$$2^4 = q^4$$

$$q = 2$$

-2

$$u_n = u_5 \times q^{n-5}$$

$$u_n = 1 \times 2^{n-5}$$

$$u_n = 2^{n-5}$$

$$s_n = 2^{-5} \frac{1-2^n}{1-2} = 2^{-5} \frac{1-2^n}{-1} = 2^{-5} (2^n - 1)$$

$$= 2^{n-5} - \frac{1}{2^5} = 2^{n-5} - \frac{1}{32}$$

المسألة الحادية عشر:

نسحب كرتين معاً من صندوق يحوي 8 كرات خضراء، و 3 كرات بيضاء

1- احسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

2- استنتج احتمال الحصول على كرتين مختلفتين بالألوان.

3- أعد السؤالين السابقين في حال كان السحب على التتالي مع الإعادة.

الحل:

-1

$$P(A) = \frac{\binom{8}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{\frac{8 \times 7}{2 \times 1} + 3}{\frac{11 \times 10}{2 \times 1}} = \frac{28 + 3}{55} = \frac{31}{55}$$

-2

$$P(A') = 1 - \frac{31}{55} = \frac{24}{55}$$

-3

$$P(A) = \frac{8^2 + 3^2}{11^2} = \frac{64 + 9}{121} = \frac{73}{121}$$

$$P(A') = 1 - \frac{73}{121} = \frac{48}{121}$$

المسألة الثانية عشر:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{35}, P(B) = \frac{3}{5}, P(A) = \frac{1}{7} \text{ إذا كان}$$

1- احسب $P(A \cup B)$

2- احسب $P(A' \cap B')$ ، $P(A')$

الحل:

1-

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{1}{7} + \frac{3}{5} - \frac{1}{35} = \frac{5 + 7 - 1}{35} = \frac{11}{35} \end{aligned}$$

2-

$$P(A') = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{11}{35} = \frac{24}{35}$$

النهاية

أطيب الآمال بالتوفيق والنجاح الدائم

المدرس : أحمد عرابي الأحمد

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨